

"DINÂMICA DOS AUTOVEÍCULOS"

Antonio Carlos Canale

I N D I C E

Capítulo I - SISTEMAS DE REFERÊNCIA - DETERMINAÇÃO DO CENTRO DE GRAVIDADE DO VEÍCULO.....	01
Capítulo II - ESTUDO DO MOVIMENTO DAS RODAS	13
Capítulo III - CONTROLE DIRECIONAL - SISTEMAS DE ESTERÇAMENTO	32
Capítulo IV - FORÇAS DE RESISTÊNCIA AO MOVIMENTO DIAGRAMAS DE DESEMPENHO	42
Capítulo V - DINÂMICA DA FRENAGEM	63
Capítulo VI - ESTABILIDADE E ALGUNS LIMITES DE DESEMPENHO	85

1985

NOMENCLATURA

- A - Força lateral externa; área frontal do veículo, área efetiva do cilindro atuador.
- B - Força de frenagem.
- B_f - Força de frenagem nas rodas dianteiras.
- B_r - Força de frenagem nas rodas traseiras.
- C - Força centrífuga
- C_a - Coeficiente adimensional de resistência do ar.
- CC - Cornering coefficient.
- CP - Power cornering.
- C_y - Força centrífuga na direção de y
- C_x - Força centrífuga na direção de x
- D - Força no varão longitudinal do sistema de esterçamento ; força de reboque.
- E - Energia cinética.
- F - Força do cilindro.
- F_b - Força aplicada nas lonas.
- F_{RS} - Força transmitida da roda ao solo.
- G - Inclinação da pista em percentagem.
- H - Força desenvolvida pelo motorista na direção; altura do C.G.
- H^* - Altura do C.G. do veículo carregado.
- H_a - Altura do ponto de aplicação da força de resistência do ar.
- H_g - Altura do C.G. da carga.
- I_d - Momento de inércia de todas as peças rotativas no eixo da roda.
- K - Raio de giração da figura.
- L^* - Posição longitudinal do C.G. do veículo carregado.
- L - Distância entre eixos
- $L_{\underline{\quad}}$ - Distância entre o eixo traseiro e o C.G.

- L_f - Distância entre o eixo dianteiro e o C.G.
 L_r' - Distância do C.G. ao eixo traseiro elevado.
 L_q - Posição longitudinal do C.G. da carga.
 M_e - Torque medido experimentalmente no eixo do motor; margem de estabilidade.
 ME_{est} - Margem de estabilidade estática.
 M_i - Momento de inércia das partes rotativas do veículo no eixo das rodas.
 M_{iK} - Torque auto-alinhante devido à inclinação do pino.
 M_S - Torque para girar a roda em torno de S
 M_t - Torque de resistência na roda proveniente do sistema de transmissão de movimento.
 N_a - Potência dissipada pela resistência do ar.
 N_{ad} - Potência dissipada pelo motor.
 N_b - Potência dissipada no freio.
 N_{bm} - Potência média dissipada no frio.
OXYZ - Sistema de referência fixo no veículo.
P - Força de reboque, força de tração.
 P_f - Força de tração nas rodas dianteiras
 P_p - Potência da bomba hidráulica do sistema de acionamento (esterçamento) das rodas.
 P_r - Força de tração nas rodas traseiras.
Q - Vazão; carga no Veículo
 Q_b - Capacidade térmica das panelas (discos)
 R_i - Força de inércia de translação
 R_g - Força de resistência devido à inclinação da pista.
 R_r - Força de resistência ao rolamento
 R_{rf} - Força de resistência ao rolamento no eixo dianteiro.
 R_{rr} - Força de resistência ao rolamento no eixo traseiro.
S - Bitola; espaço de frenagem considerando-se o tempo de reação do motorista; força de reação lateral nos pneus.
 S^* - Localização na transversal do C.G. do veículo carregado.

- S_f - Força lateral nas rodas dianteiras
 S_q - Posição longitudinal do C.G. da carga
 S_r - Força lateral nas rodas traseiras.
 S_1 - Distância das rodas laterais esquerda ao C.G.
 S_2 - Distância das rodas laterais direita ao C.G.
 \bar{V} - Velocidade em mph.
 \bar{V}_f - Velocidade final (mph)
 \bar{V}_i - Velocidade inicial (mph)
 \bar{V}_m - Velocidade média (mph)
 \bar{V}_r - Velocidade do veículo com relação ao ar. (mph)
 V_{RS} - Velocidade da roda com relação ao solo (mph)
 W - Peso do veículo.
 W_b - Peso dinâmico durante uma frenagem
 W_{b_f} - Peso dinâmico nas rodas dianteiras.
 W_{b_r} - Peso dinâmico nas rodas traseiras.
 W_d - Peso dinâmico durante aceleração positiva.
 W_{d_f} - Peso dinâmico nas rodas dianteiras.
 W_{d_r} - Peso dinâmico nas rodas traseiras.
 W_f - Peso nas rodas dianteiras
 W_f' - Peso nas rodas dianteiras com o eixo traseiro elevado.
 W_r - Peso nas rodas traseiras
 W_1 - Peso nas rodas laterais esquerda.
 W_2 - Peso nas rodas laterais direita.
 a - Aceleração do veículo.
 a' - Medida do sistema de esterçamento.
 a_q - Aceleração da carga que se movimenta no veículo.
 b - Largura nominal do pneumático; desaceleração na frenagem; medida do sistema de esterçamento.
 b' - Medida do sistema de esterçamento.
 c - Calor específico.
 c_a - Coeficiente adimensional de resistência do ar

- 9
- d_p - Diâmetro do pistão
 d_r - Diâmetro da haste
 d_w - Diâmetro da direção do Veículo.
 f - Coeficiente de resistência ao rolamento
 f_o - Coeficiente básico
 f_s - Coeficiente que determina o efeito da pressão interna no pneumático.
 g - Aceleração da gravidade local
 m - Massa do veículo.
 n - Elevação do eixo traseiro.
 p_f - Pressão da bomba hidráulica
 r - Raio de pneumático.
 r_b - Raio efetivo da força de atrito no disco de freio.
 r_e - Raio de curvatura
 r_d - Deformação do pneu do veículo inclinado
 s - Deslocamento do pistão; distância de frenagem, porcentagem do escorregamento no rolamento.
 s_{min} - Espaço mínimo de frenagem.
 s_r - Espaço percorrido pelo veículo durante o tempo de reação do motorista.
 t - Tempo
 t_r - Tempo de reação do motorista.
 v - Velocidade de translação em (ft/seg).
 v_r - Velocidade relativa do veículo com o ar.
 v_{smin} - Velocidade mínima para o início do escorregamento.
 ω - Velocidade angular; fator de distribuição de peso.
 α - Aceleração angular.
 α_d - Aceleração angular no eixo das rodas.
- Ângulo do sistema de esterçamento, ângulo de inclinação do veículo.
 γ - Ângulo do sistema de esterçamento.

- γ_b - Fator adimensional que considera o efeito das partes rotativas na massa do veículo.
- ρ - Densidade do ar.
- μ - Coeficiente de atrito estático, coeficiente de adesão.
- μ_o - Máximo coeficiente de adesão.
- μ_s - Coeficiente de atrito no escorregamento.
- ξ - Relação de transmissão (mov. de entrada/saída)
- ξ_s - Relação de transmissão sobre o sistema de esterçamento.
- ξ_g - Relação de transmissão da caixa de direção.
- η - Eficiência da bomba hidráulica do sistema de esterçamento, eficiência do sistema de transmissão do veículo.
- η_g - Rendimento da caixa de direção.
- θ - Ângulo de inclinação do pino.
- ΔW_b - Transferência do peso dinâmico na frenagem.
- ψ - Ângulo de escorregamento.

CAPÍTULO I

SISTEMA DE REFERÊNCIA. DETERMINAÇÃO DO CENTRO DE GRAVIDADE (C.G.).

1.1. Sistema de referência (Oxyz).

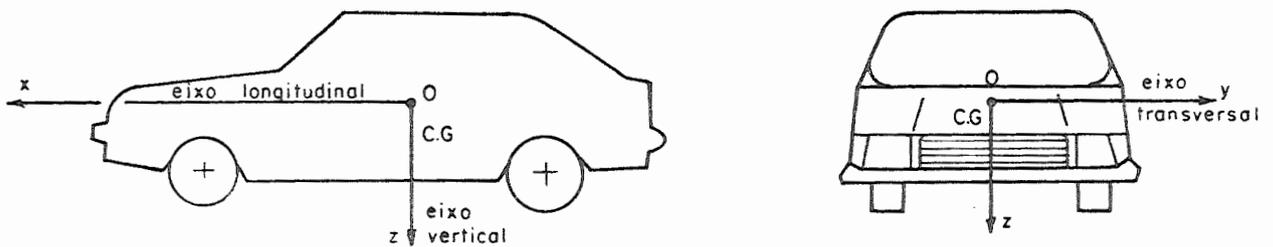


Fig. (1.1) - SISTEMA DE REFERÊNCIA $Oxyz$

O sistema de referência "Oxyz" é fixo no auto veículo tendo origem no C.G.

1.2. Determinação da Localização do C.G. no Sistema de Referência Oxyz.

A determinação da localização do C.G. nos auto veículos, é de grande importância na obtenção de suas características de desempenho e estabilidade. Alguns métodos serão mostrados a seguir:

a) POSICIONAMENTO DO C.G. NA DIREÇÃO LONGITUDINAL. Pode ser obtido pesando-se o veículo conforme fig (1.2).

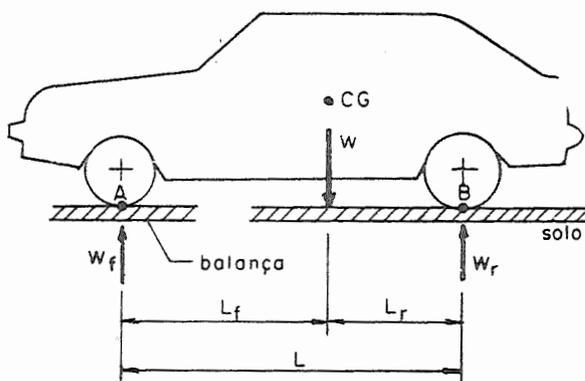


FIG. (1.2) - Posicionamento C.G. na Direção Longitudinal.

São conhecidos W e L .
Serão calculados L_f e L_r .
É medido W_f ou W_r ou ambos.

$$W_r = W - W_f \quad (1.1)$$

Somatória dos momentos em torno de "A".

$$L_f = \frac{W_r \cdot L}{W} \quad (1.2)$$

Somatória dos momentos em torno de "B".

$$L_r = \frac{W_f \cdot L}{W} \quad (1.3)$$

b) POSICIONAMENTO DO C.G. NA DIREÇÃO TRANSVERSAL. Pode ser obtido pesando-se o veículo conforme a figura (1.3).

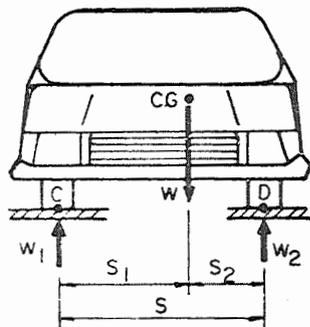


FIG. (1.3) - Posicionamento do C.G. na Direção Transversal.

São conhecidos W e S .
Serão medidos W_1 , W_2 ou ambos.
Serão calculados S_1 e S_2 .

Fazendo-se somatória dos momentos em torno do ponto "C" temos:

$$S_1 = \frac{W_2 \cdot S}{W} \quad (1.4)$$

Somatória dos momentos em torno de "D" temos:

$$S_2 = \frac{w_1 \cdot S}{w} \quad (1.5)$$

Somando S_1 e S_2 obtidos através de (1.4) e (1.5) e comparando com "S", podemos ter uma idéia da acuracidade das medidas.

c) POSICIONAMENTO DO C.G. NA VERTICAL (altura "H"). Esta medida é mais difícil de ser obtida que as demais. Os principais métodos são descritos a seguir:

C.1) Inclinação Lateral do Veículo (fig. 1.4)

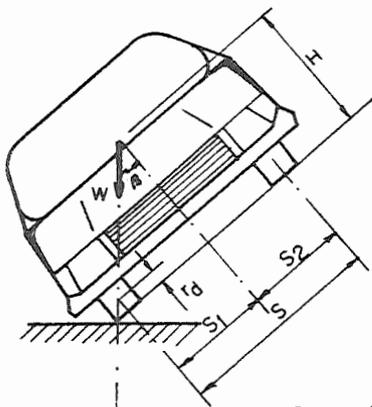


FIG. (1.4) - Posição Inclinada de Equilíbrio.

- O veículo é inclinado até se obter a posição de equilíbrio representada na figura (1.4).
- " S_1 " deve ser conhecido, podendo-se determiná-lo pelo ítem "b" descrito anteriormente.
- " r_d " é a deformação sofrida pelo pneu que deve ser avaliada.
- Para melhorar as condições do ensaio, deve-se aumentar ao máximo possível a pressão dos pneus e travar as molas da suspensão para que estas não se deformem.

$$H = \frac{S_1}{\tan \beta} + r_d \quad (1.6)$$

Limitação do método: a linha reta que une os

contatos do pneu dianteiro e traseiro com o solo, deve ser paralela ao eixo longitudinal do veículo.

A acuracidade do método é questionável, devido as deformações dos pneus (r_d) e da dificuldade na medida do ângulo " β ".

C.2. Pesando-se o Veículo com um dos Eixos Elevado: (fig. 1.5)

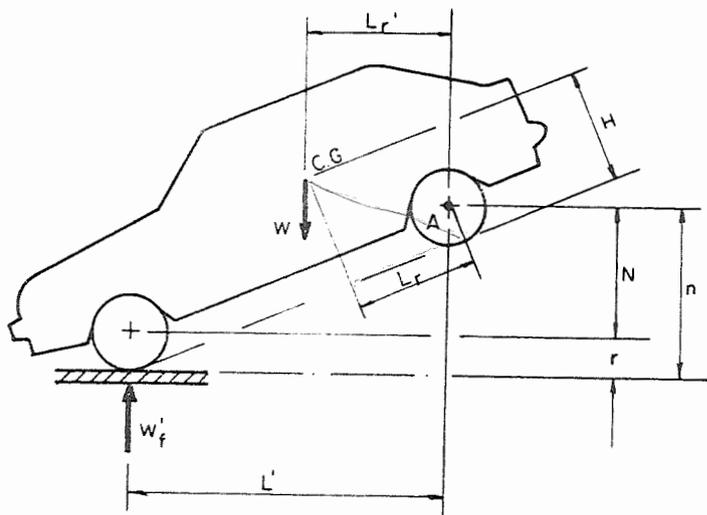


FIG. (1.5) - Veículo com um dos Eixos Elevado.

- Este método requer a medida de W_f' com o veículo inclinado de uma quantidade "n" qualquer.
- O ângulo de inclinação deve ser medido acuradamente, geralmente pela determinação de uma ou ambas as distâncias L' e n .
- As molas da suspensão devem ser travadas e a localização do C.G. na direção longitudinal L_r conhecida.
- Fazendo-se a somatória dos momentos em torno de "A" temos:

$$L_r' = \frac{W_f' \cdot L'}{W} \quad (1.7)$$

mos : Sendo $L'^2 = L^2 - N^2$ e substituindo em (1.7) te

$$L_r' = \frac{W_f'}{W} \cdot \sqrt{L^2 - N^2}, \text{ onde} \quad (1.8)$$

$$N = n - r . \quad (1.9)$$

Este método pode ser usado independentemente dos arranjos das rodas. No item C.3 -, ele será desenvolvido para um caso geral.

C.3 - Para um Caso Geral - Obtenção da Altura "H" quando o Diâmetro das Rodas Dianteira e Traseira forem Diferentes:

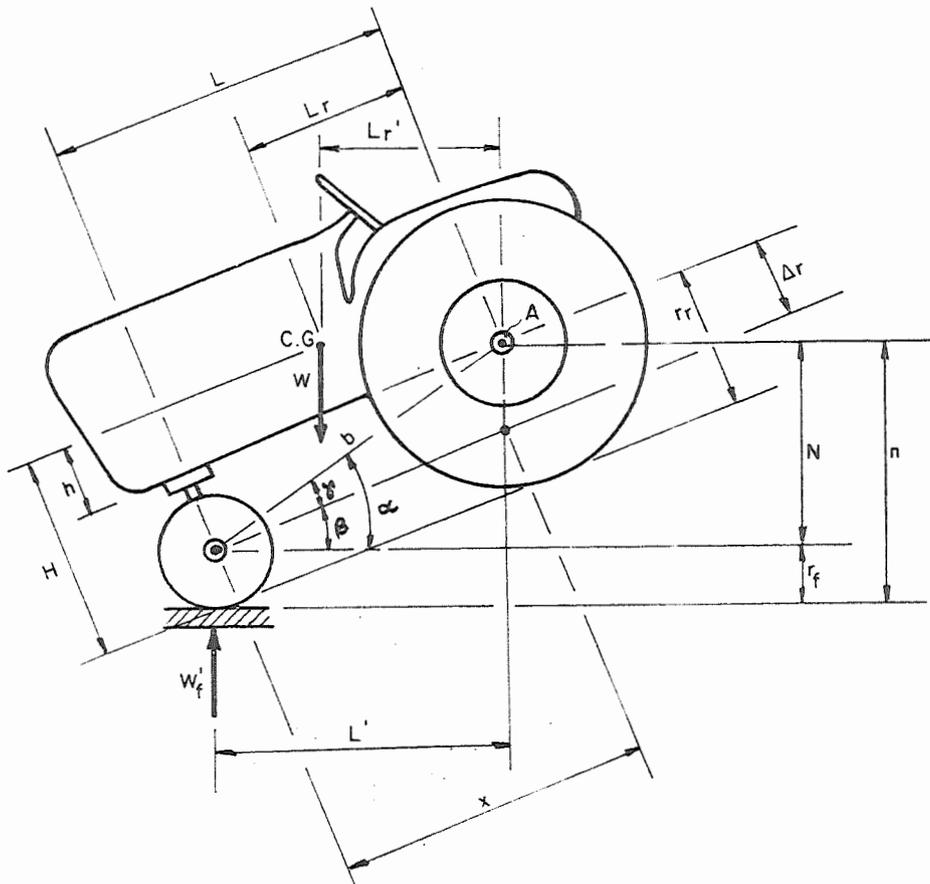


FIG. (1.6) - CASO GERAL

Obtido L'_r , a altura do C.G. é facilmente obtida através do desenho da figura (1.6). (L_r conhecido previamente)

Fazendo-se a somatória dos momentos em torno de "A" temos: (veja figura (1.6)).

$$W'_f \cdot L' = W \cdot L'_R$$

$$\therefore L'_R = \frac{W'_f \cdot L'}{W} \quad (1.10)$$

Da figura (1.7) podemos tirar as seguintes relações:

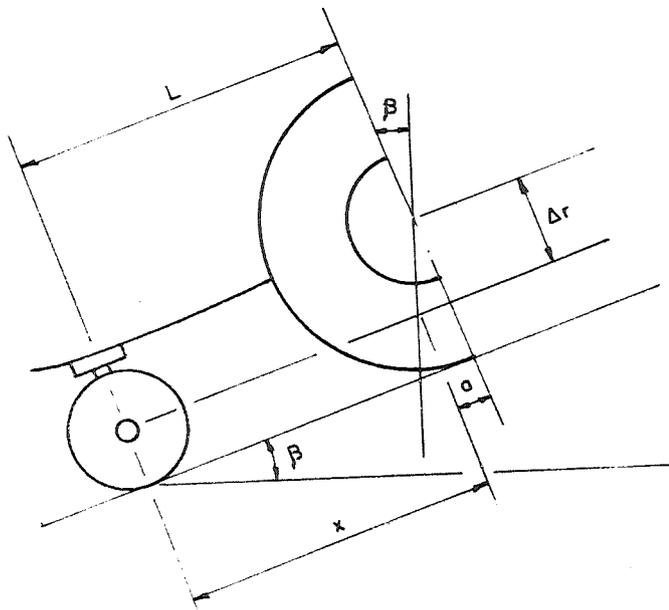


FIG. (1.7)

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{a}{\Delta r} \quad (1.11)$$

$$\therefore a = \Delta r \cdot \operatorname{tg} \beta ;$$

$$x = L - a = L - \Delta r \cdot \operatorname{tg} \beta ;$$

$$L' = x \cdot \cos \beta$$

$$\therefore L' = (L - \Delta r \cdot \operatorname{tg} \beta) \cdot \cos \beta \quad (1.12)$$

Da figura (1.8) temos:

$$L'_R = L_R \cdot \cos \beta + h \cdot \operatorname{sen} \beta \quad (1.13)$$

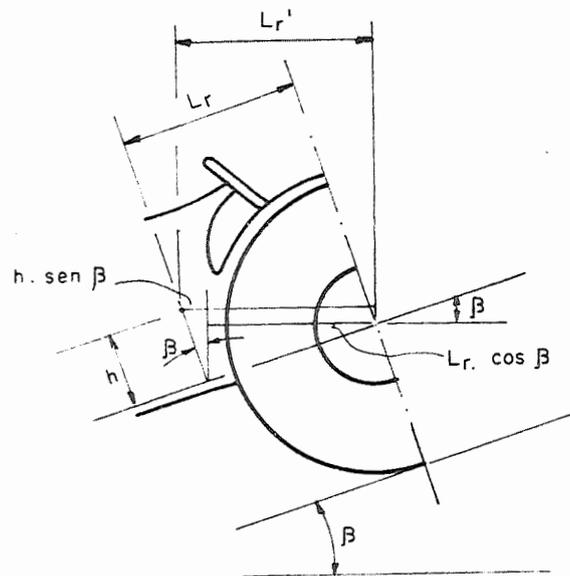


FIGURA (1.8)

Dividindo as expressões (1.13) e (1.12) por $\cos\beta$ temos:

$$\frac{L_r'}{\cos\beta} = L_r + h \cdot \operatorname{tg}\beta \quad (1.14)$$

$$\frac{L_r'}{\cos\beta} = L - \Delta r \cdot \operatorname{tg}\beta \quad (1.15)$$

Substituindo (1.14) e (1.15) em (1.10) temos:

$$(L_r + h \cdot \operatorname{tg}\beta) \cdot \cos\beta = \frac{W_f'}{W} \cdot (L - \Delta r \cdot \operatorname{tg}\beta) \cdot \cos\beta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W \cdot (L_r + h \cdot \operatorname{tg}\beta) = W_f' \cdot L - W_f' \cdot \Delta r \cdot \operatorname{tg}\beta \quad (1.16)$$

Substituindo (1.3) em (1.16) temos:

$$W_f' \cdot L - W_f' \cdot \Delta r \cdot \operatorname{tg}\beta = W_f \cdot L + W \cdot h \cdot \operatorname{tg}\beta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = \frac{W_f' \cdot L - W_f' \cdot \Delta r \cdot \operatorname{tg}\beta - W_f \cdot L}{W \cdot \operatorname{tg}\beta}, \text{ ou}$$

$$h = \frac{L \cdot (W'_f - W_f)}{W \cdot \operatorname{tg}\beta} - \frac{W'_f \cdot \Delta r}{W} \quad (1.17)$$

Devido a dificuldade na medida do ângulo "β", é mais fácil de se fazer:

$$\beta = \alpha - \gamma \quad (1.18)$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{N}{L'} \quad (1.19)$$

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{\Delta r}{L} \quad (1.20)$$

Da expressão (1.18) podemos escrever:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}\beta &= \operatorname{tg}(\alpha - \gamma) = \frac{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\gamma}{1 + \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\gamma} = \frac{\frac{N}{L'} - \frac{\Delta r}{L}}{1 + \frac{N \cdot \Delta r}{L \cdot L'}} = \\ &= \frac{\frac{L \cdot N - L' \cdot \Delta r}{L \cdot L'}}{\frac{L \cdot L' + N \cdot \Delta r}{L \cdot L'}} \implies \operatorname{tg}\beta = \frac{L \cdot N - L' \cdot \Delta r}{L \cdot L' + N \cdot \Delta r} \quad (1.21) \end{aligned}$$

Finalizando, a altura do C.G. com relação ao solo será:

$$H = r_r + h = r_r + \frac{(L \cdot L' + N \cdot \Delta r)}{(L \cdot N - L' \cdot \Delta r)} \cdot L$$

$$\cdot \frac{(W'_f - W_f)}{W} - \frac{W'_f \cdot \Delta r}{W} \quad (1.22)$$

onde L' pode ser calculado por:

$$\begin{aligned} L'^2 &= b^2 - N^2 \\ &e \\ b^2 &= L^2 + \Delta r^2 \implies \end{aligned}$$

$$\Rightarrow L'^2 = L^2 + \Delta r^2 - N^2 \quad (1.23)$$

Para veículos que tenham o mesmo diâmetro para as rodas dianteira e traseira, a expressão (1.22) ficará:

$$p/ \Delta r = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow H = r + \frac{L \cdot L'}{N} \cdot \frac{(W'_f - W_f)}{W} \quad (1.24)$$

Substituindo (1.23) em (1.24) temos:

$$H = r + \frac{(W'_f - W_f) \cdot L \cdot \sqrt{L^2 - N^2}}{W \cdot N} \quad (1.25)$$

1.3. Determinação da Posição do C.G. para um Veículo Carregado: (Veja Figura (1.9))

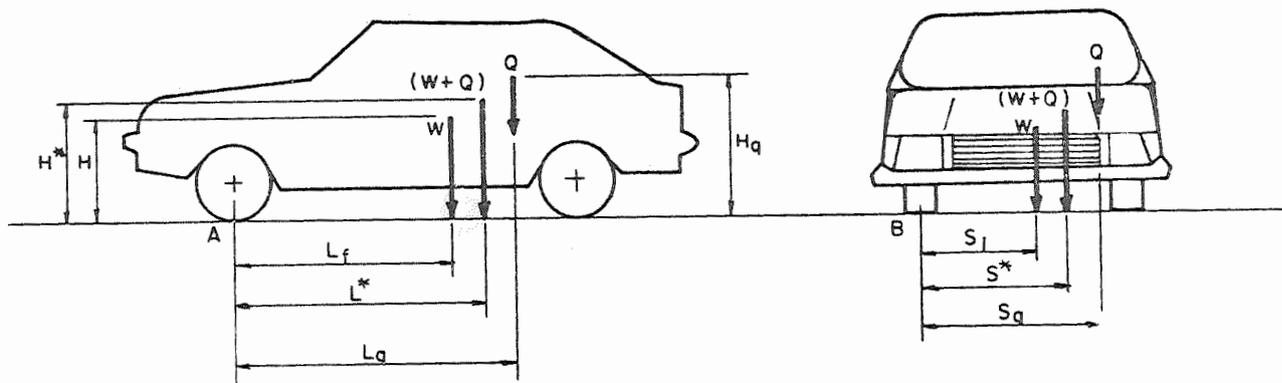


FIG. (1.9) - Veículo Carregado

OBS: H , L_f e S_1 devem ser determinados pelos métodos anteriores (1.2)

Fazendo a somatória dos momentos em torno de "A", (figura (1.9)), temos:

$$W \cdot L_f + Q \cdot L_q = (W + Q) \cdot L^* \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L^* = \frac{W \cdot L_f + Q \cdot L_q}{W + Q}$$

Para vários carregamentos temos:

$$L^* = \frac{W \cdot F_f + \Sigma Q \cdot L_q}{W + \Sigma Q} \quad (1.26)$$

(1.9)) Comatória dos momentos em torno de "B" (figura-

$$W \cdot S_1 + Q \cdot S_q = (W + Q) \cdot S^* \implies$$

$$\implies S^* = \frac{W \cdot S_1 + Q \cdot S_q}{W + Q}$$

Para vários carregamentos temos:

$$S^* = \frac{W \cdot S_1 + \Sigma Q \cdot S_q}{W + \Sigma Q} \quad (1.27)$$

Analogamente aos anteriores podemos obter a relação:

$$H^* = \frac{W \cdot H + \Sigma Q \cdot H_q}{W + \Sigma Q} \quad (1.28)$$

EXERCÍCIOS

01. Calcular a posição do C.G. de um carro de passageiros com as seguintes especificações:

- Bitola dianteira e traseira 1,30 m
- Distância entre eixos 2,395 m
- Peso 850 Kg
- Raio das rodas (pneumáticos) $r = 0,28$ m

Foi feito o ensaio a seguir medindo-se os seguintes valores: (figs (1.10a) e (1.10b))

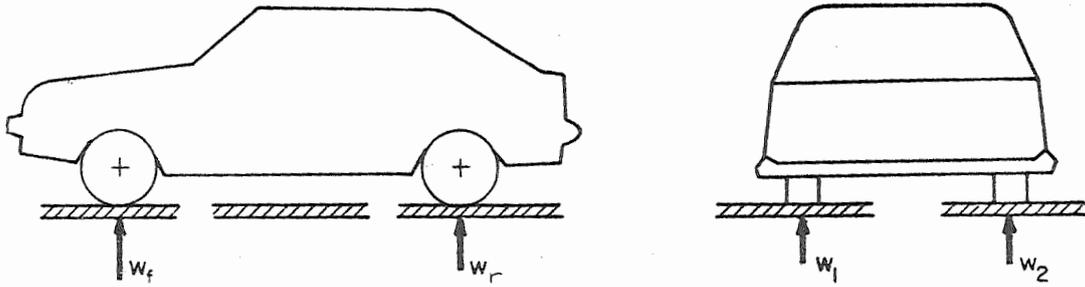


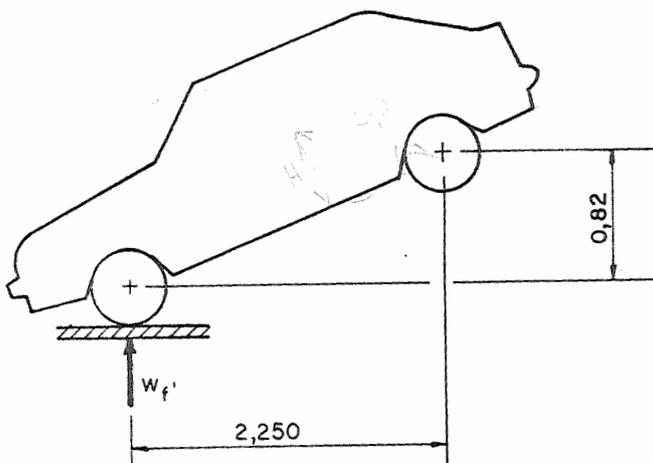
FIGURA (1.10a.)

$W_f = 510 \text{ Kg}$

$W_1 = 435 \text{ Kg}$

$W_r = 340 \text{ Kg}$

$W_2 = 415 \text{ Kg}$

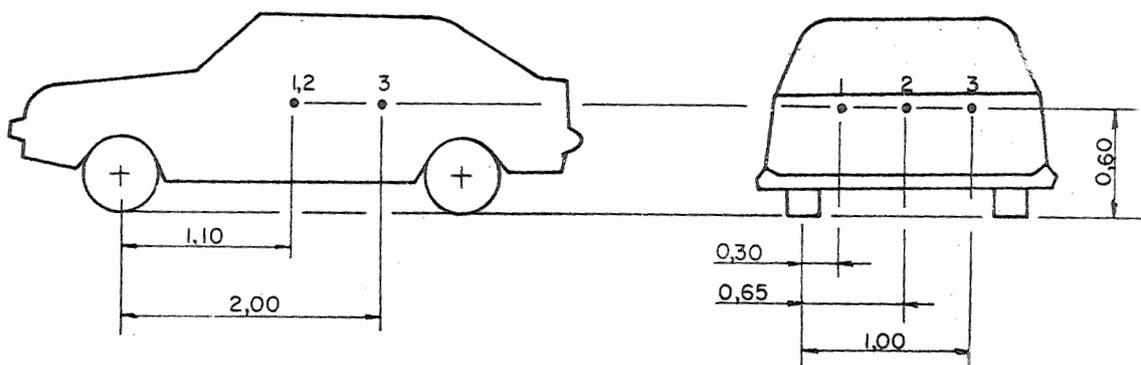


$W_f' = 650 \text{ Kg}$

FIGURA (1.10b.)

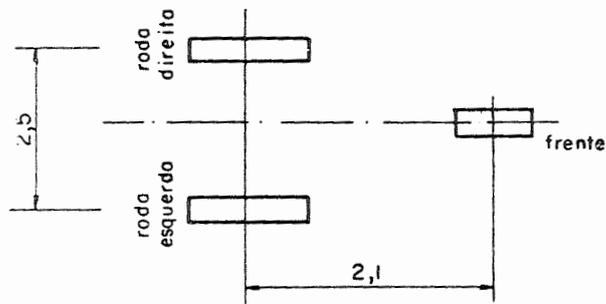
Para o mesmo veículo, determinar a nova posição do C.G com o seguinte carregamento:

- 1 passageiro no banco traseiro 90 Kg (3)
 - 2 passageiros no banco dianteiro
 - . motorista 75 Kg (1)
 - . acompanhante 40 Kg (2)
- (Veja figura 1.11)

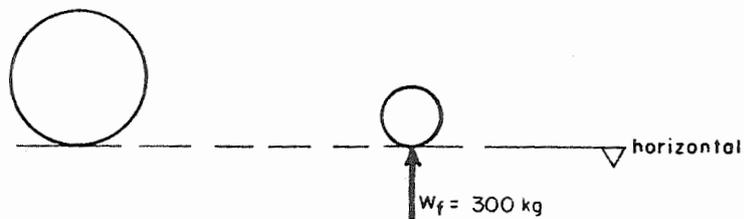


02. Calcular a posição do C.G. de um trator de 3 rodas com as seguintes especificações:

- Bitola traseira - 2,5 m
- Distância entre eixos - 2,1 m
- Peso 700 Kg
- Raio de rodas - traseira 0,85 m; dianteira 0,30 m



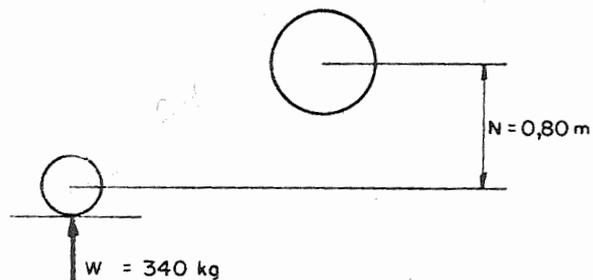
Foi feito um ensaio obtendo-se as seguintes medidas:



$$W_r \text{ (roda esquerda)} = 220 \text{ Kg}$$

$$W_r \text{ (roda direita)} = 180 \text{ Kg}$$

Veículo com o eixo traseiro elevado



CAPÍTULO II

ESTUDO DO MOVIMENTO DAS RODAS

Forças de tração nos veículos de transporte primitivos, como a carroça de exemplo, foram externamente aplicadas. Nos veículos rebocados, a roda servia admiravelmente ao propósito fundamental: dar suporte à estrutura do corpo e reduzir o coeficiente de atrito ao movimento, tornando-o mais fácil.

Nos veículos auto-propelidos, necessita-se de certas características adicionais no rolamento das rodas. É necessário transformar um torque originado dentro do veículo, em uma força de tração e, ao mesmo tempo, resistir à grandes forças laterais, permitindo o controle direcional efetivo do veículo de dentro do mesmo. Isto é conseguido, com um alto coeficiente de atrito estático (coeficiente de adesão) entre o solo e a roda.

Pela experiência, os movimentos das rodas podem ser de duas maneiras:

a. **ROLAMENTO:** Movimento progressivo de um corpo cilíndrico, no qual os pontos em contato instantâneo da roda e solo, não tem movimentos relativos entre si. Neste caso, a velocidade linear do centro da roda com relação ao solo, é igual a velocidade periférica ou tangencial. Sendo, V_{RS} a velocidade da roda com relação ao solo, e ω a velocidade angular da roda; neste caso, podemos escrever que $V_{RS} = \omega \cdot r$, como mostra a figura (2.1).

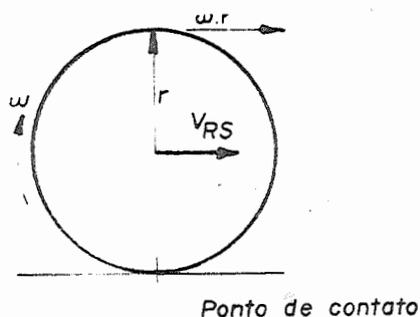


FIGURA (2.1) - MOVIMENTO DE ROLAMENTO

b. ESCORREGAMENTO: Quando há movimento relativo entre os pontos em contato, implicando que

$$V_{RS} \neq \omega \cdot r$$

Ainda que a função primária da roda seja reduzir o atrito ao movimento, a existência do rolamento depende da presença de altos coeficientes de atrito estático.

Uma pergunta importante pode agora ser feita: Qual é a condição física para que ocorra o movimento de rolamento?

R - A condição necessária para que haja o movimento de rolamento, é que a força transmitida ao solo. [Veja figura (2.2)], seja menor ou no máximo igual a $(W \cdot \mu_0)$, onde μ_0 é o valor máximo do coeficiente de atrito estático das superfícies em contato, e W o peso efetivo sobre o eixo da roda.

Se F_{RS} exceder $W \cdot \mu_0$, o movimento de rolamento não pode ocorrer, iniciando-se o processo de escorregamento.

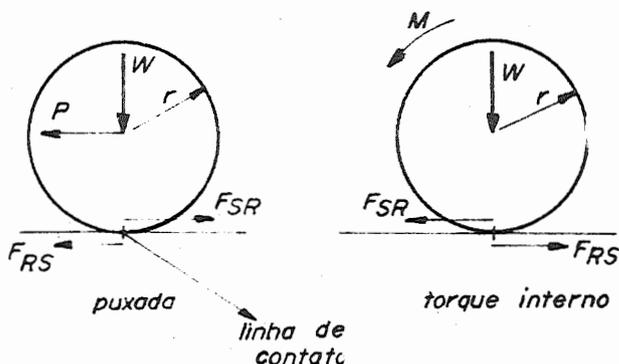


FIG. (2.2) - RODA ROLANDO

$$F_{RS} \leq \mu_0 \cdot W$$

- M - Torque gerado internamente
- P - Força de reboque.

Em resumo, podem ser previstas as condições limitantes de desempenho e estabilidade dos autoveículos, através do conhecimento prévio dos coeficientes de adesão das rodas com os diversos tipos de solos ou pavimentos, onde eles serão utilizados.

As rodas podem ser classificadas como "rígidas" ou "elásticas". Os solos ou pavimentos como "rígidos", "elásticos"

ou "plásticos".

1. RODAS RÍGIDAS

Roda rígida é aquela que não apresenta deformação na região de contato com a outra superfície, ou quando esta deformação é tão pequena que pode se desconsiderada pelo engenheiro. O mesmo pode ser dito sobre o solo ou pavimento rígido.

O par roda rígida com solo rígido, apresenta apenas uma linha de contato, como mostra a figura (2.2).

Para a roda rígida em contato com um solo rígido, é válida a definição de movimento de rolamento e de escorregamento visto nos itens "a" e "b".

RODA RÍGIDA x SOLO PLÁSTICO

Vamos considerar agora o caso de uma roda rígida rolando sobre uma superfície que apresenta uma deformação plástica, como é mostrada na figura (2.3).

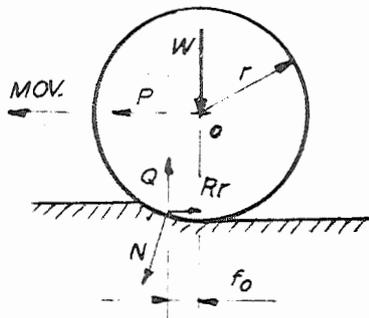


FIG. (2.3) - RODA RÍGIDA x SOLO PLÁSTICO

Handwritten notes:
 $Q \cdot fo = R_r \cdot r$
 $W \cdot fo = R_r \cdot r$
 $R_r = \frac{W \cdot fo}{r}$
 $Q = \frac{W \cdot fo}{r}$

A energia envolvida no trabalho de recalque do solo, pode ser traduzida através de uma força de resistência ao rolamento na roda.

Esta força contrária ao movimento de rolamento, está intimamente relacionada com as deformações elástica, plástica ou ambas da roda e do solo ou de ambos.

Da figura (2.3), num movimento uniforme e reti

líneo temos:

$$P = R_r \quad (2.1)$$

$$Q = W. \quad (2.2)$$

Fazendo a somatória dos torques em torno do ponto "O" temos:

$$Q \cdot f_o = R_r \cdot r \quad (2.3)$$

Substituindo (2.2) em (2.3) \Rightarrow

$$\Rightarrow W \cdot f_o = R_r \cdot r \Rightarrow \quad (2.4)$$

$$\Rightarrow R_r = W \cdot \frac{f_o}{r} \quad (2.5)$$

O fator de proporcionalidade f_o/r entre a força de resistência ao avanço da roda, e a força efetiva W sobre o eixo da mesma, pode ser definido como um coeficiente de resistência ao rolamento. Este coeficiente é determinado pela natureza dos materiais em contato, sendo também definido para as rodas elásticas e os demais tipos de solos e pavimentos. O conhecimento prévio do coeficiente de resistência ao rolamento entre as rodas e os diversos tipos de solos, permite o cálculo da força de resistência ao movimento, que será imposta ao veículo, possibilitando a previsão das suas características de desempenho.

FORÇA DE RESISTÊNCIA NO ESCORREGAMENTO

No escorregamento total $\omega = 0$. A roda escorrega sobre o pavimento (figura 2.4.)

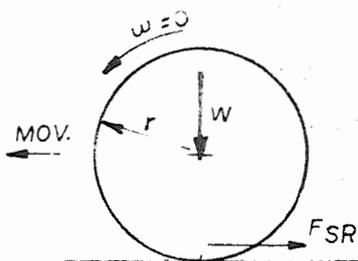


FIG. (2.4) - RODA ESCORREGANDO

A Força de Resistência F_{SR} pode ser calculada através do coeficiente de atrito no escorregamento " μ_s " da seguinte forma:

$$F_{SR} = \mu_s \cdot W$$

b) RODAS ELÁSTICAS

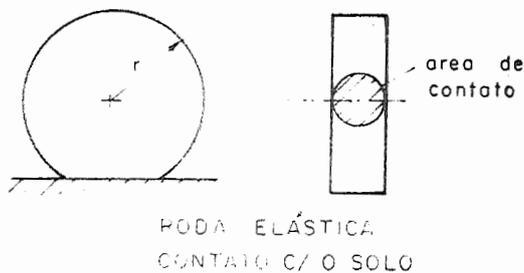


FIG. (2.5) - PNEUMÁTICO NO ASFALTO

As propriedades de uma roda elástica, tal como um pneumático, não seguem exatamente as leis gerais de atrito e rolamento desenvolvidas para as rodas rígidas. A principal diferença é no contato com o solo, tendo-se relativamente uma grande área de contato, como mostra a figura (2.5).

A distribuição de pressão na área de contato do pneumático com o solo, para diferentes tipos de carregamentos, pode ser vista na figura (2.6).

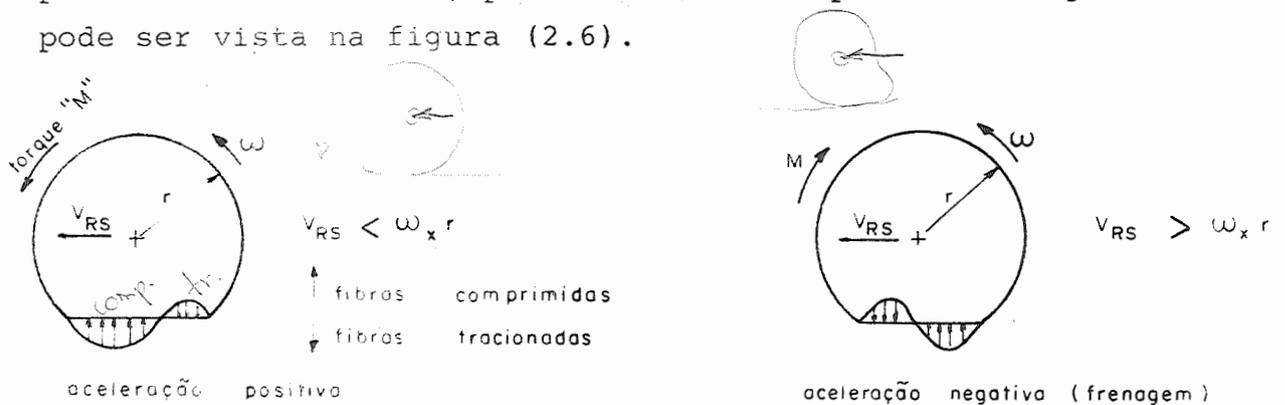


FIGURA (2.6) - DISTRIBUIÇÃO DE PRESSÃO NA ÁREA DE CONTATO

Quando as fibras comprimidas se expandem, elas escorregam sobre a superfície do solo, originando um "escorregamento parcial".

Podemos concluir que todo torque (força) transmitido ao solo por uma roda elástica, resulta num escorregamen

to parcial da mesma e vice-versa. Verifica-se experimentalmente que a máxima transferência de força para o solo, através de um pneumático, se faz quando a porcentagem do escorregamento com relação ao rolamento é de 10% a 20%.

Para enfatizar as características particulares de uma roda elástica, o coeficiente de atrito passa a se chamar "coeficiente de adesão μ ".

Um exemplo para ilustrar o mecanismo das forças num pneumático, é mostrado a seguir na figura (2.7):

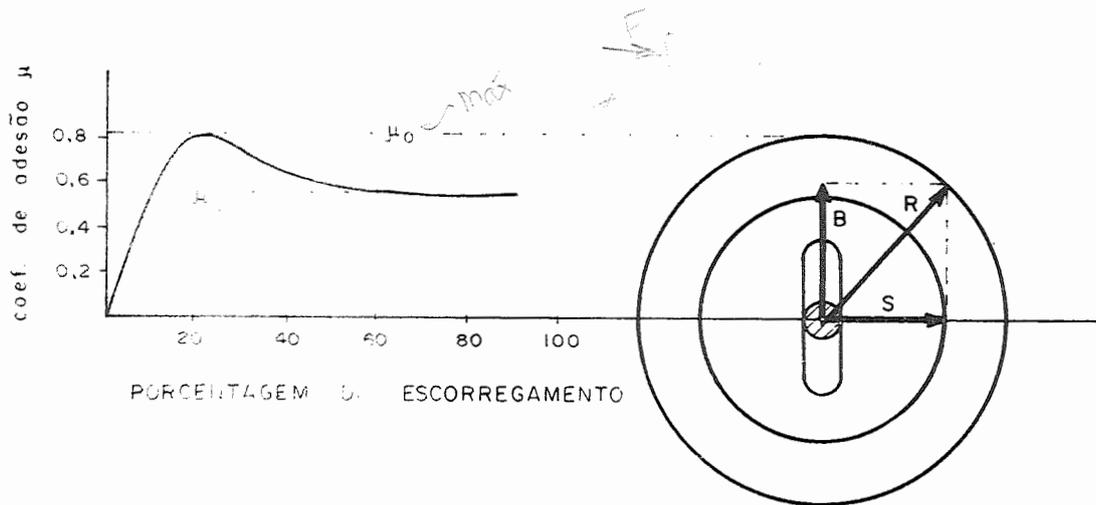


FIG. (2.7) - EXEMPLO DO MECANISMO DE FORÇAS NUM PNEUMÁTICO

O veículo se encontra numa curva sofrendo uma frenagem. Numa de suas rodas, representada na figura (2.7), atuam a força de frenagem "B", tangente à curva, e uma força lateral "S" responsável pelo próprio movimento curvelíneo do veículo. A resultante delas é vista na figura (2.7) pelo vetor "R". A condição para que haja o movimento de rolamento na roda é $R \leq \mu_0 \cdot W$. Se R ultrapassar $\mu_0 \cdot W$, ocorrerá uma condição de instabilidade com " μ " indo rapidamente a " μ_s " desaparecendo "S".

COEFICIENTES DE ADESÃO

Valores do coeficiente de adesão são difíceis de serem obtidos devido às muitas variáveis envolvidas no processo, que por sua vez, são difíceis de serem controladas individualmente.

A tabela (2.1) da valores de referência para

" μ_0 ".

PRINCIPAIS FATORES QUE INFLUEM NO COEFICIENTE DE ADESÃO:

1. *Materiais em contato* : É um fator de grande importância como mostra a tabela (2.1).

FACES DE BORRACHA COM	μ_0	μ_s
ASFALTO OU CONCRETO (seco)	0,8 - 0,9	0,75
CONCRETO (molhado)	0,8	0,7
ASFALTO (molhado)	0,5 - 0,7	0,45 - 0,6
PEDRISCOS	0,6	0,55
ESTRADA DE TERRA (seca)	0,68	0,65
ESTRADA DE TERRA (molhada)	0,55	0,4 - 0,5
NEVE	0,2	0,15
GELO	0,1	0,07

TABELA 2.1. - COEFICIENTES DE ADESÃO

2. *Condições das faces em contato*

2.1. *Características do pneumático*: O principal fator é a Elasticidade do pneumático que é função da elasticidade da borracha, pressão do ar interno, rigidez estrutural e forma da banda de rodagem.

Algumas tendências são observadas:

- borracha mais elástica na banda de rodagem fornece maiores força de tração.
- maior rigidez da estrutura do pneu, implica numa maior capacidade às forças laterais nas curvas e melhor estabilidade.
- riscos finos geralmente implica tração maior

em solos duros.

- grande profundidade dos riscos proporciona maior tração na lama e neve.
- Um fato importante de se observar, é que geralmente um aumento na força de tração através da utilização de borracha mais flexível na banda de rodagem, acarreta um aumento relativo no desgaste do pneumático. A solução prática é o compromisso entre as duas tendências.

4. *Velocidade*: Com o aumento da velocidade se verifica um pequeno decréscimo no valor de μ .

CÁLCULO DA PORCENTAGEM DO ESCORREGAMENTO COM RELAÇÃO AO ROLAMENTO:

$$s = \left(\frac{V - \omega \cdot r}{V} \right) \times 100 \text{ quando } V > \omega \cdot r \quad (2.7)$$

$$s = \left(\frac{\omega \cdot r - V}{V} \right) \times 100 \text{ quando } \omega \cdot r > V$$

FORÇA DE RESISTÊNCIA AO ROLAMENTO NOS PNEUMÁTICOS:

Fazendo-se uma analogia com a roda rígida, $R_r = W \cdot f$ onde "f" é uma função complicada do raio da roda e dos materiais em contato.

DIRECIONABILIDADE DOS AUTOVEÍCULOS x CARACTERÍSTICAS DAS RODAS ELÁSTICAS

A direcionabilidade é a habilidade das rodas elásticas suportarem forças laterais provocadas por efeitos centrífugos, ventos laterais, pistas inclinadas, etc.

Forças Laterais nos Pneumáticos:

O rolamento das rodas é obviamente possível somente no seu plano longitudinal. Se sob a ação de forças externas, como mostra a figura (2.8), a direção do movimento de uma roda é forçada a desviar-se da direção de rolamento puro; o pneumático reage com uma força de reação lateral de atrito "S".

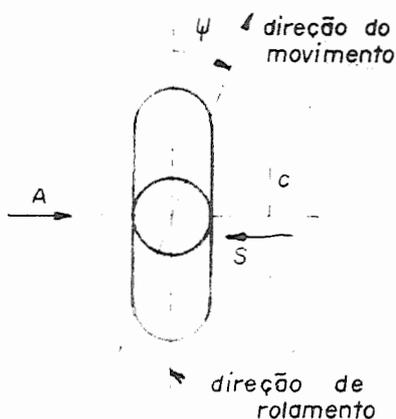


FIGURA (2.8) - FORÇAS LATERAIS

Onde:

- ψ - Ângulo de escorregamento
- A - Força lateral externa
- S - Força de reação do pneumático.

Numa curva, a direção do rolamento puro deve diferir da direção do movimento instantâneo, de uma quantidade tal que a força lateral de atrito seja igual à força centrífuga do movimento circular. Isto pode ser visto na figura (2.9)

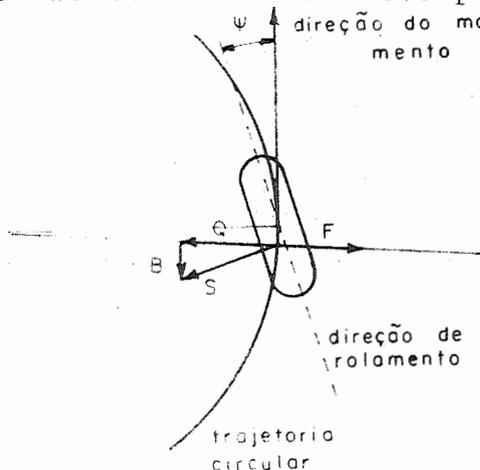


FIGURA (2.9) - RODA NUMA CURVA

Sendo:

- F - Força centrífuga
- Q - Componente de S na direção do centro da curva
- B - Força adicional de resistência ao movimento

S - Força lateral de reação do pneumático

É de importância que o ponto de aplicação de "S" esteja atrás da projeção do centro da roda sobre o solo, produzindo um torque com a tendência de diminuir o ângulo ψ . Este chama-se "Torque auto-alinhante".

Principais Fatores que Influem na Força Lateral

1. Ângulo de Escorregamento:

A figura (2.10) exemplifica a variação da força lateral num pneumático, em função do ângulo de escorregamento ψ .

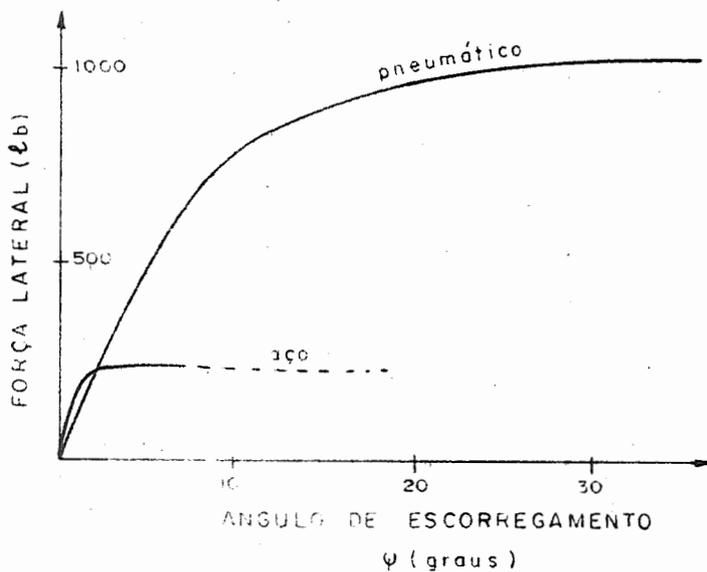


FIGURA (2.10) -
FORÇA LATERAL

Algumas observações:

- A função é praticamente linear até uns 5° de ψ .
- Para efeito de comparações, é definido um fator chamado "Cornering Power", sendo a relação entre a força lateral pelo ângulo de escorregamento CP [lb/o]

2. Carga Radial

A figura (2.11) mostra uma relação típica entre a força lateral e a porcentagem da carga nominal num pneumático.

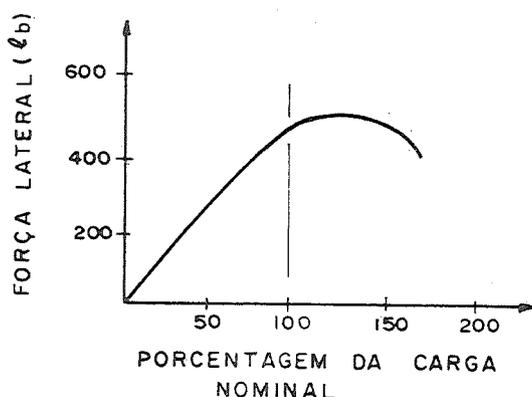


FIGURA (2.11) - RELAÇÃO ENTRE FORÇA LATERAL E CARGA NOMINAL NUM PNEUMÁTICO.

Como a força lateral é basicamente uma força de atrito, ela é proporcional, até por volta de 100% da carga nominal do pneumático, à força radial aplicada no eixo da roda. Acima de 100% há uma perda de eficiência do pneumático.

Para o propósito de comparações, definiremos um fator combinado chamado "Cornering Coefficient", sendo o "power cornering" por unidade de carga

$$CC = \left[\frac{lb/o}{lb} \right]$$

3. Pressão Interna dos Pneumáticos

A figura (2.12) mostra uma relação típica entre o "CP" e a porcentagem da pressão nominal dos pneumáticos.

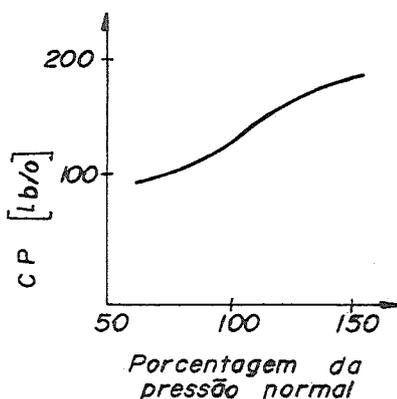


FIGURA (2.12) - CP x PORCENTAGEM DA PRESSÃO NOMINAL NUM PNEUMÁTICO.

Um aumento na pressão interna do pneumático leva geralmente num aumento do CP, melhorando conseqüentemente as características de dirigibilidade.

OBS: Um aumento da pressão acima da nominal do pneumático, pode comprometer a sua estrutura.

4. Velocidade

Observa-se que as forças laterais variam pouco com a velocidade.

TORQUE AUTO-ALINHANTE

O torque auto-alinhante, como já definido anteriormente, é um resultado das forças laterais nos pneumáticos, sempre com a tendência de reduzir o ângulo de escorregamento ψ .

Muitos são os fatores que influenciam no torque auto-alinhante. Alguns deles serão discutidos a seguir:

A pressão interna do pneumático e a carga radial, tem efeitos sobre o torque auto-alinhante, pois, modificam a área de contato do pneumático com o solo.

A figura (2.13) mostra uma relação típica entre o torque auto-alinhante e o ângulo de escorregamento, em função da porcentagem da carga e pressão nominal.

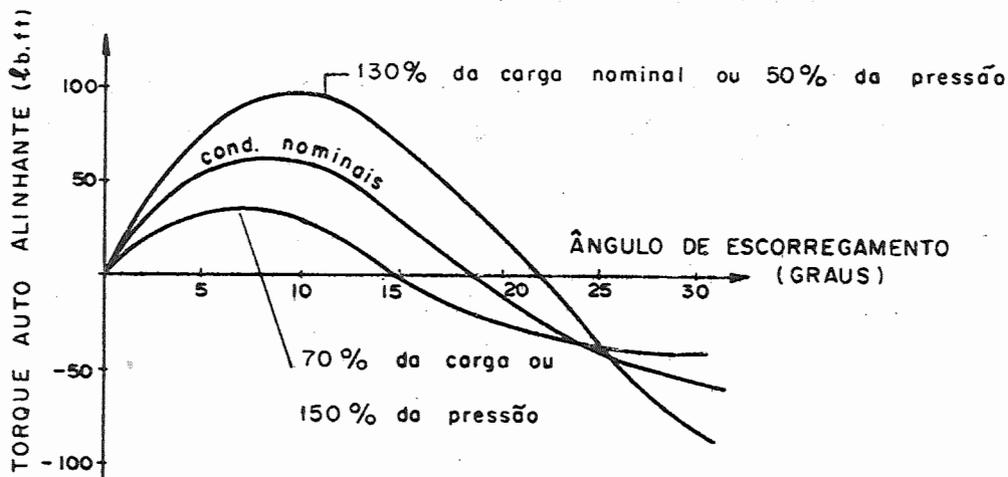


FIGURA (2.13) - TORQUE AUTO-ALINHANTE \times ψ .

A orientação da roda com relação ao solo, é um fator a ser considerado no torque auto-alinhante.

A orientação da roda com relação ao solo, pode ser definida através dos ângulos mostrados na figura (2.14).

Estes ângulos serão discutidos a seguir:

- TOE-IN - É um ângulo de escorregamento que provoca forças laterais e como consequência uma pré-tensão na suspensão, servindo para absorver choques laterais e diminuir as trepidações nas rodas (shimmy). Faixa de utilização 0 a 6mm, usual 3 mm.

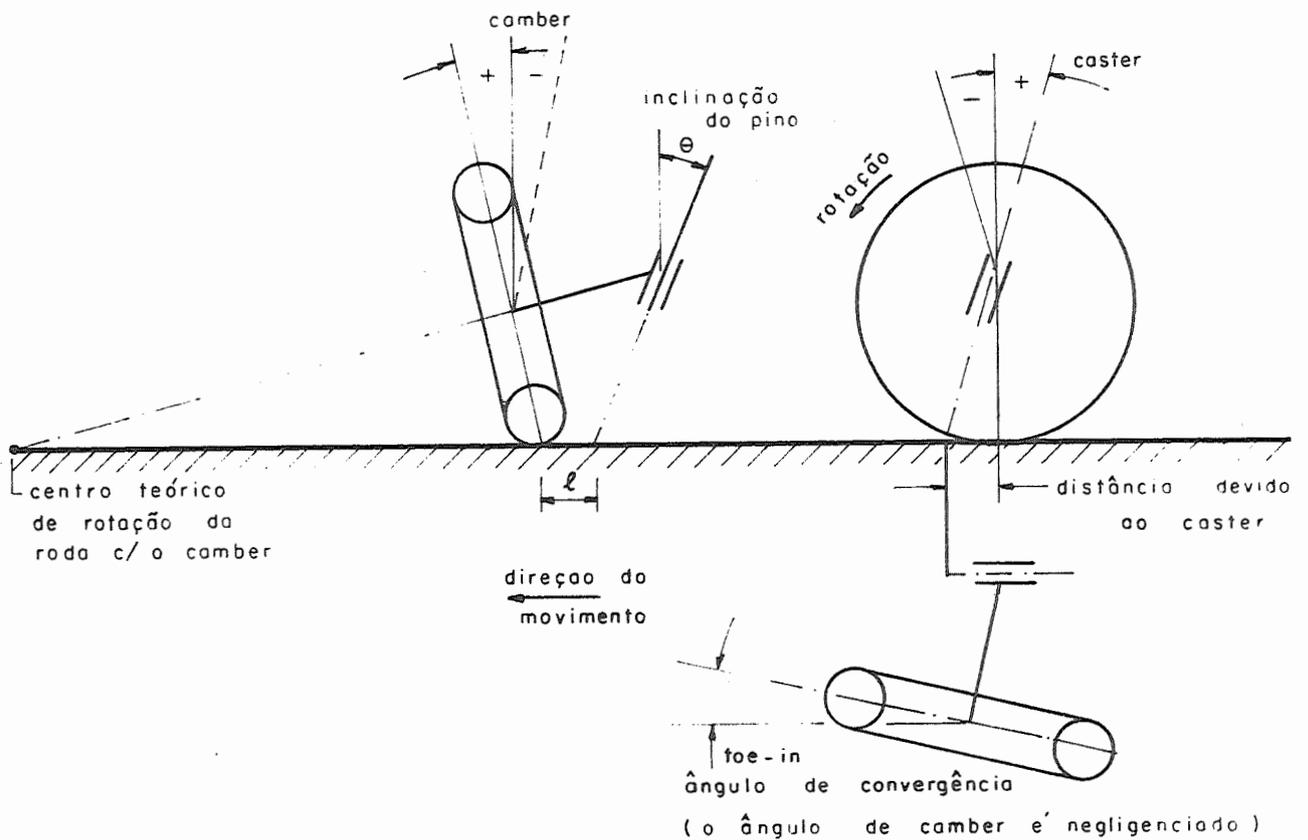


FIGURA (2.14) - ORIENTAÇÃO DA RODA COM O SOLO.

CAMBER - São várias e controvertidas as opiniões da magnitude deste ângulo. Seu propósito é proporcionar pressões axiais nos mancais e variar a distância "e" que está intimamente relacionada com o torque auto-alinhante, o que será visto mais à frente neste estudo. Faixa de Utilização ($0,5^{\circ}$ a $2,5^{\circ}$), usual $1,5^{\circ}$.

Ângulos grandes para o TOE-IN e o CAMBER provocam forças maiores de resistência ao rolamento e um desgaste mais rápido do pneumático.

CASTER - É usado para produzir e controlar o torque auto-alinhante. Valores usuais de 3° a 5° positivos quan

do as rodas dianteiras são as direcionais.

INCLINAÇÃO DO PINO - (θ) - Este ângulo é usado para controlar a distância "e" e proporcionar o efeito adequado de torque auto-alinhante.

A figura (2.15) mostra um esquema do sistema de esterçamento das rodas. Elas giram em torno de um pino, onde é definido o ângulo " θ " com a vertical. Ao se esterçar a roda com o veículo suspenso, está girará no plano teórico de rotação. Com o veículo sobre o solo, um giro nas rodas em qualquer direção, provocará a elevação do veículo. O veículo ficará na posição mais inferior quando a roda estiver alinhada com o plano longitudinal do veículo (posição de movimento retilíneo). Ao se esterçar a roda em qualquer direção, o veículo será levantado e um torque auto-alinhante produzido.

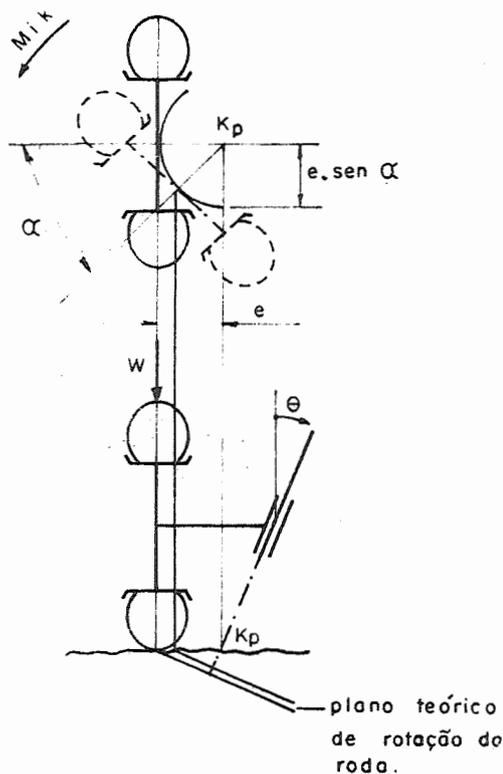


FIGURA (2.15) - ESTERÇAMENTO DE UMA RODA.

A figura (2.16) representa o movimento executado pela roda e o veículo num esterçamento. A Figura (2.15) é utilizada para a obtenção da expressão (2.8)

$$M_{iK} = \frac{W \cdot \text{sen}\theta \cdot e \cdot \text{sen}\alpha}{\cos \theta} \quad (2.8)$$

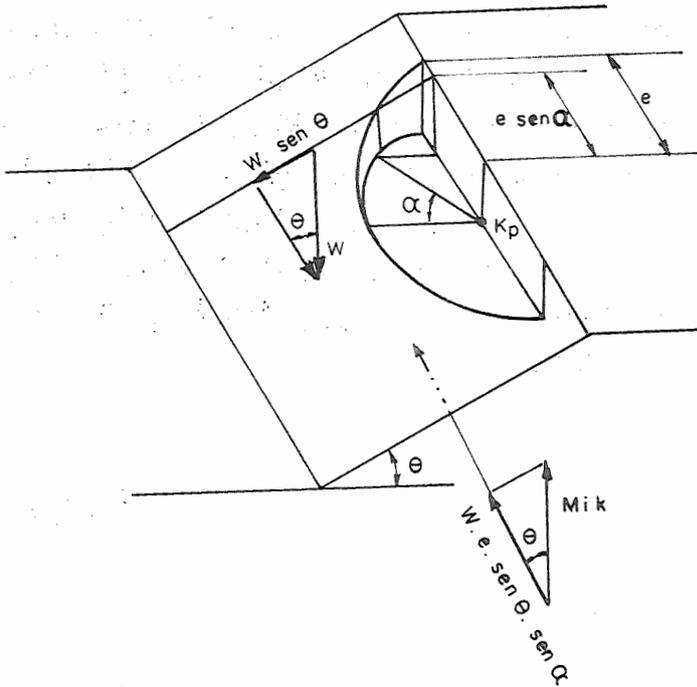


FIGURA (2.16) - RODA E VEÍCULO NUM ESTERÇAMENTO.

CÁLCULO DO TORQUE NECESSÁRIO PARA GIRAR A RODA COM O VEÍCULO PARADO.

Para o projeto de todo o sistema de esterçamento das rodas de um auto-veículo, é preciso avaliar o torque necessário para girar a roda sobre o pavimento, com o veículo parado, sendo esta a condição de maior esforço do sistema e do motorista.

Vamos considerar inicialmente a roda girando em torno do ponto central da figura reproduzida sobre o solo pelo pneumático, vista na figura (2.17), com área S. Este movimento é totalmente de escorregamento. O torque necessário para girá-la em torno do ponto central de S, pode ser calculado por:

$$M_S = \mu_S \cdot W \cdot K \quad (2.9)$$

onde: μ_S = Coeficiente de atrito ao escorregamento,

W = Carga radial,

K = Raio polar de rotação da figura de área S.

O ponto efetivo de giro das rodas sobre o solo

nos autoveículos, geralmente difere do centro de "S". Este ponto efetivo é chamado de K_p , mostrado também na figura (2.17), o qual é a intersecção hipotética da direção do pino com o solo, sendo localizado a uma distância "e" do ponto central da figura de área "S". Conseqüentemente, o giro da roda em torno deste ponto, não é um escorregamento puro, mas sim uma combinação de rolamento e escorregamento. A componente de rolamento aumenta com o aumento de "e".

O braço efetivo é

$$h = \sqrt{e^2 + K^2} \quad , \quad (2.10)$$

e o torque necessário para girar a roda

$$M_K = \mu \cdot W \cdot h. \quad (2.11)$$

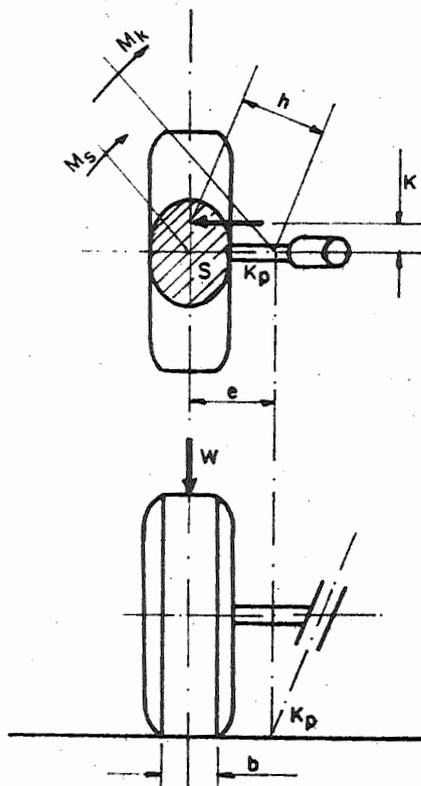


FIGURA (2.17) - TORQUE PARA GIRAR A RODA SOBRE O SOLO.

O coeficiente de atrito efetivo " μ " é uma função da distância " e " e do tipo do pneu. Aproximadamente o valor de " μ " para o concreto ou asfalto, ($\mu_s = 0,7$), é apresentado na figura (2.18) como uma função do fator e/b , onde b é a largura nominal do pneumático.

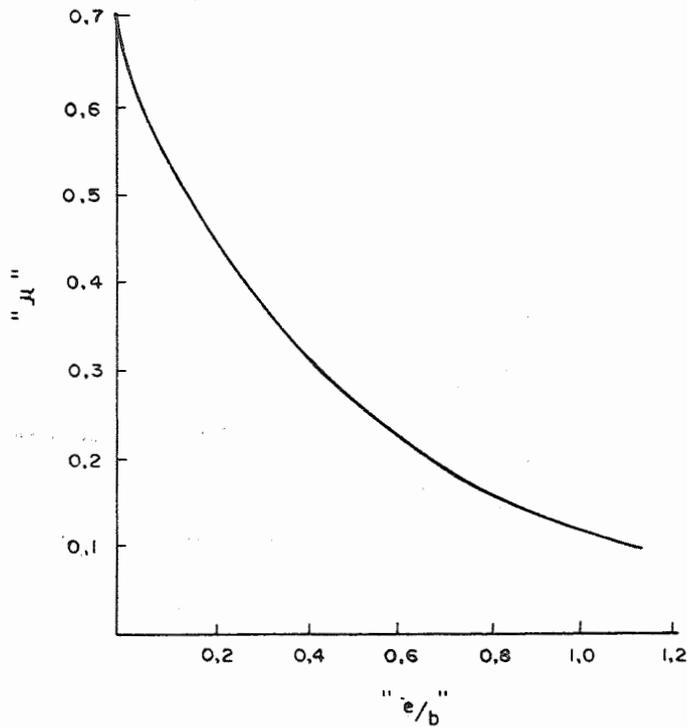


FIG. (2.18) - μ COMO FUNÇÃO DE e/b

Para se calcular o raio de giração da figura de terminada pelo contato do pneu com o solo, uma aproximação pode ser usada, considerando-se esta figura como um círculo de diâmetro igual a largura nominal do pneumático [Veja figura (2.19)].

$$\text{Sendo } K^2 = \frac{\int r^2 \cdot d_S}{S}, \quad (2.12)$$

onde

$$d_S = 2\pi \cdot r \cdot dr, \quad e \quad (2.13)$$

substituindo (2.13) em (2.12) temos:

$$K^2 = \frac{r^2}{2} = \frac{b^2}{8} \implies \quad (2.14)$$

$$\Rightarrow M_K = \mu \cdot W \cdot \sqrt{e^2 + b^2/8} \quad (2.15)$$

O torque por unidade de carga M_K/W é função de " μ " e da distância " e ". A figura (2.20) mostra a variação típica de M_K/W como função da distância " e " para um determinado tipo de pneumático.

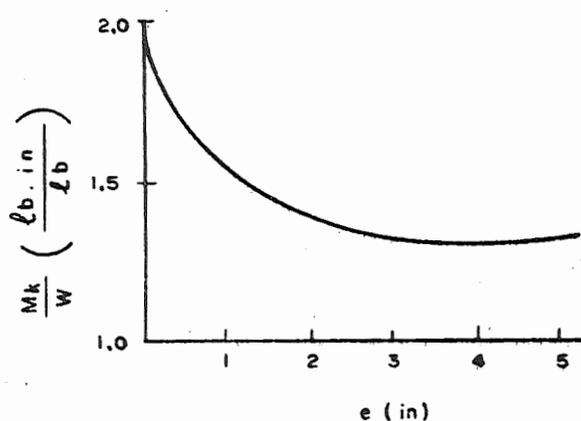
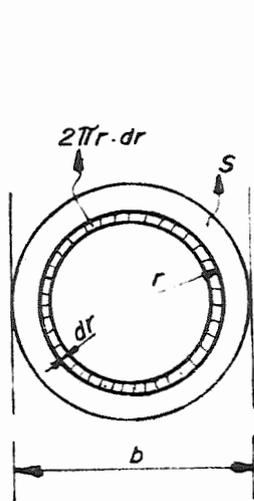


FIGURA (2.19) - CÍRCULO REPRESENTANDO A ÁREA DE CONTATO PNEU x SOLO

FIGURA (2.20) - M_K/W x e PARA UM DETERMINADO SOLO x PAVIMENTO (μ constante)

Olhando-se o gráfico da figura (2.20), é facilmente observado que existe uma faixa ótima de utilização prática da distância " e ", onde está é suficientemente grande para reduzir M_K/W e suficientemente pequena para evitar problemas de vibrações ou auto-excitações do sistema.

EXERCÍCIOS

01. Definir dirigibilidade e estabilidade direcional de um autoveículo.
02. O por que se usam pneumáticos nos auto-veículos?

03. Defina o movimento de "rolamento" para as rodas elásticas exercendo força no solo.
04. Quais os principais fatores que influem na força lateral num pneumático?
hao é puro.
05. Definir os ângulos da roda com relação do solo, dizendo para que servem?
06. Alguns tipos de suspensões provocam variações ^{nas} ~~mais~~ distâncias entre os eixos e nas bitolas, estando o veículo em movimento uniforme retilíneo num solo irregular. Estas variações provocam alguma influência na resposta do veículo a estas perturbações?
hao fe per
07. A maioria dos autovéiculos, principalmente os de tração traseira, possuem a tendência de, numa curva, escorregarem primeiramente com as rodas traseiras. O por que disto?
D. do
08. Qual a diferença entre o coeficiente de adesão e o coeficiente de atrito ao rolamento?
09. Porque na curva, a força de resistência ao rolamento aumenta nos pneus?
10. Numa frenagem, qual a condição que você deve dar aos pneus do veículo para se obter o menor espaço possível. Por que?
11. Por que, geralmente, os freios dianteiros são mais exigidos que os traseiros?

CAPÍTULO III

CONTROLE DIRECIONAL - SISTEMAS DE ESTERÇAMENTO DAS RODAS

Vários são os sistemas de esterçamento das rodas. Alguns deles são apresentados na figura (3.1).

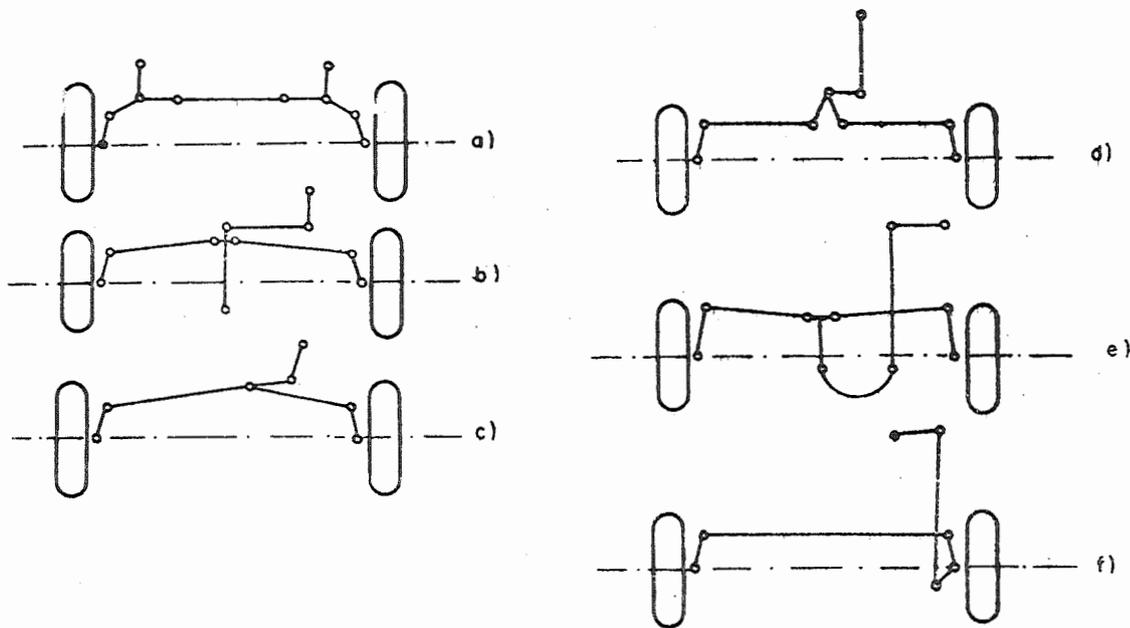


FIGURA (3.1) - SISTEMAS DE ESTERÇAMENTO

Será agora analisada a distribuição dos esforços no sistema de esterçamento (d) da figura (3.1).

Inicialmente vamos calcular a força D no varão longitudinal mostrado na figura (3.2)

$$D = \frac{\left(\frac{M_K}{b} \cdot b' + \frac{M_K}{a} \cdot a'\right)}{d \cdot \cos \gamma \cdot \cos \beta} \implies \quad (3.1)$$

$$\implies D = \frac{M_K}{d \cdot \cos \gamma \cdot \cos \beta} \cdot \left(\frac{b'}{b} + \frac{a'}{a}\right) \quad (3.2)$$

Para facilidades no projeto, a expressão (3.5) pode ser representada através do âbaco da figura (3.3).

1. Exemplo de Utilização do Âbaco.

Calcule os elementos essenciais de um sistema de esterçamento semelhante ao "f" da figura (3.1), de um veículo com 3400 lb de peso no eixo dianteiro. Sendo:

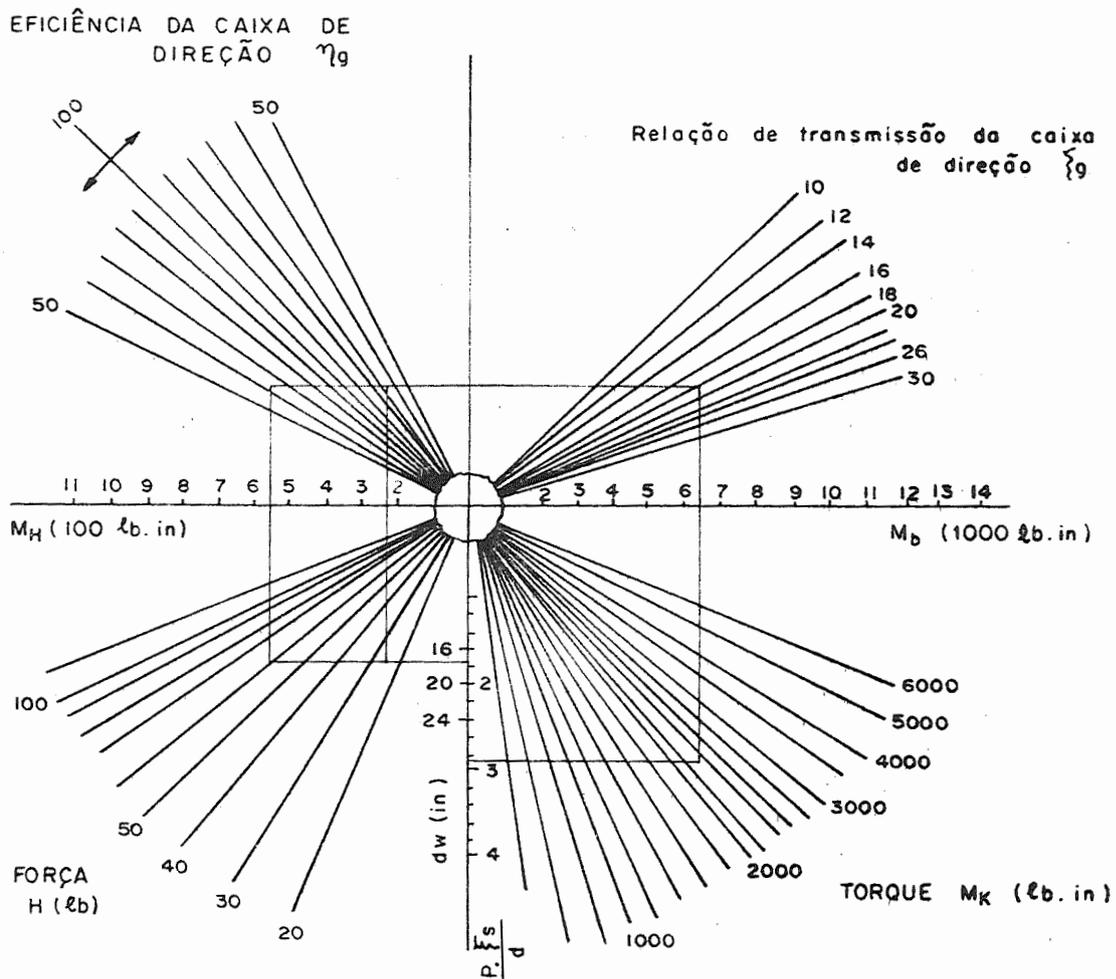


FIGURA (3.3) - ÂBACO DO SISTEMA DE ESTERÇAMENTO

$e = 2 \text{ in}; d_w = 18 \text{ in}; \xi_g = 18:1 \text{ com } \eta_g = 65\%.$

Com o ângulo máximo de esterçamento temos:

$a = 7,5 \text{ in}; b = 10 \text{ in}; d = 9 \text{ in}; p = 11 \text{ in. Pneu } 7,60 \times 15.$

O torque necessário para girar a roda com o veí

culo parado, é calculado pela equação (2.11),

$$M_K = \mu \cdot W \cdot h, \text{ onde}$$

$$K^2 = \frac{b^2}{8} = \frac{7,6^2}{8} = 7,2 \text{ in}^2 \text{ e}$$

$$h = \sqrt{K^2 + e^2} = \sqrt{7,2 + 4} = 3,3 \text{ in.};$$

μ é obtido na figura (2.18) para $\frac{e}{b} = \frac{2}{7,6} = 0,26 \implies \mu = 0,42$.

$$\text{Portanto } M_K = 0,42 \times \frac{3400}{2} \times 3,3 = 2.356 \text{ lb.in.}$$

Cálculo de ξ_S - sistema de esterçamento "f" da figura (3.1) - veja figura (3.4).

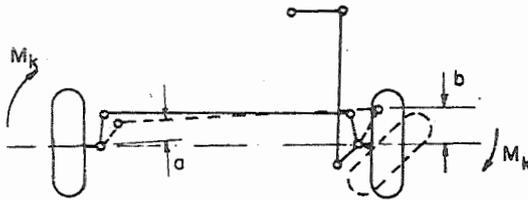


FIGURA (3.4) - SISTEMA DE ESTERCAMENTO DO EXEMPLO.

$$M_K + \frac{M_K}{a} \cdot b = M_K \left(1 + \frac{b}{a}\right) \implies$$

$$\implies \xi_S = 1 + \frac{b}{a} = 1 + \frac{10}{7,5} = 2,3$$

O fator de redução usado no âbaco é:

$$\frac{P \cdot \xi_S}{d} = \frac{11 \times 2,3}{9} = 2,9$$

Para os valores calculados e pelo âbaco temos:

$$M_b = 6400 \text{ lb.in e}$$

$$H = 65 \text{ lb.}$$

No caso de uma perturbação na roda, a força que o motorista deve exercer na direção, com $M_K = 2356 \text{ lb.in}$ é

$$H = 25 \text{ lb.}$$

Para se verificar a influência da inclinação do pino, vamos calcular M_{iK} para as seguintes condições: $\alpha = 40^\circ$ e $\theta = 6^\circ$

$$M_{iK} = \frac{3400 \times \text{sen } 6^\circ \times 2 \times \text{sen } 40^\circ}{2 \times \text{cos } 6^\circ} = 230 \text{ lb.}$$

O torque auto-alinhante devido a inclinação do pino é aproximadamente de 10% do torque necessário para esterçar as rodas com o veículo parado " M_K ".

Logicamente, existirá limites práticos para o esforço desenvolvido pelo motorista na direção (H), dependendo do tipo e da função do autoveículo. Existem controvérsias a respeito destes limites. A tabela (3.1) mostra apenas valores de referência.

Se o esforço manual exceder os limites práticos, uma fonte de energia externa deve ser usada. A figura (3.5) mostra um sistema de acionamento das rodas com fonte de energia externa. O acionamento comandado pelo motorista é mecânico e hidráulico.

VÉICULO	H(lb)
CARRO DE PASSAGEIROS	30
VEÍCULOS INDUSTRIAIS	50
VEÍCULOS PESADOS	60

TABELA (3.1) - LIMITES PRÁTICOS DE H(lb)

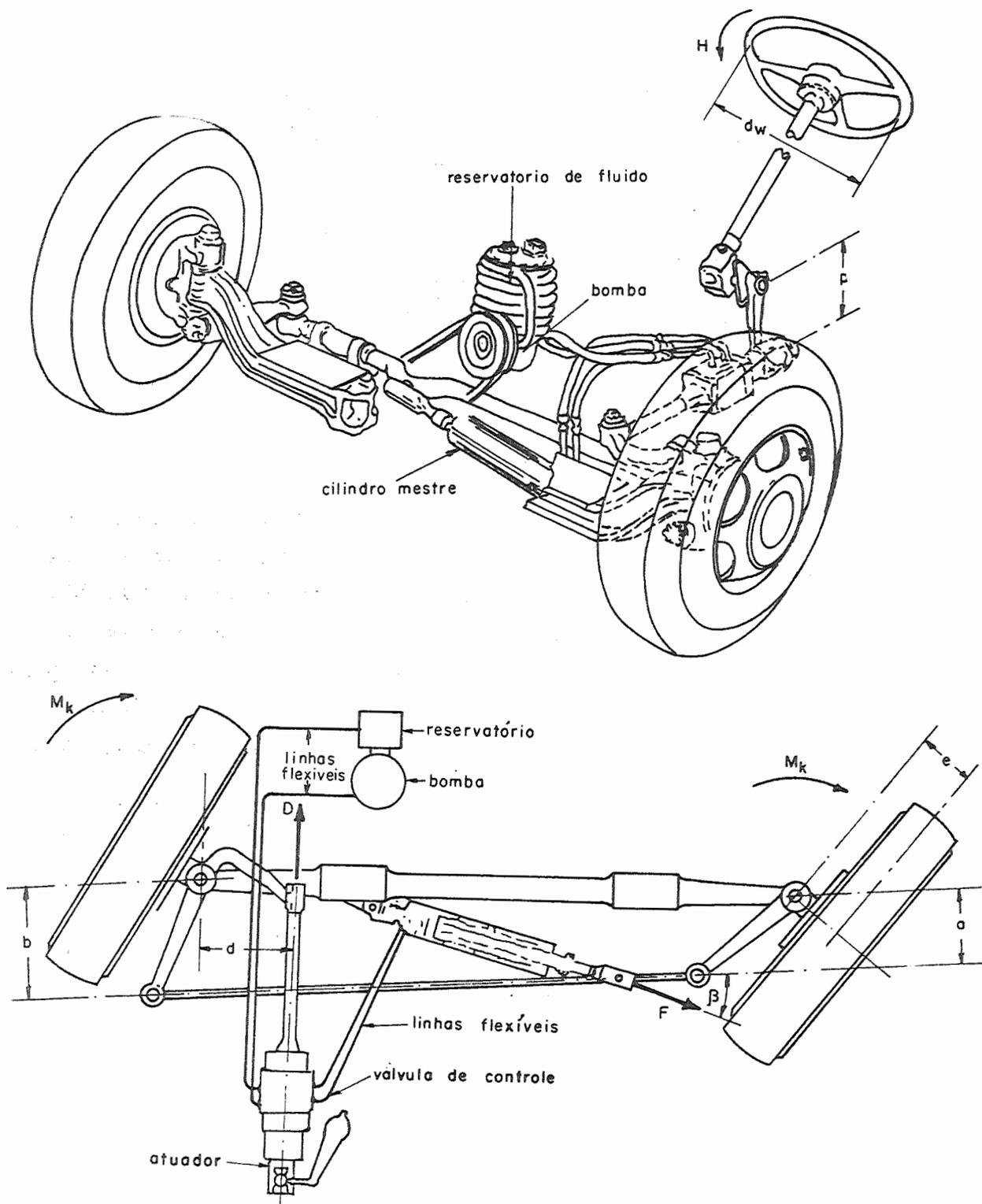


FIGURA (3.5) - SISTEMA DE ACIONAMENTO HIDRÁULICO-MECÂNICO

Um esquema simples da válvula é mostrado na fi
gura (3.6).

- R - linha do reservatório
- A - linha de alta pressão

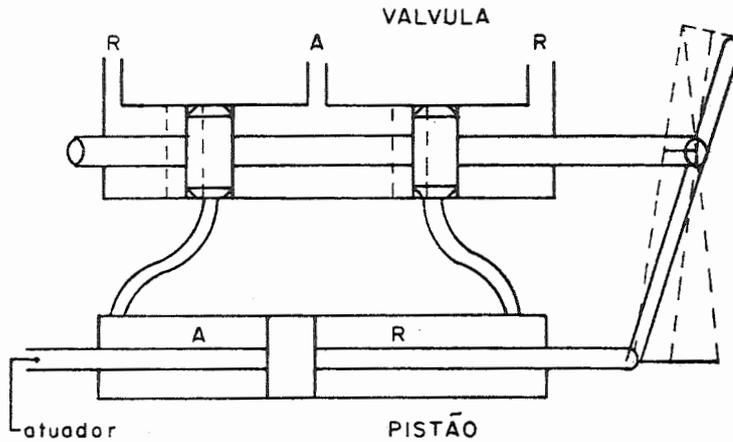


FIGURA (3.6) - ESQUEMA DA VÁLVULA ATUADORA

Qualquer acionamento da direção pelo motorista, desbalanceará a válvula atuadora, a qual ligará a linha de alta pressão num dos lados do pistão de acionamento, que auxiliará no trabalho de esterçamento das rodas. É importante de se notar que se houver uma pane no sistema hidráulico, o motorista terá ainda o controle direcional do veículo, através do acionamento mecânico, embora com um esforço necessário muito maior.

A bomba de engrenagem supre o sistema com um volume definido de fluido, a uma pressão " p_f ". A potência necessária na bomba é:

$$P_p = \frac{Q \cdot p_f \cdot (144)}{\eta \cdot (550) \cdot (449)} = \frac{Q \cdot p_f}{(1770) \cdot \eta} \quad (3.6)$$

onde:

P_p em (HP)

Q em galões por minuto

p_f em psi

η (eficiência da bomba) em %

A figura (3.7) mostra um ábaco para o sistema de acionamento hidráulico, relacionando as curvas específicas da bomba, com o tempo de acionamento, e as características dimensionais dos cilindros de atuação.

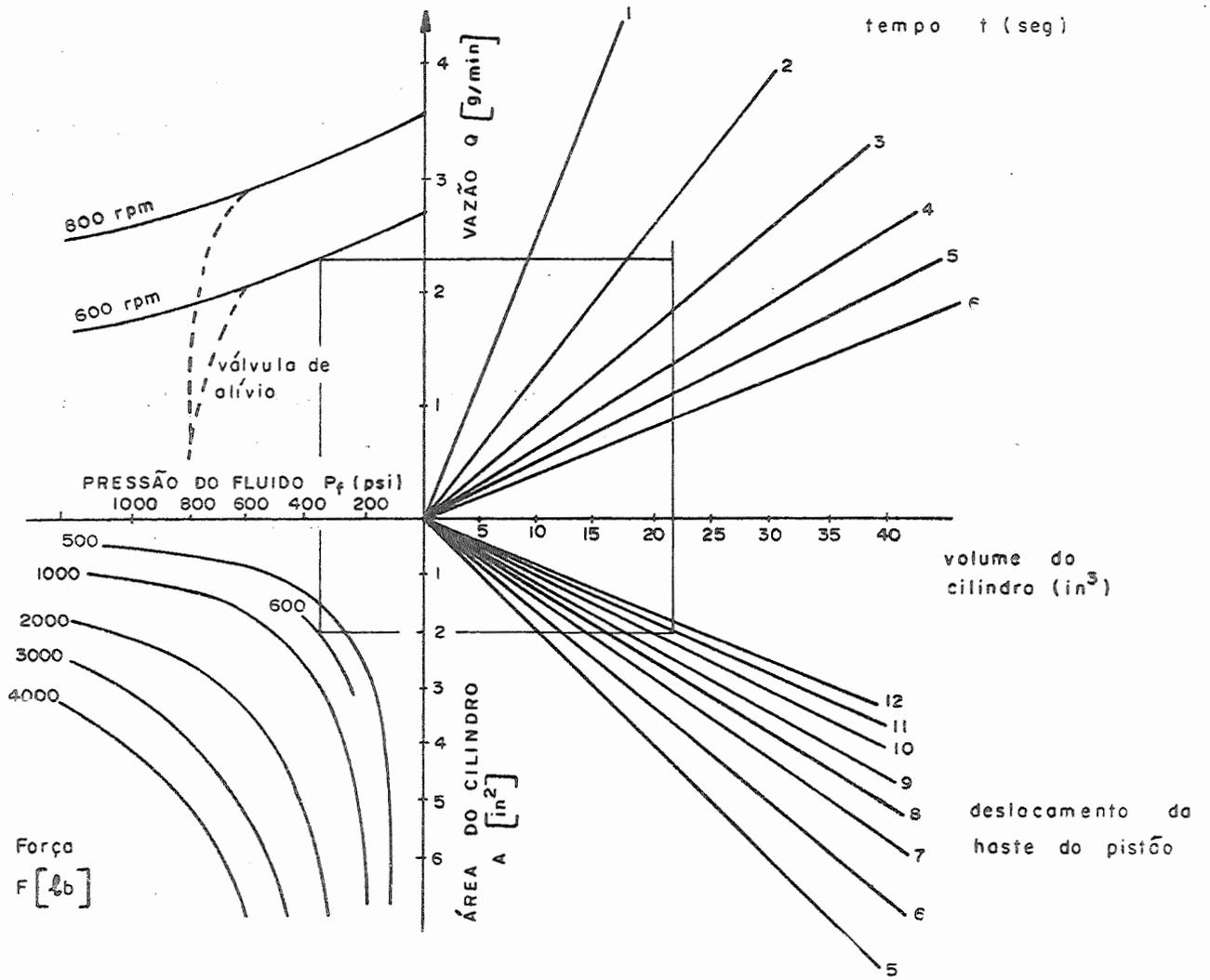


FIGURA (3.7) - ÁBACO DO SISTEMA DE ESTERÇAMENTO MECÂNICO-HIDRÁULICO

Sendo:

$$Q = \frac{60 \times (A \cdot s)}{231 \times (t)} \quad e \quad (3.7)$$

$$F = A \times P_f = \frac{P_f \cdot \pi \cdot (d_p^2 - d_r^2)}{4}, \quad (3.8)$$

onde:

- A - Área efetiva do cilindro (in²)
- d_p e d_r - Diâmetro do pistão e da haste (in)
- s - Deslocamento do pistão (in)
- F - Força do cilindro (lb)
- t - Tempo para esterçamento (seg)

A vazão de saída da bomba, determinará o tempo de esterçamento. Uma faixa de tempo geralmente usada, é de 2,3 a 3 seg., num esterçamento total, com o veículo em marcha lenta (600 rpm), segundo Jaroslav J. Taborek.

2. Exemplo de Utilização do Âbaco:

Seja um sistema de esterçamento semelhante ao da figura (3.5), com as seguintes características:

$$d_p = 1,75 \text{ in}; \quad d_r = 0,75 \text{ in}; \quad A = 2,0 \text{ in}^2;$$

$$M_K = 2356 \text{ lb (do exemplo 1)}; \quad a = 7,5 \text{ in};$$

$$b = 10 \text{ in}; \quad \beta = 20^\circ; \quad s = 11 \text{ in}.$$

Da figura (3.5) temos:

$$F \cdot \cos \beta = \frac{M_K}{a} + \frac{M_K}{b} = \frac{M_K}{b} \left(\frac{b+a}{a} \right) = \frac{M_K}{b} \left(\frac{b}{a} + 1 \right) = \frac{M_K}{b} \cdot \xi_S$$

$$F = \frac{M_K \cdot \xi_S}{b \cdot \cos \beta} = \frac{2.356 \times 2,3}{10 \times \cos 20^\circ} = 580 \text{ lb}$$

Tomando a curva de $F = 600 \text{ lb}$ da figura (3.7), temos o tempo de reação de aproximadamente 2,4 seg.

EXERCÍCIOS

01. a) Ocorrendo uma perturbação M_K de 2000 lb.in nas rodas dianteiras de um autoveículo; calcular pelo âbaco e pelas expressões a força H que seria sentida pelo motorista, dados:

- o sistema de acionamento é o da Figura 3.1 (d)

$$d_W = 16 \text{ in} \qquad p = 11 \text{ in} \qquad b = 9 \text{ in}$$

$$\xi_g = 18:1 \qquad a = 8 \text{ in} \qquad b' = 7 \text{ in}$$

$$d = 10 \text{ in} \qquad a' = 10 \text{ in} \qquad \eta_g = 70\%$$

b) Qual deve ser o diâmetro mínimo do varão longitudinal fabricado com aço $\sigma_r = 30.000 \text{ lb/in}^2$ com coeficiente de segurança 4, prevendo possíveis impactos (varão com secção circular).

OBS: As dimensões dadas acima é para o sistema com esterçamento total.

Pneu 7,60 x 15; $e = a \text{ in}$; $\theta = 6^\circ$; $\alpha = 45^\circ$

Peso no eixo dianteiro (2 rodas) $W_f = 2.200 \text{ lb}$

02. Seja um sistema de esterçamento hidráulico para movimentar um sistema de esterçamento com as seguintes características:

- sistema de esterçamento da Figura 3.1 (f)

$d_p = 1,8 \text{ in}$ $\beta = 25^\circ$ $b = 9 \text{ in}$ $M_K = 4078 \text{ lb.in}$
 $d_r = 0,9 \text{ in}$ $s = 10 \text{ in}$ $\xi_s = 2$ $a = 6,3 \text{ in}$

rendimento da bomba 70%, rotação da bomba 600 rpm.

A curva característica da bomba é o da Figura (3.7). Calcular o tempo e a potência para um esterçamento total.

CAPÍTULO IV

FORÇAS DE RESISTÊNCIA AO MOVIMENTO

DIAGRAMAS DE DESEMPENHO

1. RESISTÊNCIA AO ROLAMENTO
2. RESISTÊNCIA DEVIDO À INCLINAÇÃO DA PISTA
3. RESISTÊNCIA DO AR
4. RESISTÊNCIA DAS FORÇAS DE INÉRCIA
5. RESISTÊNCIA DA TRANSMISSÃO

1. RESISTÊNCIA AO ROLAMENTO

O material que compõem o pneumático, sofre deformações cíclicas provenientes da carga sobre a roda e do movimento de rolamento. Estas deformações cíclicas, por efeito da histerese do material e do atrito ao escorregamento, produzem uma transformação de parte da energia do movimento, em energia térmica no próprio pneumático, o que resulta no aumento da sua temperatura de trabalho. Este aumento, quando excessivo, acelera o processo de envelhecimento do material (fadiga), tornando-o quebradiço e reduzindo com isto, sua vida útil por desgaste. Esta energia perdida em forma de calor, pode ser traduzida, através de uma força contrária ao movimento da roda, chamada "força de resistência ao rolamento". Esta força atua em todos os instantes desde o início do movimento.

As principais fontes da força de resistência ao rolamento são:

- a) Deformação elástica do pneumático na região de contato.
- b) Penetração do pneumático no solo (elástica, plástica ou ambas)

- c) Escorregamento adicional nas curvas.
- d) Circulação do ar dentro do pneu, e o efeito da ventilação externa.

Os dois primeiros fatores, são os mais signifi
tivos.

A força de resistência total R_{rr} agindo no veí
culo, é a soma da força agindo nas rodas traseiras " R_{rr} ", e nas dianteiras R_{rf} , traduzida na expressão (4.1),

$$R_r = R_{rr} + R_{rf} = f \cdot W \cdot \cos \theta, \quad (4.1)$$

onde "f" é o coeficiente de resistência ao rolamento, e $W \cdot \cos \theta$ a força normal à superfície de rolamento, como mostra a figu
ra (4.1).

Como geralmente os ângulos normais de inclina
ção das pistas são pequenos, podemos assumir que $\cos \theta = 1 \implies$

$$\implies R_r = R_{rr} + R_{rf} = f \cdot W \quad (4.2)$$

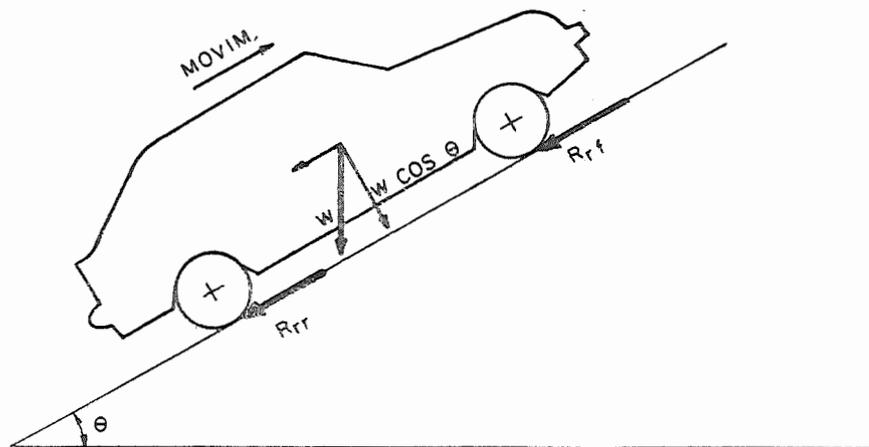


FIGURA (4.1) - FORÇA DE RESISTÊNCIA DEVIDO A INCLINAÇÃO DA PISTA

O erro introduzido na simplificação da equação

(4.2), é somente 5% para a inclinação da pista de 32%.

FATORES QUE AFETAM A FORÇA DE RESISTÊNCIA

AO ROLAMENTO

O coeficiente de resistência ao rolamento dos pneumáticos "f", é um fator adimensional que expressa o efeito de complicadas e interdependentes propriedades físicas do pneumático em contato com o solo. Obter e padronizar as condições de medidas citadas acima, é quase sempre impossível de se fazer, dada a complexidade e o número das variáveis.

Apenas a tendência de "f" com os principais fatores podem ser obtidas.

1. SOLO

- observa-se menores "f" para solos duros, lisos e secos.
- rodovia velha sempre aumenta "f"
- observa-se maiores "f" para faces molhadas.
- a relação elasticidade e plasticidade do solo versus elasticidade do pneumático é um fator importante.

2. PRESSÃO INTERNA DO PNEUMÁTICO

A figura (4.2) mostra a variação de f com a pressão interna do pneumático.

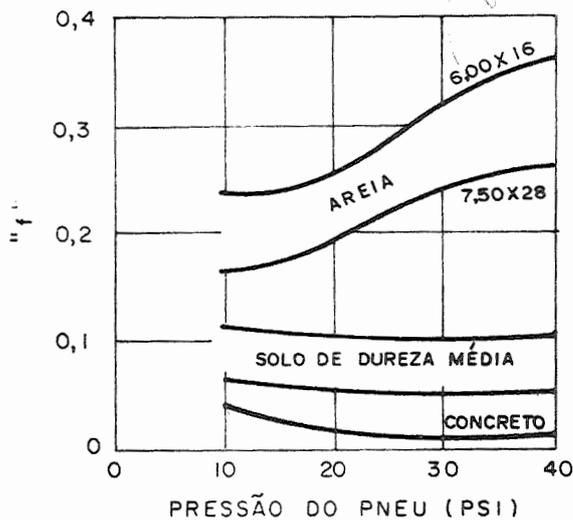


fig. 4.2

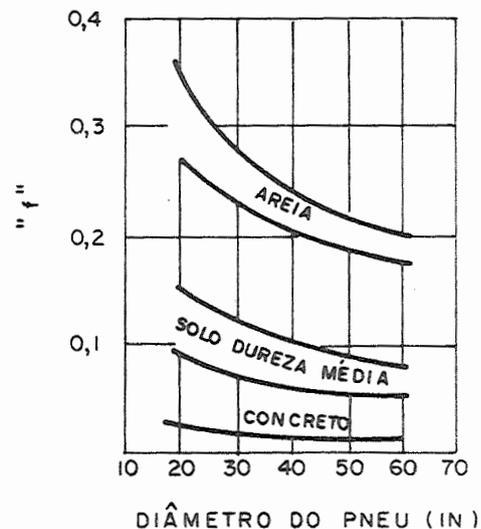


fig 4.3

3. RAIO DO PNEUMÁTICO

A figura (4.3) mostra a variação típica de "f" com o diâmetro do pneumático.

4. VELOCIDADE

O coeficiente "f" aumenta com o aumento da velocidade, devido ao acréscimo do trabalho de flexão e vibração do pneumático. A influência da velocidade, torna-se mais pronunciada, quando combinada com baixa pressão interna do pneumático.

A figura (4.4) mostra uma variação típica de "f" com a pressão interna do pneu e a velocidade.

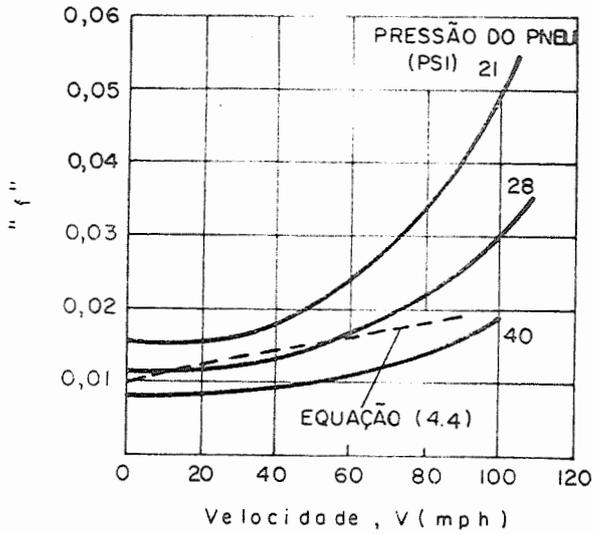


fig 4.4

CURVAS DA EQ (4.4)

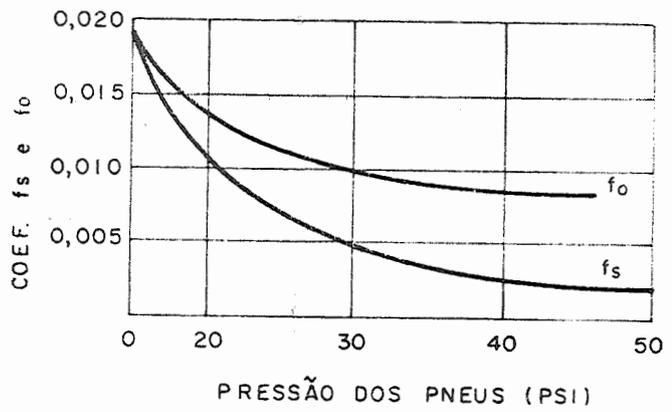


fig. 4.5

VALORES EXPERIMENTAIS

5. FORÇA DE TRACÃO

Maior força de tração (ou frenagem) produz aumento de "f" devido há maiores deformações e escorregamento.

6. CARGA RADIAL

Maior carga radial implica maiores deformações e portanto maior "f".

7. TEMPERATURA

"f" decresce com o aumento da temperatura, devido ao aumento da elasticidade da borracha.

DETERMINAÇÃO DO COEFICIENTE DE RESISTÊNCIA

AO ROLAMENTO

Os fatores múltiplos e interrelacionados que afetam "f" são muitos, e é impossível se obter uma fórmula matemática

mática que leve todos eles em consideração.

Nos cálculos com precisão do desempenho do veículo, são necessários valores acurados de "f". Várias equações matemáticas tem sido desenvolvidas para carros de passageiros rolando no concreto e asfalto. As variáveis nestas equações, são geralmente a pressão do pneumático, velocidade do veículo e carga radial nas rodas. A acuracidade de cada cálculo é naturalmente limitado pela influência de fatores que são negligenciados. Para solos moles e plásticos, é muito difícil de se obter dados acurados. A estrutura destes materiais não é uniforme, variando de ponto a ponto.

Valores relativamente acurados de "f" para pistas de concreto, em função da pressão dos pneumáticos e velocidade do veículo, podem ser calculados pela expressão (4.3), desenvolvida pelo Institute of Technology in Stuttgart,

$$f = f_o + 3,24 \cdot f_s \cdot \left(\frac{V}{100}\right)^{2,5}, \quad (4.3)$$

onde:

V - Velocidade em [mph],

f_o - Coeficiente básico e

f_s - Coeficiente que determina o efeito da pressão interna.

Os coeficientes " f_o " e " f_s " são obtidos diretamente da figura (4.5).

A expressão (4.3), é plotada no gráfico da figura (4.4), para diversos valores de pressão interna do pneumático.

Para muitos cálculos de desempenho, onde a precisão não é muito importante, podemos utilizar "f" como uma função linear da velocidade.

$$f = 0,01 \left(1 + \frac{V}{100}\right) \quad (4.4)$$

para pressões dos pneumáticos em torno de 26 psi.

A expressão (4.4), é plotada no gráfico da figura (4.4), com linha tracejada. A faixa de acuracidade de (4.4) é até 80 mph.

Para cálculos grosseiros de desempenho, podemos tomar valores na tabela (4.1).

TABELA (4.1) - COEFICIENTES DE RESISTÊNCIA AO ROLAMENTO [f]			
VEÍCULO	CONCRETO	DUREZA MÉDIA	AREIA
CARROS PASSAGEIROS	0,015	0,08	0,30
CAMINHÕES PESADOS	0,012	0,06	0,25
TRATORES	0,02	0,04	0,20

2. RESISTÊNCIA DEVIDO À INCLINAÇÃO DA PISTA. " R_g "

" R_g " é a componente do peso na direção do movimento, que pode ser vista na figura (4.6), sendo calculada por:

$$R_g = W \cdot \text{sen } \theta \quad (4.5)$$

Na prática, é costume se definir a inclinação da pista em porcentagem conforme a expressão (4.6), e figura (4.6).

$$G = \frac{h}{S_x} \cdot 100 = 100 \cdot \text{tg } \theta \quad (4.6)$$

Para ângulos pequenos, podemos assumir que $\text{sen } \theta \cong \text{tg } \theta$, implicando que

$$R_g = W \cdot \text{sen } \theta \cong W \cdot \text{tg } \theta = \frac{W \cdot G}{100} \quad (4.7)$$

O erro que se comete com esta simplificação, pa

ra $G = 32\%$ (18°), é de aproximadamente 5%.

O âbaco da figura (4.7) relaciona o ângulo, a porcentagem e a razão de inclinação de pista entre si.

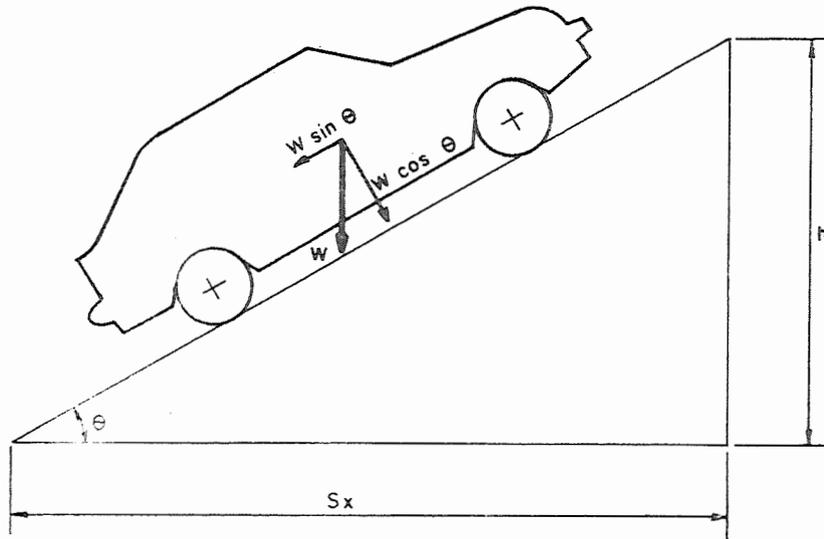


FIGURA (4.6) - INCLINAÇÃO DA PISTA

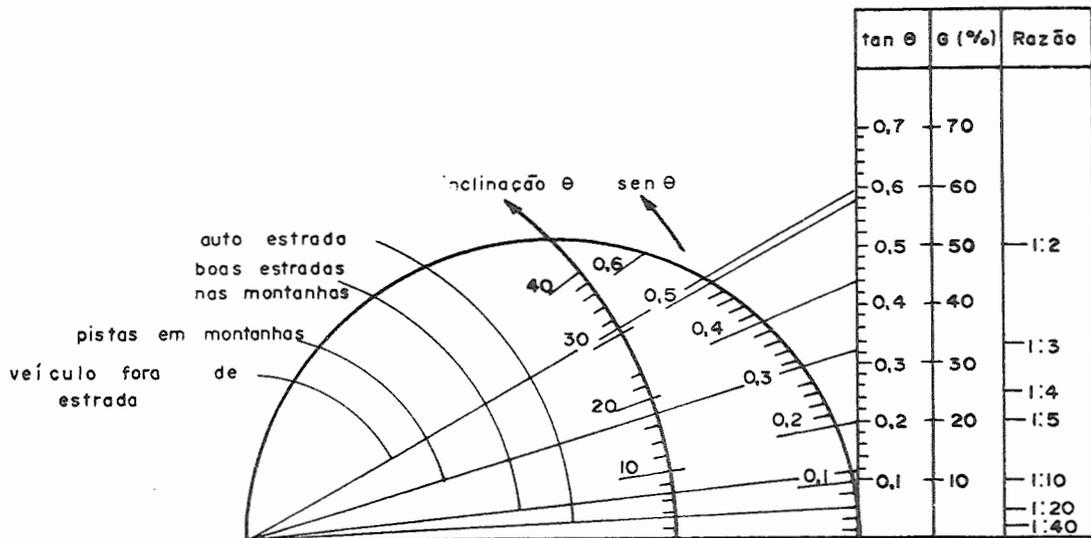


FIGURA (4.7) - ÂBACO DE INCLINAÇÃO DA PISTA

3. RESISTÊNCIA DO AR

AERODINÂMICA DOS AUTOMÔVEIS

Durante o desenvolvimento dos veículos terrestres, foram atingidas velocidades que produziam efeitos aerodi

nâmicos não mais possíveis de serem ignorados, e, assim, progressivamente cresceu a importância do estudo da aerodinâmica aplicada aos veículos terrestres.

Antes da 1ª Guerra Mundial (1914), a aerodinâmica dos automóveis teve apenas uma base empírica, e a sua única finalidade era a da redução da resistência oferecida pelo ar, permitindo maiores velocidades com as pequenas potências disponíveis na época.

Mais tarde, após a verificação da influência da velocidade relativa do ar sobre a estabilidade do veículo e, conseqüentemente, sobre a segurança dos ocupantes, iniciaram-se estudos mais científicos. Essas pesquisas começaram em 1920, com Rumpler e Jaray; consistiam na análise matemática do escoamento do ar, determinação de novos desenhos para os veículos, e o ensaio de modelos reduzidos em túnel aerodinâmico

Inicialmente, foram utilizados os túneis disponíveis da aviação, mas depois, foram construídos túneis especiais para o ensaio de vários tipos de veículos terrestres: automóveis, ônibus, caminhões, motocicletas, etc.

Os grandes estabelecimentos de pesquisas e de ensino especializados em automóveis, e as grandes fábricas da indústria automobilística, dispõem atualmente de túneis aerodinâmicos capazes do ensaio do veículo real. Entre estes estabelecimentos se situam: General Motors, Ford, Chrysler, T. H. Stuttgart, etc. Entre os pesquisadores destacaram-se Rumpler, Jaray, K. Schoeler, W. Kamm, F. Porsche, na Alemanha; Dubonnet, Andreau e Laubordette na França; Ferrari, na Itália; Ledvinka, na Checoslováquia; d'Eyston, na Inglaterra; R. Heal e C. Reynolds nos E.U.A.

Carl Reynolds foi o projetista que introduziu o uso do "Rabo de peixe" como estabilizador direcional. Ferdinand Porsche desenvolveu os veículos Volkswagen, Porsche, e Mercedes. Os trabalhos de Porsche tiveram influência nos projetos de automóveis de todo o mundo

Quando os veículos terrestres se deslocam sobre o chão, evidentemente, produzem um escoamento de ar em torno dos mesmos. O "sopro" desse ar faz aparecer "forças aerodinâmicas" e "torques aerodinâmicos" em relação ao C.G. do veículo, e em relação aos pontos de contato das rodas no chão.

As forças estáticas e dinâmicas (não aerodinâmicas) entre o veículo e o chão, são determinadas pelo peso do veículo, pela força de propulsão, pela resistência ao rolamento e ao escorregamento das rodas, pela inclinação e condições da estrada, e pela posição do C.G.; ao contrário, as forças aerodinâmicas independem daqueles fatores, pois, são função da velocidade do veículo sobre a estrada, da direção e velocidade do vento local, do tamanho e forma da carroceria; e de outros fatores de menor influência como estado da superfície, saliências e enfeites, massa específica do ar, etc.

O equilíbrio das forças e dos torques aerodinâmicos, evidentemente, só pode ser conseguido por meio de forças e torques resistentes do apoio e da aderência das rodas do veículo com o solo. No instante em que este equilíbrio deixa de existir, aparecem movimentos indesejados, incontrolláveis, e, geralmente perigosos.

A grandeza e a direção das forças aerodinâmicas, podem ser previstas teoricamente, entretanto, como facilmente aparecem fenômenos paradoxais, torna-se sempre conveniente a verificação experimental em túnel aerodinâmico e no campo.

Na aviação, toda a prioridade nas formas cabe à aerodinâmica, entretanto, nos veículos terrestres, a forma mais conveniente sob o ponto de vista da aerodinâmica, precisa ser, muitas vezes, preterida pela estética e pelas exigências funcionais do veículo.

Como já dissemos, de acordo com as leis aerodinâmicas, um corpo movendo-se através do ar, é resistido por uma força " R_a " onde:

$$R_a = \frac{c_a \cdot \rho \cdot A \cdot V_r^2}{2 \cdot g} ; \quad (4.8)$$

sendo, " ρ " a densidade do ar; " c_a " um coeficiente adimensional de resistência do ar, com um valor único para cada família de corpos geometricamente semelhantes; " A " é a área projetada do veículo na direção do movimento; " v_r " a velocidade relativa corpo x ar e " g " a aceleração da gravidade local.

Devido à influência da densidade do ar, a intensidade da força de resistência depende do estado do ar, isto

é, pressão barométrica e temperatura conforme expressão (4.9).

$$\rho = \frac{144 \times p}{R \times t} = \frac{1,32 \cdot p'}{460 \cdot t} \quad (4.9)$$

onde, "P" em [$\frac{lb}{ft^3}$]; "p" em [$\frac{lb}{ft^2}$]; "p'" em [in. Hg]; "R"

- constante do gás (53,3); "T" - temperatura em graus Rankine e "t" - em graus Fahrenheit.

A influência da densidade do ar, deve ser considerada em cálculos de desempenho acurados. A diferença entre densidades extremas, pode ser de 20% ou menos (4.000 ft \Rightarrow 83% do valor ao nível do mar).

Para condições atmosféricas normais ou padrão (60 F e 29,9 in. Hg), $\rho = 0,0763 \frac{lb}{ft^3}$.

Substituindo as condições padrão em (4.8) temos:

$$R_a = \frac{0,0763}{2 \times 32,2} \cdot c_a \cdot A \cdot v_r^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_a = 0,12 \cdot c_a \cdot A \cdot \left(\frac{v_r}{10}\right)^2, \text{ onde} \quad (4.10)$$

A [$\frac{ft^2}{t}$] e v_r [$\frac{ft}{seg}$], ou,

$$R_a = 0,26 \cdot c_a \cdot A \cdot \left(\frac{\bar{V}_r}{10}\right)^2, \text{ sendo} \quad (4.11)$$

\bar{V}_r [mph].

O escoamento do ar em torno dos automóveis é essencialmente tri-dimensional e turbulento, com escoamento por cima, por baixo e pelos lados do veículo. O escoamento sendo no regime turbulento, o N^o de Reynolds tem pouca influência, podendo-se estender os valores obtidos nos ensaios com modelos, diretamente para o tamanho natural.

A força de resistência do ar nos veículos terrestres é originada basicamente em três fontes:

1. *Resistência de Forma* - É função da forma aerodinâmica do corpo. Objetos protuberantes como espelhos, bagageiros, placas de licença, podem aumentar significativamente a força de resistência do ar a altas velocidades. De importância especial, é a forma da parte traseira do veículo, que determina a quantidade de turbulência do fluxo do ar ao deixar o mesmo. A figura (4.8) mostra o coeficiente de forma para dois corpos diferentes, enfatizando a influência do turbilhamento do fluxo de ar na parte traseira.

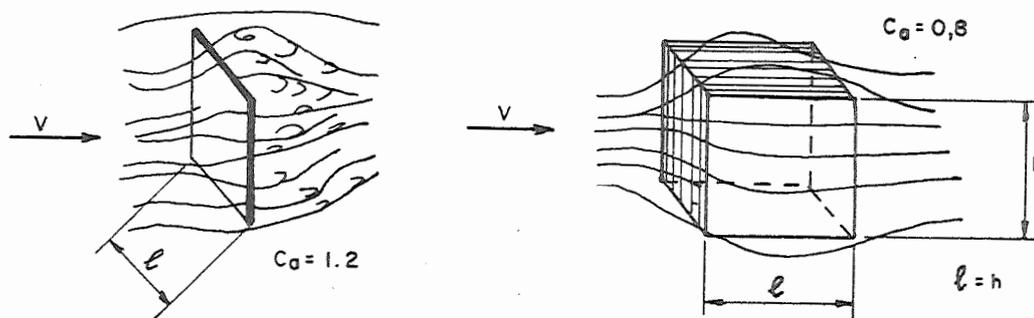


FIGURA (4.8) - COEFICIENTES DE FORMA

2. *Atrito do Ar com as Laterais do Veículo* ($\pm 10\%$ do total para veículos de passageiros).

3. *Fluxo do Ar Através do Automóvel para Refrigeração ou Ventilação*. Esta influência pode ser aumentada ou diminuída, dependendo da função, localização e perfeição aerodinâmica dos canais.

Os três fatores devem ser considerados no coeficiente de resistência do ar " c_a ", o qual tem um valor particular para cada veículo.

Em alguns livros, o coeficiente de resistência do ar é definido como:

$$C_a = \frac{c_a \cdot \rho}{2g} \left[\frac{lb \cdot \text{seg}^2}{4} \right] \cdot \text{ft} \quad (4.12)$$

A equação (4.8), pode então ser escrita na forma:

$$R_a = c_a \cdot A \cdot \left(\frac{\bar{v}}{10}\right)^2 \quad (4.13)$$

A faixa de valores de " c_a " e " C_a " para a SAE, nas condições "padrão atmosférica", é mostrada na tabela(4.2).

TABELA 4.2 - COEFICIENTE DE RESISTÊNCIA DO AR		
VEÍCULO	c_a	C_a^* ($lb \cdot seg^2 \cdot f_t^{-4}$)
CARROS PASSAGEIROS	0,35 - 0,45	0,091 - 0,117
CONVERSÍVEIS	0,6 - 0,65	0,155 - 0,17
CARROS DE CORRIDA	0,2 - 0,3	0,052 - 0,078
ÔNIBUS	0,6 - 0,7	0,155 - 0,182
CAMINHÃO	0,8 - 1,0	0,208 - 0,260
MOTOCICLETA	1,3	0,338
ESFERA	0,47	0,122
* $C_a^* = 0,26 c_a$		

Um critério para a comparação entre veículos, e o produto " $A \cdot c_a$ ". Há casos onde a área frontal é aumentada, e a resistência total é diminuída, porque, o " c_a " foi reduzido. Isto ocorre, por exemplo, quando uma parte protuberante é coberta por uma carenagem.

O ponto hipotético de aplicação da força de resistência do ar, é o centróide da figura projetada no plano perpendicular a direção do movimento.

A potência necessária para vencer a resistência do ar, pode ser obtida por (4.14) mostrada a seguir:

$$N_a = \frac{R_a \cdot \bar{V}}{375} \quad [\text{H}]; \quad \text{onde} \quad (4.14)$$

R_a [lb] e \bar{V} [mph].

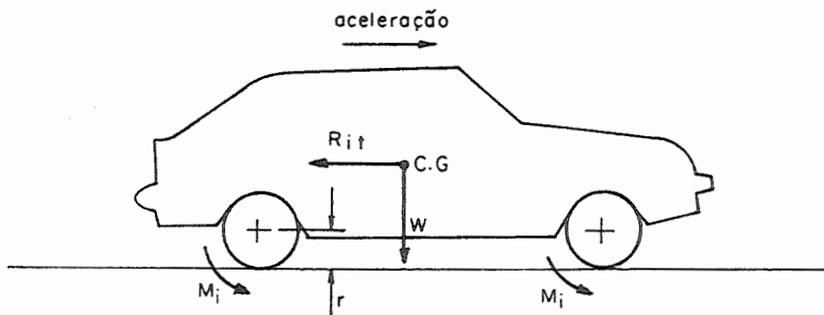
Substituindo (4.14) em (4.11) temos:

$$N_a = 0,26 \cdot c_a \cdot A \cdot \left(\frac{\bar{V}_r}{10}\right)^2 \cdot \frac{\bar{V}}{375}, \quad \text{onde.} \quad (4.15)$$

" \bar{V}_r " é a velocidade do veículo relativa ao ar em [mph]; " \bar{V} " é a velocidade do veículo com relação ao solo em [mph].

Nota-se que a potência necessária para vencer a resistência do ar varia com o cubo da velocidade.

4. RESISTÊNCIA DAS FORÇAS DE INÉRCIA



A força total de inércia de translação num veículo com aceleração "a" é:

$$R_{it} = m \cdot a = \frac{W}{g} \cdot a \quad (4.16)$$

Um movimento de translação no veículo, implica também num movimento de rotação do sistema de geração e transmissão de torque ao solo. O torque necessário para mudanças

na rotação é:

$$M = I \cdot \left(\frac{d\omega}{dt}\right) = I \cdot \alpha, \text{ onde} \quad (4.17)$$

"I" é o momento de inércia em torno do eixo de rotação e "α" a aceleração angular.

Transferindo todos os momentos de inércia, de todas as peças rotativas do veículo, para o eixo das rodas temos:

$$I_d = \Sigma I \cdot \xi^2 \quad (4.18)$$

Escrevendo (4.17) para todas as partes rotativas do veículo no eixo das rodas temos:

$$M_i = \alpha_d \cdot \Sigma I \cdot \xi^2 \quad (4.19)$$

Sendo M_i o torque de inércia no eixo das rodas, proveniente das partes rotativas do veículo, podemos aplicar uma força de inércia fictícia " R_{iR} ", no C.G. do veículo, que produz efeito equivalente ao torque M_i , com o intuito de facilitar o estudo do desempenho do veículo. R_{iR} será então:

$$R_{iR} = \frac{M_i}{r} = \alpha_d \cdot \frac{\Sigma I \cdot \xi^2}{r} \quad (4.20)$$

$$\text{Sendo } \omega_d = v/r \Rightarrow \frac{d\omega_d}{dt} = \frac{1}{r} \cdot \frac{dv}{dt} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{d\omega_d}{dt} = \alpha_d = \frac{1}{r} \cdot \frac{dv}{dt} = \frac{1}{r} \cdot a \quad (4.21)$$

Substituindo (4.21) em (4.20) temos:

$$R_{iR} = \frac{a \cdot \Sigma I \cdot \xi^2}{r^2} \quad (4.22)$$

A inércia total no veículo, levando-se em consideração as partes rotativas, pode então ser obtida por:

$$R_i = m \cdot a + a \cdot \frac{\sum I \cdot \xi^2}{r^2} = \left(m + \frac{\sum I \cdot \xi^2}{r^2} \right) \cdot a$$

É facilmente observável que $\left(m + \frac{\sum I \cdot \xi^2}{r^2} \right)$ é

uma massa equivalente do veículo que considera o efeito das partes rotativas.

Podemos definir um fator γ_b que multiplicado pela massa real do veículo, inclua nela o efeito das partes rotativas, para o estudo do desempenho do próprio veículo. " γ_b " será então:

$$m \cdot \gamma_b = m + \frac{\sum I \cdot \xi^2}{r^2} \implies \implies \gamma_b = 1 + \frac{1}{m} \cdot \frac{\sum I \cdot \xi^2}{r^2} \quad (4.23)$$

reflexo transmitido

A tabela (4.3) mostra os valores mais comuns de γ_b .

TABELA (4.3) - VALORES NORMAIS DE γ_b			
VEÍCULO	3ª MARCHA	2ª MARCHA	1ª MARCHA
CARRO PASSAGEIRO (grande)	1,09	1,14	1,30
CARRO PASSAGEIRO (pequeno)	1,11	1,20	1,50
CAMINHÕES	1,09	1,20	1,60

FORÇAS DE INÉRCIA NUM MOVIMENTO
CURVELÍNEO DO VEÍCULO

Num movimento curvelíneo, a força centrífuga "C", (agindo idealmente no C.G), é sustentada no equilíbrio, pela

soma das forças laterais nas rodas, ou

$$C = m \cdot r_e \cdot \omega^2 = \frac{W}{g} \cdot \frac{v^2}{r_e} = \Sigma S, \quad (4.24)$$

onde "r" é o raio de curvatura do movimento curvelíneo; "ω" a velocidade angular e "v" a velocidade tangencial.

Como um exemplo de aplicação do que já vimos, vamos analisar os seguintes casos:

Um veículo de 4000 lb de peso, descreve um movimento circular de raio $r_e = 20$ ft, à uma velocidade $\bar{v} = 5$ mph (7,33 ft/seg) nas seguintes condições:

a. Velocidade de 5 mph Constante

Neste caso, vamos desprezar a força de resistência ao rolamento. Sendo:

$$C = \frac{4000}{32,2} \cdot \frac{7,33^2}{20} = 340 \text{ lb}$$

A força centrífuga "C", agindo no C.G. do veículo, deve ser balanceada pelas forças laterais das rodas dianteira e traseira. A figura (4.10) mostra a solução gráfica do problema:

b. Veículo Num Movimento Acelerado

Neste caso consideraremos as forças de resistência ao rolamento:

$$R_r = W \cdot f = 4000 \times 0,02 = 80 \text{ lb e}$$

$$C = 340 \text{ lb}$$

Assumindo uma aceleração tangencial de 3ft/seg² temos:

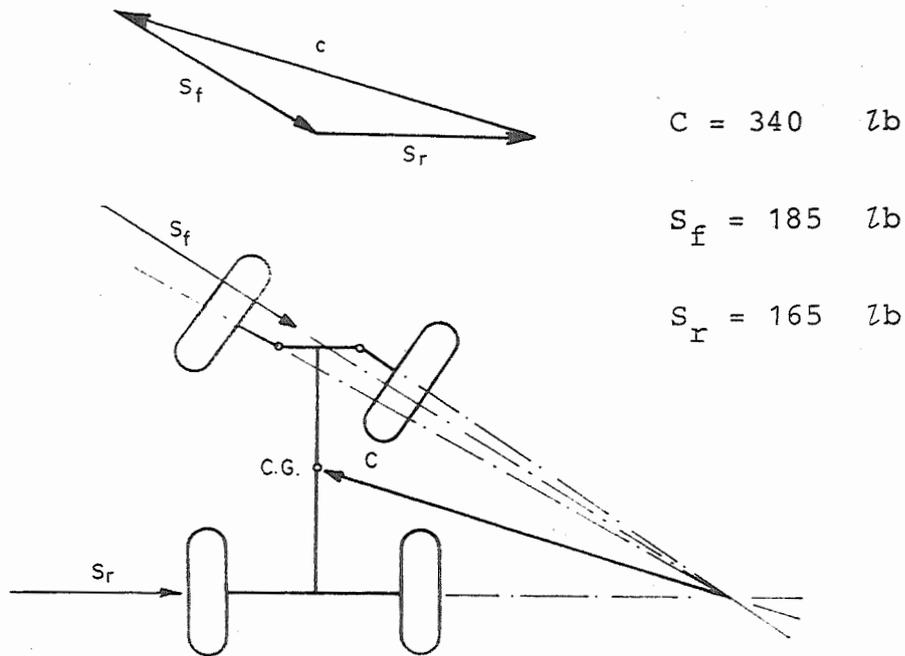


FIGURA (4.10) - VEÍCULO NUM MOVIMENTO CIRCULAR À VELOCIDADE CONSTANTE

$$R_i = \frac{W}{g} \cdot a = \frac{4000}{32} \times 3 = 375 \text{ lb.}$$

O veículo se encontra num plano horizontal e a força de resistência do ar será desconsiderada.

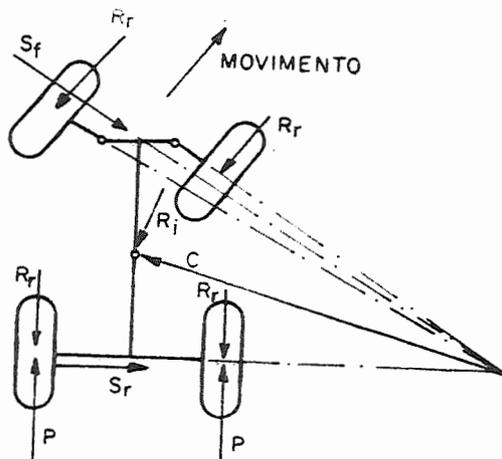
O método gráfico será demonstrado para dois casos:

b1. roda traseira é a tração e a dianteira direcional. Solução na figura (4.11).

b2. roda dianteira de tração e direcional. Solução na figura (4.12).

Comparando-se os resultados dos casos (b1) e (b2) podemos notar que:

- As forças laterais nos carros de tração dian



caso b1

$$C = 240 \text{ lb}$$

$$R_i = 375 \text{ lb}$$

$$R_r = 40 \text{ lb/eixo}$$

Pelo processo grá
fico

$$S_f = 245 \text{ lb}$$

$$S_r = 240 \text{ lb}$$

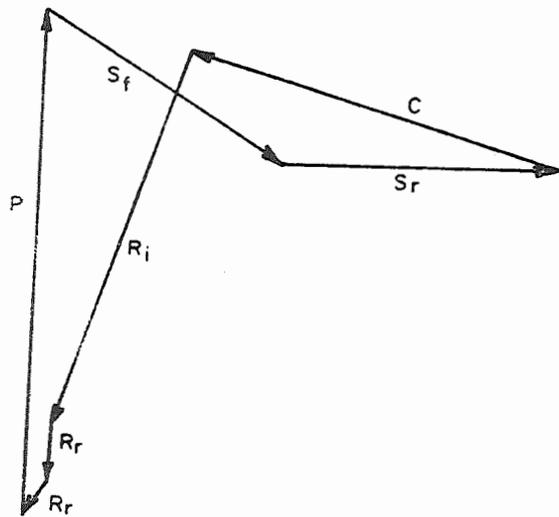
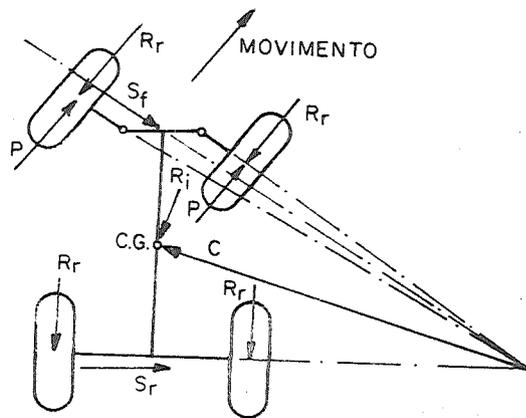


FIGURA (9.11) -

- teira, são menores que nos de tração traseira. Isto explica o por que dos carros de tração dianteira, apresentam melhores características de estabilidade nas curvas, quando comparados com os de tração traseira.
- Para um mesmo estado de movimento, os carros de tração dianteira apresentam forças de tração maiores, exigindo maior potência do motor.



caso b2

$$C = 340 \text{ lb}$$

$$R_i = 375 \text{ lb}$$

$$R_r = 40 \text{ lb/eixo}$$

do gráfico

$$S_f = 132 \text{ lb}$$

$$S_r = 115 \text{ lb}$$

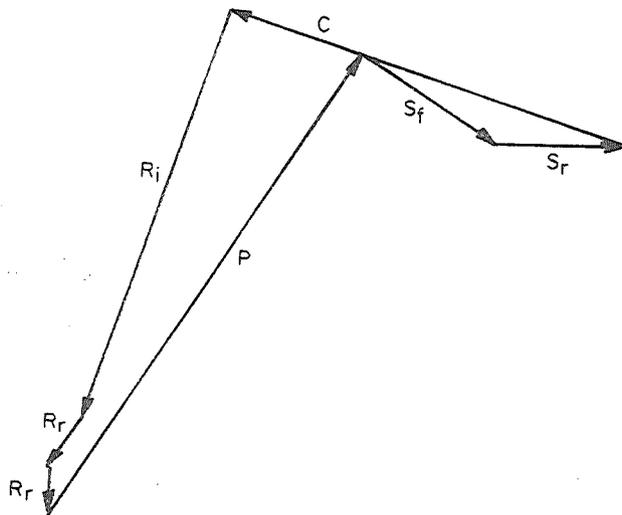


FIGURA (4.12) - TRAÇÃO DIANTEIRA

5. RESISTÊNCIA DA TRANSMISSÃO

A resistência da transmissão não é uma força no mesmo sentido que as anteriores. Ela representa a parcela da potência perdida no processo de transmissão do torque do eixo do motor ao eixo da roda. Esta resistência é usualmente dada como a eficiência " η " do sistema, medida experimentalmente ou estimada pelo engenheiro.

DIAGRAMAS DE DESEMPENHO

Vários são os diagramas utilizados no estudo de desempenho dos autoveículos. Vamos estudar apenas dois deles:

a. Diagrama de Tração

Um diagrama típico de um autoveículo é mostrado na figura (4.13)

b. Diagrama de Potência

Um diagrama de potência típico de um autoveículo é mostrado na figura (4.14).

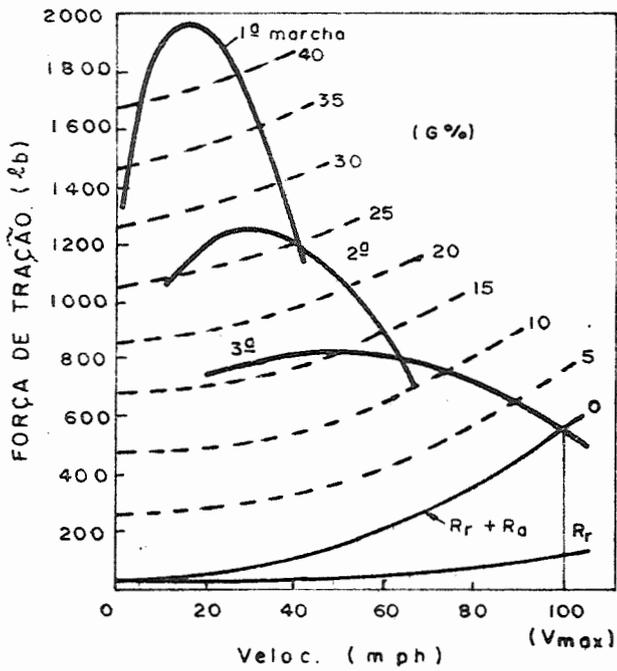


fig. 4.13

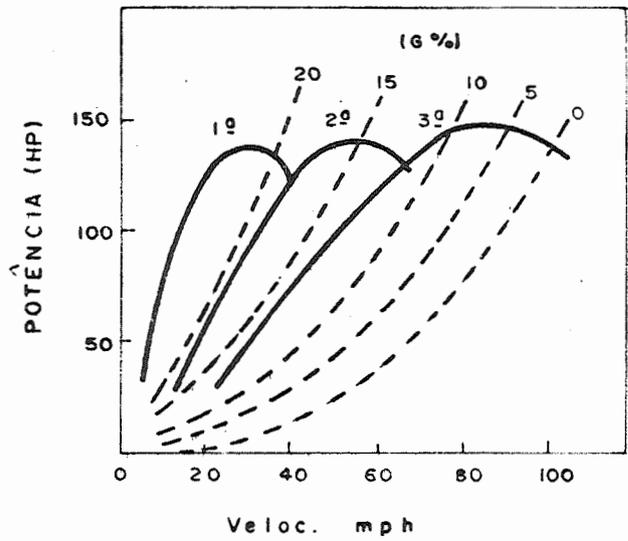


fig. 4.14

CAPÍTULO V

1. DINÂMICA DA FRENAGEM - FORÇAS DE FRENAGEM

2. EFEITOS DA TEMPERATURA NA FRENAGEM

A capacidade de freiar, que determina a habilidade do veículo diminuir sua velocidade ou parar, é um fator importante de desempenho do mesmo.

Todas as forças que agem no veículo numa frenagem, podem ser vistas na figura (5.1), e serão comentadas a seguir:

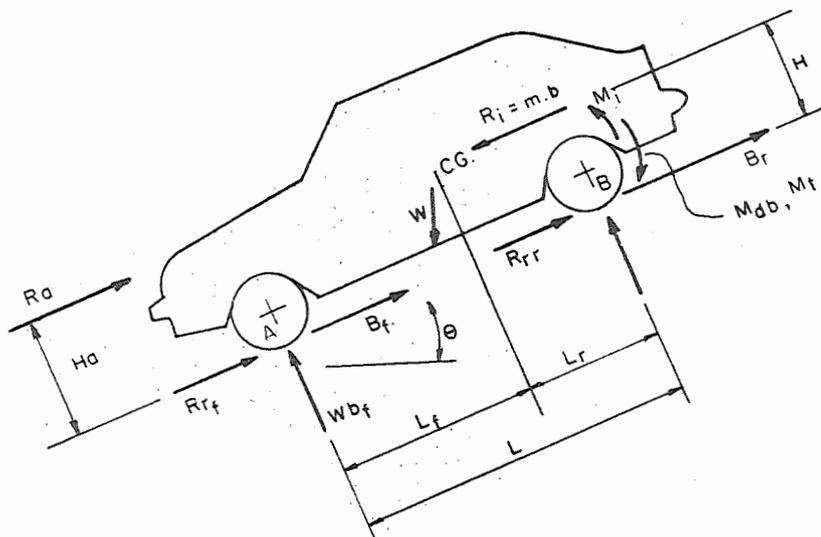


FIGURA (5.1) - FORÇAS AGINDO NUM VEÍCULO DESACELERADO
FORÇAS DE FRENAGEM "B" NAS RODAS

É obtida no "sistema de freios do veículo"; geralmente por atrito entre superfícies. Entre os sistemas de

freios mais utilizados nos autoveículos terrestre atualmente, podemos citar os de lonas atritando numa superfície cilíndrica interna da roda (panela), e o "freio a disco". A figura (5.2) mostra um esquema simplificado do freio a disco.

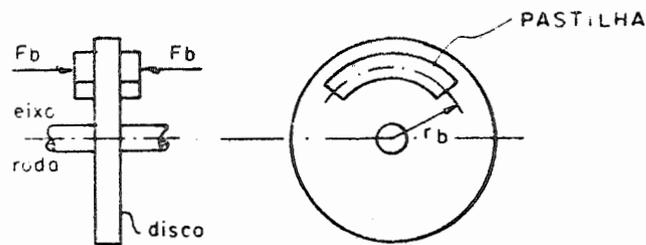


FIGURA (5.2) - FREIO A DISCO

A força de frenagem "B" na roda será:

$$B = \frac{F_b \cdot \mu_b \cdot r_b}{r} ; \quad (5.1)$$

onde " F_b " é a força de compressão na pastilha;

" μ_b " o coeficiente de atrito entre as superfícies (pastilha e disco) e

" r_b " o raio efetivo da força de frenagem no disco.

A máxima força de frenagem " B_{max} ", está limitada pelo máximo coeficiente de adesão oriundo da superfície de contato pneu x solo, sendo calculada por:

$$B_{max} = W_b \cdot \mu_o , \quad (5.2)$$

enquanto as rodas estiverem rolando e,

$$B_{\max} = W_b \cdot \mu_s \quad (5.3)$$

quando escorregando.

PESO DINÂMICO (W_b)

Durante a frenagem, o "peso" nas rodas dianteiras torna-se maior que nas rodas traseiras, por efeito da inércia. Esta distribuição dinâmica do peso, tem influência básica nos limites de desempenho da frenagem, e na distribuição ótima das forças de frenagem nas rodas dianteiras e traseiras. Estudaremos este problema ainda neste capítulo.

Efeito da Inclinação do Solo

$$R_g = W \cdot \text{sen } \theta = (W \cdot G) / 100. \quad (4.7)$$

Obs: O valor de θ na formulação é positivo quando o veículo desce a rampa.

Resistência ao Rolamento

$$R_{rr} + R_{rf} = R_r = f \cdot W \cdot \cos \theta \cong W \cdot f \quad (4.1)$$

Resistência do Ar

A influência da resistência do ar na frenagem é pequena, para veículos de passageiros. Ela pode ser desprezada em cálculos de desempenho não muito acurados. Para veículos muito rápidos, o efeito da resistência do ar na frenagem deve ser considerado.

Força devido à Inércia do Veículo

$$R_i = b \cdot m \cdot \gamma_b, \quad (5.4)$$

onde γ_b é um fator que indica a influência das partes rotativas do veículo. Na frenagem, ele difere do utilizado anteriormente, pois, o motor e parte da transmissão, podem estar desacoplados do movimento. Neste caso, $\gamma_b \approx 1,04$ para veículos automotivos convencionais.

Resistência da Transmissão "M_t"

É o torque necessário para vencer os atritos das engrenagens, mancais, juntas e movimentação do óleo. Comparada com as outras forças de frenagem, ela pode ser desprezada.

Resistência do Motor

Durante uma frenagem, o motor do veículo funciona como um compressor de ar, retirando energia do movimento, atuando como um freio auxiliar. O torque de frenagem proveniente do motor "M_{db}", depende da velocidade em cada instante do veículo e da marcha engrenada, podendo ser calculado por

$$M_{db} = \frac{M_e \cdot \xi}{\eta} \quad (5.5)$$

onde "M_e" é o torque medido experimentalmente no eixo do motor. Um gráfico típico do torque "M_{db}" em função da velocidade do veículo, para diversas relações de transmissão, é mostrado na figura (5.3).

A seguir faremos um estudo sobre o "peso dinâmico durante a frenagem":

Fazendo-se somatória dos torques em torno dos pontos "A" e "B" da figura (5.1) temos respectivamente:

$$W_{br} = \frac{1}{L} \cdot (L_f \cdot W - H \cdot W \cdot \text{sen } \theta - m \cdot b \cdot H + Ra \cdot Ha) \quad (5.6)$$

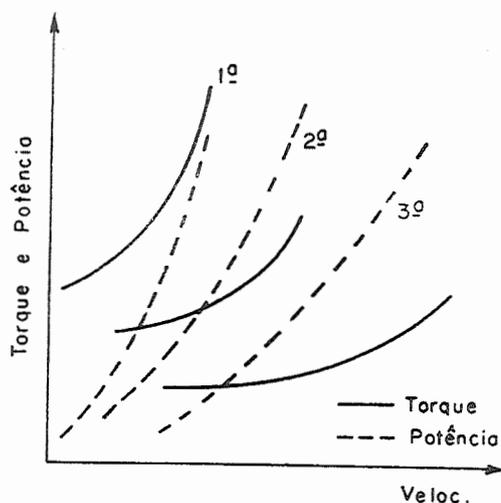


fig. 5.3 Curvas do motor usado como freio auxiliar

$$W_{bf} = \frac{1}{L} \cdot (L_r \cdot W + H \cdot W \cdot \text{sen } \theta + m \cdot b \cdot H - R_a \cdot H_a) \quad (5.7)$$

Fazendo a somatória das forças na direção paralela ao solo temos:

$$m \cdot b - R_a + W \cdot \text{sen } \theta = B + f \cdot W. \quad (5.8)$$

Assumindo a simplificação $H = H_a$ e aplicando (5.8) em (5.6) e (5.7) temos:

$$W_{br} = \frac{1}{L} \cdot (L_f \cdot W - H(B + f \cdot W)) = \frac{L_f \cdot W}{L} - \frac{H(B + f \cdot W)}{L} \quad (5.9)$$

$$W_{bf} = \frac{1}{L} \cdot (L_r \cdot W + H \cdot (B + f \cdot W)) = \frac{L_r \cdot W}{L} + \frac{H \cdot (B + f \cdot W)}{L} \quad (5.10)$$

Designando a transferência do "peso dinâmico" durante a frenagem por ΔW_b , das equações (5.9) e (5.10) podemos dizer que:

$$\Delta W_b = \frac{H \cdot (B + f \cdot W)}{L} \quad (5.11)$$

Substituindo em (5.9) e (5.10) temos:

$$W_{bf} = W_f + \Delta W_b \quad (5.12)$$

$$W_{br} = W_r - \Delta W_b \quad (5.13)$$

LIMITES DA FORÇA DE FRENAGEM

A máxima transferência das forças de frenagem dos pneus para o solo, é uma função do "peso dinâmico" sobre o eixo das rodas e do coeficiente de adesão disponível entre as faces. Portanto:

$$B_{\max} = W_b \times \mu_o \quad (5.14)$$

Quando a equação (5.14) é inserida nas equações que calculam os pesos dinâmicos (5.9) e (5.10), a "força limite de frenagem" pode ser calculada, para veículos freiando no eixo dianteiro, no traseiro ou em ambos. Isto será feito a seguir:

VEÍCULO DE 4 RODAS, CONVENCIONAL, FREIANDO APENAS NO SEU EIXO DIANTEIRO:

Substituindo (5.14) em (5.10) temos:

$$W_{bf} = \frac{L_r \cdot W}{L} + \frac{H \cdot (W_{bf} \cdot \mu_o + f \cdot W)}{L} \Rightarrow (5.15)$$

$$\Rightarrow W_{bf} = \frac{L_r \cdot W}{L} + \frac{H \cdot W_{bf} \cdot \mu_o}{L} + \frac{H}{L} \cdot f \cdot W \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W_{bf} \cdot \left(1 - \frac{H}{L} \cdot \mu_o\right) = \frac{W}{L} (L_r + H \cdot f) \text{ e portanto}$$

$$W_{bf} = W \cdot \frac{(L_r + H \cdot f)}{L - \mu_o \cdot H} \quad (5.16)$$

Isto implica que:

$$B_{fmax} = \mu_o \cdot \frac{W \cdot (L_r + H \cdot f)}{L - \mu_o \cdot H} \quad (5.17)$$

VEÍCULO FREIANDO APENAS COM O EIXO TRASEIRO:

Substituindo (5.14) em (5.9) temos

$$W_{br} = \frac{L_f \cdot W}{L} - \frac{H \cdot (W_{br} \times \mu_o + f \cdot W)}{L}, \quad (5.18)$$

e de forma análoga ao anterior temos:

$$W_{br} = \frac{W \cdot (L_f - f \cdot H)}{L + \mu_o \cdot H} \Rightarrow \quad (5.19)$$

$$\Rightarrow B_{rmax} = \mu_o \cdot \frac{W \cdot (L_f - f \cdot H)}{L + \mu_o \cdot H} \quad (5.20)$$

VEÍCULO FREIANDO NAS 4 RODAS:

A soma dos pesos efetivos nos 2 eixos, é igual ao peso total do veículo \Rightarrow

$$\Rightarrow B_{4max} = \mu_o \cdot W. \quad (5.21)$$

Substituindo (5.21) em (5.9) e (5.10) temos:

$$W_{br}^4 = \frac{W}{L} \cdot [L_f - H \cdot (\mu_o + f)] \quad e \quad (5.22)$$

$$W_{bf}^4 = \frac{W}{L} \cdot [L_r + H \cdot (\mu_o + f)] \quad (5.23)$$

A condição de máximo desempenho do "sistema de freio", é conseguida somente quando a distribuição das forças de frenagem nos eixos, tiverem a mesma proporção dos respectivos pesos dinâmicos, como mostra a equação (5.24) a seguir:

$$\frac{B_{4f}}{B_{4r}} = \frac{W_{bf}^4}{W_{br}^4} = \frac{L_r + H \cdot (\mu_o + f)}{L_f - H \cdot (\mu_o + f)} \quad (5.24)$$

EQUAÇÕES DO MOVIMENTO DESACELERADO

Num veículo, a variação da energia cinética durante a frenagem, deve ser igual ao trabalho das forças externas, considerando-se para isto a variação possível da energia de potencial pequena.

Nestas condições:

$$dE = (B + \Sigma R) \cdot ds \quad (5.25)$$

onde " ΣR " é a somatória de todas as forças de resistência agindo no veículo naquele instante.

A energia cinética do movimento de translação do veículo, e das partes rotativas do sistema de transmissão é:

$$E = \frac{m \cdot v^2}{2} + \frac{\Sigma I \cdot \omega^2}{2} \quad (5.26)$$

Tomando-se um diferencial da energia total temos:

$$dE = m \cdot v \cdot dv + \Sigma I \cdot \omega \cdot d\omega \quad (5.27)$$

Sendo:

$$\omega = \omega_d \cdot \xi \quad (5.28)$$

$$\omega_d = v/r \quad e \quad (5.29)$$

$$d\omega = \xi \cdot d\omega_d \quad (5.30)$$

e substituindo-as em (5.27) temos que:

$$dE = m \cdot v \cdot dv + \Sigma I \cdot \xi^2 \cdot \frac{v}{r^2} \cdot dv \Rightarrow$$

$$\Rightarrow dE = m \cdot v \cdot \gamma_b \cdot dv \quad (5.31)$$

Substituindo (5.31) em (5.26) e com $b = \frac{dv}{dt}$, te
remos a equação geral de movimento:

$$m \cdot v \cdot \gamma_b \cdot dv = (B + \Sigma R) \cdot ds \quad (5.32)$$

CÁLCULO DA DISTÂNCIA PERCORRIDA POR UM AUTO-VEÍCULO NUMA FRENAGEM:

Integrando-se (5.32) temos:

$$\int ds = \gamma_b \cdot m \cdot \int_{v_f}^{v_i} \frac{v \cdot dv}{B + \Sigma R} \quad (5.33)$$

Na expressão (5.33) dois casos podem ser assumi
dos:

a) Resistência do Ar Desprezada (Veículo Desen
gatado).

$$B + \Sigma R = W \cdot \mu + f \cdot W = W(\mu + f) \quad (5.34)$$

Substituindo (5.34) em (5.33) e resolvendo-se a
integral temos:

$$s = \frac{W}{g} \cdot \frac{\gamma_b}{W(\mu + f)} \left[\frac{v_i^2 - v_f^2}{2} \right] \quad (5.35)$$

Para uma frenagem total $v_f = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow s = \frac{\gamma_b \cdot v_i^2}{2g(\mu + f)} = \frac{\bar{v}_i^2 \cdot \gamma_b}{64 \cdot (\mu + f)} \cdot \left[\frac{5280}{3600} \right]^2 = \frac{\gamma_b \cdot \bar{v}_i^2}{30 \cdot (\mu + f)} \quad (5.36)$$

O menor espaço de frenagem é quando

$$B = B_{\max} = W \cdot \mu_o \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s_{\min} = \frac{\gamma_b \cdot \bar{v}_i^2}{30 \cdot (\mu_o + f)} \quad (5.37)$$

É interessante observar que se a resistência do ar for desprezada, a distância de frenagem (5.37) independe do peso do veículo.

b) Resistência do Ar Considerada (Veículo Desengatado)

$$\text{Sendo } R_a = 0,0012 \cdot C_a \cdot A \cdot v_r^2 = C \cdot v_r^2, \quad (5.38)$$

e substituindo em (5.32) temos:

$$s = \gamma_b \cdot m \int_{v_f}^{v_i} \frac{v \cdot dv}{B + R_r + C \cdot v^2} \quad (5.39)$$

Fazendo-se $v = v_r$ e resolvendo a integral de (5.39) temos:

$$s = \frac{m \cdot \gamma_b}{2 \cdot C} \cdot \log_e \left[\frac{B + R_r + C \cdot v_i^2}{B + R_r + C \cdot v_f^2} \right] \quad (5.40)$$

O espaço mínimo para uma frenagem será então:

$$s_{\min} = \frac{m \cdot \gamma_b}{2 \cdot C} \cdot \log_e \left[\frac{W \cdot (\mu_o + f)}{W \cdot (\mu_o + f) + \frac{C \cdot v_i^2}{W \cdot (\mu_o + f)}} \right] \Rightarrow$$

$$s_{\min} = \frac{m \cdot \gamma_b}{2 \cdot C} \cdot \log_e \left[1 + \frac{C \cdot v_i^2}{W \cdot (\mu_o + f)} \right] \text{ ou, (5.41)}$$

$$s_{\min} = \frac{13,1 \cdot W \cdot \gamma_b}{C_a \cdot A} \cdot \log_e \left[1 + \frac{C_a \cdot A \cdot \bar{v}_i^2}{390 \cdot W \cdot (\mu_o + f)} \right] \quad (5.42)$$

Neste caso, quando a resistência do ar é considerada, o espaço de frenagem é função do peso do veículo.

CÁLCULO DO TEMPO DE FRENAGEM

Substituindo v por $\frac{ds}{dt}$ em (5.32) temos:

$$ds \cdot (B + \Sigma R) = m \cdot \gamma_b \cdot dv \cdot \frac{ds}{dt} \quad (5.43)$$

Integrando (5.43) de 0 a t temos:

$$t = \int_{v_f}^{v_i} \frac{m \cdot \gamma_b \cdot dv}{B + R_r + Cv^2} \quad e \quad (5.44)$$

resolvendo-se a integral chega-se a:

$$t = \frac{m \cdot \gamma_b}{\sqrt{C \cdot (B + R_r)}} \cdot \text{tg}^{-1} \left(\sqrt{\frac{C}{B + R_r}} \cdot (v_i - v_f) \right) \quad (5.45)$$

Para uma frenagem total $v_f = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow t = \frac{\gamma_b \cdot W}{g} \cdot \sqrt{\frac{840}{(B + R_r) \cdot C_a \cdot A}} \times \text{tg}^{-1} \left(1,47 \cdot \bar{v}_i \cdot \sqrt{\frac{C_a \cdot A}{840 \cdot (B + R_r)}} \right) \quad (5.46)$$

O tempo mínimo de frenagem será:

$$t_{\min} = 0,9 \cdot \gamma_b \cdot \sqrt{\frac{W}{(\mu_0 + f) \cdot C_a \cdot A}} \cdot \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\bar{v}_i}{19,7} \cdot \sqrt{\frac{C_a \cdot A}{W \cdot (\mu_0 + f)}} \right) \quad (5.47)$$

Quando a força de resistência do ar for desprezada, (5.44) será escrita na forma:

$$t = m \cdot \gamma_b \cdot \int_{v_f}^{v_i} \frac{dv}{W \cdot (\mu + f)} = \frac{m \cdot \gamma_b \cdot (v_i - v_f)}{W \cdot (\mu + f)} \quad (5.48)$$

O tempo mínimo numa frenagem total será então:

$$t_{\min} = \frac{m \cdot \gamma_b}{W \cdot (\mu_0 + f)} \cdot v_i = \frac{v_i}{b} = \frac{1,47 \cdot \bar{v}_i}{b} \quad (5.49)$$

LIMITES DA DESACELERAÇÃO

Fazendo a somatória das forças na direção paralela ao solo da figura (5.1) temos:

$$B_{\max} = b_{\max} \cdot m \cdot \gamma_b - \Sigma R \text{ ou}$$

$$B_{\max} = b_{\max} \cdot m \cdot \gamma_b - R_r \pm R_g - R_a \implies (5.50)$$

$$\implies b_{\max} = \frac{g}{W \cdot \gamma_b} \left[\frac{\mu_0 \cdot W_b \cdot W}{W} + f \cdot W - W \cdot \operatorname{sen}(\pm \theta) + \frac{R_a \cdot W}{W} \right] \implies$$

$$\implies b_{\max} = \frac{g}{\gamma_b} \cdot \left[\frac{\mu_0 \cdot W_b}{W} + f - \operatorname{sen}(\pm \theta) + \frac{R_a}{W} \right] \quad (5.51)$$

VEÍCULO FREIANDO APENAS NAS RODAS DIANTEIRAS

$$W_b = W_{bf} = \frac{W \cdot (L_r + H \cdot f)}{L - \mu_0 \cdot H} \quad (5.16) \implies$$

$$\Rightarrow b_{\max} = \frac{g}{\gamma_b} \cdot \left[\mu_o \cdot \frac{(L_r + H \cdot f)}{L - \mu_o \cdot H} + f - \text{sen}(\pm \theta) + \frac{R_a}{W} \right] \quad (5.52)$$

VEÍCULO FREIANDO APENAS COM AS RODAS TRASEIRAS

$$W_b = W_{br} = \frac{W \cdot (L_f - f \cdot H)}{L + \mu_o \cdot H} \quad (5.19) \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b_{\max} = \frac{g}{\gamma_b} \left[\mu_o \cdot \frac{(L_f - f \cdot H)}{L + \mu_o \cdot H} + f - \text{sen}(\pm \theta) + \frac{R_a}{W} \right] \quad (5.53)$$

VEÍCULO FREIANDO NAS 4 RODAS

$$W_b = W \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b_{\max} = \frac{g}{\gamma_b} \left[\mu_o + f - \text{sen}(\pm \theta) + \frac{R_a}{W} \right] \quad (5.54)$$

A expressão (5.54) mostra que a desaceleração de vido a uma frenagem independe do peso somente quando a força de resistência do ar for desprezada (baixas velocidades). O veículo carregado terá uma desvantagem, pois, $\frac{R_a}{W}$ será menor, diminuindo b_{\max} .

Quando a resistência do ar é desprezada, a equação (5.54) para uma pista horizontal torna-se:

$$b_{\max} = \frac{g}{\gamma_b} \cdot [\mu_o + f] \cong g(\mu_o + f) \quad (5.55)$$

O coeficiente de adesão geralmente usado para pista de concreto ou asfalto é de 0,6. Portanto a máxima aceleração de frenagem será:

$$b_{\max} = 9,8 \cdot (0,6 + 0,02) = 6,1 \text{ m/seg}^2 \text{ ou}$$

$$32,2 \cdot (0,6 + 0,02) = 20 \text{ ft/seg}^2$$

Geralmente a desaceleração é representada na unidade "g". O b_{\max} acima seria de 0,62 g.

Uma colisão é uma desaceleração abrupta. Os limites humanos estão em torno de 20g. Uma colisão a 60 Km/h produz uma desaceleração em torno de 16 g.

A condição de máximo desempenho do sistema de freios, dada pela expressão (5.24), pode ser obtida como função da desaceleração máxima pela expressão:

$$\frac{B_{4f}}{B_{4r}} = \frac{L_r + H \cdot (\mu_o + f)}{L_f - H \cdot (\mu_o + f)} = \frac{L_r + H \cdot (\frac{b_{\max}}{g})}{L_f - H \cdot (\frac{b_{\max}}{g})} = \frac{g \cdot L_r + b_{\max} \cdot H}{g \cdot L_f - b_{\max} \cdot H} \quad (5.56)$$

Em qualquer outra condição, senão a de desaceleração máxima, (5.56) torna-se:

$$\frac{B_{4f}}{B_{4r}} = \frac{g \cdot L_r + b \cdot H}{g \cdot L_f - b \cdot H} \quad e \quad (5.57)$$

$$b = g(\mu + f) \quad (5.58)$$

CÁLCULO DA DISTÂNCIA DE FRENAGEM CONSIDERANDO-SE O TEMPO DE REAÇÃO DO MOTORISTA.

Numa frenagem de emergência, há um certo lapso de tempo para a reação do motorista. Este lapso é chamado de "tempo de reação", sendo em torno de 0,5 a 2 seg. A distância real será:

$$\bar{S} = s_r + s, \quad (5.59)$$

onde s_r é o espaço percorrido durante o tempo de reação. Considerando-se a aceleração de frenagem constante durante todo o processo, o espaço total percorrido será

$$\bar{S} = v \cdot t_r + \frac{v^2}{2b} \quad (5.60)$$

A importância do tempo de reação é evidenciada na figura (5.4).

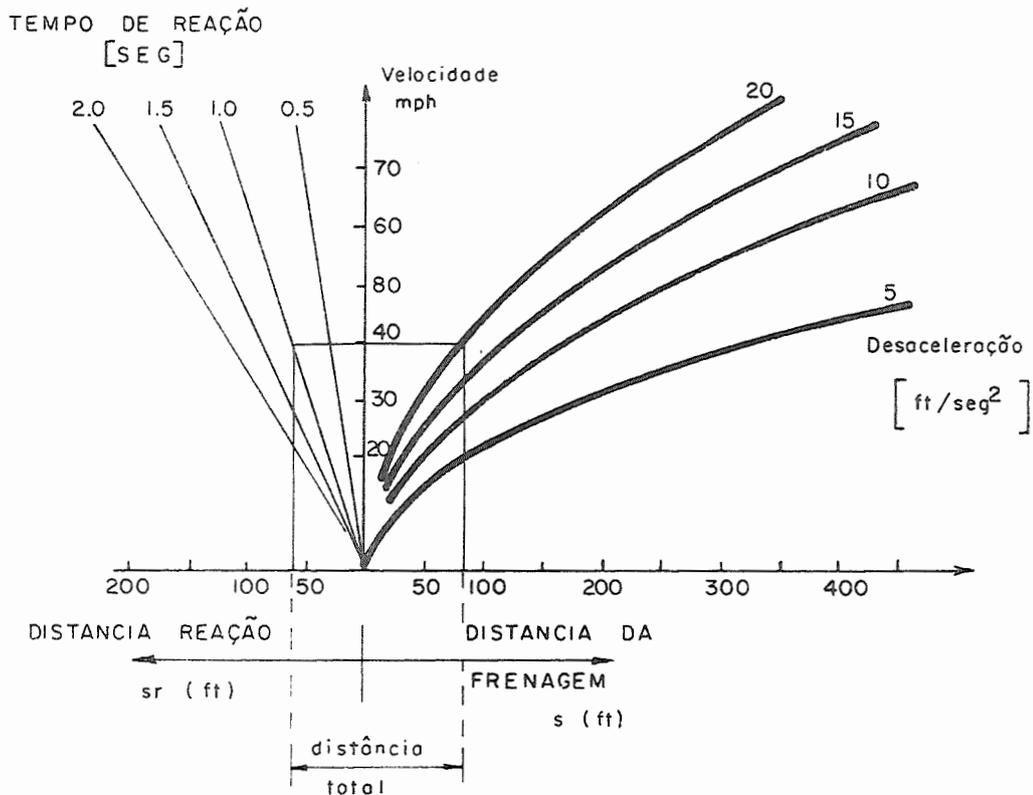


FIG.(5.4) CARTA DE DESEMPENHO DA FRENAGEM

Desprezando-se a força de resistência do ar, o espaço mínimo será:

$$\bar{S}_{\min} = v_i \cdot t_r + \frac{v_i^2}{2 \cdot b_{\max}} = v_i \cdot t_r + \frac{v_i^2 \cdot \gamma_b}{2g(\mu_o + f)}, \quad (5.61)$$

e para uma condição qualquer

$$\bar{S} = v_i \cdot t_r + \frac{\gamma_b \cdot v_i^2}{2g(\mu + f)} \quad (5.62)$$

EFEITOS DA TEMPERATURA NA FRENAGEM

No estudo anterior sobre a frenagem, as equações elementares de movimento foram estabelecidas através das forças agindo no veículo durante uma desaceleração. Estas equações não consideram os limites de desempenho do freio impostos pela razão de conversão de energia de movimento em energia térmica nas faces que se atritam.

A frenagem é uma conversão da energia cinética e potencial em calor. Esta conversão se dá no atrito das lonas com as panelas (pastilhas x discos) ou, indesejavelmente, na área de contato do pneumático com o solo.

Um fator limitante do desempenho do freio é a temperatura das faces que se atritam. Isto porque o coeficiente de atrito entre elas decresce com o aumento da temperatura, diminuindo conseqüentemente o torque de frenagem. Além disto, um aumento exagerado da temperatura diminui a resistência à abrasão das pastilhas e lonas, diminuindo com isto sua vida útil. Concluindo, no projeto dos freios, os limites de temperatura dos materiais que se atritam devem ser observados.

No projeto, duas condições operacionais devem ser estudadas:

1. Frenagem Moderada de Longa Duração

Como o veículo descendo uma rampa de grande extensão. Neste caso, todo o calor gerado deve ser dissipado para o ambiente (ar), mantendo a temperatura do sistema abaixo da máxima determinada pelos materiais que se atritam.

2. Frenagem Severa de Pequena Duração (Emergência)

Toda a energia convertida em calor deve ser ar

mazenada na capacidade térmica do sistema mecânico de frenagem, sem também ultrapassar a temperatura limite.

A dissipação do calor gerado no freio para o meio ambiente, é um fator importante de desempenho, principalmente nas frenagens intermitentes mas constantes, ou de longa duração. Esta dissipação se faz das seguintes maneiras:

a) Condução através dos componentes do sistema de freio - é de pequena importância prática.

b) Radiação - relativamente baixa nas condições normais de uso.

c) Convecção - é o fator mais importante na troca de calor com o meio ambiente. É função da quantidade e qualidade da área externa do sistema em contato com o fluido refrigerante (ar), diferença de temperatura entre eles, velocidade e turbulência do fluxo sobre o sistema.

Obtém-se o gráfico da figura (5.5), utilizado em projetos, determinando-se com ele a condutividade térmica de convecção do sistema, usando-se para isto ensaios em túnel de vento, com posterior verificação no próprio veículo.

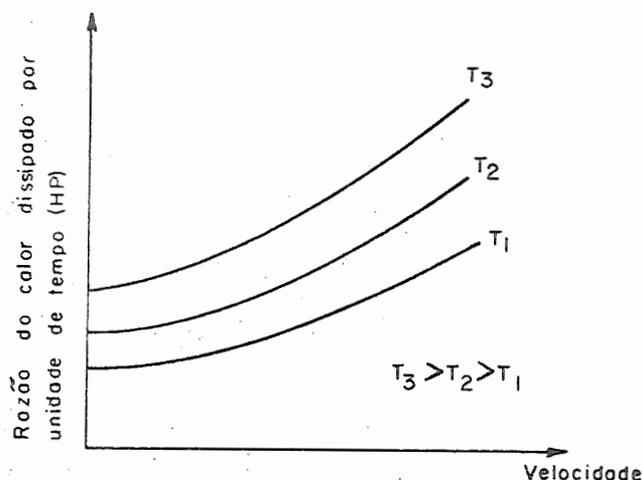


fig.5.5 - Dissipação térmica do freio

EQUAÇÕES DE CONVERSÃO DE ENERGIA

$$N_b + N_{ad} = \frac{\bar{V}}{375} \cdot (R_g - R_r - R_a), \quad (5.64)$$

onde:

N_b - energia dissipada no freio (figura (5.5)) em HP

N_{ad} - energia dissipada pelo motor (HP) (figura (5.3)).

R_g [lb); R_r (lb); R_a [lb); V [mph]

De (5.64) podemos escrever:

$$N_b + N_{ad} = \frac{\bar{V}}{375} \cdot (W \cdot \text{sen}\theta - W \cdot f - \frac{0,26 \cdot A \cdot C_a \cdot \bar{V}_r^2}{100}),$$

fazendo $\bar{V}_r = \bar{V}$ e usando $\text{sen}\theta \approx G/100$ temos:

$$N_b + N_{ad} = \frac{W \cdot \bar{V} \cdot G}{37.500} - \frac{W \cdot \bar{V} \cdot F}{375} - \left[\frac{0,26 \cdot C_a \cdot A}{37.500} \right] \cdot \bar{V}^3 \text{ ou}$$

$$N_b + N_{ad} = \frac{\bar{V} \cdot W}{37500} \cdot (G - 100 \cdot f) - \frac{C_a \cdot A \cdot \bar{V}^3}{144230}, \text{ e de uma}$$

forma mais conveniente:

$$N_b + N_{ad} = \frac{\bar{V}}{37,5} \cdot \frac{W \cdot (G - 100 f)}{1000} - \frac{C_a \cdot A \cdot \bar{V}^3}{144230} \quad (5.65)$$

A expressão (5.65) pode ser resolvida por um método gráfico para qualquer valor de W e G , conforme figura (5.6).

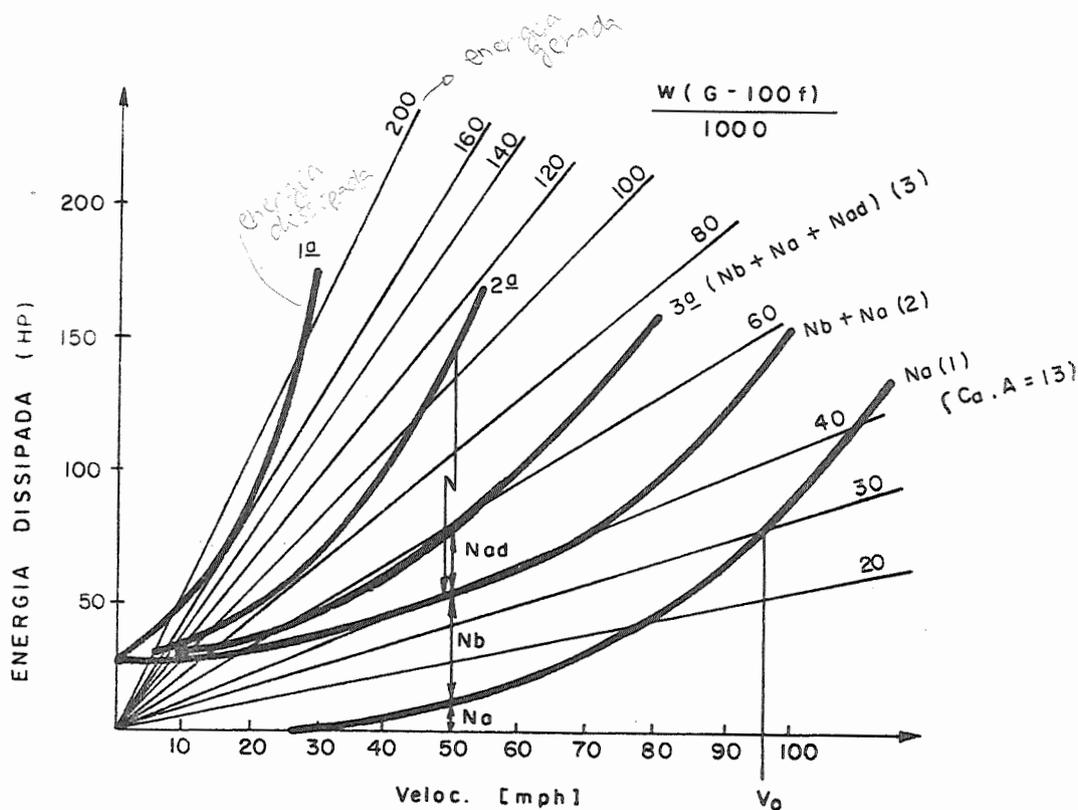


fig. 5.6 - Abaco da frenagem

CAPACIDADE DE ARMAZENAR CALOR

No presente estudo, vamos considerar o veículo desengrenado, que é a pior condição de frenagem.

Da expressão (5.64) temos:

pot. resist. dissip. freco!

$$N_b = \frac{\bar{V}}{375} \cdot [\gamma_b \cdot m \cdot b + R_g - R_a - R_r] \quad (5.66)$$

Desprezando-se a força de resistência do ar, a potência dissipada tem variação linear com a velocidade, podendo ser calculada pela velocidade média " \bar{V}_m " durante a frenagem:

$$\bar{V}_m = \frac{\bar{V}_i + \bar{V}_f}{2} \quad (5.67)$$

Para uma frenagem total $V_f = 0 \implies$

$$\implies \bar{V}_m = \frac{\bar{V}_i}{2} \quad (5.68)$$

Substituindo (5.68) em (5.66) temos:

Potência média dissipada no freio

$$N_{bm} = \frac{W \cdot \bar{V}_m}{375} \cdot \left[\frac{b \cdot \gamma_b}{g} + \frac{G}{100} - f \right] \quad (5.69)$$

Durante os cálculos dos freios, o efeito da resistência do ar e da resistência ao rolamento pode ser desprezado numa frenagem de emergência. A variação da energia cinética do eixo a frenagem é:

$$E = m \cdot \frac{(v_i^2 - v_f^2)}{2} = \frac{W}{2g} \cdot (\bar{V}_i^2 - \bar{V}_f^2) \cdot \left[\frac{5280}{3600} \right]^2 = W \cdot \frac{(\bar{V}_i^2 - \bar{V}_f^2)}{30}$$

Toda a energia gerada deve ser armazenada nas panelas (ou discos) do freio conforme equação (5.70):

$$Q_b = c \cdot W_{dr} \cdot \Delta t \quad [\text{Btu}] , \quad (5.70)$$

onde:

Q_b - capacidade térmica das painelas

W_{dr} - peso das painelas

Δt - variação da temperatura e

c - calor específico do material das painelas.

$$\text{Numa frenagem total, } E_t = \frac{W \cdot \bar{V}_i^2}{23200}$$

Igualando a energia gerada com a armazenada temos:

$$\frac{W \cdot \bar{V}_i^2}{23200} = c \cdot W_{dr} \cdot \Delta t \implies$$

$$\implies W_{dr} = \frac{W \cdot \bar{V}_i^2}{23200 \times c \times \Delta t} \quad [Zb] \quad \text{ou} \quad (5.71)$$

$$\Delta t = \frac{W \cdot \bar{V}_i^2}{23200 \times c \times W_{dr}} \quad [F]$$

EXERCÍCIOS

01. Determine a distribuição ótima das forças de frenagem no eixo traseiro e dianteiro, de um veículo com a seguinte configuração de projeto:

$$L_r = L_f = 0,5 L \quad \text{e} \quad H = 0,35 L$$

Valor estimado de $\mu = 0,35$ e $f = 0,02$.

Determinar a distribuição ótima das forças de frenagem no eixo traseiro e dianteiro deste veículo, executando uma "frenagem de emergência" numa pista de concreto ($\mu_o = 0,6$ e $f = 0,02$).

02. Um veículo movendo-se a 100 mph sobre uma pista de concreto ($\mu_o = 0,6$ e $f = 0,02$) tendo 4000 lb de peso, área frontal de 25 ft² e coeficiente de resistência do ar de 0,5, desengrenado, com fator de inércia $\gamma_b = 1,05$, sofre uma frenagem total de emergência. Calcular o espaço e o tempo mínimo necessários nos seguintes casos.

a) Considerando a força de resistência do ar.

b) Desprezando a força de resistência do ar.

Determine a diferença percentual entre os resultados obtidos nos dois casos.

Qual seria a distância e o tempo necessários para este veículo parar, sem acionar o freio, com a mesma velocidade inicial (100 mph).

03. Calcule através das expressões obtidas anteriormente, e da figura (5.4), o espaço mínimo para uma frenagem total, levando-se em consideração o tempo de reação do motorista de 2 seg, com $v_i = 100$ ft/seg, $\gamma_b = 1,06$, $g = 32$ ft/seg², no asfalto ($\mu_o = 0,7$ e $f = 0,02$).

04. Determine a ^{Potência} razão média de conversão de energia, e a variação de temperatura no freio, numa frenagem total de emergência de um avião desacelerando a 10 ft/seg² de uma velocidade inicial de 200 mph. Dados: ^{1/3 g}

- peso do aeroplano ^{320 Kw/h} 80.000 lb
- o efeito da resistência do ar e a energia das partes ^{motor} rotativas devem ser desprezadas.
- peso do sistema de freio (panelas) 400 lb
- $f = 0,02$; $g = 32$ ft/seg² ; $c = 0,11$.

CAPÍTULO VI

ESTABILIDADE E LIMITES DE DESEMPENHO

1. ESTABILIDADE LONGITUDINAL

É o estudo estático e dinâmico da estabilidade do veículo em torno dos eixos das rodas no seu plano longitudinal. É de especial importância quando o C.G. do veículo é alto com relação ao solo, ou quando ele é designado para transportar cargas fora do retângulo formado pelas 4 rodas. Podemos citar como exemplo as empilhadeiras, guindastes, etc.

Uma das piores combinações possíveis das forças atuando no veículo é representada na figura (6.1).

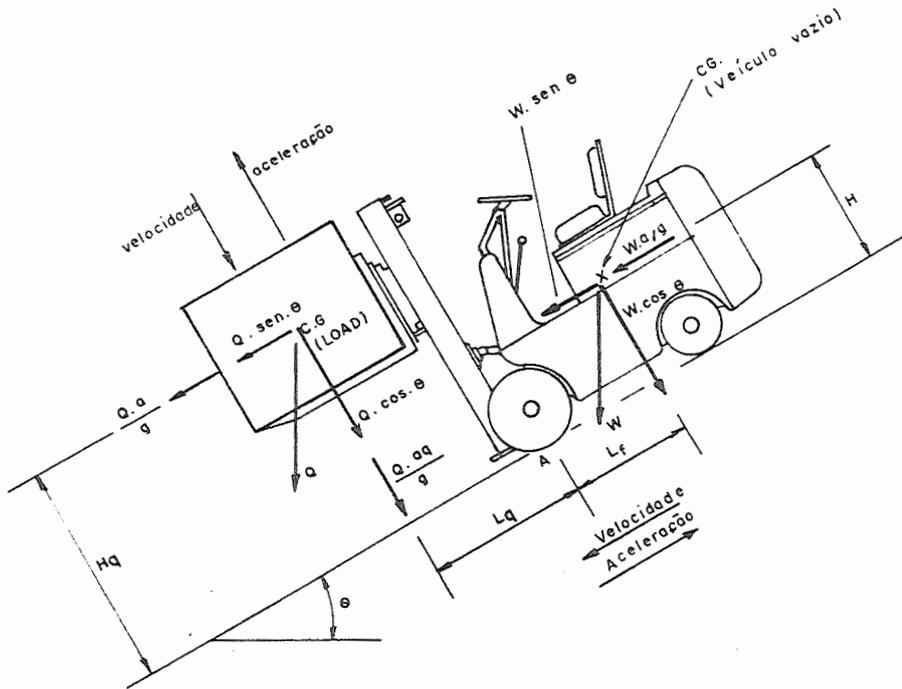


FIGURA (6.1) - FORÇAS E TORQUES APLICADOS NO VEÍCULO

Neste caso, o veículo desce uma rampa de inclinação θ , sendo desacelerado (freiado) e a carga "Q", sobre o garfo, se move para baixo também desacelerada.

Fazendo a somatória dos torques em torno de "A"
temos:

$$L_f \cdot W \cdot \cos \theta = L_q \cdot Q \cdot \cos \theta + H_q \cdot Q \cdot \sin \theta + \frac{Q \cdot a \cdot H_q}{g} + H \cdot W \cdot \sin \theta + \frac{W \cdot a \cdot H}{g} + \frac{Q \cdot a_q \cdot L_q}{g}, \quad (6.1)$$

onde: $L_f \cdot W \cdot \cos \theta = TE$ (Torque Estabilizante) e

$$L_q \cdot Q \cdot \cos \theta + H_q \cdot Q \cdot \sin \theta + \frac{Q \cdot a \cdot H_q}{g} + H \cdot W \cdot \sin \theta + \frac{W \cdot a \cdot H}{g} + \frac{Q \cdot a_q \cdot L_q}{g} = TD \text{ (Torque Desestabilizante).}$$

A expressão (6.1) é a equação de "equilíbrio" permitindo a obtenção das condições limitantes da estabilidade. Na prática, o que se deseja, é que o torque estabilizante "TE" seja maior que o torque desestabilizante TD, em toda e qualquer condição de utilização do veículo, para garantir sua estabilidade longitudinal. Para definir isto, podemos utilizar o conceito da "margem de estabilidade em porcentagem" do veículo, definida como:

$$\begin{aligned} \frac{ME}{100} &= \frac{L_f \cdot W \cdot \cos \theta - L_q \cdot Q \cdot \cos \theta - H_q \cdot Q \cdot \sin \theta - \frac{Q \cdot a \cdot H_q}{g}}{L_f \cdot W \cdot \cos \theta} \\ &+ \frac{- H \cdot W \cdot \sin \theta - \frac{W \cdot a \cdot H}{g} - \frac{Q \cdot a_q \cdot L_q}{g}}{L_f \cdot W \cdot \cos \theta} \implies \\ \implies ME &= \left[1 - \left(\frac{L_q \cdot Q}{L_f \cdot W} + \frac{\operatorname{tg} \theta \cdot (H \cdot W + Q \cdot H_q)}{L_f \cdot W} + \frac{a \cdot (W \cdot H + Q \cdot H_q)}{g \cdot L_f \cdot W \cdot \cos \theta} + \frac{Q \cdot a_q \cdot L_q}{g \cdot L_f \cdot W \cdot \cos \theta} \right) \right] \times 100 \quad (6.2) \end{aligned}$$

chamando de:

$$A = \frac{L_q \cdot Q}{L_f \cdot W} ; \frac{\text{tg } \theta \cdot (H \cdot W + Q \cdot H_q)}{L_f \cdot W} = B$$

(relação devido a inclinação da pista);

$$C = \frac{a(W \cdot H + Q \cdot H_q)}{g \cdot L_f \cdot W \cdot \cos \theta}$$

(relação devido a aceleração do veículo);

$$D = \frac{Q \cdot a_q \cdot L_q}{g \cdot L_f \cdot W \cdot \cos \theta}$$

(relação devido a aceleração da carga Q).

Substituindo estas relações em (6.2) temos:

$$ME = \left[1 - (A + B + C + D) \right] \times 100 \quad (6.3)$$

Chamando de "fator de estabilidade σ " a razão entre TE e TD, podemos escrever:

$$\sigma = \frac{1}{A + B + C + D} \quad (6.4)$$

Substituindo (6.4) em (6.3) temos:

$$ME = \left[1 - \frac{1}{\sigma} \right] \times 100 = \left[\frac{\sigma - 1}{\sigma} \right] \times 100 \quad p/\sigma \neq 0 \quad (6.5)$$

Os termos A, B, C, D contêm o ângulo " θ " de inclinação, a aceleração de translação do veículo "a" e a aceleração da carga " a_q ". Pela nossa convenção, " $\theta +$ " quando o veículo desce a rampa inclinada; " $a +$ " quando o veículo está sendo freiado descendo a rampa; " $a_q +$ " quando a carga se movimenta em direção ao solo sendo também freiada.

A expressão (6.1) é difícil de ser manuseada, por ser função de " θ ", " a ", " a_q ". Na prática, a estabilidade é analisada somente com o veículo parado na horizontal, acrescentando-se nos cálculos um coeficiente de segurança, que considere os demais efeitos. Este coeficiente pode ser considerado, através da utilização de uma "Margem de estabilidade estática" adequada.

A Margem de estabilidade estática " ME_{est} " é definida quando " a " e " a_q " são considerados nulos. Este estudo pode ser utilizado na previsão da estabilidade dinâmica do sistema (veículo + carga), quando uma margem de estabilidade estática adequada é considerada. A figura (6.2) mostra as forças no veículo na horizontal estacionado.

Para o caso estático

$$\sigma = \frac{1}{A} = \frac{W \cdot L_f}{Q \cdot L_q} \quad (6.6)$$

É de fácil observação em (6.6), que para um determinado valor da margem de estabilidade estática, a relação entre a carga " Q " e sua posição no garfo " L_q " é hiperbólica. A figura (6.2) mostra uma relação entre a carga " Q " e sua posição no garfo " L_q " para margens de estabilidade estática de 0;25% e 50%.

A técnica utilizada nos cálculos de estabilidade, é melhor mostrada através de um exemplo:

Um truck de 12.200 lb de peso, $L_f = 46$ in, $H = 30$ in, com capacidade nominal de 10523 lb para um $L_q = 40$ in e margem de estabilidade estática de 25.

Calcular:

- a) A carga máxima nominal " $Q_{max_{nom}}$ ", e o "fator de estabilidade" " σ ".

de (6.5) temos:

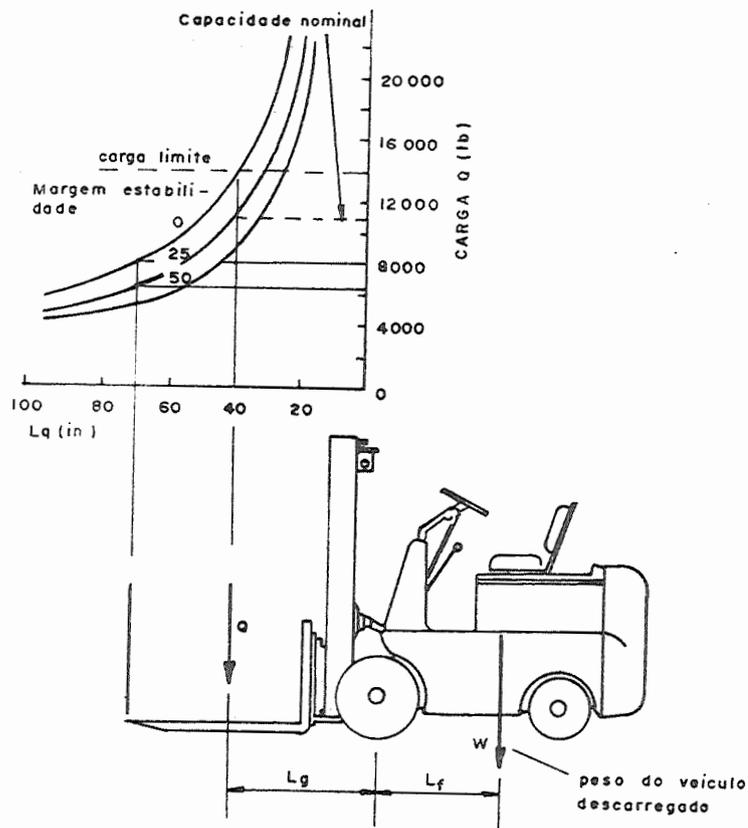


FIGURA (6.2) - GRÁFICO DE ESTABILIDADE ESTÁTICA"

$$ME_{est_{nom}} = \left(1 - \frac{L_q \cdot Q_{nom}}{W \cdot L_f} \right) \times 100 \implies$$

$$\implies Q_{nom} = \frac{\left(1 - \frac{ME_{est_{nom}}}{100} \right) \cdot W \cdot L_f}{L_q} \implies$$

$$\implies Q_{nom} = \frac{\left(1 - \frac{25}{100} \right) \cdot 12200 \cdot 46}{40} \implies$$

$$\implies Q_{nom} = 10.523 \text{ lb.}$$

de (6.6) temos:

$$\sigma = \frac{W \cdot L_f}{Q \cdot L_q} = \frac{12.200 \times 46}{10.523 \times 40} \Rightarrow \sigma = 1,27$$

b) Carga limite de estabilidade " Q_{\max} " / $\sigma = 1$

$$Q_{\max} = \frac{\left(1 - \frac{ME_{est}}{100}\right) \cdot W \cdot L_f}{L_q} = \frac{(1 - 0) \times 12.200 \times 46}{40}$$

$$Q_{\max} = 14.030 \text{ lb}$$

c) " Q_{\max} " para se manter uma ME_{est} de 50%

$$Q_{\max} = \frac{(1 - 0,5) \times 12.200 \times 46}{40} \implies Q_{\max} = 7.015 \text{ lb}$$

d) $Q_{\max}/ME_{est} = 0; 25\%$ e 50% para um $l_q = 70$ in

$$Q_{\max}/ME_{est} = 0\% = \frac{(1 - 0) \times 12.200 \times 46}{70} = 8.017 \text{ lb}$$

$$Q_{\max}/ME_{est} = 25\% = \frac{(1 - 0,25) \times 12.200 \times 46}{70} = 6.012 \text{ lb}$$

$$Q_{\max}/ME_{est} = 50\% = \frac{(1 - 0,5) \times 12.200 \times 46}{70} = 4.008 \text{ lb}$$

e) A inclinação máxima da pista para $\sigma = 1$, que reproduz as condições nominais, para $H_q = 40$ in e $H_q = 100$ in.

Da equação (6.2) temos:

$$\begin{aligned} \text{tg}\theta_{\max} &= \frac{L_f \cdot W - L_q \cdot Q}{H \cdot W + Q \cdot H_q} \implies \text{tg}\theta_{\max}/H_q = 40 = \\ &= \frac{46 \times 12.200 - 40 \times 11.000}{30 \times 12.200 + 11.000 \times 40} = 0,15 \end{aligned}$$

ou inclinação de 15%

$$\text{tg } \theta_{\text{max}/H_q} = 100 = \frac{46 \times 12.2000 - 40 \times 11.000}{30 \times 12.200 + 11.000 \times 100} = 0,082 \text{ ou}$$

8,2 de inclinação.

f) A máxima desaceleração de translação do veículo, para $\sigma = 1$, estando o veículo na horizontal, $a_q = 0$, $H_q = 40$ in e $H_q = 100$ in.

Da equação (6.2) temos

$$a_{\text{max}/H_q} = 40 = \frac{(L_f \cdot W - L_q \cdot Q) g \cdot \cos \theta}{(W \cdot H + Q \cdot H_q)} = 0,15 \text{ g}$$

$$a_{\text{max}/H_q} = 100 = 0,082 \text{ g}$$

g) A máxima desaceleração " a_q " da carga do veículo para $\sigma = 1$.

$$a_{q_{\text{max}}} = \frac{g(L_f \cdot W - L_q \cdot Q)}{L_q \cdot Q} = g \frac{(46 \times 12.200 - 40 \times 11.000)}{40 \times 11.000} =$$

$$= 0,27 \text{ g}$$

OBS: Os itens a; b; c; d podem ser resolvidos pelo gráfico da figura (6.2).

2. ESTABILIDADE LATERAL. (ESCORREGAMENTO E TOMBAMENTO)

Um veículo descrevendo um movimento circular, pode desenvolver dois processos de instabilidade.

Escorregamento - sob determinadas circunstâncias, a força centrífuga proveniente do movimento curvilíneo, excede a máxima força de resistência lateral dos pneumáticos, iniciando-se o processo de escorregamento.

Tombamento - a força centrífuga agindo no C.G. ,

desestabiliza o veículo, fazendo-o tombar lateralmente.

Vamos considerar, para o estudo da estabilidade lateral, um veículo descrevendo um movimento circular, de raio " r_e ", velocidade constante de translação " v ", num plano inclinado. As forças que atuam sobre ele podem ser vistas na figura (6.3).

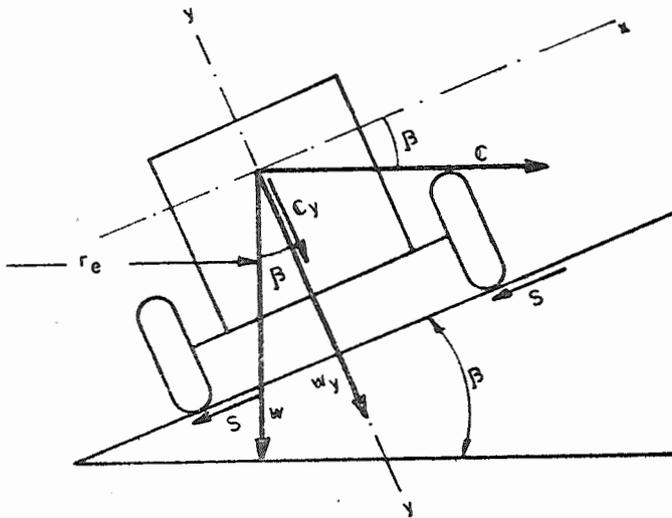


FIGURA (6.3) - VEÍCULO NUMA CURVA.

O "limite da reação lateral" é determinado pelas faces de contato dos pneus com o solo. Portanto, da fig.(6.3), podemos escrever:

$$\Sigma S_{\max} = \mu_o \cdot (C_y + W_y) \quad (6.7)$$

Para garantir que o veículo não escorregue lateralmente, é necessário que a resultante na direção de x, não ultrapasse o valor máximo da reação lateral de atrito. De (6.7) podemos escrever:

$$(\pm W_x \mp C_x) \leq (C_y + W_y) \cdot \mu_o \quad (6.8)$$

Se o veículo que executa o movimento da figura (6.3), tiver uma velocidade suficientemente pequena, pode ocorrer

rer o seu escorregamento para dentro da curva, originando uma "instabilidade" que geralmente não é desejada. Podemos, então, definir uma velocidade mínima de translação do movimento curvilíneo " $v_{s \text{ min}}$ ", acima da qual, a instabilidade não ocorrerá. Para calculá-la, nos utilizaremos de (6.8) escrevendo:

$$\mu_o \cdot (C \cdot \text{sen } \beta + W \cdot \text{cos } \beta) = W \cdot \text{sen } \beta - C \cdot \text{cos } \beta \quad (6.9)$$

Substituindo (4.24) em (6.9) temos:

$$\begin{aligned} \mu_o \cdot \left(\frac{W}{g} \cdot \frac{(v_{s \text{ min}})^2}{r_e} \cdot \text{sen } \beta + W \cdot \text{cos } \beta \right) &= W \cdot \text{sen } \beta - \\ &- \frac{W}{g} \cdot \frac{(v_{s \text{ min}})^2}{r_e} \cdot \text{cos } \beta \implies \\ \implies \frac{(v_{s \text{ min}})^2}{g \cdot r_e} \cdot (\mu_o \cdot \text{sen } \beta + \text{cos } \beta) &= \text{sen } \beta - \mu_o \cdot \text{cos } \beta \implies \\ \implies v_{s \text{ min}} &= \left[\frac{g \cdot r_e (\text{tg } \beta - \mu_o)}{\mu_o \cdot \text{tg } \beta + 1} \right]^{1/2} \quad (6.10) \end{aligned}$$

A equação (6.10) pode ser modificada pelas seguintes relações:

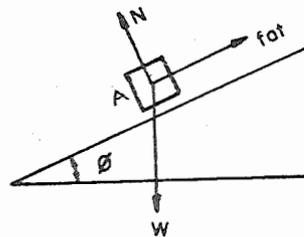


FIGURA (6.4) - ϕ ÂNGULO DE ESCORREGAMENTO

O corpo A, no plano com inclinação ϕ , está instantaneamente em repouso, mas na iminência do escorregamento, podemos escrever:

$$W \cdot \text{cos } \phi_s \cdot \mu_o = W \cdot \text{sen } \phi_s \implies \mu_o = \text{tg } \phi_s \quad (6.11)$$

Da mesma forma, o ângulo ϕ mínimo para manter o corpo escorregando será:

$$\phi_{ss} = \text{arc} \cdot \text{tg} \mu_s \quad (6.12)$$

Substituindo (6.11) em (6.10) temos:

$$v_{s \text{ min}} = \left[g \cdot r_e \cdot \frac{\text{tg} \beta - \text{tg} \phi_s}{1 + \text{tg} \phi_s \cdot \text{tg} \beta} \right]^{1/2} \implies \quad (6.13)$$

$$\implies v_{s \text{ min}} = \left[g \cdot r_e \cdot \text{tg}(\beta - \phi_s) \right]^{1/2} \implies \quad (6.14)$$

$$\implies v_{s \text{ min}} = \sqrt{32,2} \cdot \left[r_e \cdot \text{tg}(\beta - \phi_s) \right]^{1/2} \text{ |ft/seg|} ; \quad (6.15)$$

$$\text{ou } \bar{v}_s \text{ min} = \frac{\sqrt{32,2} \times 3.600}{5.280} \cdot \left[r_e \cdot \text{tg}(\beta - \phi_s) \right]^{1/2} \text{ |mph|} \quad (6.16)$$

obs: Para o concreto $\mu_s = 0,7 \implies \phi_{ss} = 35^\circ$

$\mu_o = 0,8 \implies \phi_s = 39^\circ$

Por outro lado, se o veículo que executa o movimento da figura (6.3) tiver uma velocidade suficientemente alta, pode ocorrer o escorregamento ou o tombamento para fora da curva. A velocidade máxima será, portanto, a menor delas.

b) Velocidade Máxima no Tombamento

Para a obtenção das expressões a seguir, vamos nos utilizar da figura (6.5).

Da figura (6.3) podemos obter:

$$R_x = C \cdot \cos \beta - W \cdot \sin \beta \quad e \quad (6.20)$$

$$R_y = C \cdot \sin \beta + W \cdot \cos \beta$$

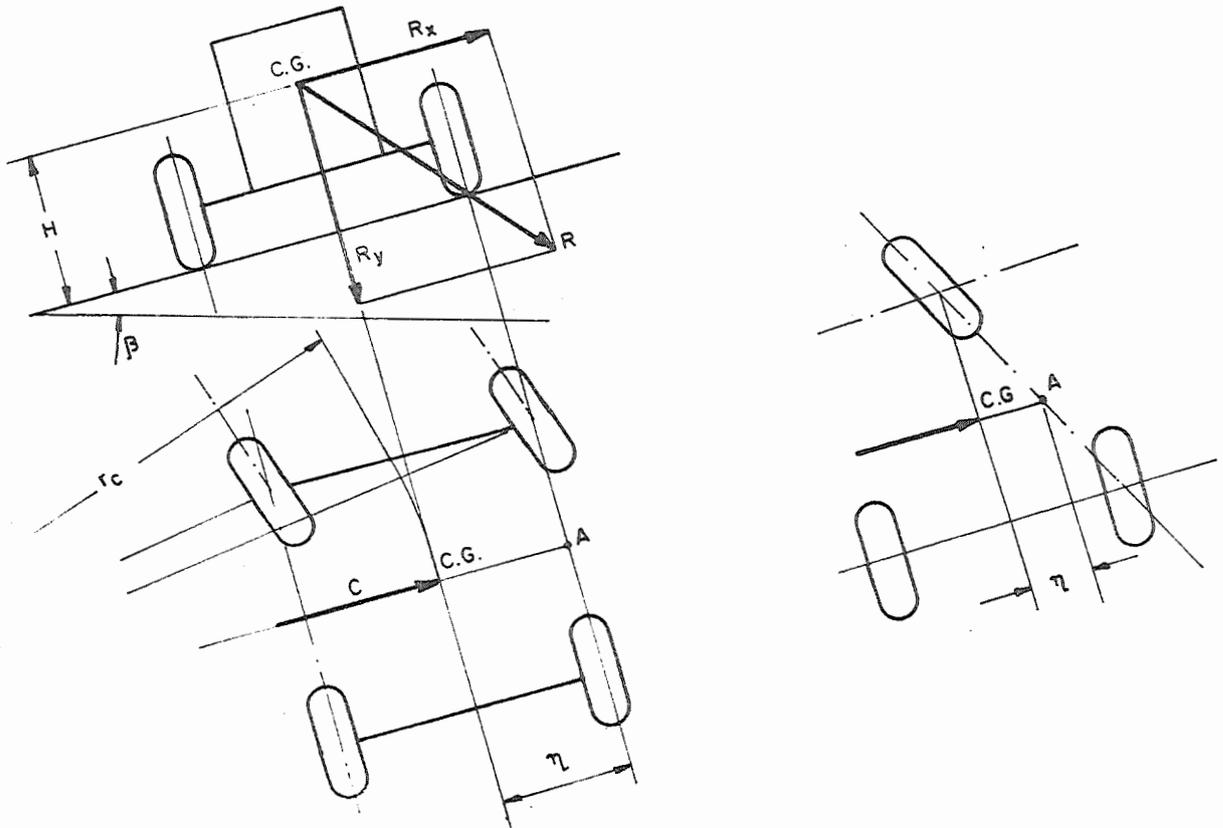


FIGURA (6.5) - VELOCIDADE MÁXIMA DE TOMBAMENTO E ESCORREGAMENTO

Fazendo o equilíbrio dos torques em torno de "A" temos:

$$n \cdot R_y - H \cdot R_x = 0 \quad \text{p/iminência do tombamento} \quad (6.22)$$

Substituindo (6.20) e (6.21) em (6.22) temos:

$$n \cdot (C \cdot \text{sen } \beta + W \cdot \text{cos } \beta) - H \cdot (C \cdot \text{cos } \beta - W \cdot \text{sen } \beta) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n \cdot \left(\frac{W}{g} \cdot \frac{(v_{\text{max}})^2}{r_e} \cdot \text{sen } \beta + W \cdot \text{cos } \beta \right) - H \cdot \left(\frac{W}{g} \cdot \frac{(v_{\text{max}})^2}{r_e} \cdot \text{cos } \beta - W \cdot \text{sen } \beta \right) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{(v_{\text{max}})^2}{g \cdot r_e} (n \cdot \text{sen } \beta - H \cdot \text{cos } \beta) = -n \cdot \text{cos } \beta - H \cdot \text{sen } \beta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_{t \max} = \left[\frac{g \cdot r_e \cdot (n + H \cdot \operatorname{tg} \beta)}{(H - n \cdot \operatorname{tg} \beta)} \right]^{1/2} \quad \text{ou} \quad (6.23)$$

$$\bar{v}_{t \max} = 3,9 \cdot \left(\frac{r_e \cdot n}{H} \right)^{1/2} \quad |\text{mph}| \quad p/\beta = 0 \quad (6.24)$$

3. MAIS ALGUNS LIMITES DE DESEMPENHO

No capítulo 5, obtivemos o peso dinâmico nos eixos das rodas durante uma frenagem (5.16) e (5.19) para se calcular o desempenho da mesma. A seguir, vamos obter as expressões do peso dinâmico sobre o eixo das rodas, para um veículo que sofre uma aceleração positiva, subindo uma rampa, conforme desenho da figura (6.6). Estas expressões serão usadas no futuro para o cálculo do desempenho total do veículo.

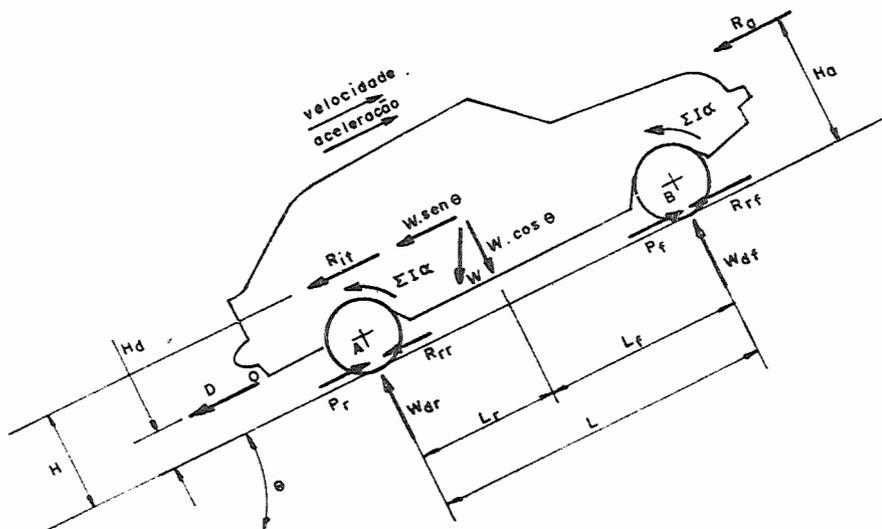


FIGURA (6.6) - VEÍCULO ACELERADO NUMA RAMPA.

Fazendo a somatória dos torques em torno de "A" e "B" e forças na direção perpendicular ao solo temos respectivamente:

$$W_{df} = \frac{1}{L} \cdot \left[L_r \cdot W \cdot \cos \theta - H \cdot W \cdot \operatorname{sen}(\theta) - H_a \cdot R_a - \right. \\ \left. - H \cdot m \cdot a - H_d \cdot D \right] \quad (6.25)$$

$$W_{dr} = \frac{1}{L} \cdot \left[L_r \cdot W \cdot \cos \theta + H \cdot W \cdot \sin(\theta) - H_a \cdot R_a - \right. \\ \left. - H \cdot m \cdot a - H_d \cdot D \right] \quad (6.26)$$

$$W \cdot \cos \theta = W_{dr} + W_{df} \quad (6.27)$$

OBS: Nesta formulação, foi considerada apenas a força de resistência do ar. Em muitos veículos de alta velocidade, uma componente de força aerodinâmica vertical atua sobre o veículo modificando a distribuição do peso dinâmico sobre as rodas.

Vamos assumir que $H = H_a = H_d$. Isto é próximo da realidade para a força de resistência do ar, mas para a força de reboque erros maiores podem ser esperados. Com esta simplificação, as expressões de (6.25) a (6.27) ficarão: ($\cos \theta \approx 1$)

$$W_{df} = \frac{1}{L} \cdot \left[L_f \cdot W - H(R_g + R_a + R_{it} + D) \right] \quad (6.28)$$

$$W_{dr} = \frac{1}{L} \left[L_f \cdot W + H \cdot (R_g + R_a + R_{it} + D) \right] \quad (6.29)$$

Do equilíbrio de forças na direção paralela ao solo temos:

$$P - (R_{rf} + R_{rr}) = R_g + R_a + R_{it} + D \quad e \quad (6.30)$$

$$(R_{rf} + R_{rr}) = R_r = f \cdot W \cdot \cos \theta \approx f \cdot W \quad (6.31)$$

Substituindo (6.31) em (6.30) e esta em (6.28) e (6.29) temos:

$$W_{df} = \frac{L_r \cdot W}{L} - \frac{H \cdot (P - f \cdot W)}{L} \quad (6.32)$$

$$W_{dr} = \frac{L_f \cdot W}{L} + \frac{H \cdot (P - f \cdot W)}{L} \quad (6.33)$$

Através destas duas últimas expressões, o peso

dinâmico nos eixos pode ser calculado para qualquer condição de operação, se a força de tração é conhecida. É importante de se notar que estas equações são independentes do estado de movimento (velocidade e aceleração). São funções apenas de "P". Elas, então, podem ser aplicadas para veículos com tração dianteira, traseira ou ambas.

$$\text{Chamando de } \Delta W_d = \frac{H \cdot (P - f \cdot W)}{L} \quad (6.34)$$

e substituindo em (6.32) e (6.33) temos:

$$W_{df} = \frac{L_r \cdot W}{L} - \Delta W_d = W_f - \Delta W_d \quad (6.35)$$

$$W_{dr} = \frac{L_f \cdot W}{L} + \Delta W_d = W_r + \Delta W_d \quad (6.36)$$

É interessante de se observar que ΔW_d é dependente apenas de "L" e "H", independentemente da posição do C.G. e quase independente do peso do veículo, pois, $f \cdot W$ é um termo pequeno.

A seguir, faremos uma série de estudos do desempenho do veículo, tais como: limites de tração, velocidade, inclinação da pista, aceleração e força de reboque; relacionando-as com a força de propulsão disponível.

A máxima força transferível através da área de contato dos pneumáticos com o solo, determina os limites de desempenho do veículo. Disto se conclui que o "tipo" do sistema de tração - traseira, dianteira ou nas 4 rodas - influi nos limites da velocidade, aceleração, inclinação da pista e força de reboque.

A seguir, o conceito de limite de desempenho é revisto, e as vantagens relativas dos 3 sistemas de tração discutidas.

LIMITES DE DESEMPENHO

Vamos considerar veículos operando numa pista sem inclinação lateral, onde os coeficientes " μ " e "f" são iguais

para todas as rodas de todos os veículos. Com estas condições assumidas, os limites de desempenho serão calculados para os 3 tipos de tração:

LIMITES PARA A FORÇA DE TRAÇÃO

$$P_{\max} = W_d \times \mu_o \quad (6.37)$$

VEÍCULO COM TRAÇÃO DIANTEIRA

$$P_{f_{\max}} = W_{df} \cdot \mu_o ; \quad (6.38)$$

de (6.32) podemos calcular

$$W_{df} = \frac{L_r \cdot W}{L} - \frac{H \cdot (W_{df} \times \mu_o - f \cdot W)}{L} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow W_{df} = \frac{W \cdot (L_r + f \cdot H)}{L + \mu_o \cdot H} \quad (6.39)$$

Substituindo (6.39) em (6.37) temos:

$$P_{f_{\max}} = \mu_o \cdot W \cdot \left[\frac{(L_r + f \cdot H)}{(L + \mu_o \cdot H)} \right] \quad (6.40)$$

Para facilitar o manuseio das expressões a seguir, o termo entre colchetes da expressão (6.40) designaremos pelo símbolo ω , que interpreta um "fator de distribuição de peso W_d/W ". Ele é a razão do peso efetivo sobre o eixo motor pelo peso total do veículo. Com esta definição, (6.40) pode ser escrita na forma:

$$\omega_f = \frac{W_{df}}{W} = \frac{L_r + f \cdot H}{L + \mu_o \cdot H} \quad (6.41)$$

$$P_{f_{\max}} = \mu_o \cdot W \cdot \omega_f \quad (6.42)$$

VEÍCULO COM TRACÇÃO TRASEIRA

$$P_{r_{\max}} = \mu_o \cdot W_{dr} \quad (6.43)$$

De forma análoga ao anterior podemos obter:

$$W_{dr} = \frac{W \cdot (L_f - f \cdot H)}{L - \mu_o \cdot H} \quad (6.44)$$

Neste caso, o "fator de distribuição de peso ω_r "
é:

$$\omega_r = \frac{L_f - f \cdot H}{L - \mu_o \cdot H} \quad (6.45)$$

e portanto

$$P_{r_{\max}} = \frac{\mu_o \cdot W \cdot (L_f - f \cdot H)}{L - \mu_o \cdot H} = \mu_o \cdot W \cdot \omega_r \quad (6.46)$$

VEÍCULO COM TRACÇÃO NAS 4 RODAS

$$P_{4_{\max}} = \mu_o \cdot W \quad (6.47)$$

Das expressões (6.32) e (6.33), substituindo ne
las (6.47) podemos obter

$$W_{4_f} = \frac{W}{L} \cdot [L_r - H \cdot (\mu_o - f)] \quad e \quad (6.48)$$

$$W_{4_r} = \frac{W}{L} \cdot \left[L_f + H \cdot (\mu_o - f) \right] \quad (6.49)$$

Para veículos com tração nas 4 rodas, todo o peso "pode" ser utilizado para proporcionar a força de tração. Para que isto aconteça, as forças de tração distribuídas nos eixos devem obedecer a proporção:

$$\frac{P_{4_f}}{P_{4_r}} = \frac{W_{4_f}}{W_{4_r}} = \frac{L_r - H \cdot (\mu_o - f)}{L_f + H \cdot (\mu_o - f)} \quad (6.50)$$

O "fator de distribuição de peso" para um veículo de tração nas 4 rodas é:

$$\omega_4 = 1$$

VELOCIDADE LIMITE

Com o veículo na horizontal a uma velocidade constante, a força de resistência do ar e a força de resistência ao rolamento são as que atuam afetivamente no mesmo. Portanto:

$$P_{\max} = W_d \times \mu_o = R_r + R_a \quad (6.51)$$

Substituindo (4.11) e (4.2) em (6.51) temos:

$$W_d \times \mu_o = W \cdot f + 0,0026 \cdot c_a \cdot A \cdot (\bar{V}_{\max})^2$$

Quando esta equação é dividida por W teremos:

$$\omega \times \mu_o = f + \frac{0,0026 \cdot c_a \cdot A \cdot (\bar{V}_{\max})^2}{W} \Rightarrow$$

$$\bar{V}_{\max} = 20 \cdot \sqrt{\frac{(W \cdot (\omega \times \mu_o - f))}{c_a \cdot A}} \quad (6.52)$$

Veículo com tração dianteira:

$$\bar{V}_{\max} = 20 \cdot \sqrt{\frac{W \cdot (\omega_f \times \mu_o - f)}{c_a \cdot A}} \quad (6.53)$$

Veículo com tração traseira:

$$\bar{V}_{\max} = 20 \cdot \sqrt{\frac{W \cdot (\omega_r \times \mu_o - f)}{c_a \cdot A}} \quad (6.54)$$

Veículo com tração nas 4 rodas:

$$\bar{V}_{\max} = 20 \cdot \sqrt{\frac{W \cdot (\mu_o - f)}{c_a \cdot A}} \quad (6.55)$$

LIMITE PARA INCLINAÇÃO DA PISTA

O limite para a inclinação da pista é obtido quando o veículo desenvolve baixas velocidades. Com isto, a força de resistência do ar pode ser considerada desprezível nos cálculos. Para uma velocidade constante do veículo, portanto, a força de tração é balanceada somente pela força de resistência ao rolamento e pela força de resistência devido a inclinação da pista:

$$P_{\max} = R_r + R_g \quad (6.56)$$

Substituindo (4.2), (4.7) em (6.56) temos:

$$P_{\max} = W_d \times \mu_o = f \cdot W + W \cdot G_{\max}/100 \Rightarrow \quad (6.57)$$

$$\Rightarrow G_{\max} = 100 \cdot (\omega \cdot \mu_0 - f) \quad (6.58)$$

Para se obter G_{\max} para os diversos (3) tipos de tração é só substituir pelo ω respectivo (ω_f ; ω_r ; ω_4).

LIMITES PARA A ACELERAÇÃO:

Desde que a máxima aceleração ocorre em velocidades baixas, novamente a força de resistência do ar pode ser desprezada. Portanto,

$$P_{\max} = \mu_0 \cdot W_d = R_r + R_g + R_{it} \quad (6.59)$$

Substituindo (4.2), (4.7) e $R_{it} = a \cdot m \cdot \gamma_b$ temos:

$$\mu_0 \cdot \frac{W_d}{W} = f \cdot \frac{W}{W} + \frac{W}{W} \cdot \sin\left(\frac{+}{-}\theta\right) + \frac{a_{\max} \cdot W \cdot \gamma_b}{g \cdot W} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_{\max} = \frac{g}{\gamma_b} \cdot \left[\omega \cdot \mu_0 - f - \sin\left(\frac{+}{-}\theta\right) \right] \quad (6.60)$$

Para se obter a_{\max} para os diversos tipos de tração é só substituir pelo ω respectivo (ω_f ; ω_r ; ω_4).

LIMITES PARA A FORÇA DE REBOQUE

Quando se utiliza o veículo para rebocar outro, isto se faz a baixas velocidades, o que permite se desprezar o efeito da resistência do ar. Para o veículo em velocidade constante, a equação de equilíbrio de forças será:

$$W_d \times \mu_0 = P_{\max} = D_{\max} + R_r + R_g \quad (6.61)$$

Das expressões (6.25) e (6.26), neste caso, o peso dinâmico será:

$$W_{df} = \frac{1}{L} \left[L_r \cdot W - H \cdot W \cdot \sin\left(\frac{+}{-}\theta\right) - H_d \cdot D \right] \quad (6.62)$$

$$W_{dr} = \frac{1}{L} \cdot \left[L_f \cdot W + H \cdot W \cdot \text{sen}(\pm \theta) + H_d \cdot D \right] \quad (6.63)$$

VEÍCULO COM TRACÇÃO DIANTEIRA

Substituindo (6.62) em (6.61) temos:

$$D_{max} + f \cdot W + W \cdot \text{sen}(\pm \theta) = \frac{\mu_o}{L} \cdot \left[L_f \cdot W + H \cdot W \cdot \text{sen}(\pm \theta) + H_d \cdot D_{max} \right] \implies \quad (6.64)$$

$$\implies D_{max} = W \cdot \left[\frac{(\mu_o \cdot L_f - f \cdot L)}{L + \mu_o \cdot H_d} - \frac{(L + \mu_o \cdot H) \cdot \text{sen}(\pm \theta)}{L + \mu_o \cdot H_d} \right] \quad (6.65)$$

VEÍCULO COM TRACÇÃO TRASEIRA

Substituindo (6.63) em (6.61) temos:

$$D_{max} = W \cdot \left[\frac{(\mu_o \cdot L_f - f \cdot L)}{L - \mu_o \cdot H_d} - \frac{(L - \mu_o \cdot H) \cdot \text{sen}(\pm \theta)}{L - \mu_o \cdot H_d} \right] \quad (6.66)$$

VEÍCULO COM TRACÇÃO NAS 4 RODAS

$$W \cdot \mu_o = D_{max} + f \cdot W + W \cdot \text{sen}(\pm \theta) \implies$$

$$\implies D_{max} = W \cdot \left[\mu_o - f - \text{sen}(\pm \theta) \right] \quad (6.67)$$

A tabela (6.1) resume todas as expressões obtidas anteriormente para o estudo do desempenho, considerando-se a máxima força de tração transferível ao solo como um fator limitante.

LIMITES DE DESEMPENHO QUE INDEPENDEM DO PESO BRUTO DO VEÍCULO

A "máxima aceleração" e a "inclinação máxima da

TABELA - 6.1 - REAÇÃO NOS EIXOS - LIMITES DE DESEMPENHO

	TRAÇÃO DIANTEIRA	TRAÇÃO TRASEIRA	TRAÇÃO 4 RODAS
PESO ESTÁTICO NOS EIXOS $W_f ; W_r$ (lb)	(1.3) $W_f = W \frac{L_r}{L}$	(1.2) $W_r = W \frac{L_f}{L}$	$W_f = \frac{L_r}{L} \cdot W$ $W_r = W \frac{L_f}{L}$
PESO DINÂMICO ΔW_d (lb)	$\Delta W_d = \frac{H}{L} (P - f \cdot W)$ (6.34)		
PESO DINÂMICO NOS EIXOS DEVIDO À TRAÇÃO W_d (lb)	(6.35) $W_{df} = W_f - \Delta W_d$	(6.36) $W_{dr} = W_r + \Delta W_d$	$W_{df} = W - \Delta W_d$ $W_{dr} = W + \Delta W_d$
PESO DINÂMICO MÁXIMO NOS EIXOS W_d (lb)	(6.39) $W_{df} = \frac{W \cdot (L_r + f \cdot H)}{L + \mu_o \cdot H}$	(6.44) $W_{dr} = \frac{W \cdot (L_f - f \cdot H)}{L - \mu_o \cdot H}$	(6.50) $\frac{W_{4f}}{W_{4r}} = \frac{L_r - H \cdot (\mu_o - f)}{L_f + H \cdot (\mu_o + f)}$
FATOR DISTRIBUIÇÃO DO PESO $\omega = \frac{W_d}{W}$	(6.41) $\omega_f = \frac{L_r + f \cdot H}{L + \mu_o \cdot H}$	(6.45) $\omega_r = \frac{L_f - f \cdot H}{L - \mu_o \cdot H}$	$\omega_4 = 1$
FORÇA DE TRAÇÃO MÁXIMA P_{max} (lb)	(6.42) $P_{f_{max}} = \mu_o \cdot W \cdot \omega_f$	(6.46) $P_{r_{max}} = \mu_o \cdot W \cdot \omega_r$	(6.50) $\frac{P_{4f}}{P_{4r}} = \frac{W_{4f}}{W_{4r}}$
VELOCIDADE MÁXIMA * V_{max} - (mph)	(6.53) $20 \sqrt{\frac{W}{c_a \cdot A} (\omega_f \times \mu_o - f)}$	(6.54) $20 \sqrt{\frac{W}{c_a \cdot A} (\omega_r \times \mu_o - f)}$	(6.55) $20 \sqrt{\frac{W}{c_a \cdot A} (\mu_o - f)}$
INCLINAÇÃO MÁXIMA G_{max} (%)	(6.58) $100 \cdot (\omega_f \cdot \mu_o - f)$	(6.58) $100 \cdot (\omega_r \cdot \mu_o - f)$	(6.58) $100 \cdot (\mu_o - f)$
ACELERAÇÃO MÁXIMA * $a_{max} = (ft/seg^2)$	(6.60) $\frac{g}{\gamma_B} \cdot (\omega_f \cdot \mu_o - f)$	(6.60) $\frac{g}{\gamma_B} \cdot (\omega_r \cdot \mu_o - f)$	(6.60) $\frac{g}{\gamma_B} \cdot (\mu_o - f)$
MÁXIMA FORÇA DE REBOQUE D_{max} (lb) *	(6.65) $W \cdot \left[\frac{(\mu_o \cdot L_r - f \cdot L)}{L + \mu_o \cdot H_d} \right]$	(6.66) $W \cdot \left[\frac{(\mu_o \cdot L_f - f \cdot L)}{L - \mu_o \cdot H_d} \right]$	(6.67) $W \cdot [\mu_o - f]$

* NA HORIZONTAL

pista" são fatores que independem do "peso bruto" do veículo (Veja tabela (6.1)). Eles dependem sim da "distribuição do peso nos eixos" (peso dinâmico).

ÁBACO DA FORÇA DE TRAÇÃO:

As relações entre "força de tração", "coeficiente de adesão" e "distribuição do peso nos eixos", são apresentadas na forma de um ábaco na figura (6.7).

O ábaco contém somente fatores adimensionais, tendo validade geral (para todos os veículos). As bases matemáticas utilizadas para a construção do mesmo foram as seguintes:

- a. A influência da "resistência ao rolamento" no peso dinâmico é desprezível. Esta simplificação é perfeitamente admissível no concreto ou faces similares, quando $f = 0,02$ é um valor comum. O erro cometido em se omitir "f" nestes casos é de aproximadamente 1%.
- b. Para se fazer o ábaco independente das dimensões geométricas absolutas do veículo, o fator "w" foi reescrito e utilizado na forma:

Tração dianteira:

$$\omega_f = \frac{\frac{L_r}{L} + \frac{f \cdot H}{L}}{\frac{L}{L} + \frac{\mu_o \cdot H}{L}} = \frac{L_r/L}{1 + \mu_o \cdot \frac{H}{L}} \quad (6.68)$$

Tração traseira:

$$\omega_r = \frac{\frac{L_f}{L} - \frac{f \cdot H}{L}}{\frac{L}{L} - \frac{\mu_o \cdot H}{L}} = \frac{L_f/L}{1 - \mu_o \cdot \frac{H}{L}} \quad (6.69)$$

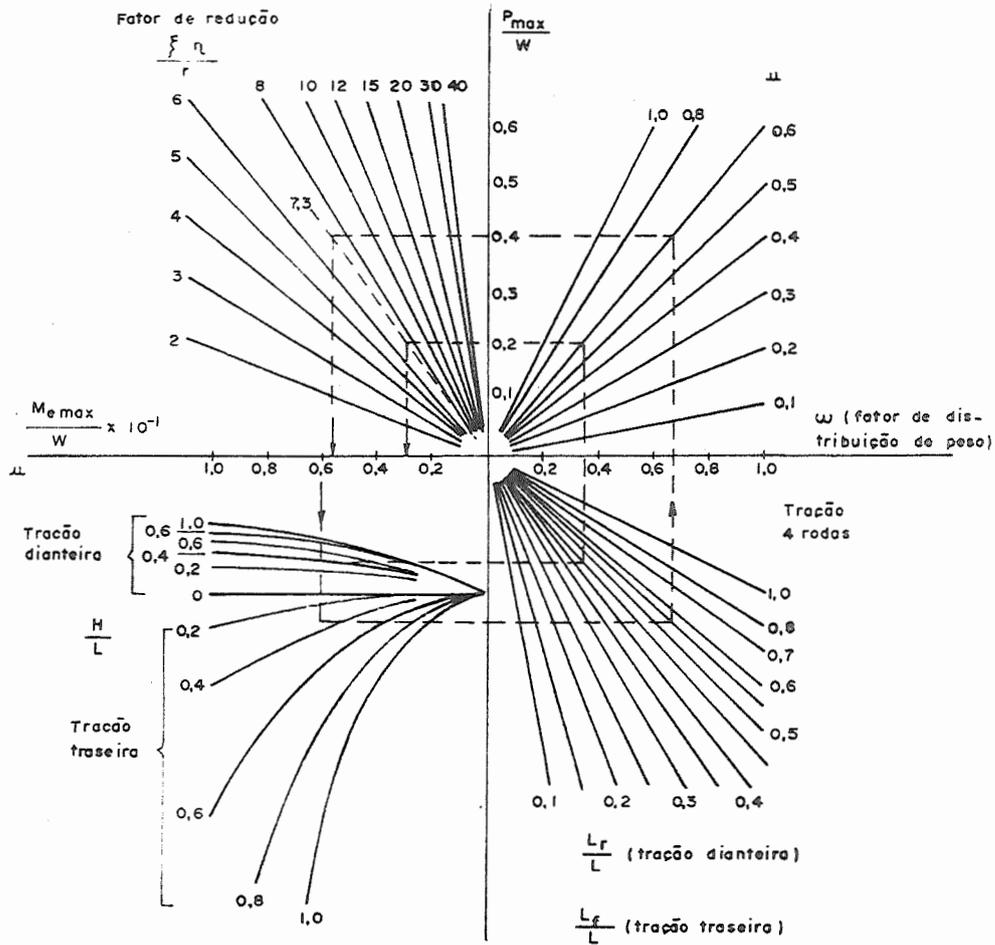


FIGURA (6.7) - GRÁFICO DAS RELAÇÕES ENTRE O COEFICIENTE DE ADESÃO μ , DISTRIBUIÇÃO DO PESO ω E TORQUE DE TRACÇÃO, DADAS PELOS FATORES H/L ; L_r/L ; L_f/L ; P_{max}/W e $M_{e_{max}}/W$, TODOS ADMENSIONAIS, IMPLICANDO QUE O MESMO POSSA SER UTILIZADO PARA QUALQUER VEÍCULO.

c. A influência do peso do veículo é eliminada dividindo a força de tração por W .

$$\frac{P_{max}}{W} = \mu_o \cdot \omega \left| \frac{l_b}{l_b} \right| \quad (6.70)$$

d. A força de tração efetiva na roda é o produto dos seguintes elementos:

$$\frac{Me_{\max}}{W} = \frac{P_{\max}/W}{\zeta \cdot \eta/r} \quad (6.71)$$

onde Me_{\max} é o torque máximo no eixo do motor.

As expressões (6.68) a (6.71) são relacionadas na figura (6.7). Exemplo de utilização do ábaco da fig. (6.7).

Um veículo com o C.G. posicionado pelas relações: $H/L = 0,35$; $L_f/L = 0,55$; $L_r/L = 0,45$; máximo coeficiente de adesão no concreto $\mu_o = 0,60$. Determinar o máximo torque do motor (Me_{\max}) para a maior relação de transmissão quando $\zeta \cdot \eta/r = 7,3$.

Da figura (6.7) temos:

$$P_{f\max} = (0,21) \cdot (W)$$

$$P_{e\max} = (0,405) \cdot (W)$$

$$Me_{\max} = (0,056) \times (W) \text{ p/tração traseira.}$$

$$Me_{\max} = (0,028) \times (W) \text{ p/tração dianteira.}$$

COMPARAÇÃO ENTRE OS SISTEMAS DE TRAÇÃO

A figura (6.8) faz uma comparação da eficiência dos três tipos de transmissão em função do coeficiente de adesão quando é assumido uma distribuição do peso estático $L_r = L_f = 0,5 L$ e $H = 0,35 L$

TRAÇÃO NAS 4 RODAS

Se for obedecida a relação entre "forças nos eixos" conforme a expressão (6.50), para todos os valores possíveis de μ ; a eficiência será total e indicada por 100%. Está é uma condição teórica e não prática, representada pela linha reta horizontal na figura (6.8).

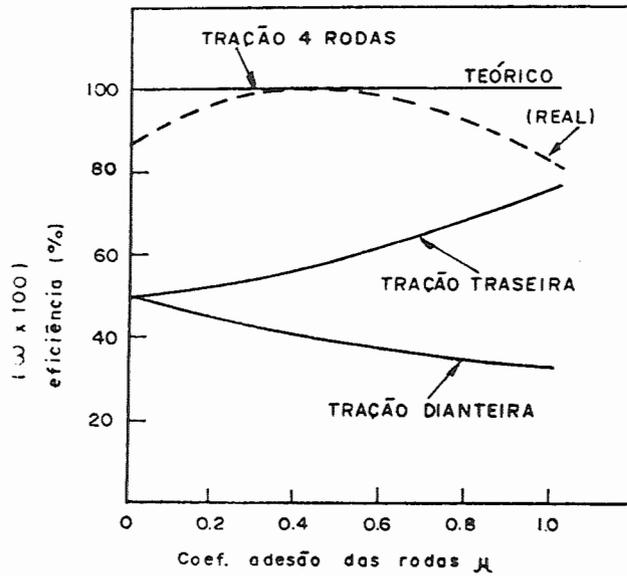


FIGURA (6.8) - COMPARAÇÃO DOS SISTEMAS DE TRAÇÃO

Geralmente, os veículos de 4 rodas possuem apenas um único valor de " μ ", para o qual a eficiência da transmissão é máxima (100%). Isto ocorre por ter-se uma relação entre P_{4_f} e P_{4_r} de valor único e constante (transmissão de movimento através de engrenagens). Esta condição é representada pela curva tracejada da figura (6.8).

TRAÇÃO TRASEIRA

$$\omega_r \times 100 = \frac{L_f}{L - \mu \cdot H} \times 100 = \frac{L_f/L}{1 - \mu \cdot H/L} \times 100 \quad (6.72)$$

TRAÇÃO DIANTEIRA

$$\omega_f \times 100 = \frac{L_r}{L + \mu \cdot H} \times 100 = \frac{L_r/L}{1 + \mu \cdot H/L} \times 100 \quad (6.73)$$

A figura (6.9) mostra a relação entre o coeficiente de aderência do pneu com o solo, com o coeficiente efetivo que multiplicado ao peso permite calcular a força de tração.

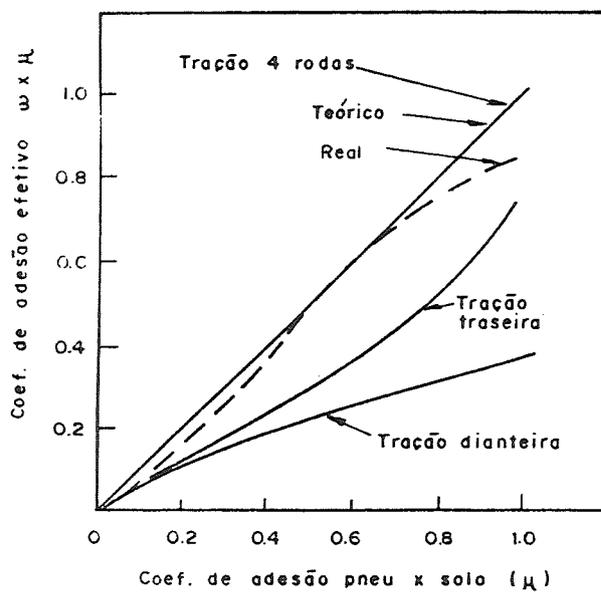


FIGURA (6.9) - COMPARAÇÃO ENTRE OS SISTEMAS DE TRACÇÃO

BIBLIOGRAFIA

1. Artigos de Jaroslav J. TABOREK nas revistas "Mechanics of Vehiches" e "Machine Design" designados a seguir:

- 1.1. Motion of Wheels May 30. 1957
- 1.2. Cornering and Directional Control ... June 13. 1957
- 1.3. Steering Forces and Stability June 27. 1957
- 1.4. Stability on a curve July 11. 1957
- 1.5. Motion - Resisting Force July 25. 1957
- 1.6. Resistence Forces Aug. 8. 1957
- 1.7. Center of Gravity Aug. 22. 1957
- 1.8. Longitudinal Stability Sept. 5. 1957
- 1.9. Limite of Vehicle Performance Sept.19. 1957
- 1.10. Performance Limits Oct. 17. 1957
- 1.11. Dynamics of Braking Nov. 14. 1957
- 1.12. Braking Performance Limits Nov. 28. 1957

2. STEEDS, W. - Mechanics of Road Vehicles.

3. BARNACLE, H.R. - Mechanics of Automobiles.