



UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Conformação Plástica Volume 1

Estudo macroscópico das deformações permanentes nos materiais sólidos e sua aplicação na tecnologia mecânica

OTTO ALFREDO REHDER

SÃO CARLOS
2020

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE MECÂNICA

CONFORMAÇÃO PLÁSTICA

Estudo macroscópico das deformações
permanentes nos materiais sólidos e
sua aplicação na tecnologia mecânica

COMPILADO PELO

Dr. Eng.º Otto Alfredo Rehder

formado pela FEI e pela TU - Berlim

Serviço de Publicações da EESC - USP

1970

PREFÁCIO HISTÓRICO

Desde a antiguidade o homem vem conformando materiais, por abração, por fusão ou por deformação.

A deformação que é o assunto desta compilação, começa praticamente com a descoberta dos metais, pois nesta fase, já se formou um desenvolvimento técnico que permitiu o forjamento de pequenas peças, em materiais de menor resistência à deformação, como as ligas do cobre, a prata e o ouro, que serviam geralmente de adorno. Com o aperfeiçoamento dos materiais bélicos, na idade média, aparece o metal mais resistente, como o ferro de forja e mais tarde o aço, para a confecção de armas e couraças.

Surge também a trafilção do arame, que possibilitou a elaboração de malhas e correntes.

Só com a evolução das máquinas motrizes, isto é, com a introdução da máquina a vapor, a conformação por artesanato passa para as fábricas, tomando novo impulso a sua escala de produção.

Surgem novos processos, máquinas e outros materiais que se impõem na técnica de conformação.

É nesta fase que surgem os primeiros teóricos que tentam justificar por leis físicas o comportamento plástico dos metais. Aparecem os pesquisadores como St. Vernant, Ludwike e outros.

Mais tarde, com o evento da máquina elétrica, aparecem os famosos pesquisadores como Tresca, Mises Nadai, Sachs e Siebel, dos quais alguns ainda labutam em nossa época.

Com o desenvolvimento do material bélico, a conformação plástica dos metais se destaca a tal ponto que se formam centros de pesquisas, subordinados diretamente aos poderes militares regentes daquela época.

Atualmente esta fase não está completamente superada, pois, ainda existe a supremacia da técnica e principalmente do comércio.

Procura-se produzir o melhor com o menor custo, com exceção da técnica utilizada nas espaçonaves aonde predomina o melhor e o menor

pêso.

Novamente se destaca a conformação plástica, pois, apesar desta necessitar maior equipamento, que as outras conformações, permite produzir peças com maior resistência mecânica.

Na teoria, a conformação plástica dá ao técnico um raciocínio mais lógico, do comportamento dos metais na aplicação prática, que tende a ser encoberto atualmente com a aplicação do automatismo. Pois este último processo necessita de dados simplificados da prática, para tornar viável a formulação matemática dos fenômenos naturais. No entanto não se deve desprezar esta técnica, pois, com esta muitas vezes se consegue abaixar o custo do produto.

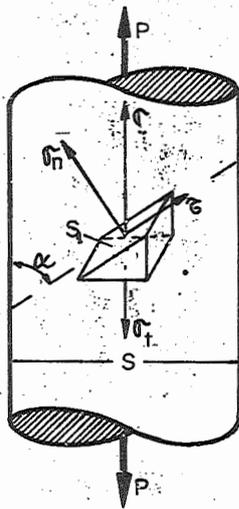
São Carlos, fevereiro de 1970

D.A.Rehder

1 - NOÇÕES FUNDAMENTAIS

1.1-Equilíbrio de tensões e de energia:

Submetendo-se um corpo de prova monocristalino a uma deformação, tem-se o seguinte equilíbrio de tensões, representado na figura 1.



Seja σ_t a tensão normal de tração na seção S do corpo de prova sujeito a uma força P, reduzida

$$\sigma_t = \frac{P}{S} \quad (1)$$

Tomando-se uma cunha neste corpo com uma superfície quadrada S_1 , unitária, inclinada em relação à força P por um ângulo α , têm-se as seguintes tensões atuantes na superfície S_1 :

$$\sigma_n = \sigma \sin \alpha \quad \text{e} \quad \tau = \sigma \cos \alpha \quad (2)$$

Fig.1 - Equilíbrio de tensões num corpo de prova

Mas para conservar a cunha em equilíbrio a soma das projeções das forças sobre a direção de P deve ser igual a zero.

$$\sigma_n \cdot S_1 \sin \alpha + \tau \cdot S_1 \cos \alpha - \sigma_t \cdot S_1 \sin \alpha = 0 \quad (3)$$

com as expressões em 2 temos:

$$\sigma \sin^2 \alpha + \sigma \cos^2 \alpha = \sigma_t \sin \alpha$$

ou

$$\sigma = \sigma_t \sin \alpha \quad (4)$$

substituindo em 2 temos:

$$\sigma_n = \sigma_t \sin^2 \alpha \quad \text{e} \quad \tau = \sigma_t \cos \alpha \sin \alpha \quad (5)$$

A máxima ou a mínima tensão de cisalhamento se dá quando $\frac{d\tau}{d\alpha} = 0$, isto é

$$\frac{d\tau}{d\alpha} = -\tau_t \sin^2\alpha - \tau_t \cos^2\alpha = \tau_t(1 - \sin^2\alpha) = 0 \quad (6)$$

que corresponde a $\alpha = 45^\circ$. Como a 2ª derivada

$$\frac{d^2\tau}{d\alpha^2} = \frac{d(\tau_t - \tau_t \sin^2\alpha)}{d \sin\alpha} \cdot \frac{d \sin\alpha}{d\alpha} = -2\tau_t \sin\alpha \cos\alpha$$

com $\alpha = 45^\circ$ é $\frac{d^2\tau}{d\alpha^2} = -\tau_t < 0$

conclui-se que a tensão de cisalhamento (5) é máxima para $\alpha = 45^\circ$.

A experiência mostra que os primeiros escoamento plástico se verifica num plano a 45° da direção da força externa. Por isso é justificável, o critério que toma a tensão de cisalhamento como tensão responsável para o escoamento plástico.

1.2-Definições:

A energia específica relativa ao volume deformado define-se como densidade energética mecânica " e_{mec} " cujas dimensões são $kg \text{ mm} / \text{mm}^3$. No caso de uma deformação elástica tem-se então $e_{mec} = \frac{\sigma \cdot \epsilon}{2}$ com σ como tensão normal e ϵ como alongamento ou

$$e_{mec} = \frac{\tau \cdot \gamma}{2} \quad \text{com } \tau \text{ como tensão de cisalhamento a}$$

torção e γ como distorção angular.

Aquí convem lembrar que a função, tensão em relação ao alongamento, é linear, sendo que na deformação plástica isto não se verifica. Para exprimir a densidade energética mecânica na deformação plástica deve-se então dar uma expressão mais generalizada, conhecida como trabalho específico de deformação, $a = \int k_d \text{ def} \quad (7)$ com k_d como pressão específica de deformação e com def como diferencial da deformação logarítmica.

A energia térmica define-se como energia cinética vibratória, pois, segundo a teoria atômica, os átomos quando aque

cidos são excitados e vibram.

Esta energia pode no entanto ser produto da transformação da energia mecânica em térmica.

Analogamente a densidade energética mecânica pode-se definir a densidade energética térmica e_{th} . A soma dessas densidades é a densidade total energética.

O nível energético dos átomos, segundo a teoria dos Anantum, representa o estado de energia de seus elétrons. O mínimo nível energético corresponde ao estado fundamental.

Os níveis mais altos representam os estados ativados, a onde um elétron passa para uma órbita mais alta. A ativação dos átomos para níveis mais altos consegue-se pela elevação da temperatura, isto é, aumentando a amplitude vibratória dos átomos. Esta vibração é desordenada e num corpo sólido pode atingir uma amplitude até $1/10$ da distância entre os átomos. Para não confundir com o nível energético dos elétrons, a energia vibratória dos átomos é definida como nível de energia cinética.

Como a energia vibratória se propaga de átomo para átomo, a transmissão de energia térmica é maior, na direção da maior densidade atômica (menor distância entre átomos).

Quando o nível de energia cinética alcança um nível suficiente para expulsar um elétron do átomo, (Exoelétron), atingiu-se o nível de energia ionizado.

A média dos níveis energéticos cinéticos dos átomos na da mais é do que a já conhecida densidade energética térmica

O trabalho de deformação mecânica introduz no material diretamente energia mecânica e indiretamente energia térmica (vibratória). Só o trabalho das deformações elásticas permanece no corpo como energia potencial mecânica, o trabalho de vido as deformações plásticas é na sua maioria transformado em energia térmica cinética (vibratória).

Segundo Girand⁽¹⁾, Hort⁽²⁾, Rosenhain⁽³⁾ e outros (4, 5 e 6), 84 a 91% da energia referente as deformações plásticas é transformada em energia térmica, o resto fica na material sob forma de tensões internas ou sob outras formas de energia.

1.3-Estrutura cristalina, translação e discordância.

No estado sólido a maioria dos materiais apresentam uma estrutura cristalina composta de um conjunto de elementos cristalinos iguais.

Estes elementos cristalinos podem ser classificados segundo certas formas geométricas.

As principais formas geométricas dos elementos cristalinos podem ser vistas nas figuras 2, 3, 4 e 5.

Fig.2-Cúbica de face centrada

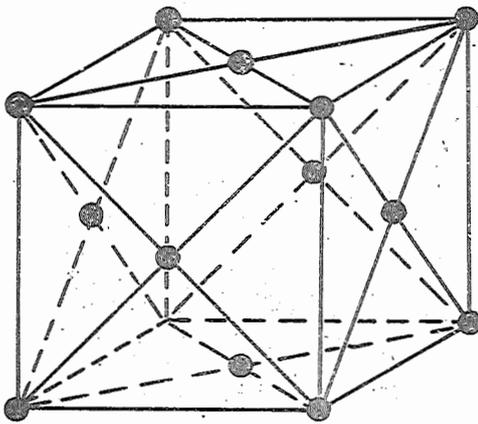


Fig.3-Cúbica de corpo centrado

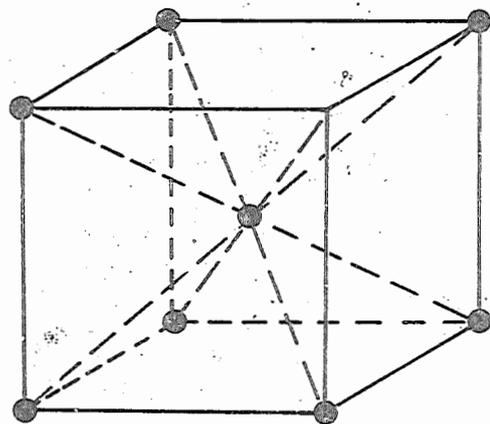


Fig.4-Hexagonal compacta (c de maior densidade atômica)

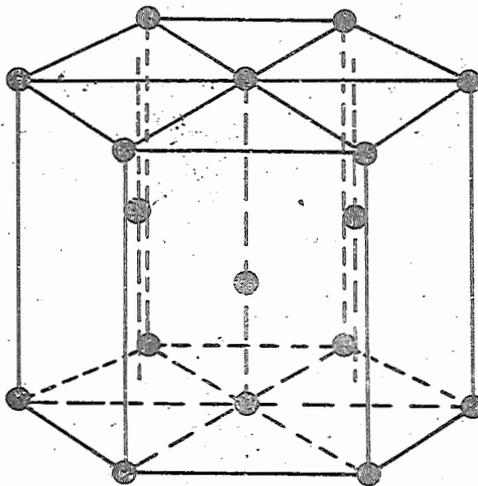
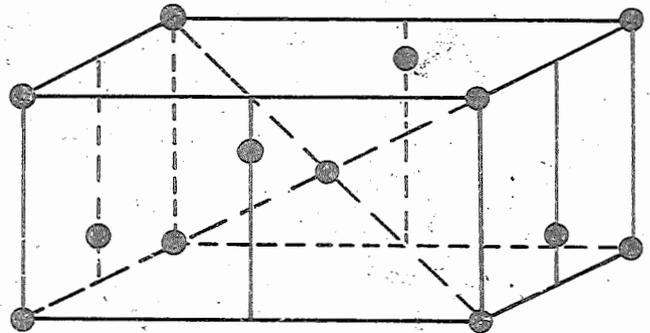


Fig.5-Especial do estanho branco



Os pontos negros representam aqui, os átomos.

A distância entre duas ligações paralelas entre os átomos é definido como constante de malha e pode ser determinada, quando o cristal é submetido ao Raio X, pelo registro fotográfico das interferências que os átomos oferecem à radiação. Essa distância é medida em Angstrom m, sendo que $1 \text{ \AA} = 10^{-7} \text{ mm}$.

O átomo segundo a teoria de Bohr se compõem de um núcleo formado de Prótons positivos e Neutrons sem carga, envolvidos por uma camada de elétrons negativos que rodeiam o núcleo em determinadas órbitas. Como os átomos externamente apresentam-se sem carga, o número de elétrons é função da carga do núcleo

Representando-se os átomos por esferas, pode-se arrumá-las numa caixa de diversas maneiras. Conforme a arrumação destas esferas tem-se então uma das estruturas cristalinas já mencionadas.

Nêste conjunto de esferas podem-se imaginar diversos planos que contem os átomos. Os planos que compreendem o maior número de átomos são os planos principais. A união dos átomos de um destes planos, ligados entre si pela menor distância, é o que chamamos de rêde cristalina. Representando-se uma dessas rêdes aqui têm-se:

Na figura 6 aproveitou-se, para mostrar ao mesmo tempo, uma discordância na sua formação. A discordância começa a se formar quando, na rêde cristalina, alguns átomos são forçados a se aproximar. Os pontos cheios na figura representam a discordância.

Na figura a seguir temos uma discordância retida. No entanto, quando uma discordância consegue atravessar uma rêde e-la deixa na rêde uma translação, vêr figura 6.

No entanto convem lembrar que as discordâncias e as translações se dão de preferência nos planos principais, que, na figura 6, também podem ser representadas pelas ligações horizontais. Por exemplo a discordância 11 da figura 6. Por outro lado as rêdes cristalinas são limitadas pelos contornos dos grãos e as translações nem sempre têm liberdade para serem completadas. Nêste caso a translação deixa na rêde uma distorção.

Nas deformações elásticas os átomos dos planos principais são aproximados entre si, formando discordâncias no meio cristalino.

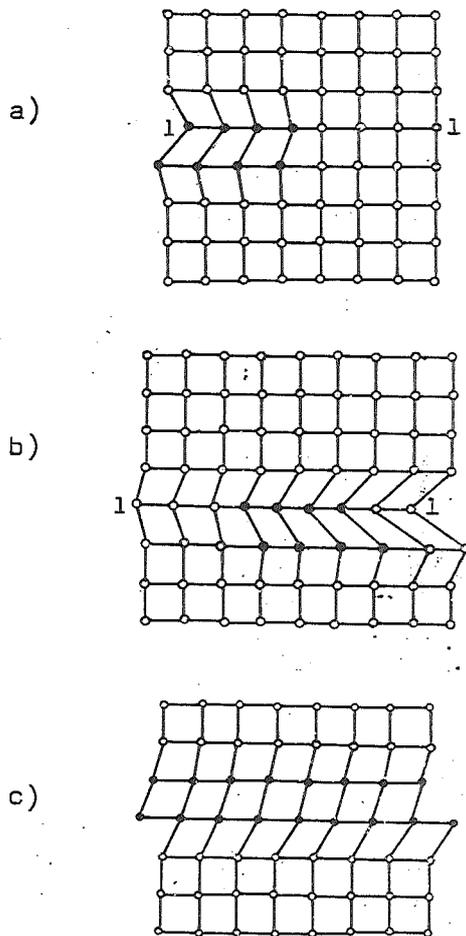


Fig.6-Rêdes cristalinas com átomos em deslize

- a) uma discordância em formação
- b) uma discordância retida
- c) uma translação

Na compressão, as rêsdes cristalinas sofrem contrações ou macroscópicamente, o volume do corpo de prova diminui. Enquanto que, num ensaio a tração as rêsdes são alongadas apresentando externamente um aumento de volume. Por outro lado, nas deformações plásticas, já predomina as translações as quais não modificam as distâncias entre os átomos, portanto o volume permanece constante.

Quando uma translação se completa nem sempre os átomos limites de contôrno podem acompanhar o deslize dando consequência uma distôrção na rêsde, que é a origem das tensões internas.

2 - CRITÉRIOS DE ESCOAMENTO

Um material quando sujeito a um esforço externo apresenta certas deformações que podem ser elásticas (recuam quando cessa o esforço) ou plásticas (deformação permanente).

No entanto, a deformação plástica, sempre é precedida por uma elástica e corresponde a uma mudança de forma externa, devido a fôrças externas que deixaram de atuar.

Para determinar o início da deformação plástica pode-se recorrer a ensaios simples (tração, compressão, torção e outros), mas na prática, muitas vês, a solicitação não é simples portanto, justifica-se para a teoria e a prática um critério de escoamento.

2.1 - Critério de A.Tross

É um critério submicroscópico, muito complexo, portanto, não pode ser dado por um conceito muito resumido. Sua expo-

sição é dada aqui por conceitos básicos (muitas vêzes cristalo gráficos) e por explicações teóricas dos fenômenos de resistên cia dos materiais.

2.1.1-Generalidades

A massa de um corpo se concentra praticamente nos núcleos dos átomos, portanto temos muito espaço livre. O contô no dos átomos é limitado pelas órbitas de seus elétrons que na de formação tomam uma forma elípsoidal. A fôrça de coesão entre os átomos é de grande importância para a resistência dos mate riais, pois o limite de resistência é função desta fôrça. Sub metendo-se um conjunto cristalino a um esforço externo, apare cem nêle inúmeras discordâncias, até se atingir um certo volume de energia acumulada suficiente para uma translação. Dá-se en tão uma translação e os átomos limites do plano de deslize per dem parte de suas ligações excitando-se para um nível energético maior. Esta excitação para um nível de energia mais alto é devi da a transformação da energia potencial em energia cinética ou mais conhecida por energia térmica.

Esta energia cinética se propaga para os átomos vizinhos, aumentando com a vibração excitada as distâncias entre os áto mos. Consegue-se assim excitar também novas translações em for mação, que por sua vez desenvolvem mais energia cinética.

Quando a densidade energética atinge um certo valor críti co, uma simples excitação adicional é suficiente para romper as fôrças de coesão entre os átomos, dando-se a ruptura.

2.1.2-Fôrças de atração e de repulsão entre os átomos

Segundo M. Born existem duas fôrças entre os átomos, uma de atração e outra de repulsão.

Representando-se estas fôrças num gráfico têm-se a figura 8, para uma distância S_0 entre os átomos, como podemos ver na figura 7, uma fôrça resultante nula.

Aumentando-se a distância S a fôrça resultante de atra ção aumenta até S_1 a onde ela apresenta um máximo P_{rmax} , que define o limite de elasticidade. Por outro laço a distância $S_1 - S_0$, corresponde ao alongamento elástico e à fôrça formada pe la tangente em 2, 0 A, em relação a distância S_1 representa o módulo de elasticidade. A área hachureada, formada pela inte -

gração $\int_{S_0}^{\infty} P_r dS$, exprime a energia necessária para separar os dois átomos.

Representando-se agora a energia potencial entre dois átomos em função de sua distância temos a figura 8.

Aqui se observa que, para uma distância entre átomos igual a S_0 , a energia potencial entre os átomos é mínima.

Por outro lado a energia necessária para separar os dois átomos (ruptura), numa distância S entre eles, é expressa pela área $\int_S^{\infty} P_r dS$, da figura 7, ou igual a energia correspondente representada na figura 9. Portanto, a energia para destacar dois átomos entre si é máxima quando S é igual a S_0 .

Em resumo, representando a força resultante como de coesão junto com a força parcial que atuam entre dois átomos durante uma deformação em função do alongamento $\frac{\Delta S}{S_0}$, temos a figura 9. Teoricamente a força parcial cresce linearmente (deformação elástica) até atingir a curva da força de coesão em C, definindo uma força crítica.

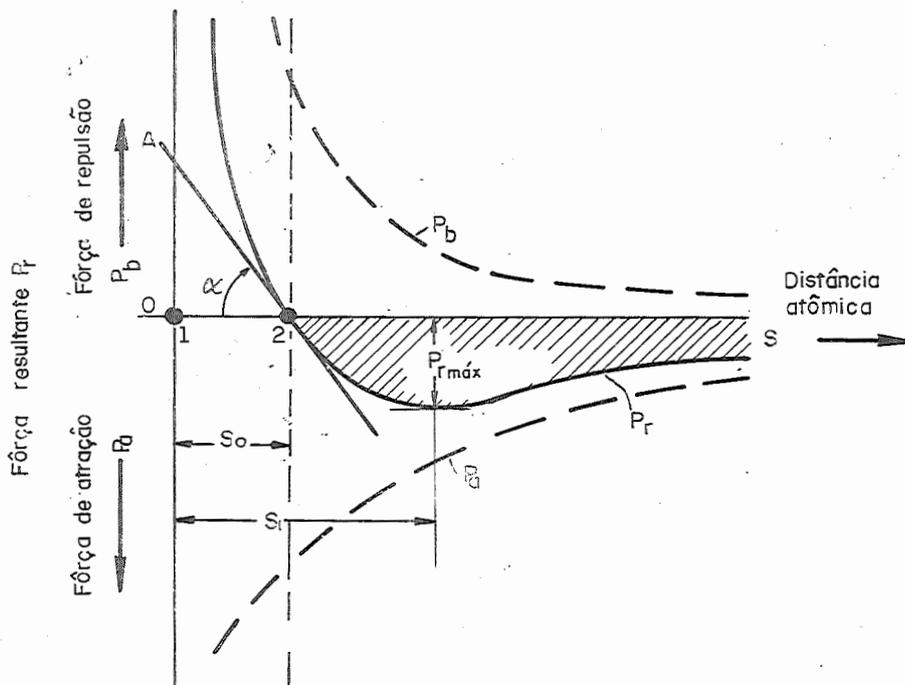


Fig. 7 - Forças entre dois átomos

$$P_r = |P_b - P_a|$$

$\frac{P_r}{OA}$ = Força referente ao módulo de elasticidade

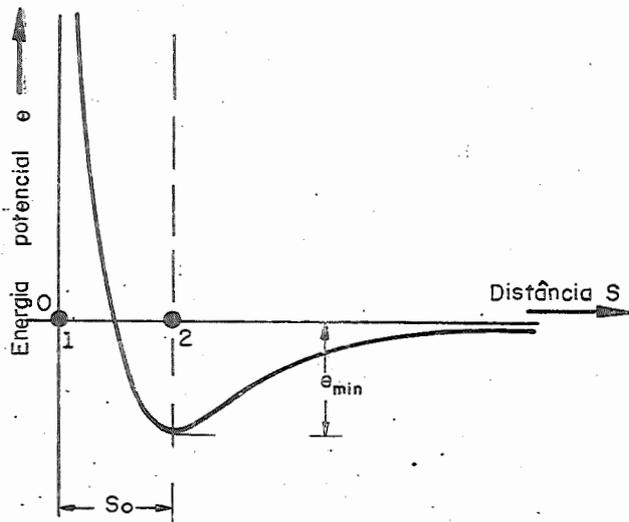


Fig. 8 - Energia potencial entre dois átomos

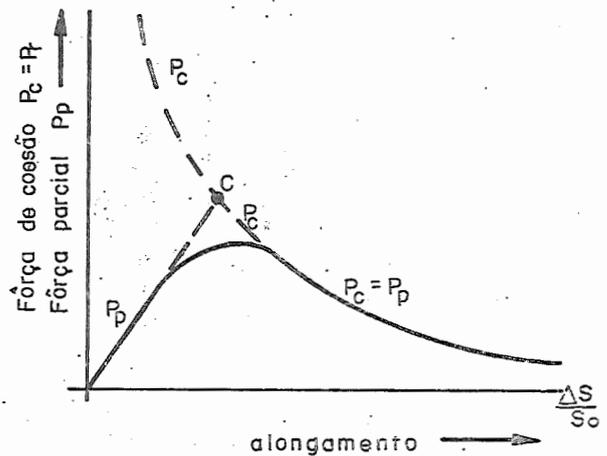


Fig. 9 - Fôrça de coesão entre dois átomos
 P_c - fôrça crítica

Na realidade este encontro crítico se verifica sobre uma certa curva de concordância dificultando a definição exata dessa fôrça.

2.1.3 - Variação de distância entre os átomos

Quando as fôrças externas deformam somente as órbitas dos átomos, por exemplo, num esforço a tração, em que as órbitas formam elipsóides orientados na direção do deslizamento, sem no entanto aumentar o nível de energia, a deformação é definida como elástica, pois após a retirada dos esforços os átomos voltam a sua posição primitiva. Estas deformações elásticas, na prática, vêm acompanhadas por uma variação de volume macroscópica de tal maneira que o corpo comprimido diminui e o corpo distendido aumenta o volume.

Aquecendo-se um conjunto de átomos, o nível de energia cinética aumenta, isto é, os átomos vibram com uma maior amplitude ocasionando, assim, um aumento das distâncias entre os átomos.

Nas deformações elásticas muito grandes, a fôrça de coesão entre os átomos pode atingir um valor crítico, após o qual as deformações não são mais elásticas. Estas últimas deformações passam a ser plásticas, pois, após a retirada dos esforços externos os átomos não conseguem mais por si só, voltar, completamente, para as suas posições primitivas. Aliás, a deformação plástica vem sempre acompanhada de uma deformação e-

lástica.

Na prática as deformações plásticas isotérmicas não apresentam variação de volume apreciável, que é justificável, pois nestas deformações predominam as translações cristalinas. Naturalmente, nestes ensaios isotérmicos, o calor desenvolvido durante a deformação deve ser eliminado por condução térmica. Isto se consegue, somente, quando as deformações são suficientemente lentas.

No entanto, as deformações plásticas adiabáticas, isto é deformações com elevação de temperatura ou de nível de energia cinética, apresentam dilatações térmicas, portanto, o volume aumenta.

Quando um conjunto cristalino é impedido por outro, durante uma deformação plástica, os átomos limites aparecem numa malha cristalina distorcida que é de origem elástica, mas como há uma compensação entre as malhas comprimidas e distendidas, o volume macroscópico não é alterado. Em resumo têm-se dois tipos de variação de distância entre átomos:

a) a variação de influência mecânica direta (elástica), que compreende as variações devido a forças externas provocando disordens e distorções.

b) a variação de influência térmica, sem orientação predominante, que compreende a variação devido ao aquecimento e esfriamento e devido a transformação de energia mecânica em térmica.

No entanto além destas variações de distâncias a deformação é acompanhada por forças parciais cuja soma algébrica equilibra o esforço externo responsável pelo deslocamento dos átomos. Como estes deslocamentos geralmente se dão no contorno dos conjuntos cristalinos passaremos a estudar estes com mais detalhes. O contorno de um conjunto cristalino nem sempre é o único, como no caso dos monocristalinos, pois a maioria dos materiais apresentam-se sob uma estrutura policristalina, formada por inúmeros conjuntos cristalinos (grãos), portanto, inúmeros contornos.

Estes contornos estão entrelaçados entre si de tal forma que as forças parciais e os deslocamentos dos átomos de um conjunto é função do outro conjunto vizinho. Porém, há casos em que o contorno apresenta átomos isolados diferentes das do conjunto, dificultando ou facilitando a deformação do grão.

2.1.4-Influência do contorno cristalino no escoamento

Os contornos livres dos grãos externos de um policristalino formam as superfícies externas do corpo macroscópico.

A rugosidade da superfície externa é muitas vezes a responsável pelo início do escoamento.

Por exemplo, a profundidade de uma ranhura de $0,1 \text{ m} = 10^3 \text{ \AA}$, teoricamente, pode aumentar a força parcial de 100 a 500 vezes o seu valor médio. Naturalmente este aumento das forças parciais não se dão só na superfície, as forças das malhas vizinhas também são afetadas; principalmente quando a ranhura é grande.

Para melhor elucidar o início do deslocamento numa ranhura observe-se o plano de uma rede cristalina representado na figura 10. As principais discordâncias como podemos imaginar, facilmente vão se dar, provavelmente, segundo as direções NN ou NN' devido ao menor número de malhas resistentes. Aliás, fotografando-se um cristal assim preparado, pelo processo Debye Scherrer confirma-se esta hipótese.

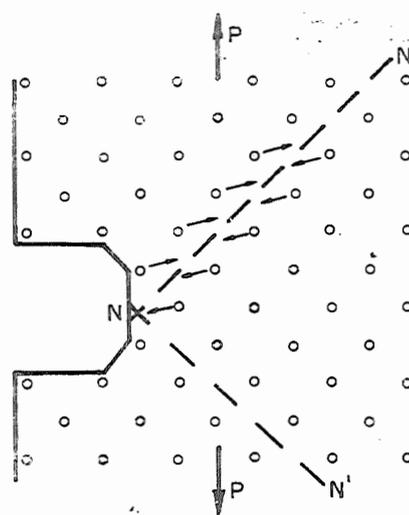


Fig.10 - Ranhura num plano de uma rede cristalina

Para explicar a formação de uma discordância, lembremos que o conjunto de átomos num corpo cristalino pode ser representado por um conjunto de esferas numa disposição igual a dos átomos na estrutura cristalina.

2.1.5-Interferência e deslize

Projetando-se as interferências das esferas, ao deslize, sobre o plano principal representado na figura 11, tem-se o que se define como faixa de interferência.

Mas como os átomos ainda oferecem outras propriedades, esta representação ainda é incompleta. Na figura 12 a interferência entre dois átomos ao deslize é função do aumento da distância entre os átomos quando aquecidos e de suas vibrações.

Nesta figura, vê-se perfeitamente que, na temperatura ambiente, a interferência é contínua, impossibilitando assim um deslize.

m-interferência

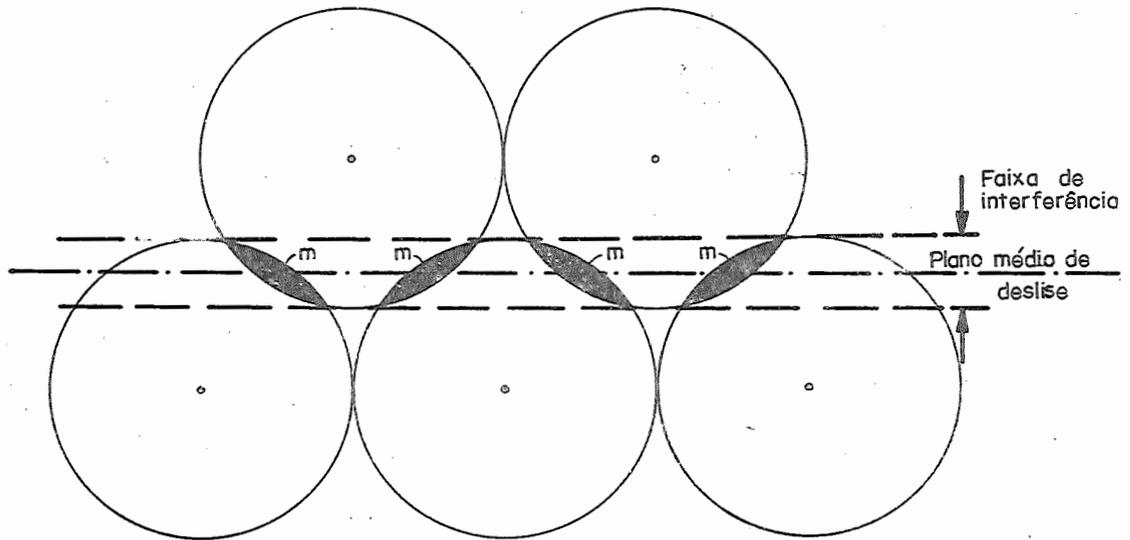


Fig.11 - Interferência entre os átomos ao deslize em uma estrutura cúbica de faces centradas (com deslizamento perpendicular ao plano representado).

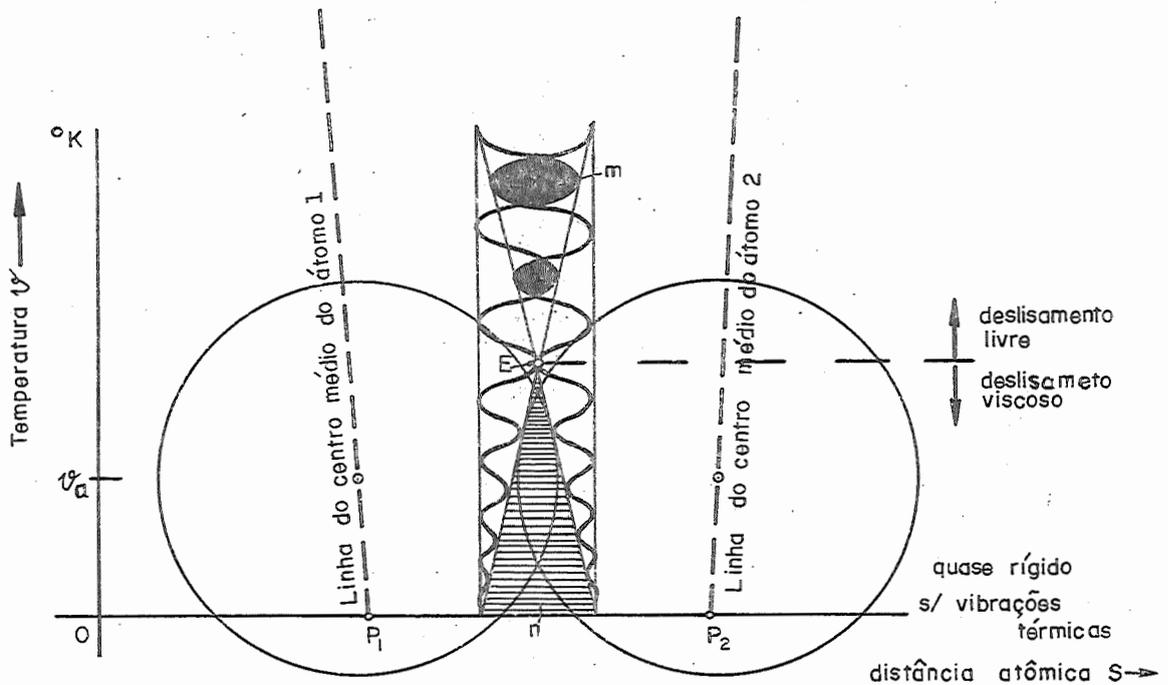


Fig.12 - Interferência entre dois átomos ao deslize
 m - área que representa uma ausência periódica da interferência
 n - área que representa uma interferência contínua
 ψ - temperatura ambiente

No entanto, com o aumento da força parcial as órbitas dos átomos se deformam, alongando-as segundo a sua menor resistência ao deslocamento. Com esta deformação as interferências podem diminuir e inclusive desaparecer momentaneamente dando um deslize rojante. Desta forma esclarecem-se os escoamentos viscosos que aparecem durante uma solicitação elástica demorada. Já, em temperatura acima do ponto crítico E, as interferências desaparecem periodicamente e os átomos neste instante podem deslizar livremente sem se deformar. Mas, na realidade os átomos, quando são forçados a deslizar entre si, deformam suas órbitas permitindo um deslize mais fácil principalmente durante a ausência periódica da interferência entre eles. Portanto, o deslize é bem mais complexo do que o aparente na figura 12. Como a interferência é função dos vários planos de deslize, possíveis no conjunto cristalino, a orientação dos deslizes geralmente é bem irregular.

Analizando-se agora as diversas estruturas cristalinas, quanto as suas interferências ao deslize, verifica-se que cada plano e cada estrutura apresenta sua faixa de interferência.

Quando num conjunto cristalino aparecem átomos diferentes os deslizamentos podem ser facilitados ou prejudicados, dependendo das dimensões e da localização desses átomos na rede cristalina. Muitas vezes estes átomos diferentes são deslocados para a periferia do conjunto deixando então de influenciar diretamente nos deslizamentos. Mas com o deslocamento desses átomos para a periferia, o contorno cristalino pode ser bloqueado pois, a transmissão do deslizamento de um conjunto cristalino para outro pode ser dificultado. Por outro lado, um átomo diferente periférico pode ser arrastado pelo deslizamento para dentro da rede cristalina.

2.1.6-Comportamento dos materiais segundo o critério de A.Tross

Para finalizar vamos acompanhar, e explicar os diversos fenômenos do comportamento dos materiais na prática, pelo critério de A.Tross (7):

Na formação de um escoamento plástico, os átomos são forçados a formarem inúmeras discordâncias até que a energia acumulada nestes deslocamentos é suficiente para provocar uma translação.

Mas no fim de uma translação os átomos limites de contor

no recebem toda energia da translação obrigando-os a aumentarem o seu nível de energia cinética, ou melhor, a amplitude de vibração destes limites aumenta.

No entanto, não só os átomos limites são excitados, pois essa energia também se propaga, e todo conjunto fica com nível de energia cinética (térmica) maior. Por outro lado, elevando-se o nível de energia, o conjunto sob tensão apresenta maior número de discordâncias e novas translações são desencadeadas. Continuando o escoamento plástico, novas translações se formam e mais átomos limites tendem a excitar-se aumentando o nível de energia cinética. Mas, nem sempre estes átomos são livres, pois nos policristalinos os conjuntos cristalinos são contornados por outros e os átomos limites às vezes são bloqueados por outros. Nestes bloqueamentos surgem então distorções a onde as tensões se equilibram, não desaparecendo mais com a retirada da carga externa, são as chamadas tensões internas. A conhecida lei de que o trabalho de deformação se transforma em energia térmica é perfeitamente esclarecida nesta teoria, pois, a energia necessária para as translações na maior parte se transforma em energia cinética sendo que só uma pequena parte permanece nas distorções. Aliás, fazendo-se um balanço energético após uma deformação plástica, confirma-se que uma parte da energia fica retida e não se transforma em calor. Por outro lado, ensaios mostram, que dissolvendo um policristalino, depois de deformado, num meio corrosivo, uma energia retida é libertada sob forma de calor.

2.1.6.01-Encruamento

O encruamento de um policristalino é justificado pelo número de discordâncias necessárias para uma translação ou melhor pelo acúmulo de energia potencial, que tende a aumentar com as translações. Lembrando-se que as translações só se formam quando o número de discordâncias é suficiente e como a energia de translação é função do número de malhas do plano de deslizamento é evidente que, um maior número de malhas exige um maior acúmulo de energia. Por outro lado, quanto maior for o número de translações num plano de deslizamento, maior será a possibilidade de se formar um bloqueio de contorno. No entanto, não se deve esquecer que a translação em uma rede formada de uma malha só, já corresponde a uma ruptura intercristalina. Portanto, durante o escoamento pode-se provocar também uma ruptura, mas, nos materiais dúcteis policristalinos, a orientação irregular

dos deslizos nos diversos grãos, dificulta esta operação.

2.1.6.02-Ruptura

A ruptura explica-se pela instabilidade que o a cúmulo de energia potencial necessária para as translações ofe rece ao conjunto quando êste aproxima-se da energia de destaca mento crítico ou melhor da soma das energias para separar os di versos átomos numa secção crítica. Uma pequena excitação adici onal nêste caso, conclui então o rompimento. No entanto, os ma- teriais dúcteis a tração apresentam sempre uma extricção antes da ruptura.

Observando-se uma destas superfícies rompidas, pode-se ver, uma superfície cônica de deslize, de contôrno, com um ângulo de 45° e um núcleo de superfície irregular aonde pròpriamente se dá o destacamento brusco.

2.1.6.03-Velocidade de deformação

A velocidade de deformação também influe no de - senvolvimento dos deslizos, pois, aumentando-se a velocidade , a translação cristalina absorve mais energia e um maior número de discordâncias é necessário para que esta translação se efe- tiva, mas, como as discordâncias definem as deformações elásti- cas, o alongamento e a tensão no limite de escoamento aumentam com a velocidade. Aliás as experiências de M.Manjoïne(8) con - firmam esta teoria.

Por outro lado numa velocidade maior, o acúmulo de ener - gia para uma translação desenvolve-se mais ràpidamente, o que possibilita uma maior excitação no sistema e que por sua vez se traduz numa menor fôrça de ruptura.

2.1.6.04-Forma externa

A forma externa dos conjuntos cristalinos tem co mo fator influente, as dimensões da secção mais solicitada. Quanto menor o diâmetro externo dos conjuntos cristalinos, se gundo resultados práticos, maior a resistência a ruptura, prin- cipalmente quando o diâmetro é de alguns microns, por exemplo os Whiskers.+

Os Whiskers apresentam geralmente uma estrutura cristali- na orientada, isto é, a orientação dos planos principais de des - lize coincidem com a direção do esforço externo possibilitando

somente translações relativamente grandes o que justifica sua alta resistência.

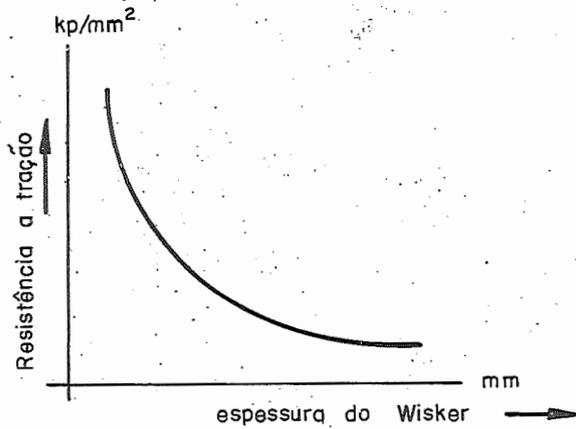


Fig.13-Resistência a tração de Wiskers de Ferro

os grossos. Além da alta resistência, os Whiskers ainda apresentam uma grande estabilidade de resistência à ruptura na elevação da temperatura.

O motivo está no pequeno acréscimo de nível de energia cinética que o corpo realmente apresenta com a deformação, pois, sendo o corpo delgado, a superfície irradiante em relação ao calor gerado é muito grande e o calor desenvolvido não pode se acumular para favorecer a ruptura.

As outras de influências de formas externas no comportamento elasto-plástico dos materiais são elucidadas pelo volume acumulado de energia potencial que pode ser representado pelo seguinte artifício (ver figura 14). Traçam-se círculos nos pontos críticos no contorno do material e a área do material limitada pelo círculo dá uma noção do possível acúmulo de energia potencial.

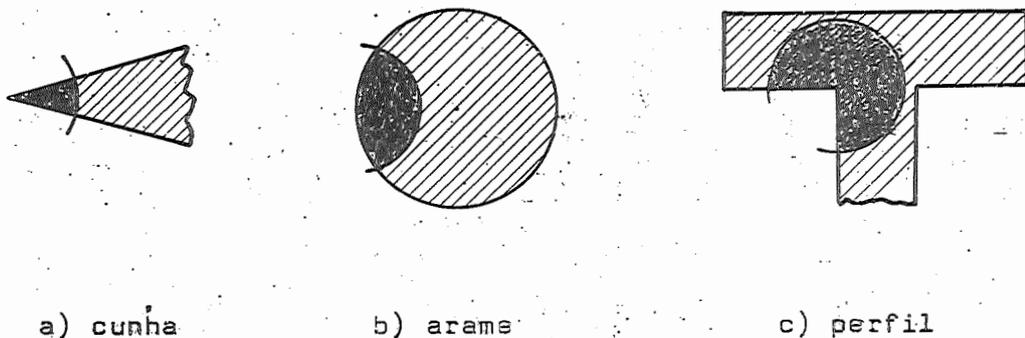


Fig.14-Volume de energia acumulada em diversas seções

Quanto maior fôr esta área, para um raio constante, maior será o volume de energia acumulada e maior é a possibilidade de se desencadear uma translação (escoamento plástico) ou uma ruptura.

Por exemplo o perfil de secção retangular da figura 15 começa a escoar primeiro nos lados.



a) antes de deformar

b) após uma deformação plástica

Fig.15 - A deformação plástica numa seção retangular

Outro exemplo típico é o da figura 16, na qual podemos ver a influência das concordâncias de secções, num corpo de prova a tração, sobre o patamar de escoamento.

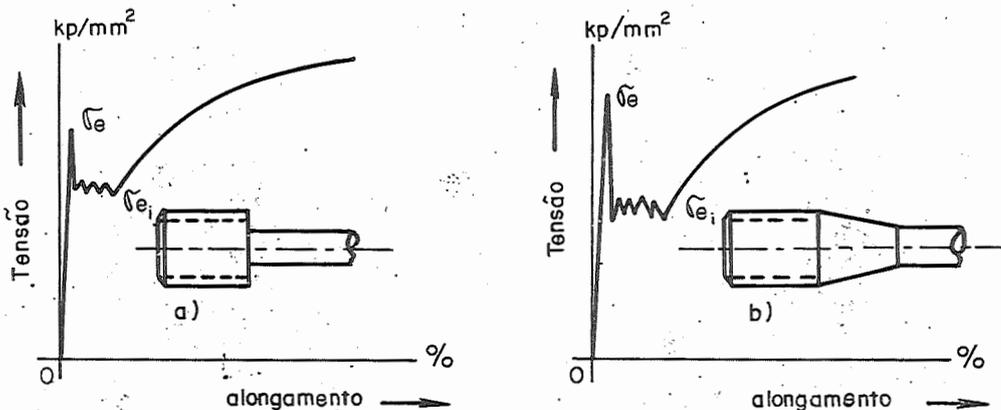


Fig.16-Influência da forma do corpo de prova no ensaio a tração

O corpo de prova da figura 16 apresenta uma variação de secção mais brusca do que o caso b, portanto, o acúmulo de energia potencial no caso "a" é maior e consequentemente o início de escoamento apresenta uma tensão σ_{es} menor.

O caso experimental da figura 17, no qual se observa as influências das diversas formas de secções de mesma área no ensaio a tração poderão também ser estudadas pelo acúmulo de energia nos pontos críticos.

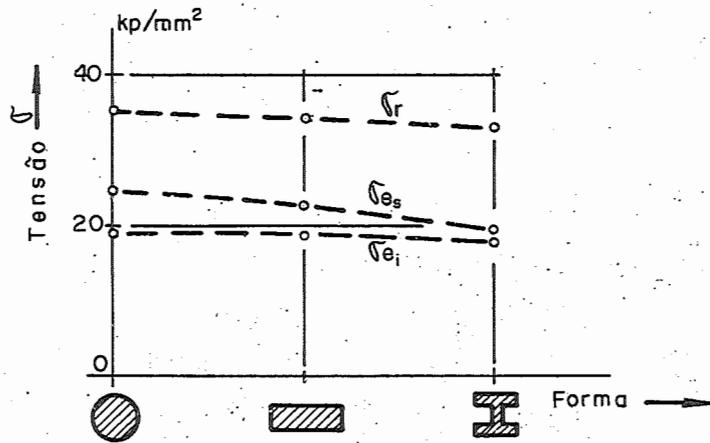


Fig.17-Influência da forma do corpo de prova para uma área de seção constante, no ensaio a tração (segundo C. Bach (9))

A diminuição do limite de resistência σ_r , neste caso, pode-se ainda explicar pelo fato da seção crítica apresentar com o escoamento plástico um encruamento heterogêneo que também favorece para um maior acúmulo de energia. No entanto não devemos confundir este acúmulo de energia desfavorável, com o encruamento superficial que homogeniza o volume de energia na superfície dando como resultado uma maior resistência mecânica à ruptura.

2.1.6.05-Encruamento superficial e ranhuras

O encruamento superficial é portanto de grande importância na resistência dos materiais principalmente quando se pretende diminuir a influência de certas rugosidades superficiais que inclusive podem apresentar pequenas fissuras no meio cristalino. Aliás o formato das ranhuras numa barra cilíndrica podem diminuir bastante a resistência mecânica da barra. Na figura 18 podemos ver esta influência e a sua justificação também baseia-se no acúmulo de energia potencial.

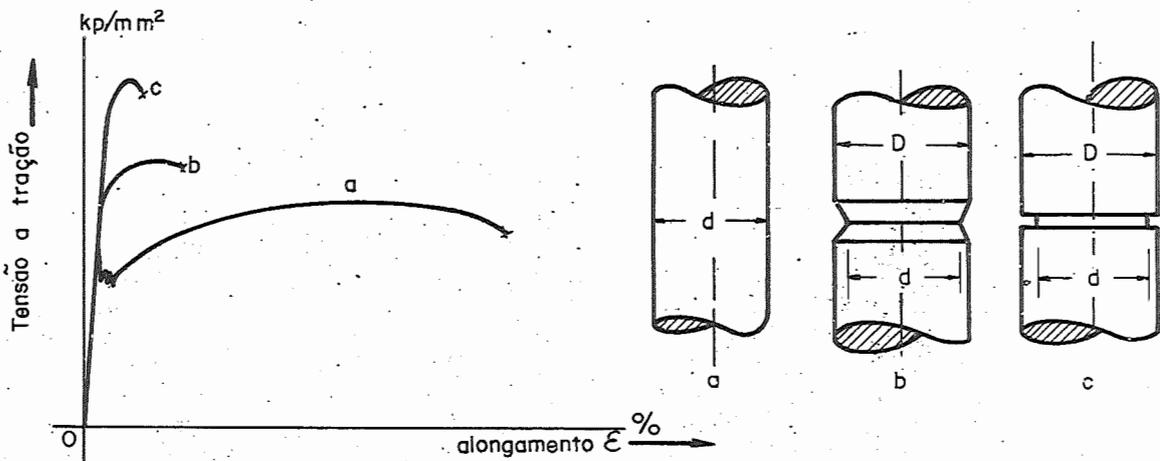


Fig.18-Influência do formato da ranhura no ensaio a tração (segundo P. Ludwik)

2.1.6.06-Tamanho de grão

Outra influência na resistência dos materiais é o tamanho do grão cristalino que compreende o seguinte: Num dado volume macroscópico, uma granulação grossa apresenta uma menor possibilidade de formar distorções do que uma granulação fina, pois as distorções se formam por causa dos bloqueios, portanto, o material de grão grosso encrua menos. Por outro lado um grão pequeno necessita de um menor acúmulo de energia para provocar uma translação e como um maior acúmulo facilita mais à ruptura, conclue-se, que os materiais de granulação grossa tendem a ser frágeis. (Vide figura 19).

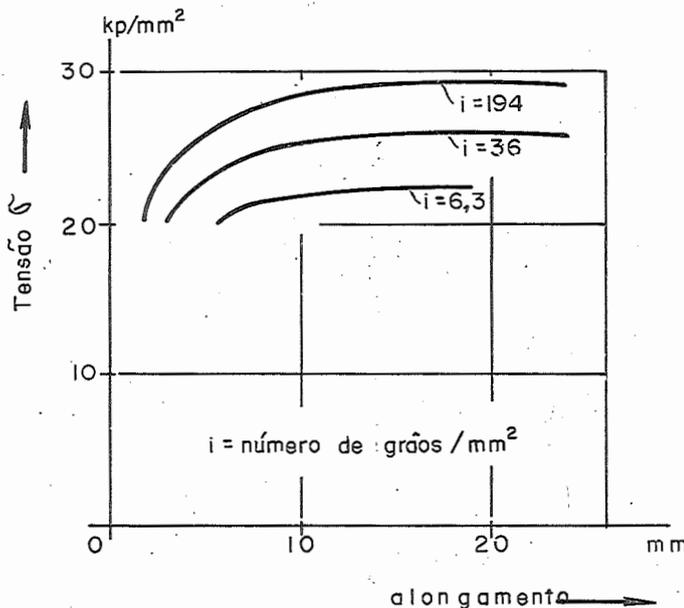


Fig.19-Influência do tamanho do grão na resistência do Ferro (segundo C.A. Edwards e L. B. Pfeil).

2.1.6.07-Efeito Reh binder (10 e 11)

O efeito de Reh binder ou de aborção, que se traduz por uma diminuição do limite de escoamento quando um corpo de prova se encontra num meio que possui propriedades ativas sobre os contornos dos grãos, como por exemplo os meios ácidos oleico e ácidos esteáricos, pode ser justificado pela diminuição do bloqueio no contorno do grão, facilitando assim as translações cristalinas.

Consequentemente os átomos limites no contorno dos grãos têm mais liberdade e elevam o nível de energia cinética em vez de provocarem distorções. Alias, o efeito Reh binder sempre vem acompanhado por efeitos térmicos. Naturalmente com o aumento da energia cinética, como já vimos anteriormente, facilita-se o deslize, donde um menor limite de escoamento. Nos cristais de Zn conseguiu-se diminuir assim o limite de escoamento de 50%.

2.1.6.08-Hysterese mecânica

Continuando temos ainda a hysterese mecânica ou amortecimento que se verifica nos ensaios de resistência e cujo desenvolvimento é elucidado na figura 20.

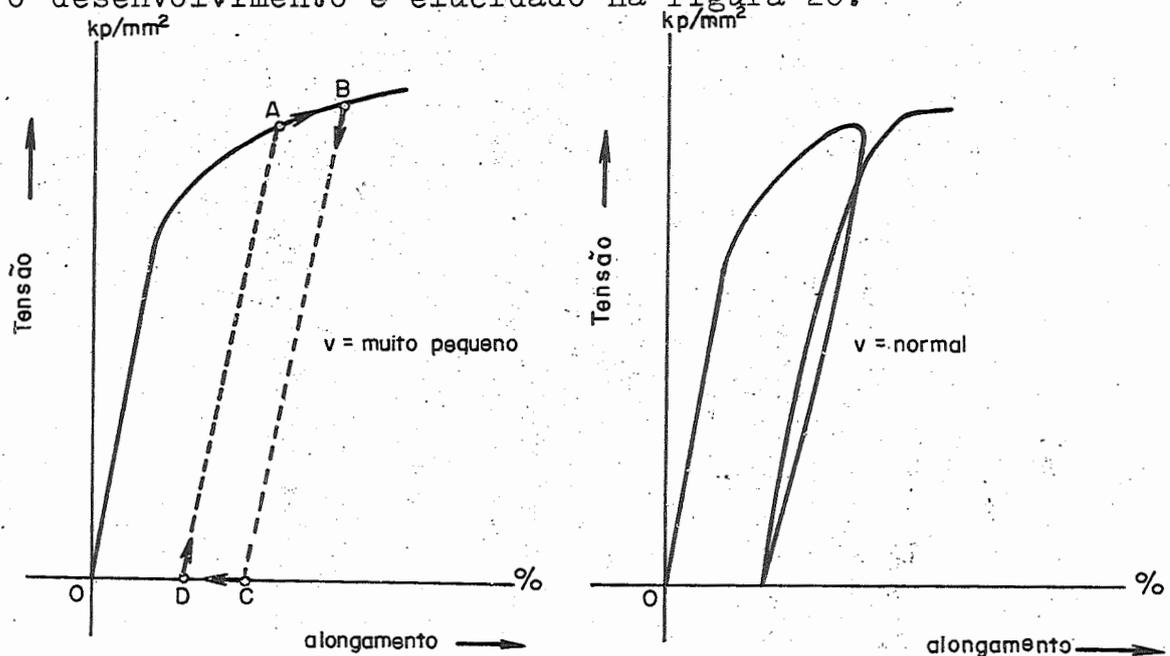


Fig. 20 - Hysterese mecânica num ensaio a tração

(DC = recuo plástico viscoso, $v = 0$)

Quando um material passou por uma deformação plástica a tração, por exemplo até B na figura 20, e em seguida é descarregada, o material após o recuo elástico, ponto C, continua retraindo-se, ponto D, devido a tensões internas que obrigam desenvolver-se deformações plásticas viscosas. Esta retração, nos ensaios normais, ou, com velocidade normal sem o descanso em DC, aparece encoberta e forma a hysteresse que nos ensaios com carga oscilante atua como amortecedor mecânico.

Os materiais sintéticos (plásticos) e principalmente as borrachas apresentam esta hysteresse bem mais acentuada.

2.1.6.09-Efeito Bauschinger

O efeito Bauschinger que é um fenômeno que aparece quando se inverte o sentido da deformação, ocasionando então um limite menor de escoamento, também vai ser estudado aqui, para tanto observemos a figura 21.

Para explicar este fenômeno recorreremos ao seguinte modelo analógico de Heyn, o qual representa o corpo de prova e se compõem de dois corpos de materiais diferentes. Enfim os limites de escoamento dos dois corpos diferem entre si.

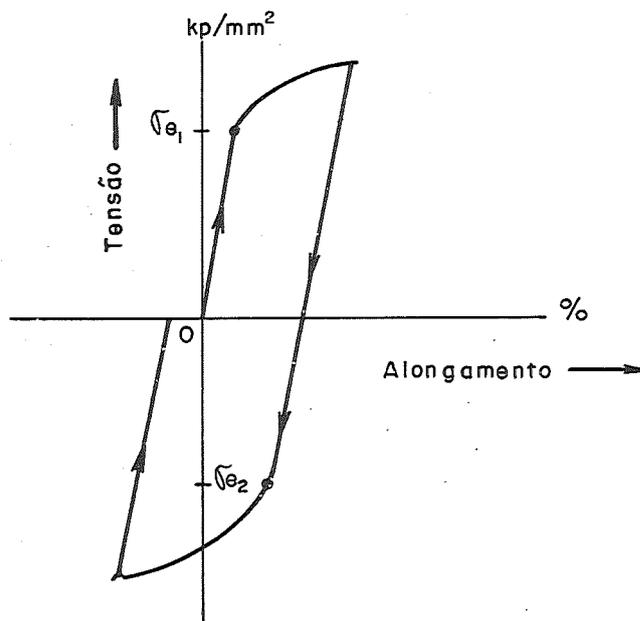


Fig.21 - Efeito Bauschinger ($|\sigma_{e1}| > |\sigma_{e2}|$)

Alongando-se o conjunto até que um dos corpos apresente uma deformação plástica e descarregando-os novamente, a parte com deformação permanente passa a ser comprimida elasticamente pela outra, de tal forma que um corpo está agora sob tensões a compressão e outro sob tensões a tração. Comprimindo-se este conjunto agora até o escoamento plástico de um deles, verifica-se que a força necessária para tanto é menor do que a do caso anterior, o que é fácil de se entender, pois, as tensões se somam algébricamente. Para adaptar esta analogia, temos que lembrar que um corpo é formado por um policristalino irregular e sujeito a inúmeras distorções (tensões internas) quando encruado, portanto, pode-se introduzir no corpo tensões que ficam em equilíbrio e que mais tarde favorecem uma certa sollicitação a tal ponto que as translações iniciam com uma tensão externa menor.

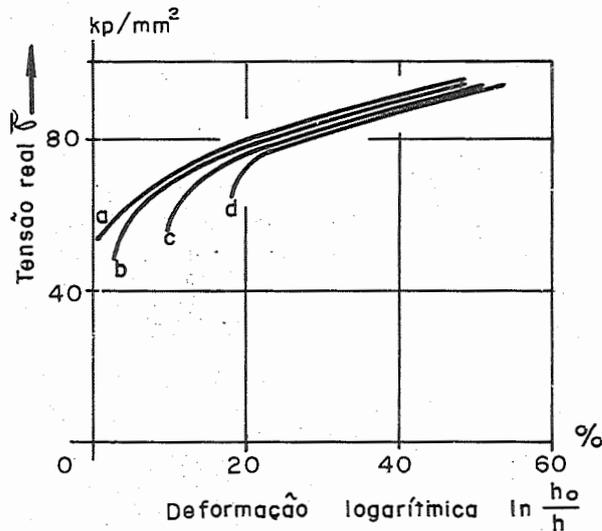
No entanto para grandes deformações plásticas o efeito de Bauschinger perde o seu valor como podemos vêr pelas experiências de W.Panknin(13) representadas na figura 22.

Nesta representação recorreu-se a tensão real

$$\bar{\sigma} = \frac{P}{S}$$

e a deformação logarítmica com as quais permitem uma construção gráfica contínua do conjunto analisado, mesmo para grandes

Fig. 22 - Influência do pré-encruamento a tração na deformação plástica por compressão



- a) sem pré-encruamento
- b) com 5% de pré-encruamento
- c) com 10% de pré-encruamento
- d) com 18% de pré-encruamento

deformações, pois a soma das deformações logarítmicas é igual a deformação logarítmica total, ou,

$$\ln \frac{h_0}{h_1} + \ln \frac{h_1}{h_2} + \ln \frac{h_2}{h_3} = \ln \left(\frac{h_0}{h_1} \cdot \frac{h_1}{h_2} \cdot \frac{h_2}{h_3} \right) = \ln \frac{h_0}{h_3}$$

Para o ensaio a tração foram então preparados 4 corpos de prova cada um com um outro pré-encruamento a compressão. Aqui também apareceu o efeito Bauschinger, mas, só no início das deformações plásticas como podemos vêr na figura 22. No entanto para grandes deformações êste efeito pode ser desprezado. Por outro lado provou-se com isso a hipótese de Ludwik a qual admite a simples soma dos encruamentos, mesmo que sejam opostos, para se obter a resistência resultante do material.

Aliás o pesquisador repetiu esta experiência para vários materiais e também para materiais com pré-encruamento a compressão obtendo sempre resultados semelhantes. No critério de Troost também podemos confirmar a hipótese de Ludwik, ou, a soma dos pré-encruamentos, pois, uma simples observação da formação das distorções mostra que estas aumentam cada vez mais mesmo que se inverta o deslize. Naturalmente deve-se desprezar aqui as pequenas deformações.

2.1.6.10 - Envelhecimento

Outro fenômeno interessante que os materiais apresentam é o envelhecimento cuja grandeza depende principalmente do tempo e da temperatura de ensaio.

Com o decorrer do tempo os materiais tendem a recuperar-se aliviando as tensões internas instáveis, ou melhor, eliminam

do parte das distorções com translações viscosas. Quando este processo é favorecido por um aumento de nível de energia cinética (calor), nós passamos a chamar este envelhecimento de artificial. A consequência de um envelhecimento pode ser tanto de aumentar como de diminuir a resistência do material dependendo do histórico de sua formação.

P.Ludwik(14), pesquisando com ferro eletrolítico conseguiu até diminuir o efeito Bauschinger com o simples envelhecimento natural, isto é, deixando o material repousando.

2.1.6.11-Aços efervescetes

Os aços efervescetes, que diferem dos aços acalados pela sua solidificação heterogenea e quando não encruados apresentam geralmente um patamar de escoamento bem nítido. As características desse patamar são as mais diversas, dependendo de velocidade de deformação, da temperatura, do envelhecimento, do encruamento e do seu histórico.

Este patamar nem sempre é desejado pois dá durante as primeiras deformações escoamentos localizados, as chamadas linhas de Lueders, que ocasionam um mau acabamento superficial. Para eliminar o patamar de escoamento o material deve passar por um encruamento da ordem de 3 a 5%. Nos laminados planos, o patamar de escoamento é eliminado pela laminação, com o objetivo de encruar o material somente o suficiente, pois, um encruamento grande dá ao material uma anisotropia (propriedades de resistência diferente nos dois sentidos, o longitudinal e o transversal a direção de laminação) que prejudica o repuxo profundo. Mas um encruamento muito pequeno é instável tendendo a desaparecer, envelhecimento natural. Aliás estes materiais tem grandes tendências a envelhecer devido a sua formação heterogenea própria para distorções.

2.1.6.12-Encruamento retardado

O encruamento retardado se baseia mais na eliminação por difusão de elementos ligas (átomos ligas) do conjunto cristalino (grão) para o contorno, bloqueando futuros deslizes. Com o aumento da rigidez do contorno dos grãos o material apresenta maior resistência à ruptura, mas, uma maior fragilidade. As eliminações por difusão no entanto exigem uma certa densidade energética, que para os aços equivale a uma elevação da temperatura para 200 a 300°C é a chamada faixa de

fragilidade azul. Quanto maior fôr a velocidade de deformação nêste caso, tanto mais alto será a temperatura ideal para a eliminação dos átomos ligas ou melhor maior deve ser o nível de energia cinética. Quando a energia cinética é insuficiente a eliminação pode ser retida e só após um aquecimento suficiente ela se efetiva dando então uma maior resistência mecânica ao material. Os ensaios de M.Manjoïne(8), representados na figura 23, confirmam que êste fenômeno é função da velocidade de deformação.

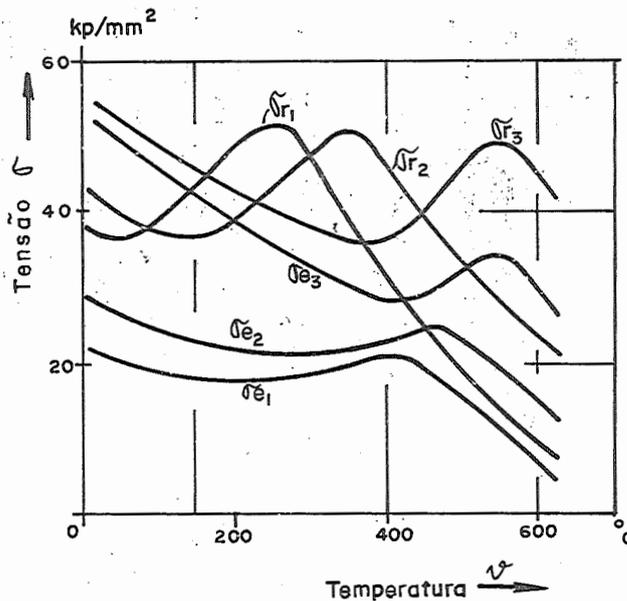


Fig.23-Influência da temperatura e da velocidade de deformação na resistência mecânica(aço de construção)

σ_e - tensão do limite de escoamento
 σ_r - tensão de ruptura com o índice

1 p/ $\dot{\epsilon} = 8,5 \cdot 10^{-4}$ 1/s

2 p/ $\dot{\epsilon} = 0,5$ 1/s

3 p/ $\dot{\epsilon} = 300$ 1/s

Outros ensaios que também comprovam estas dependências são as de H.G.Baron (15), W.Buhler(16) e U.Krause(17).

2.1.6.13-Recristalização

Em prosseguimento passaremos agora a explicar a recristalização que é semelhante a cristalização. Na cristalização o material fundido apresenta inúmeros germes ou núcleos de cristalização sôbre os quais o restante do material se deposita formando cristais. Quanto maior fôr o número de germes menor serão conjuntos cristalinos, grãos. Na prática demonstra-se que uma granulação fina é mais propícia para deformações plásticas, pois, permite um maior encruamento, livre de fissuras cristalinas (sinais de fadiga devido a deformações exageradas).

A explicação dêsse fato deve ser procurada nas orientações difusas dos cristais, que para granulação pequena é maior dando ao conjunto uma distribuição mais uniforme de deslizes cristalinos necessários para o encruamento do material.

Na formação de um germen liberta-se calor de cristalização que prejudica a formação de novos germens, mas, ao mesmo tempo os germens já formados começam a crescer e tornam-se mais estáveis. Por outro lado quanto menor fôr a temperatura do fundido mais estável será a formação de germens e menor será a granulação.

Como num meio cristalino os átomos estão mais próximos entre si do que no meio líquido e sendo a conclusão de calor maior nos meios atômicos mais densos o calor de cristalização durante a solidificação, se conduz mais depressa através dos cristais já formados do que no meio líquido onde se formam os germens.

Na recristalização o material depois de deformado é aquecido até uma temperatura crítica em que os cristais deformados se subdividem eliminando ao mesmo tódas as características de encruamento. Por isso a temperatura mínima de recristalização, em $^{\circ}\text{K}$, é de 35 a 50% menor do que a temperatura de fusão do mesmo. Naturalmente esta temperatura mínima é função do tempo de recristalização. Um tempo dobrado equivale a um acréscimo de temperatura de 10°K .

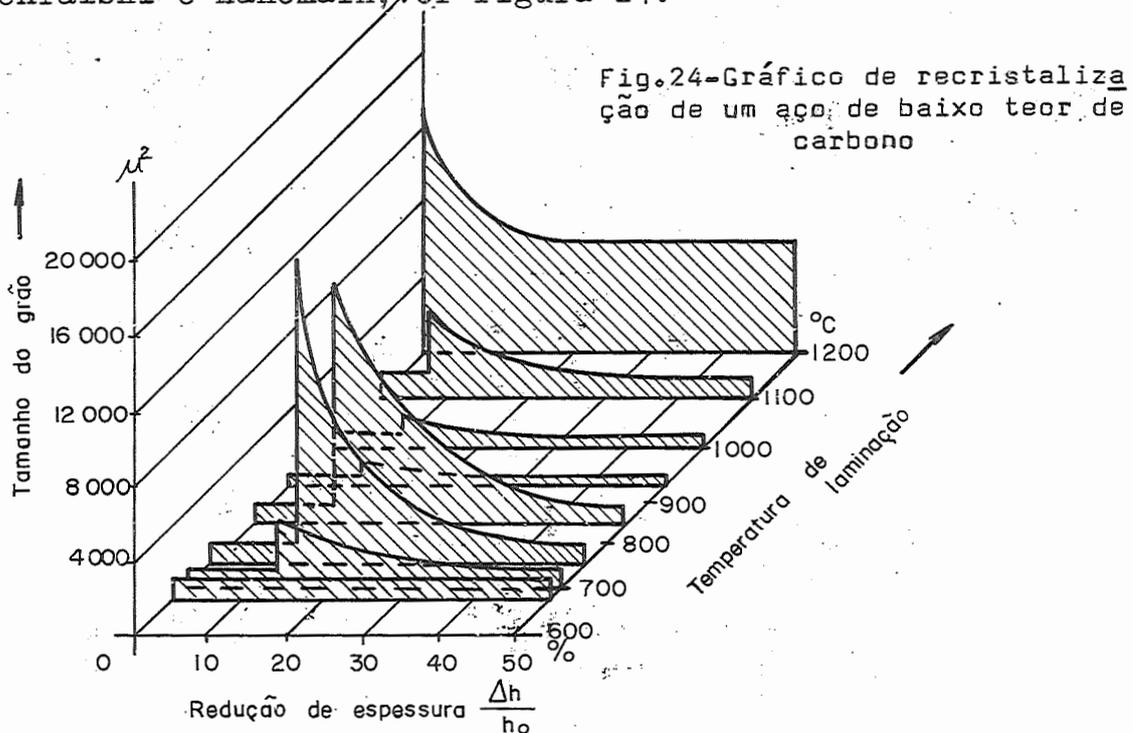
Os materiais que têm uma temperatura baixa de recristalização, como é o caso do chumbo, o calor desenvolvido durante a deformação plástica pode ser suficiente para desencadear a recristalização e o material não se encrua. Outras vêzes procura-se deformar plásticamente um material, numa temperatura próxima a recristalização para não encruar o material, é o que se procura fazer na laminação a quente e no forjamento a quente.

Portanto, o conhecimento da temperatura de recristalização é importante, e como é muito variada, pois é função de inúmeros fatores, vamos somente abordar alguns desses fatores que abaxam a temperatura de recristalização.

- 1- Após uma deformação plástica, formou-se energia de distorção no meio cristalino (energia que não se transforma em calor) portanto, a energia térmica necessária para a recristalização será menor. Quanto Maior o encruamento menor será a temperatura de recristalização.
- 2- Quando o tamanho do grão é pequeno, o acúmulo de distorção no contôrno do grão por unidade de volume é grande e com isso a energia térmica necessária é menor para a recristalização do que para o material de granulação grossa.

- 3- Quanto mais puro fôr o metal menor será a energia térmica necessária para a recristalização, pois menor será a quantidade dos átomos ligas à se difundirem para o contôrno do grão dando uma maior rigidez térmica.
- 4- Quanto menor fôr a velocidade de aquecimento menor será a energia térmica necessária à recristalização, pois o calor precisa difundir no meio num tempo suficientemente grande para permitir a formação dos novos núcleos.

Uma representação interessante para mostrar os principais fatores que influem a deformação a quente, é dada por Czochralski e Hanemain, vêr figura 24.



Nêste gráfico pode-se observar que o aço carbono, após uma deformação de 10%, apresenta uma tendência muito grande, quando aquecido, para formar grão grosso. Como a formação de grão grosso deve ser evitada, procura-se deformar o aço com um encruamento e numa temperatura que resulta no menor grão possível.

A explicação cristalográfica dêste fenômeno deve estar na instabilidade que o conjunto cristalino apresenta quando encruado. O nível de energia cinética, o acúmulo de energia formado pelas discordâncias e o calor que se desenvolve na recristalização se tornam críticos, isto é, o calor desenvolvido tende a desencadear uma dissolução dos germens.

2.1.6.14-Módulo de elasticidade

O módulo de elasticidade, definido por $\frac{\sigma}{\epsilon}$ em

que σ é a tensão normal e ϵ o alongamento, também é influenciado pelo encruamento e a recristalização. Para demonstrar isso observe-se uma chapa após a laminação, isto é, com uma anisotropia, e depois de recristalizada num ensaio a tração. Os resultados podemos vêr na figura 25.

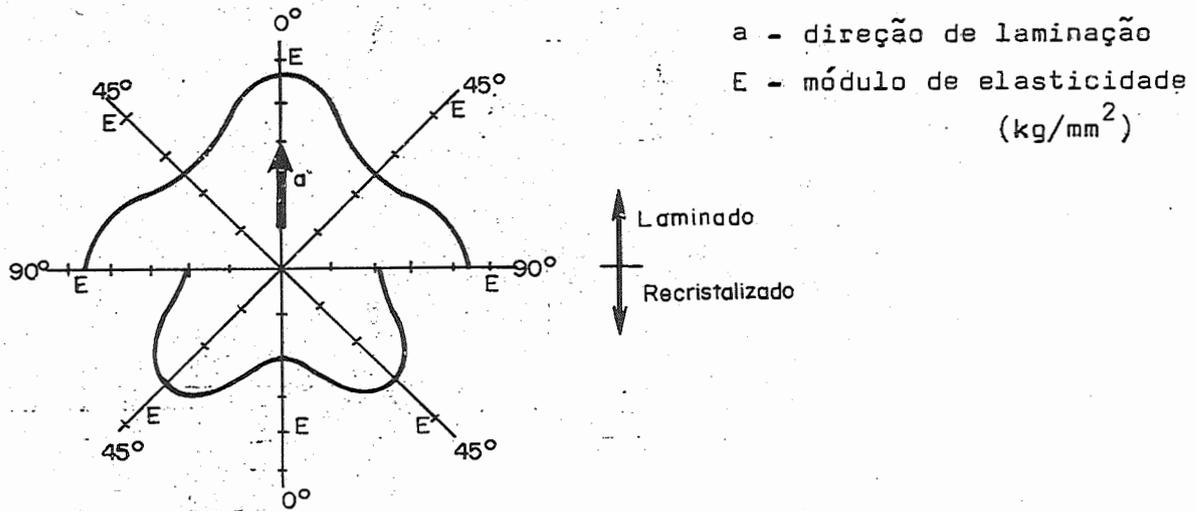


Fig.25 - módulo de elasticidade de uma chapa de cobre (ensaio-tração)

Interessante é que o módulo de elasticidade apresenta, após a laminação, 2 máximos um na direção e outro transversalmente a direção de laminação, isto se explica pela orientação que os conjuntos cristalinos sofreram quando foram laminados. Após a recristalização este fenômeno no entanto é inverso, pois, os conjuntos cristalinos antes alongados agora aparecem subdivididos, possibilitando, na direção da laminação, um deslize com um menor acúmulo de discordância, o que define um menor módulo de elasticidade.

2.1.6.15-Caldeamento, atrito e sinterisação

Para finalizar vamos ainda estudar o caso caldeamento que aparece no atrito e na sinterisação. Os materiais podem-se unir quando os aglomerados cristalinos estão em contato, guardando uma distância entre os contornos cristalinos menor que $10^{-5} \text{ mm} = 10^{-2} \text{ \AA}$. Pois, só assim as forças de coesão entre os átomos podem se influenciar. Esta aproximação, na sinterisação dos metais, é feita através de uma prensagem dos pós metálicos a uma pressão de 20 a 100 kp/mm^2 . Ao mesmo tempo a superfície oxidada dos pós metálicos quebra-se com a deformação possibilitando assim um contato metálico.

Elevando-se agora a energia cinética desse pó prensado, a

uma temperatura $2/3$ a $3/4$ da defusão dos elementos constituintes, a energia de coesão é alcançada e o caldeamento se processa. Atritando-se dois materiais pode-se conseguir um efeito semelhante, pois, com o atrito rompe-se o contôrno oxidado, aproxima-se os conjuntos cristalinos entre si e aumenta-se o nível de energia cinética (calor). Por isso, muitas vèzes no atrito de duas peças, principalmente quando não lubrificadas, aparecem caldeamentos.

2.1.7-Bibliografia

- 1 - Girand, M.R. Contribution à l'etude de l'etirage à froid de l'acier doux. Revue de Metallurgie-Mémoires (chapitre III) 1928 vol.25 pag.347 a 354.
- 2 - Hort, H. Die Wärmevorgänge beim Längen von Metallen. Mitteilungen über Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens. 1907 cad.41 ed. Julios Springer.
- 3 - Rosenhain, W. e Stott, V.H. The Energy Absorbed in the Cold Working of Metals. Proceeding of the Royal Society of London, 1933 vol.CXL, série A. pag. 9 a 25.
- 4 - Farren, W.S. e Taylor, G.I. The Heat Developed during Plastic Extension of Metals. Proceeding of the Royal. Society of London. 1925 vol. CVII série A. pag. 422 a 451.
- 5 - Esser, H. Cornelius, H e Banck, W. Untersuchungen über die Wärmetönung beim Zugversuch mit Stahl proben. Archiv fur das Eisenhüttenvesen 1956 vol.9 10 pag. 529 a 533.
- 6 - Eichinger, A. e Lueg, W. Erwärmung von Draht und Düse beim Kaltziehen 1941 vol. XXIII ed.2 pag.21 a 30.
- 7 - Tross, A. Uber das Wesen und den Mechanismus der Festigkeit. ed. Munique und Zellam See-1966
- 8 - Manjoïne, M.J. Influence of Rate of Strain and Temperature on Yield Stresses of Mild Steel ASME, Trans, 1944 vol. 66 pag. A. 211 a A. 218.
- 9 - Dehlinger, M. Physikalische Grundlagen des metallischen Zustands. No: Handbuch der Werkstoffprüfung vol.2 Die Prüfung der metallischen Werkstoffe. 2 ed. Berlin, Göttingen, Heidelberg. ed. Springer Verlag. 1955 de Siebel, E.
- 10- Reh binder, P.A. Zeitschrift fur Physik. 1931 vol. 72 pag. 91
- 11- Lichtman, W.I., Reh binder, P.A. e Karpenko, C.W. Der Einfluss

grenzflächenaktiver Stoffe auf die Deformation von Metallen
1964-Moskau - traduzido Berlin Akademie-Verlag.

- 12- Bauschinger, J. Mitteilungen des mechanischen Laboratoriums
der Technischen Hochschule München 1886 n° 13.
- 13- Panknin, W e Fritz, H. Der Einfluss uner Umkehr der Verfor-
mungsrichtung auf die Formänderungsfestigkeit von metallis-
chen Werkstoffen. Draht - Fachzeitschrift 1967 vol. 18 n° 1
pag. 1 a 6.
- 14- Ludwik, P. Über Kaltbearbeitung durch Walzen und Ziehen .
Zeitschrift für österreichische Ingenieure 1915 vol. 67 pag.
597 a 602.
- 15- Baron, H.G. Stress/strain Curves of Some Metals and Alloys.
Journal of the Iron and Steel Institute 1956-Abril pag.354
a 365.
- 16- Buhler, H. e Schack, J. Formänderungsfestigkeit von Stählen
in Bereich der Blauwärme Draht-Welt 1966 vol. 52 n° 7 pag.
489 a 495.
- 17- Krause, U. Formänderungsfestigkeit verschiedener Stähle in
Abhängigkeit von der Formänderung und der Formänderungsges-
windigkeit bei Temperaturen von 20 bis 450°C. Archiv für
das Eisenhüttenwesen 1963 vol. 34 n° 10 pag. 745 a 754.

2.2-Critério da máxima tensão de cisalhamento

É um critério de escoamento sob o ponto de vista macroscópico e segundo A.C.Coulomb pode ser expresso pelo seguinte: "Para haver um escoamento permanente, a máxima tensão de cisalhamento τ_{\max} deve ultrapassar um certo valor limite". Coulomb imaginava para o escoamento um certo atrito interno que devia ser vencido.

H.Tresca (1) adotou este critério, mas, adotou outro conceito de escoamento, expresso por:

$$\sigma_{\max} - \sigma_{\min} \geq 2 \tau_{\max} \quad (8)$$

Fixando-se para um estado triplo de tensão as relações $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$, e adotando-se para a tensão de tração o sinal positivo (+), negativo para a compressão, tem-se segundo O. Mohr o seguinte complemento do critério: "Para haver um escoamento permanente a semi-diferença das tensões principais $(\sigma_1 - \sigma_3)/2$ deve ser maior que a tensão máxima de cisalhamento. Aliás, esta relação pode-se tirar facilmente da representação de Mohr, vêr figura 26.

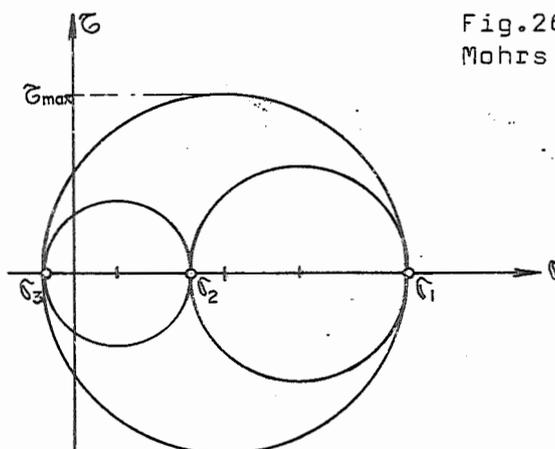


Fig.26-Representação gráfica de O. Mohr de um estado genérico de tensões

$$\sigma_1 - (-\sigma_3) = \sigma_1 + \sigma_3 = 2 \tau_{\max}$$

E.Siebel(2) e G.Sachs (3) definiram para $2 \tau_{\max}$ uma pressão específica de deformação k_d que melhor define o comportamento plástico dos materiais.

As faixas visíveis na superfície dos corpos de prova, que aparecem a 45° em relação a direção da força, no início do escoamento permanente comprovam o critério da máxima tensão de cisalhamento. Pois, segundo o capítulo 1.1, a tensão de cisalhamento é máxima neste ângulo de 45° .

Como neste critério a tensão intermediária σ_2 não é considerada, W.Lode (4) fez uma série de ensaios para provar a influência de σ_2 no escoamento plástico. Para tanto definem-se as seguintes relações:

$$\mu = \frac{\sigma_2 - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}}{\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}} \quad (9)$$

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_{\max}}$$

necessária para o gráfico da figura 27.

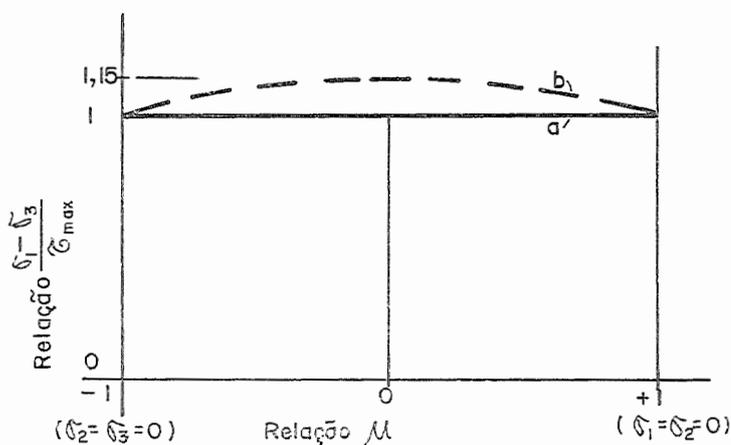


Fig.27-Representação gráfica do critério de Tresca e dos valores práticos de Lode

a - valores teóricos de Tresca
b - valores práticos de Lode

Vê-se pelo gráfico que o comportamento plástico dos materiais ^{que} obedece perfeitamente o critério de Tresca pois a influência da tensão intermediária σ_2 não é totalmente desprezível e para $\mu = 0$ a discrepância é máxima.

Para $\mu = 0$, $\sigma_2 = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$, isto é, a tensão intermediária coincide com a tensão média. No entanto convem lembrar que a tensão média

$$\sigma_m = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$$

nem sempre coincide com σ_2 .

Em resumo o critério da máxima tensão de cisalhamento apresenta um erro máximo quando $\sigma_2 = \sigma_m$ e é da ordem de 15%, mas, devido a sua expressão relativamente simples têm

inúmeras aplicações na prática.

2.2.1- Bibliografia

- 1 - Tresca, H. Mem. pres. par div. Sav. 1868 vol. 18 pag. 733 a 799.
- 2 - Siebel, E. Die Formgebung im bildsamen Zustand 1932 Dusseldorf: ed Verlag Stahleisen.
- 3 - Sachs, G. Handbuch der Metallphysik 1937 vol. 3.
- 4 - Lode, W. Der Einfluss der mittleren Hauptspannung auf das Fließen der Metalle. Forschung - Arbeit - Ing - Wes. 1928 cad. 303.

2.3- Critério de Huber-Hencky e Mises ⁺

A.T. Huber (1) expos. em 1904 o seguinte critério de escoamento: Um metal inicia a escoar, quando acumula, durante um esforço externo, uma certa energia crítica, suficiente para variar a forma externa, do corpo em questão.

No entanto, este critério macroscópico foi apresentado novamente por R. Mises (2) em 1913 e mais tarde por H. Hencky (3), mas, com o desconhecimento do trabalho de Huber, donde se justifica a atual denominação de "Critério de Huber-Hencky -Mises"

2.3.1- Generalidades

Pela teoria da elasticidade têm-se:

Módulo de elasticidade $E = \frac{\sigma}{\epsilon}$, sendo σ a tensão normal dada por $\sigma = \frac{F}{S}$ (F - a força normal a seção de área S) e ϵ o alongamento devido a σ .

Módulo transversal $G = \frac{\tau}{\gamma}$ sendo τ a tensão de cisalhamento dada por $\tau = \frac{F_1}{S_1}$ (F_1 - a força tangencial a seção de área S_1) e γ a distorção devido a τ .

Constante de Poisson $m = \frac{1}{\nu}$

Pela lei de Hooke têm-se a seguinte expressão, para materiais isótipos:

$$G = \frac{m}{2(m+1)} \cdot E \quad (10)$$

Da teoria de elasticidade, tira-se ainda as 6 equações fm fundamentais:

$$\begin{aligned}
 E \cdot \varepsilon_x &= \sigma_x - \frac{1}{m} (\sigma_y + \sigma_z) & ; & \quad \tau_{xy} = G \cdot \gamma_{xy} \\
 E \cdot \varepsilon_y &= \sigma_y - \frac{1}{m} (\sigma_x + \sigma_z) & ; & \quad \tau_{yz} = G \cdot \gamma_{yz} \\
 E \cdot \varepsilon_z &= \sigma_z - \frac{1}{m} (\sigma_x + \sigma_y) & ; & \quad \tau_{xz} = G \cdot \gamma_{xz}
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

referidas ao sistema de coordenadas ortogonais com os eixos x, y e z. Como as deformações e as tensões são geralmente principais, isto é, segundo os eixos x, y e z, prefere-se a designação 1, 2 e 3 para os índices, portanto:

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_1 &= \frac{1}{E} \left(\sigma_1 - \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{m} \right) \\
 \varepsilon_2 &= \frac{1}{E} \left(\sigma_2 - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{m} \right) \\
 \varepsilon_3 &= \frac{1}{E} \left(\sigma_3 - \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{m} \right)
 \end{aligned}
 \tag{12}$$

e com a igualdade (10), às restantes igualdades

$$\begin{aligned}
 \gamma_{12} &= \frac{2(m+1)}{mE} \tau_{12} \\
 \gamma_{23} &= \frac{2(m+1)}{mE} \tau_{23} \\
 \gamma_{31} &= \frac{2(m+1)}{mE} \tau_{31}
 \end{aligned}
 \tag{13}$$

⁺ Conhecido na literatura americana como "Theory of Constant Elastic Strain Energy of Distortion."

2.3.2-Apresentação teórica do critério

Um paralelepípedo elementar de dimensões dx dy dz sujeito a um esforço externo, apresenta as seguintes deformações elásticas $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ e $\gamma_{12}, \gamma_{23}, \gamma_{31}$ que por sua vez estão relacionadas com as respectivas tensões: $\sigma_1, \sigma_2,$

$$\sigma_3 \text{ e } \tau_{12}, \tau_{23}, \tau_{31}$$

O trabalho específico (por unidade de volume) para esta deformação é dado por

$$a_t = \frac{1}{2} (\sigma_1 \varepsilon_1 + \sigma_2 \varepsilon_2 + \sigma_3 \varepsilon_3 + \tau_{12} \gamma_{12} + \tau_{23} \gamma_{23} + \tau_{31} \gamma_{31}) \quad (14)$$

ou substituindo as deformações dadas por (12) e as distorções dadas por (13), têm-se

$$a_t = \frac{1}{2E} \left[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \frac{2}{m} (\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1) + \right. \\ \left. + (\tau_{12}^2 + \tau_{23}^2 + \tau_{31}^2) \frac{4(m+1)}{m} \right] \quad (15)$$

Calculando-se agora o trabalho específico a_v , dado pelo se mi-produto da tensão média

$$\sigma_m = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$$

com a somatória dos alongamentos $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$, têm-se o que define como trabalho elástico de compressão ou distensão volumétrica, pois, a soma algébrica de $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$ exprime uma variação de volume.

Resumindo-se e substituindo-se com a equação 12 têm-se

$$a_v = \sigma_m \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3}{2} = \frac{(m-2)(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)}{6 m E} \quad (16)$$

Este trabalho, segundo os autores do critério, não deve fazer parte da energia acumulada para o início do escoamento, pois a prática tem demonstrado que o volume dos corpos de ensaio após as deformações elásticas ou elasto-plásticas, permanece praticamente constante.

Tirando-se o trabalho total dado pela equação (15) o trabalho volumétrico a_v (16), têm-se o trabalho de mudança de forma a_f .

$$a_f = \frac{m+1}{3mE} \left[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1 + 6(\tau_{12}^2 + \right. \\ \left. + \tau_{23}^2 + \tau_{31}^2) \right] \quad (17)$$

ou

$$a_f = \frac{m+1}{6 m E} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 + 3 (\tau_{12}^2 + \tau_{23}^2 + \tau_{31}^2) \right] \quad (18)$$

Esta é a expressão que, segundo A.T.Huber, deve ser satisfeita, para um corpo de prova iniciar o escoamento.

Tomando-se por exemplo os dados de uma ensaio a tração simples, por exemplo: $\sigma_1 = k_d$, $\sigma_2 = 0$, $\sigma_3 = 0$ têm-se pela expressão (17)

$$\bar{a}_d = \frac{m+1}{3 m E} k_d^2 \quad (19)$$

que igualado a (18) dá a expressão:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 + 6(\tau_{12}^2 + \tau_{23}^2 + \tau_{31}^2) = 2k_d^2 \quad (20)$$

Para deformações simplesmente ortogonais a expressão anterior toma a conhecida igualdade, dada por:

$$k_d = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \quad (20)$$

Esta equação pode ser ainda adaptada para o uso da tensão média σ_m , portanto:

$$k_d = \sqrt{\frac{3}{2} [(\sigma_1 - \sigma_m)^2 + (\sigma_2 - \sigma_m)^2 + (\sigma_3 - \sigma_m)^2]} \quad (21)$$

Para poder observar melhor estas últimas igualdades analisaremos os seguintes exemplos:

a) Pressão igual por todos os lados $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$, portanto, $k_d = 0$ e o corpo não se pode deformar plásticamente.

b) Para $\sigma_1 = \sigma_2$ e $\sigma_2 > \sigma_3$, então

$$\sigma_1 - \sigma_3 = k_d \quad \text{que representa o critério de}$$

Tresca

c) Para $\sigma_2 = \sigma_3$ e $\sigma_1 > \sigma_2$ ídem, caso anterior

d) Para $\sigma_2 = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$ a igualdade 20 fica

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot k_d = 1,15 k_d$$

que corresponde ao critério de Tresca com respectiva correção necessária para valer o critério em questão.

2.3.3-Comparação dêsse Critério com o de Tresca

Observando-se a igualdade 20, podemos escrever ,

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2 k_d^2 \quad (22)$$

que representa uma superfície cilíndrica de comprimento ilimitado, cujo eixo ^{passa} pelo centro das coordenadas ortogonais σ_1 , σ_2 e σ_3 , com um ângulo de inclinação em relação aos eixos de $\alpha = \arcsin \frac{1}{\sqrt{3}} = 54^\circ 44'$ (veja figura 28).

O estado de tensões que define um ponto dentro do cilindro corresponde então ao elástico. Um ponto sobre a superfície do cilindro define, segundo a equação (22), o início de escoamento pelo critério de Huber-Henky e Mises.

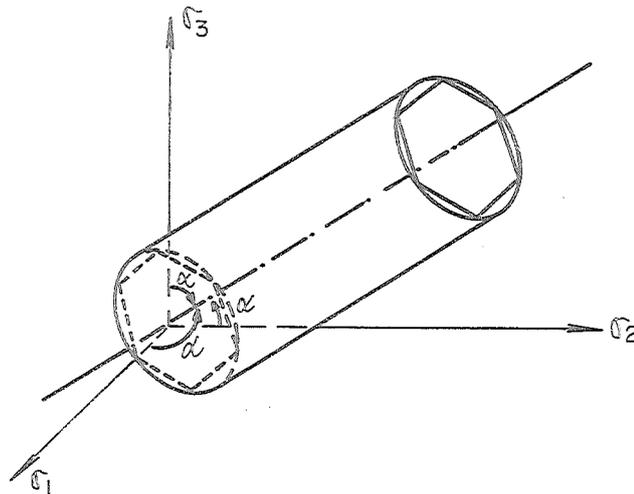


Fig.28 - Representação gráfica da equação (22)

O critério de Tresca, expresso pela igualdade

$$\sigma_1 - \sigma_3 = k_d$$

representa uma reta. No entanto, quando não se conhece a direção das tensões principais, esta expressão torna-se mais com-

plicada, dando grãficamente um prisma sextavado dentro do cilindro da figura 1. Normalmente interessa mais o estado duplo de tensão com $\sigma_2 = 0$.

Nêste caso a equação (22) passa a

$$\sigma_1^2 + \sigma_3^2 + \sigma_1 \sigma_3 = k_d^2 \quad (23)$$

que representa uma elipse com os eixos $a = k_d \sqrt{2}$ e $b = k_d \sqrt{\frac{2}{3}}$, inclinados em relação aos eixos σ_1 e σ_3 de 45° (veja figura 29).

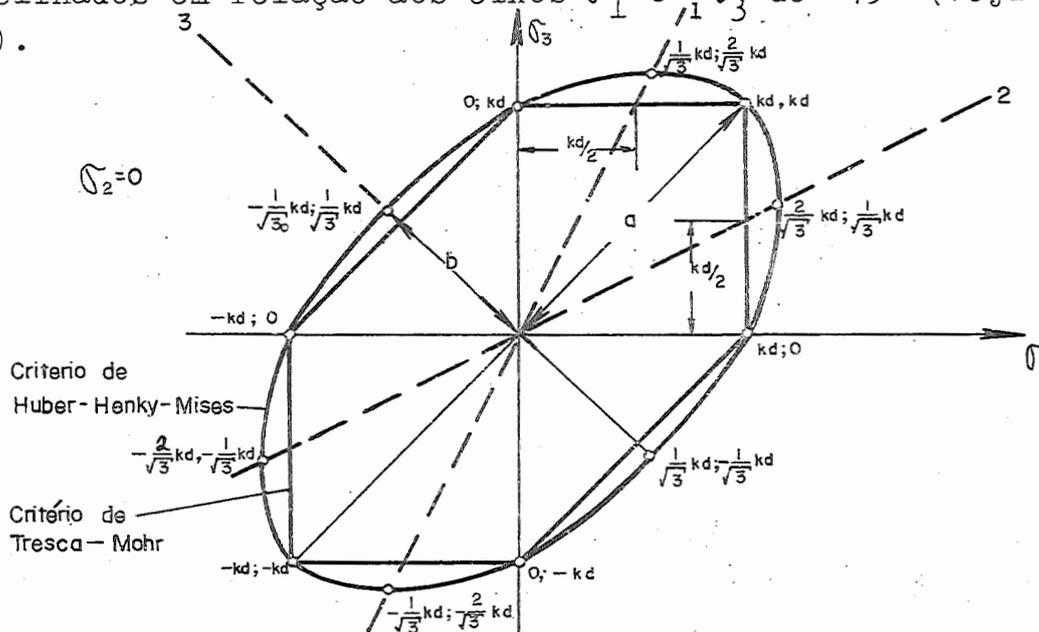


Fig. 29 - Representação gráfica da equação (23)

O critério de Tresca também é representado na figura 2, pelo sextavado inscrito na elipse.

As relações de tensões mais interessantes da figura foram assinaladas por pontos em **negrito**, com as respectivas coordenadas. Tomando-se por exemplo uma relação de tensões que define a diagonal 1, têm-se

$$\frac{\sigma_3}{\sigma_1} = 2$$

e a diferença dos critérios fornece,

para o eixo $\sigma_1 : \frac{1}{\sqrt{3}} k_d - \frac{1}{2} k_d \approx 0,078 k_d$

e para o eixo $\sigma_3 : \frac{2}{\sqrt{3}} k_d - k_d = 0,155 k_d$

Portanto, uma diferença máxima de 15,5%.

Na diagonal 2, repete-se o caso anterior.

O caso da diagonal 3, que corresponde a uma relação de tensões $\tilde{\sigma}_1 = -\tilde{\sigma}_3$, apresenta as seguintes diferenças:

para o eixo de $\tilde{\sigma}_1: \frac{1}{\sqrt{3}} k_d - \frac{1}{2} k_d = 0,155 k_d$

e para o eixo de $\tilde{\sigma}_3: \frac{1}{\sqrt{3}} k_d - \frac{1}{2} k_d = 0,155 k_d$

Portanto, também uma diferença máxima de 15,5%.

No entanto, os critérios coincidem, quando as solicitações satisfazem as condições dos 6 vértices do sextavado, cujas relações entre as tensões são:

- a) $\tilde{\sigma}_3 = 0$ estado simples de tensão
- b) $\tilde{\sigma}_1 = 0$ estado simples de tensão
- c) $\tilde{\sigma}_1 = \tilde{\sigma}_3 = k_d$

Para comprovar, praticamente, as diferenças entre os dois critérios, deve-se recorrer aos ensaios de Taylor e Quinney(4) que estão representados na figura 30.

As tensões são devidas aqui pela pressão específica de deformação k_d , para serem independentes da unidade.

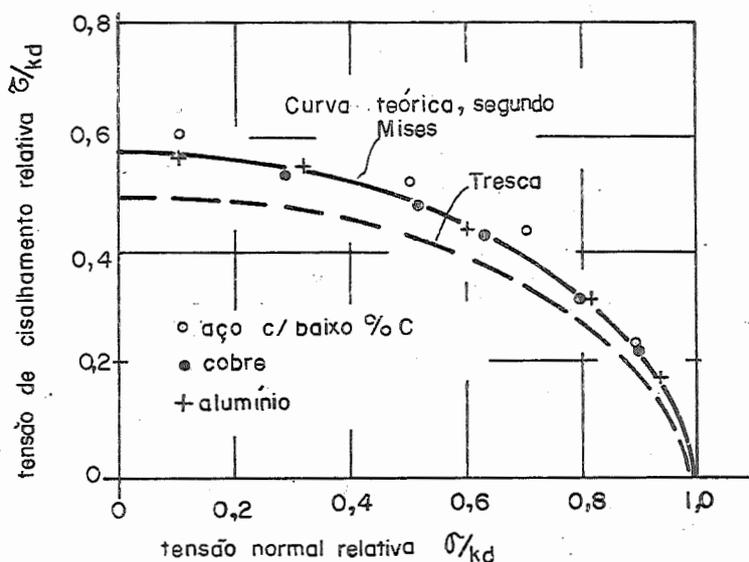


Fig.30-Resultados dos ensaios de Taylor e Quinney

Os dados práticos da figura 3, correspondem a uma série de

ensaios em corpos de prova tubulares, com solicitação a tração e a torção.

No entanto, a solicitação múltipla não permite uma determinação simples das tensões principais, pois, a tensão de cisalhamento $\tilde{\sigma}$ proveniente da torção se sobrepõem a tensão normal

$\tilde{\sigma}$. A dedução detalhada das expressões resultantes para as tensões principais dêste caso encontra-se no livro de Hoffmann e Sachs⁵ e se escrevem,

$$\tilde{\sigma}_1 = \frac{\sigma}{2} + \sqrt{\frac{\sigma^2}{4} + \tilde{\sigma}^2} ; \quad \tilde{\sigma}_2 = 0 ; \quad \tilde{\sigma}_3 = \frac{\sigma}{2} - \sqrt{\frac{\sigma^2}{4} + \tilde{\sigma}^2} \quad (24)$$

Portanto, têm-se para $\tilde{\sigma}_1 = k_d$ e $\tilde{\sigma}_3 = 0$

$$\frac{\sigma}{2} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{4} + \tilde{\sigma}^2}$$

ou melhor

$$e \quad k_d = \frac{\sigma}{2} + \sqrt{\frac{\sigma^2}{4} + \tilde{\sigma}^2} = \sigma$$

portanto, o ponto da curva da figura 30, dado pelas cotas

$$\tilde{\sigma}/k_d = 1 \quad e \quad \tilde{\sigma}/k_d = 0$$

corresponde ao ponto de coordenadas $k_d ; 0$, da figura 29.

Mas, êste estado de solicitação é definido pela tensão simples de tração e como é fácil de ver, obedece aos dois critérios.

No entanto, para $\tilde{\sigma}/k_d = 0$ e $\tilde{\sigma}/k_d = 0,578$ deve-se ter a máxima diferença entre os dois critérios.

Portanto, substituindo-se em (24) têm-se

$$\tilde{\sigma}_1 = 0,578 k_d ; \quad \tilde{\sigma}_2 = 0 \quad e \quad \tilde{\sigma}_3 = -0,578 k_d$$

Esta solução corresponde ao ponto da figura 2, de coordenadas

$$\frac{1}{\sqrt{3}} k_d ; \quad -\frac{1}{\sqrt{3}} k_d$$

Por outro lado, fazendo-se a mesma substituição, mas com $\tilde{\sigma} = 0$ e $\tilde{\sigma} = 0,5 k_d$ têm-se

$$\sigma_1 = 0,5 k_d ; \quad \sigma_2 = 0 \quad \text{e} \quad \sigma_3 = -0,5 k_d$$

Concluindo, pode-se afirmar, pela figura 29, que este último caso confirma a máxima diferença de critérios já mencionada.

Outro pesquisador que julga os critérios é Lode; aliás, já foi citado no parágrafo anterior.

Nestes ensaios, determina-se o início de escoamento, em tubos de parede fina, com uma solicitação composta de tensões simples de tração e compressão e de pressões internas hidrostáticas.

Para tanto, define-se o parâmetro μ cujo valor é expresso por:

$$\mu = \frac{\sigma_2 - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}}{\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}} = \frac{2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \quad (25)$$

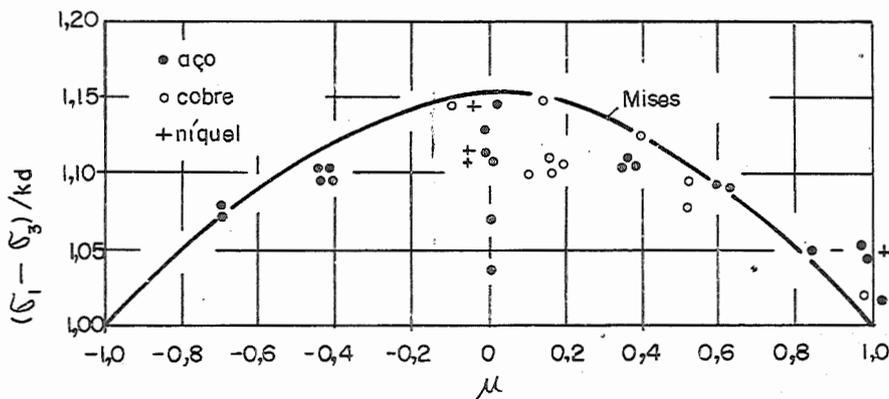


Fig. 31 - Resultados dos ensaios de Lode

Para elucidar as limitações destes ensaios, seguem os seguintes exemplos:

Para $\mu = -1$ e $(\sigma_1 - \sigma_3) / k_d = 1$, tem-se

$$2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_3 - \sigma_1 \quad \text{ou} \quad \sigma_2 = \sigma_3$$

e

$$\sigma_1 - \sigma_3 = k_d, \quad \text{mas, como } \sigma_2 = 0 \quad \text{fica}$$

$$\sigma_1 = k_d \quad \text{e} \quad \sigma_3 = 0$$

que corresponde ao ponto de coordenadas $k_d; 0$ da figura 29, (por-

tanto os critérios coincidem, tração simples).

Para $\mu = 0$ e $(\sigma_1 - \sigma_3)/k_d = 1,155$
tem-se

$$2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3 = 0 \quad \text{ou} \quad \sigma_2 = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$$

e

$$\sigma_1 - \sigma_3 = 1,155 k_d$$

mas com $\sigma_2 = 0$ fica

$$\sigma_1 = -\sigma_3 \quad \text{e} \quad \sigma_3 = -\frac{1,155 k_d}{2}, \quad \sigma_1 = \frac{1,155 k_d}{2}$$

que corresponde ao ponto de coordenadas

$$\frac{1}{\sqrt{3}} k_d \quad ; \quad -\frac{1}{\sqrt{3}} k_d$$

da figura 29, portanto, os critérios apresentam a máxima diferença.

E, finalmente para

$\mu = 1$ e $(\sigma_1 - \sigma_3)/k_d = 1$
tem-se

$$2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_1 - \sigma_3 \quad \text{ou} \quad \sigma_2 = \sigma_1$$

e

$$\sigma_1 - \sigma_3 = k_d$$

mas com $\sigma_2 = 0$ fica

$$\sigma_3 = -k_d \quad \text{e} \quad \sigma_1 = 0$$

que corresponde ao ponto de coordenadas $0, -k_d$, da figura 29, portanto, os critérios coincidem (compressão simples).

Um ano depois dos ensaios de Lode, Rôe e Eichinger (6) com provaram novamente estes ensaios.

S.H. Edwards e C.P. Miller (7), ensaiando tubos de parede grossa, com uma compressão hidrostática externa e uma força axial, obtiveram os seguintes resultados, representados na figura 32.

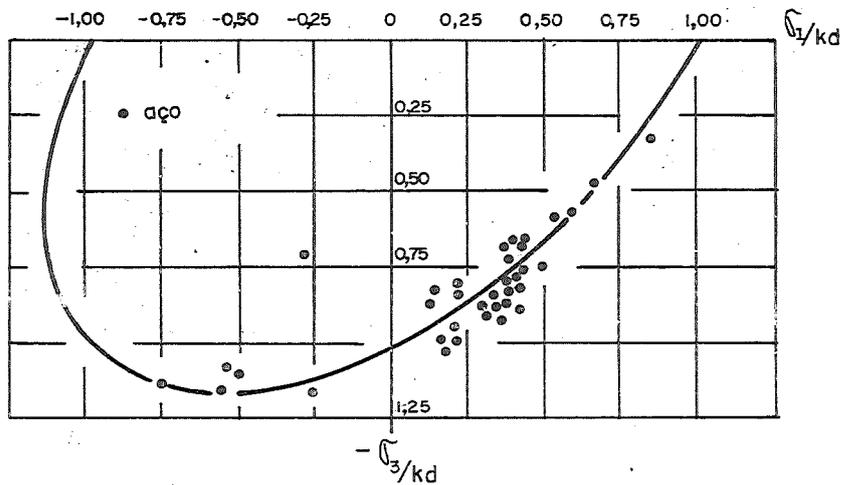


Fig.32 - Resultados dos ensaios de Edwards e Miller

Pode-se observar, pelos resultados, que o critério de Huber-Henky e Misés se adapta muito bem à prática, com exceção de um ensaio.

No entanto, convem notar que estas pesquisas se basearam em materiais isotrópicos e sem encruamento.

2.3.4-Influências do encruamento e da anisotropia no critério.

Para levar em conta o encruamento, Hoffman e Sachs (5), propõem o seguinte artifício, (veja figura 33). No entanto, convem lembrar, que ainda se admite material isotrópico, apesar do encruamento.

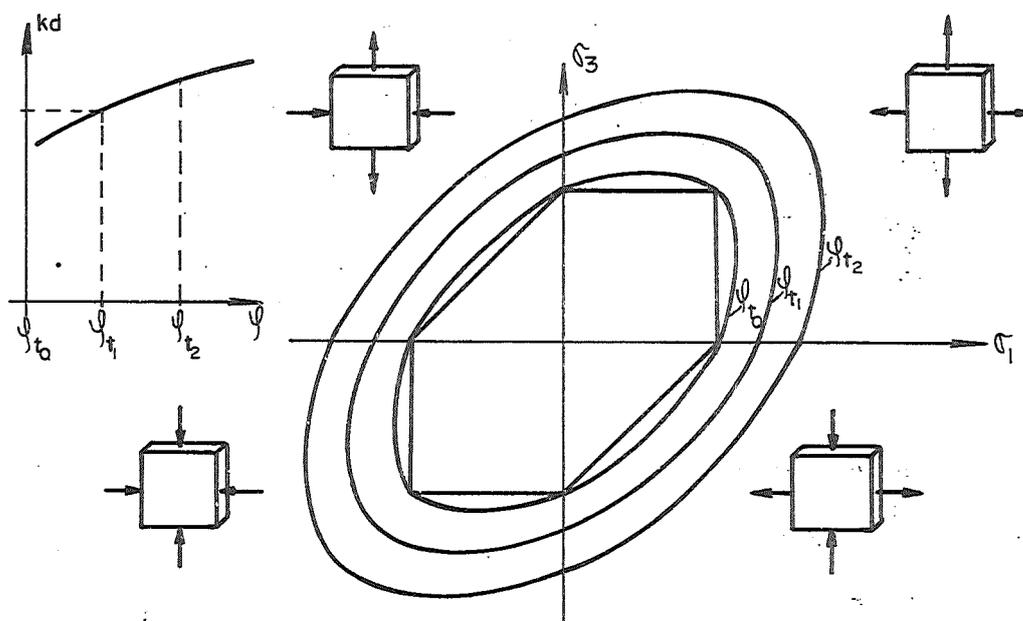


Fig.33-Critério de Huber-Henky-Misés para materiais encruados (isotrópicos)

Mas, como o encruamento sempre produz uma anisotropia no material, êste caso passa a ser teórico.

Um material é anisótropo quando apresenta propriedades específicas diferentes para cada orientação geométrica do material. Por exemplo uma chapa laminada a frio possui uma certa resistência mecânica no sentido de laminação que difere da de sentido transversal.

Esta anisotropia não deve ser confundida com a dos monocristais (anisotropia cristalina).

Para exprimir a anisotropia, define-se geralmente, um coeficiente, também conhecido com fator R, cuja grandeza é expressa por:

$$R = \varphi_b / \varphi_h \quad (26)$$

Sendo $\varphi_b = \ln b_0/b$, com b_0 e b para a largura inicial e final, respectivamente, do corpo de prova e $\varphi_e = \ln \frac{h_0}{h}$, com h_0 e h para a espessura.

Segundo Hosford e Backofen(7) a expressão da elipse, dada pela expressão (23), com a consideração da anisotropia, passa a ser a seguinte:

$$\sigma_1^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1 \sigma_3 \left(\frac{2R}{R+1} \right) = k_d^2 \quad (27)$$

Com $R = 1$ tem-se então o caso isótropo e definido pela expressão anterior (23).

Substituindo-se na expressão 27, os valores de R por 0 até 5, tem-se uma série de elipses que estão representadas na figura 34.

Para comprovar esta teoria, os mesmos autores propõem uma série de ensaios, dos quais já existem alguns resolvidos, como os do caso da elipse com $R = 1$. Faltam no entanto, uma variedade de ensaios, que atualmente estão sendo feitos, em diversos laboratórios especializados.

Um dos maiores problemas é da definição exata do fator R pois, êste às vezes, apresenta-se em várias grandezas, conforme a orientação geométrica do ensaio (no sentido ou transversalmente à laminação).

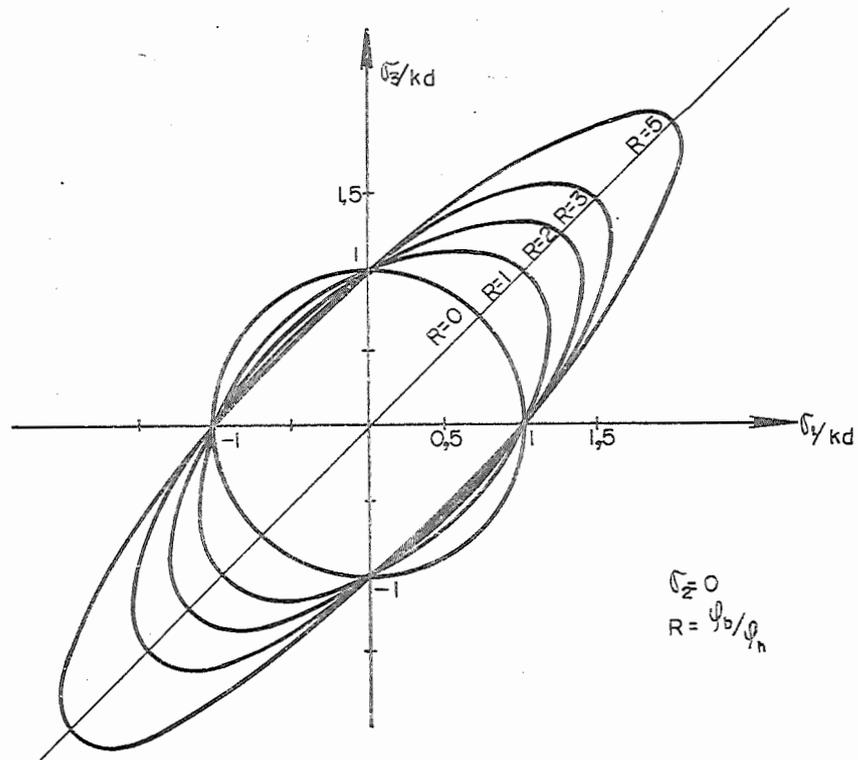


Fig.34-Elipse do critério de Huber-Henky-Mises p/materiais anisotrópicos

Hosford também propõem uma construção para esta variação de R, que pode ser vista na figura 35. Para tanto, estabelece a seguinte notação:

R_o - no sentido de laminação

R_{90} - transversalmente a laminação (90°).

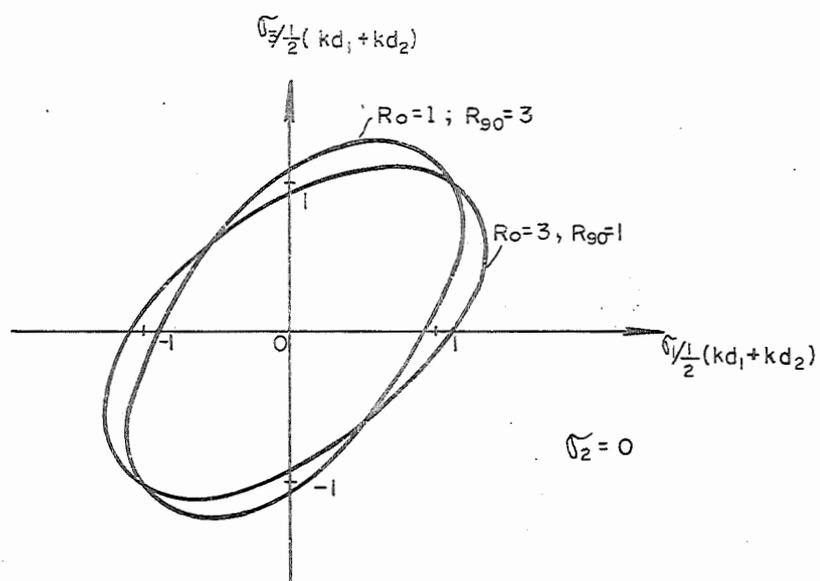


Fig.35-Critério de Huber - Henky - Mises para materiais com diferentes anisotropias

Em todo caso não se deve esquecer que o fator R pode variar muito. Por exemplo, êle apresenta grande variação, quando a chapa têm espessuras diferentes (da borda até o meio da chapa) ou variação de encruamento (devido as variações de espessura).

Por outro lado, não se deve desprezar a influência da temperatura, velocidade, cristalização, rugosidade superficial e outras.

Portanto, a solução proposta não deve ser desprezada, mas aceita com ressalvas.

2.3.5-Bibliografia

- 1 - Huber, A.T. Czasopismo technizne Lemberg 1904.
- 2 - Mises.R. Mechanik der festen Korper im plastisch deforma - blen Zustand.Nach.Ges.Wiss.Gottingen, math-physik. K1(1913) pag. 582 a 597.
- 3 - Hencky, H.Uber eimige statisch bestimmte Falle des Gleichgewichtes in plastischen Korpern,Z. angew Math.Mechan. 3. (1923) pag. 241 a 251.
- 4 - Taylor, G.I. e H. Quinney: Trans.Roy.Soc.London. Série A. 230 (1931) pag. 323 a 362.
- 5 - O.Hoffman e G.Sachs. Introduction to the theory of Plasti- city for Engineers. Mc.Graw-Hill Book Comp. 1953.
- 6 - S.H.Edwards e C.P.Miller. Effect of Combined Longitudinal Loading and External Pressure on the Strength of Oil-well Casing. American Petroleum Institute (Drilling and Produc- tion Praticce) 1939 meeting, Chicago, pag. 483 a 502.
- 7 - Hosford, W. F. e W.A. Backofen 9th. Sagamore Conf. AMRA, Fundamental of deformatior processing Syracuse: Uniw. Press. (1964) pag. 259.

3 - CONSTÂNCIA DE VOLUME E PROPRIEDADES FÍSICAS DOS MATERIAIS ENCRUADOS

3.1-Constância de volume

Quando um corpo de prova conserva seu volume inicial, após uma deformação permanente, diz-se que a deformação é de volume constante.

Por outro lado, pode-se dizer também, que a densidade é constante na deformação plástica. Esta afirmação, no entanto não é evidente, pois, tudo parece indicar, que ela aumenta quando se tem uma deformação permanente por compressão. Os ensaios de Goerens (1) por exemplo, mostram que a densidade diminui na proporção de 7,851 para 7,822, quando se trafila um arame de aço de 0,07%C, com uma redução de secção de 96,5%. Portanto uma redução de densidade, da ordem de 0,38%. O mesmo pesquisador no entanto, comprova que esta variação de densidade pode ser recuperada por um recozimento (tratamento térmico).

Houdremont e Burklin (2) também acharam uma diminuição de densidade na trafilagem de arames de aço de 0,13 a 0,6%C, para uma redução de secção de 30 a 99,82%, cuja grandeza é da ordem de 0,15 a 0,9% respectivamente às reduções de secções. Alias, a mesma variação foi verificada, na tempera desses aços, isto é, da seguinte forma: o aço de 0,13%C, após a tempera, apresenta uma diminuição de densidade de 0,14% e o aço com 0,95% uma de 0,96%. Donde se conclui, que há uma certa analogia entre as temperas por encruamento e por tratamento térmico.

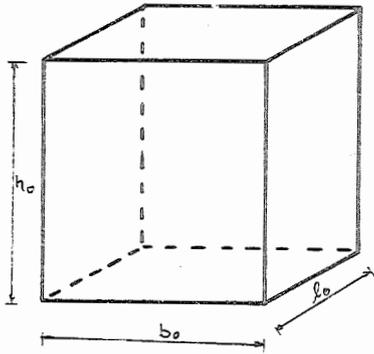
Por outro lado, segundo G.Sachs (3), as ligas de cobre, após um forjamento de 50%, apresentam uma densidade igual ao do estado anterior, quando recozidos (em 600 a 950°C, durante 1 a 24 horas). No mesmo livro encontra-se uma citação sobre as experiências Johnson e Norbury, a qual menciona que a densidade aumenta um pouco com laminação e o forjamento.

Em resumo, devido a pequena variação de densidade (<1%) pode-se admitir que ela permanece constante nas deformações plásticas.

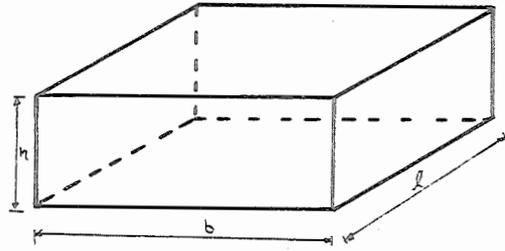
3.2-Deformação logarítmica

Para elucidar a constância de volume na deformação plástica adota-se o seguinte paralelepípedo da figura 36, com

os lados l_0 , b_0 e h_0 no início da deformação e l , b e h após a deformação.



a) antes da deformação



b) depois da deformação

Fig*36

Sendo o volume inicial V_0 igual ao volume final V , tem-se

$$V = l_0 \cdot b_0 \cdot h_0 = l \cdot b \cdot h$$

e

(28)

$$\frac{l_0}{l} \cdot \frac{b_0}{b} \cdot \frac{h_0}{h} = 1$$

Aplicando-se os logaritmos naturais, devido êstes apresentarem uma série de vantagens na teoria da plasticidade, resulta:

$$\ln \frac{l_0}{l} + \ln \frac{b_0}{b} + \ln \frac{h_0}{h} = 0 \quad (29)$$

O termo $\ln \frac{l_0}{l}$ define a deformação logarítmica em relação a l e se exprime por φ_l . Idem, para os demais termos. A equação (29), exprime então, que a soma das deformações logarítmicas deve ser igual a zero.

$$\varphi_l + \varphi_b + \varphi_h = 0 \quad (30)$$

Por outro lado, um pequeno acréscimo $d l$ relativo a l , integrado de l_0 a l , nada mais é do que a deformação logarítmica, pois

$$\varphi_l = \int_{l_0}^l \frac{dl}{l} = \ln \frac{l_0}{l} = - \ln \frac{l}{l_0} \quad (31)$$

O sinal negativo não altera o resultado escalar, e só indica um encurtamento (o alongamento nesse caso é positivo). Mas a equação (31), também pode ser expressa por $\frac{l}{l_0} = e^{-\varphi_l}$, portanto ela é uma função exponencial. Lembrando-se agora que $l = l_0 + \Delta l$, têm-se

$$\varphi_l = \ln \frac{l_0 + \Delta l}{l_0} = \ln \left(1 + \frac{\Delta l}{l_0} \right) \quad (32)$$

Mas $\frac{\Delta l}{l_0}$ é o alongamento relativo ϵ_l , portanto

$$\varphi_l = \ln (1 + \epsilon_l) \quad (33)$$

Desenvolvendo este logaritmo em série, tem-se

$$\varphi_l = \ln (1 + \epsilon_l) = \epsilon_l - \frac{\epsilon_l^2}{2} + \frac{\epsilon_l^3}{3} - \frac{\epsilon_l^4}{4} + \dots \quad (34)$$

válido para $-1 < \epsilon_l \leq 1$

Por outro lado a deformação logarítmica, expressa por

$$\varphi_l = \ln \frac{l}{l_0}$$

também, pode ser desenvolvida em série

$$\varphi_l = 2 \left[\frac{l - l_0}{l + l_0} + \frac{1}{3} \left(\frac{l - l_0}{l + l_0} \right)^3 + \frac{1}{5} \left(\frac{l - l_0}{l + l_0} \right)^5 + \frac{1}{7} \left(\frac{l - l_0}{l + l_0} \right)^7 + \dots \right] \quad (35)$$

sendo válido para $\frac{l}{l_0} > 0$

No entanto, muitas vezes somos obrigados a desprezar alguns dos termos das séries, para facilitar o cálculo. Para

dar uma idéia sôbre o êrro que se comete, quando se utiliza sômente o primeiro têrmo da sêrie, vamos acompanhar alguns exemplos numéricos.

Com $\mathcal{E}_l = 0,1$ (10%) na expressão (34) tem-se $\Psi_l = \mathcal{E}_l = 0,1$ em vez de $\Psi_l = l_n(1 + \mathcal{E}_l) = 0,0953$. Portanto um êrro de

$$\frac{0,1 - 0,0953}{0,1} = 0,047 \text{ ou } 4,7\%$$

Com $\frac{l}{l_0} = 1,1$ (ou $\frac{l-l_0}{l_0} = \mathcal{E}_l = 0,1$) na expressão (35)

tem-se

$$\Psi_l = 2 \left[\frac{l-l_0}{l+l_0} \right] = 2 \left(\frac{1,1 l_0 - l_0}{1,1 l_0 + l_0} \right) = \frac{0,2}{2,1} = 0,0952$$

em vez de 0,0953, o que dá um êrro praticamente desprezível. No entanto para $\frac{l}{l_0} = 1,3$ (ou $\mathcal{E}_l = 0,3$) na mesma expressão dá

$$\Psi_l = 2 \left(\frac{1,3 l_0 - l_0}{1,3 l_0 + l_0} \right) = 0,2608$$

em vez de 0,2624, portanto, um êrro de 0,61%.

A grande vantagem da expressão de deformação logarítmica em relação ao alongamento relativo, é a possibilidade direta da soma das deformações parceladas pois,

$$\Psi_{l_t} = \Psi_{l_1} + \Psi_{l_2} + \dots + \Psi_{l_n}$$

Mas, nas reduções de secções, por exemplo na trafilação de arame, esta somatória de Ψ_s não dá uma informação tão evidente como a redução de secção relativa, dado por

$$\frac{\Delta s}{s_0} = \frac{s_0 - s_1}{s_0} = 1 - \mathcal{E}_s$$

Para facilitar o cálculo de conversão entre essas duas grandezas, foi elaborado a tabela 1.

3.3- Propriedades físicas dos materiais encruados

As propriedades físicas que mais interessam aqui são

resistência elétrica, propriedades magnéticas, calor específico e módulo de elasticidade.

A resistência elétrica, segundo P.Bardenhauer e H.Schmidt (4), para aços até 0,41%, varia pouco e irregularmente com o encruamento, da ordem de 5%. Aliás P.Goerens(1) chegará mesma conclusão. Numa citação do livro de G.Sachs (3), menciona-se o pesquisador Credner, pelo qual a resistência elétrica diminui com o encruamento e em função do diâmetro do arame. Assim, por exemplo o cobre encruado apresenta, para os arames grossos, um aumento de resistência de 1,2 a 2% e para os arames finos, 3 a 3,6%. Vê-se por aqui que o encruamento influe um pouco sobre a resistência elétrica. As propriedades magnéticas, que segundo P.Goerens(1) apresentam uma variação nítida na deformação plástica, são: a permeabilidade magnética e a histerese magnética. Para tanto, foram examinados, somente os aços carbono de 0,07% até 0,78%C. A permeabilidade no aço com 0,07%, diminui da ordem de 50% para uma redução de secção de 40%(no arame), conservando-se daí por diante, para deformações maiores, praticamente constante. Para os aços de 0,55% e 0,78%C a permeabilidade já não diminui tanto, por exemplo uma redução de secção da ordem de 38% e 14%, respectivamente.

Na histerese, tem-se a seguinte variação: para o aço de 0,07%C, tem-se um aumento da ordem de 70% para uma redução de secção de 95%; para o aço de 0,55%C, um aumento de 40% e para o aço de 0,78%C, um aumento de 35%, sendo, a redução para os dois últimos, da ordem de 50%. Portanto, pode-se aplicar um método de medição com base no magnetismo, para determinar o encruamento. Por outro lado o aço CrNi-18/8 apresenta, durante o encruamento uma transformação de estrutura, formando Martensita, que tem propriedades magnéticas nitidamente diferentes. Esta formação geralmente não é desejada, pois, deixa o material muito resistente para uma posterior deformação. Pode-se no entanto controlar esta formação muito bem, medindo-se a permeabilidade ou a histerese magnética, após cada deformação.

O calor específico, de acordo com as experiências de Chappell-Levin(5), citadas no livro de G.Sachs(3), em aço e bronze, não varia com a deformação plástica. No entanto, outros pesquisadores constataram uma pequena diferença, mas, esta não pode ser considerada, devido, ela ser menor do que erro de medição.

O módulo de elasticidade, também conserva-se praticamente

constante com a deformação plástica. A comprovação desta afirmação, se encontra no trabalho de P.Goerens.

3.4-Bibliografia

- 1 - P.Goerens: Uber den Einfluss der mechanischen Formgebung auf die Eigensehaften von Eisen und Stahl. Stahl und Eisen 33 (1913) pag. 438/443.
- 2 - E. Houdremont e E.Burklin. Volumenanderungen von Stahl beim Kaltrecken. Stahl und Eisen 20 (1927) Jan,pag.90/93.
- 3 - G.Sachs. Grundbegriffe der mechanischen Technologie der Metalle. Leipzig (1925) Abad.Verlag.pag.176/177.
- 4 - P.Baudenhener e H.Schmidt:Der Einfluss der Kaltverformung und der Warmebehandlung auf die elektrische Leitfahigkeit von Kupfer,Aluminium und Eisen. Mitt K.Wilh - Inst Eise - forschung. 10 (1928) pag. 193/212.
- 5 - C.Chappell e M. Levin, Uber die spezifusche Warme kaltbearbeiteter Metalle. Ferrum X (1912/13) cad. 9 pag. 271/273.