

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE HIDRÁULICA E SANEAMENTO



FENÔMENOS DE TRANSPORTE

CAPÍTULO 1

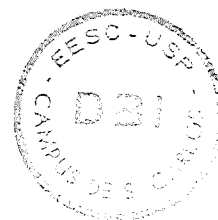
Marcus F. Giorgetti

SÃO CARLOS – 1981
Publicação 029/84
Reimpressão

DEDALUS - Acervo - EESC

CAPÍTULO 1

I N T R O D U Ç Ã O



1.1 - FENÔMENOS DE TRANSPORTE. CONCEITUAÇÃO

A Mecânica dos Fluidos é uma matéria de interesse muito amplo no contexto da Engenharia. No âmbito da Engenharia Civil, está ligada ao estudo de Hidráulica, que, como ciência, tem suas raízes históricas no século dezanove. O nascimento e desenvolvimento da Engenharia Mecânica e da Engenharia Química trouxeram uma nova ênfase para o estudo da Mecânica dos Fluidos; novas necessidades e novas abordagens foram introduzidas. Tornou-se necessário para a solução dos novos problemas associar-se a Mecânica dos Fluidos com a Transmissão do Calor e com a Transferência de Massa. Em consequência disto, evidenciaram-se notáveis semelhanças entre fenômenos destas áreas diferentes, e, com isso, as vantagens de um tratamento coerente e paralelo destes três ramos da ciência. Este conjunto união passou a ser conhecido como Fenômenos de Transporte; o seu ensino na forma integrada, como propõe-se neste trabalho, traz grande economia de tempo e espaço na apresentação da matéria, graças à eliminação das duplicações e triplicações, e um melhor entendimento dos fenômenos e das formulações devido ao apoio mútuo oferecido pelas analogias.

Em um âmbito mais amplo, o estudo dos fenômenos de transferência poderia incluir, além do transporte de quantidade de movimento, energia (calor) e massa, também o transporte de outras grandezas, como por exemplo, a carga elétrica (eletricidade). Neste texto, entretanto, apenas a transferência das três primeiras grandezas será abordada com detalhes.

1.2 - FENÔMENOS DE TRANSFERÊNCIA

Ao estudar-se o comportamento dinâmico dos fluidos, há interesse em entender-se os mecanismos através dos quais fluidos em movimento transportam materiais diferentes ou diferentemente caracterizados por propriedades de estado diversas de um ponto para outro. Há dois mecanismos de transporte: o primeiro é o chamado de advecção, e é o processo direto através do qual o fluido transporta porque se move; o segundo é

o mecanismo de difusão ou de condução, que é o processo de transferência através do meio fluido em movimento ou em repouso no sentido decrescente da concentração da propriedade transferida, causada pela própria existência da diferença de concentração, ou seja, de um "potencial motor". Da mesma forma que ocorre em um meio fluido em repouso, transporte por difusão também acontece nos sólidos.

A fumaça que sai de uma chaminé e é levada pelo vento nos mostra um bom exemplo de transporte. A esteira ou pluma formada pela ação do vento caracteriza o transporte por advecção: é fumaça sendo transportada pelo fluido em movimento por causa do movimento. O espalhamento da é devido ao mecanismo de difusão transversal: como a concentração de gases é maior no centro da pluma do que no seu contorno, onde é praticamente zero, há uma movimentação desse material do centro para a periferia, que independe do movimento do ar.

Se alguém colocar café quente em uma xícara grossa, fria, haverá em seguida difusão ou condução de calor do café para a xícara, e através do material desta, causado pela diferença de temperaturas. Se a pessoa apanhar a xícara e levá-la para outra sala, terá havido também transporte advectivo de energia de uma sala para outra, isto é, energia interna é transportada junto com a xícara e o café de uma sala para outra por causa do movimento do sistema.

Os processos de transferência por difusão são caracterizados pela tendência em direção ao equilíbrio que se manifesta quando uma grandeza física não está distribuída uniformemente em um meio físico. Por exemplo, uma gota de tinta de escrever colocada em um copo d'água, na ausência de efeitos gravitacionais, difundirá no meio líquido até que a cor da mistura venha a ser uniforme. A coloração uniforme identifica o estado de equilíbrio. Em um corpo sólido no qual haja originalmente uma distribuição desigual de temperatura haverá uma transferência de calor até que a temperatura seja a mesma em todos os pontos.

Os dois exemplos acima ilustram, respectivamente, casos de transferência de massa e de calor por difusão. As grandezas que identificam os estados de equilíbrio no final dos processos de transferência são a concentração de tinta, no primeiro caso, e a temperatura, no segundo. No primeiro caso há um transporte de massa devido à existência de uma diferença de concentração de um ponto para outro, ou seja, um gradiente de concentração. No segundo caso ocorre um transporte de calor em virtude da existência de um gradiente de temperatura.

Imagine agora um meio fluido estacionário de grandes dimensões. Uma placa plana muito grande imersa no fluido é subitamente posta em movimento com velocidade inicial V_0 e abandonada. As partículas de fluido diretamente em contato com a placa movem-se imediatamente com a mesma velocidade V_0 por causa da aderência interfacial. Logo em seguida a esta perturbação o campo de velocidades no meio fluido passa a ser um campo não uniforme, com velocidades V_0 junto à placa e iguais a zero em todos os outros pontos. Este estado de não equilíbrio caracterizado pelo perfil não uniforme de velocidades (ou de quantidade de movimento) degrada-se sistematicamente, tendendo para um perfil uniforme; há uma transferência de quantidade de movimento das camadas mais velozes para as camadas mais lentas transmitindo-se de camada em camada em todo o fluido.

É comum nas aplicações práticas a ocorrência simultânea de dois ou mais processos de transferência. Um bolo levado ao forno troca calor (aquecimento) e massa (secagem) com o ambiente. Um carro exposto ao sol ao se movimentar troca calor com o ar ambiente, resfriando-se, e ao mesmo tempo quantidade de movimento, induzindo movimento no ar e sendo por ele frenado.

1.3 - TRANSPORTE DE MASSA

Deixando-se de lado os efeitos relativísticos e quânticos pode-se afirmar que os fluidos em movimento devem satisfazer o princípio da conservação da massa.

Antes de poder-se fazer uma análise mais detalhada é necessário distinguir-se entre um fluido homogêneo e um fluido não homogêneo. Um fluido homogêneo é um fluido que existe dentro da região de interesse do problema como uma única espécie. Por exemplo, o ar pode sofrer variações de pressão, temperatura, densidade e continuar sendo a mesma mistura de gases conhecida como ar. Enquanto não houver uma mudança de fase, como por exemplo a liquefação, a massa de ar em exame, pode ser considerada como fluido homogêneo.

Fluidos não homogêneos são aqueles em que mais de uma espécie pode ser identificada dentro da região de interesse. As espécies podem ser da mesma fase ou de fases diferentes. Por exemplo, se um jato de oxigênio é descarregado na atmosfera, a concentração de oxigênio do ar variará de ponto para ponto na região de influência do jato; o fluido

é não homogêneo mas a fase é uma só.

Nos escoamentos de fluidos homogêneos, o princípio da conservação da massa conduz a uma expressão conhecida como equação da continuidade, que será analisada posteriormente, no capítulo 3.

Nos escoamentos de fluidos não homogêneos a lei da conservação da massa deve ser satisfeita para cada componente ou espécie da mistura fluida. Como já foi dito antes, além do transporte de massa devido à velocidade local da mistura em escoamento há um processo independente de transporte de massa de cada componente em relação à mistura, causado pela existência de um gradiente de concentração do componente. Voltemos ao exemplo do copo com água em cuja superfície foi colocada uma gota de tinta. A velocidade do sistema água-tinta é zero. Não obstante há uma movimentação da tinta de cima para baixo em relação à mistura.

Há muitas aplicações tecnológicas que dependem dos processos de transferência de massa. São exemplos os processos de mistura e absorção da engenharia química, a poluição do ar, a contaminação das águas superficiais e dos lençóis subterrâneos, a evaporação dos oceanos, lagos e cursos d'água, a reoxigenação natural dos cursos d'água, a intrusão de água salgada nos estuários dos rios, e muitos outros.

1.4 - TRANSPORTE DE CALOR

A formulação dos problemas de transferência de calor baseia-se na aplicação de outro princípio básico, o princípio da conservação da energia, ou primeira lei da termodinâmica.

Um fluido em movimento transporta calor de duas maneiras, por transporte advectivo ou convectivo quando partículas de fluido contendo energia interna são movimentadas, e por difusão ou condução que é a tendência exibida pelo calor em mover-se no sentido do decréscimo da temperatura. Os dois mecanismos são totalmente análogos aos descritos no item anterior com relação ao transporte de massa.

Grandes e importantes aplicações tecnológicas dependem dos processos de transporte de calor, como por exemplo na geração de energia a partir de combustíveis fósseis, químicos, nucleares ou solar. No campo dos recursos hídricos e da ecologia tem havido grande preocupação com a solução dos problemas da poluição térmica de rios e estuários. Os principais agentes da poluição térmica são as grandes instalações termelétricas e term nucleares que se utilizam dos cursos d'água para a

refrigeração de condensadores. A solução parece estar no desenvolvimento e utilização de torres de refrigeração mais eficientes, exemplo perfeito de aplicação dos conceitos da transferência de calor e massa.

1.5 - TRANSPORTE DE QUANTIDADE DE MOVIMENTO

A quantidade de movimento de uma partícula é definida como o produto de sua massa pelo seu vetor velocidade. A segunda lei de Newton apresenta a relação que existe entre a resultante das forças agentes sobre a partícula e a taxa temporal de variação de sua quantidade de movimento. Os fenômenos de transferência de quantidade de movimento são muito importantes em mecânica dos fluidos porque estão diretamente ligados aos mecanismos de resistência ao escoamento, tensões de cisalhamento interfacial e interna, propulsão, arrasto sobre corpos submersos, etc..

Considere-se como exemplo o escoamento do fluido viscoso localizado entre duas placas planas horizontais, paralelas, de grandes dimensões, separadas de uma distância pequena b , como na figura abaixo.

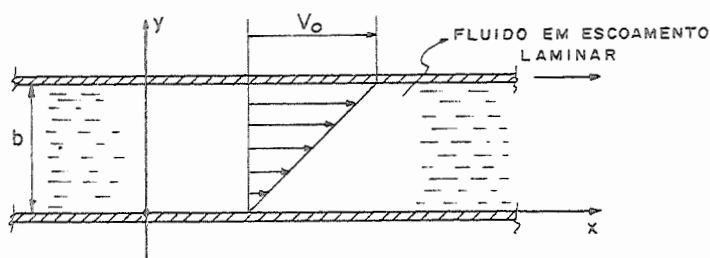


Fig. 1-a

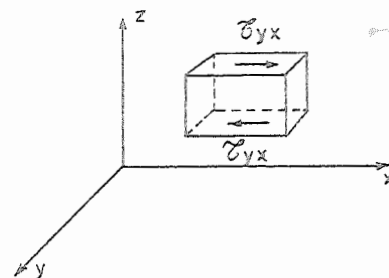


Fig. 1-b

A placa superior move-se com velocidade V_0 , enquanto que a inferior está em repouso. As camadas de fluido em contato com as placas adquirem as suas velocidades, isto é, a camada superior move-se com V_0 , enquanto que a inferior fica parada. O fluido adjacente à camada superior adquire uma quantidade de movimento longitudinal (na direção x), a qual induz também na segunda camada quantidade de movimento longitudinal, e assim sucessivamente até à camada inferior. Como esta tem que ter velocidade nula, a velocidade em cada camada, de cima para baixo, será menor e menor até terminar em zero. Cada camada adquire quantidade de movimento que emana da placa superior, transmite-se transversalmente no sentido do decréscimo da velocidade até ser absorvida pela placa inferior. O mecanismo é semelhante ao da difusão de massa ou de calor anteriormente examinados; o transporte de quantidade de movimento longitudinal

se dá na direção transversal, de cima para baixo, e é causado pela tensão de cisalhamento τ_{yx} .

É fácil imaginarem-se exemplos de transporte de massa e de calor análogos ao exemplo descrito acima. Imagine que o espaço entre as placas seja ocupado por ar estacionário, que a placa superior é mantida molhada com água, e que a inferior é uma placa de material adsorvente de vapor de água, como a sílica gel, e que está e é mantida completamente desidratada. A camada superior de ar conterá uma concentração c_0 de vapor de água, e a inferior uma concentração nula. Haverá um perfil vertical de concentração semelhante ao perfil de velocidades do caso anterior, e um transporte de massa da placa superior (fonte) para a inferior (sumidouro).

Um exemplo semelhante de transmissão do calor (condução) através de uma placa plana sólida pode ser facilmente imaginado. Suponha uma placa plana, cuja superfície superior seja mantida à temperatura T_0 , e cuja superfície inferior seja mantida à temperatura igual a zero. O perfil de temperaturas será semelhante aos anteriores; haverá um transporte de calor de cima para baixo desde a fonte (superfície superior) até o sumidouro (superfície inferior) através da placa.

1.6 - EQUAÇÕES BÁSICAS NOS PROCESSOS UNIDIMENSIONAIS

Nos três exemplos que foram discutidos anteriormente, o fenômeno de transferência era permanente, isto é, nenhuma grandeza envolvida era função do tempo. Nestas condições, os perfis de velocidade, concentração e temperatura resultam, para aquela geometria, lineares, como apresentado na figura 1-a e como será demonstrado posteriormente. É preciso lembrar-se que no caso do primeiro exemplo, o escoamento era laminar e nos dois outros os meios eram estacionários.

Esta última ressalva é importante porque quando há escoamento, a intensidade da difusão depende do tipo de escoamento do fluido; se o escoamento for laminar haverá difusão menos intensa do que se o escoamento for turbulento. Nos escoamentos laminares, o fluido move-se ordenadamente, camadas sobre camadas; nestas condições o transporte difusivo é causado apenas pela agitação molecular. Nos escoamentos turbulentos, ao escoamento ordenado superpõe-se um escoamento aleatório que pode ser imaginado como um conjunto de vórtices com grande variação de tamanho e de frequências de revolução.

Uma experiência muito simples de visualização destes dois tipos de escoamento pode ser realizada com um cigarro. Coloque um cigarro aceso no cinzeiro em ambiente em que o ar esteja em repouso, com um fundo escuro e iluminação horizontal paralela ao fundo. A brasa quente do cigarro cria um jato ascendente de ar quente marcado com fumaça. Pode-se observar que nos primeiros 20 a 50 centímetros o jato escoava laminarmente, e a difusão lateral é muito pequena. Ocorre então uma transição e o escoamento passa a ser turbulento; os vórtices são claramente visíveis e a difusão turbulenta, causada por eles, é muito mais intensa.

Em seguida serão introduzidas as equações básicas dos processos de transferência difusiva molecular válidas para escoamentos laminares e para meios contínuos em repouso. O transporte nas condições de escoamento turbulento será analisado posteriormente com mais detalhes.

Ficará evidenciado que estas equações são do tipo:

$$\dot{f} = - D \frac{\partial F}{\partial y} \quad (1.1)$$

para os três mecanismos, transporte de massa, de energia e de quantidade de movimento, e dessa forma a semelhança que existe entre eles.

Na equação (1.1) F representa alguma variável de estado (propriedade) por unidade de volume, enquanto que \dot{f} representa o fluxo da propriedade considerada. A grandeza D é um coeficiente de difusão quantificador do processo. No caso do transporte de massa, por exemplo, será visto que F representa a massa por unidade de volume, sendo transportada, enquanto que \dot{f} representa o fluxo de massa sendo transportado.

1.6.1 - DESCARGA E FLUXO

É conveniente, neste ponto, definirem-se descarga e fluxo de uma grandeza física. A descarga de uma grandeza G é definida como a taxa ou a razão em relação ao tempo de transferência desta grandeza através de uma superfície qualquer. Por exemplo, a descarga da grandeza volume é expressa em m^3/s e define a quantidade de volume escoada através de uma superfície (por exemplo, a seção transversal de uma tubulação) na unidade de tempo, ou, melhor dizendo, a razão ou taxa temporal de transporte de volume. A descarga de energia representa a taxa temporal de escoamento de energia através de uma dada superfície. Sua unidade poderia ser $Kcal/s$, J/s , Btu/h , etc..

O fluxo de uma grandeza G em um ponto da superfície é obtido levando-se ao limite a relação entre a descarga e a área da superfície quando a área tende a zero.

O fluxo volumétrico pode ser medido em $m^3/s.m^2$ ou m/s ; o fluxo de energia pode ser medido em $J/m^2.s$.

A descarga volumétrica é também chamada vazão; a descarga mássica (massa/tempo) costuma ser denominada simplesmente por descarga. A descarga de calor através de paredes isolantes algumas vezes é denominada na literatura técnica por carga térmica.

A descarga de uma grandeza escalar é também uma grandeza escalar enquanto que o seu fluxo pode ser simbolizado como um vetor. Considere o exemplo seguinte, no qual uma descarga volumétrica (vazão) elementar dQ através de uma área elementar dA é relacionada com o fluxo volumétrico (velocidade) em dA . A figura (1.2) representa um escoamento de fluido através de uma superfície S da qual dA é um elemento de área.

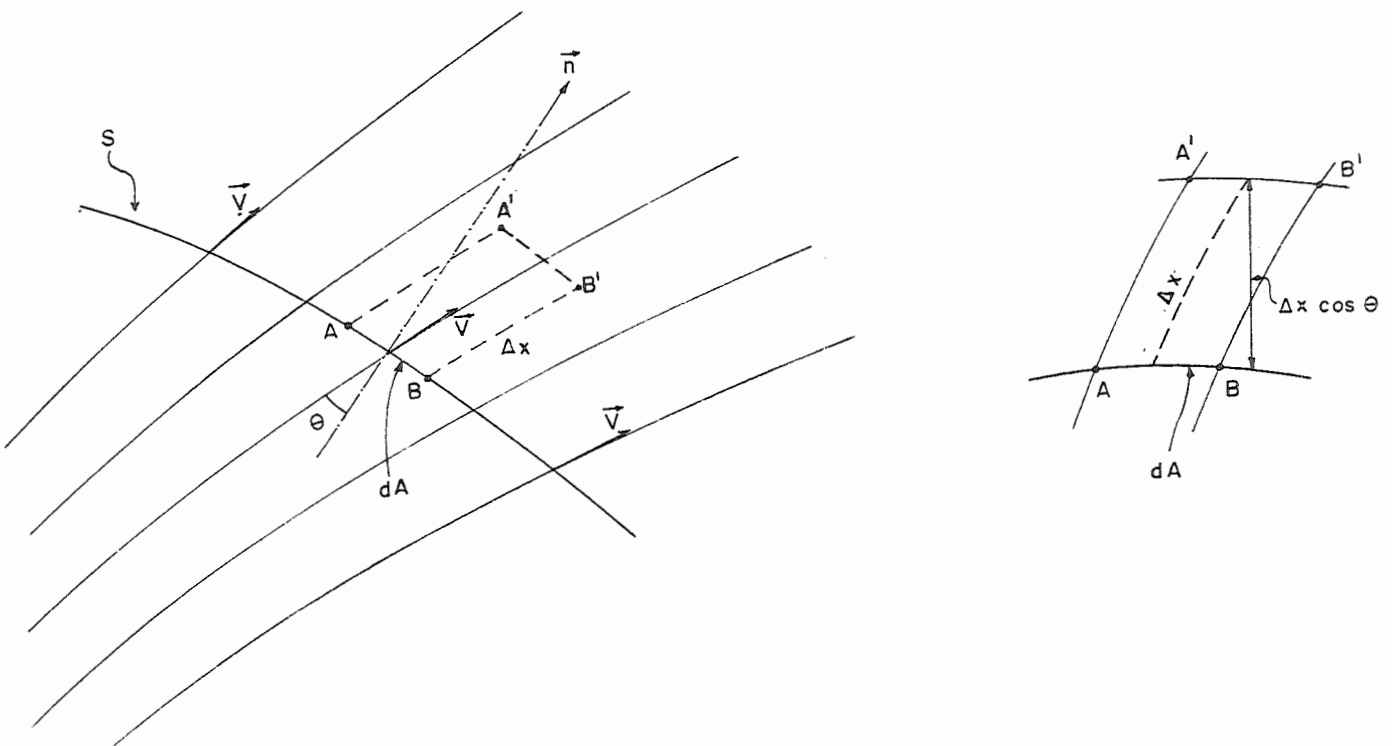


Figura (1.2)

Os vetores \vec{V} representam a velocidade do fluido em cada ponto, e são tangentes às curvas que representam as linhas de corrente ou linhas de fluxo do escoamento. No instante $t = 0$ um conjunto de partículas de fluido está sobre a área dA representada pelo seu traço, o segmento \overline{AB} .

Depois de decorrido um intervalo de tempo Δt estas partículas estarão em $\overline{A'B'}$. O volume $ABB'A'$ representa o volume de fluido que atravessou a área dA no intervalo Δt , e é igual a

$$dv = dA \cdot \Delta x \cos\theta = dA \cos\theta \cdot V \cdot \Delta t \quad (1.2)$$

Portanto, a descarga volumétrica, ou vazão, é dada por

$$\frac{dv}{\Delta t} = dQ = V \cdot dA \cos\theta \quad (1.3)$$

a qual pode também ser representada por

$$dQ = \vec{V} \cdot \vec{dA} \quad (1.4)$$

onde \vec{dA} é igual a $dA \cdot \vec{n}$, sendo \vec{n} o versor da normal à área elementar. O vetor \vec{V} que representa a velocidade no centro da área dA , representa também o fluxo volumétrico através desta área. Vê-se, portanto, através da equação (1.4), que é possível relacionar-se a descarga com o fluxo volumétrico, e que estas grandezas têm, efetivamente, características escalar e vetorial, respectivamente.

A representação do fluxo de uma grandeza escalar como um vetor, e a relação entre fluxo e, descarga conforme exemplificada pela equação (1.4) é muito conveniente. Imagine, na figura (1.2), uma superfície que coincida com as linhas de fluxo do escoamento. Nestas condições, \vec{n} e portanto, \vec{dA} será normal a \vec{V} em cada ponto. Qual será a descarga através desta superfície? A equação (1.4) informa imediatamente que a descarga é nula, isto é, que o fluido não atravessa esta superfície, pois o produto escalar de dois vetores perpendiculares é nulo.

A equação (1.4) pode ser generalizada se multiplicada membro a membro pelo valor específico com relação ao volume da grandeza cujo transporte seja objeto de análise, isto é, passaria a ser

$$\rho dQ = dG = \rho \vec{V} \cdot \vec{dA}$$

relacionando descarga mássica elementar dG com o fluxo de massa $\rho \vec{V}$.

Ou ainda, se multiplicada pela energia específica e , definida como a energia por unidade de volume contida no fluido.

$$e dQ = dE = e \vec{V} \cdot \vec{dA}$$

relacionando a descarga elementar de energia dE com o fluxo de energia $e \vec{V}$.

Exemplo 1.1

Água escoia por uma tubulação de diâmetro $D = 2$ m com velocidade $V = 1$ m/s e entra em um reservatório, como na figura 1.3.

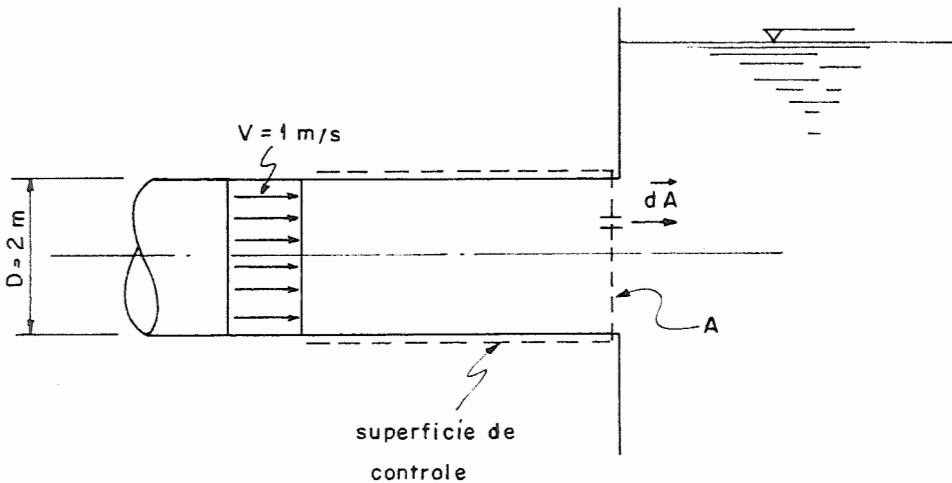


Figura 1.3

A massa específica da água é $\rho = 10^3$ kg/m³. Qual é a descarga que passa da tubulação para o reservatório? Considere a superfície de controle mostrada na figura. A descarga elementar que atravessa $d\vec{A}$ é

$$dG = \vec{V} \cdot d\vec{A}$$

A descarga total é

$$G = \int_A \vec{V} \cdot d\vec{A} = \int_A \rho V dA = \rho V \int_A dA = \rho VA$$

$$G = 10^3 \times 1 \times \frac{\pi \cdot 2^2}{4} = 3,14 \times 10^3 \text{ kg/s}$$

Exemplo 2.1

Resolva o mesmo problema anterior com a seguinte geometria.

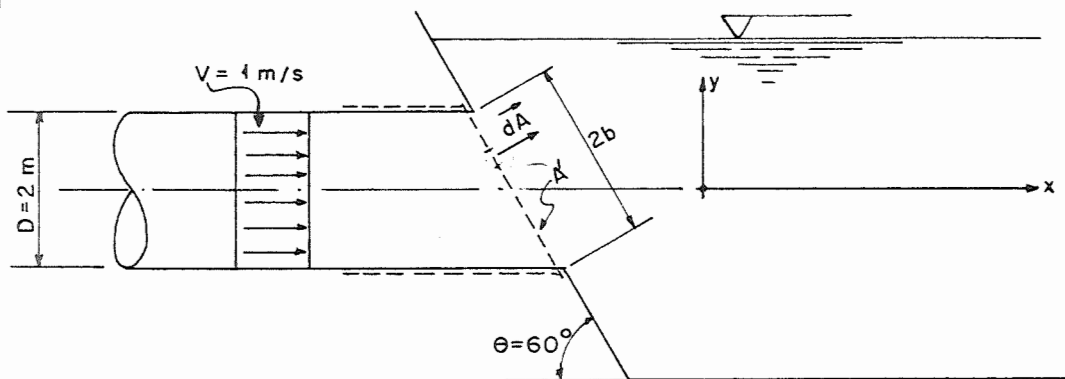


Figura 1.4

Agora em

$$dG = \rho \vec{V} \cdot d\vec{A}$$

o produto $\vec{V} \cdot d\vec{A}$ deverá ser feito com mais cuidado porque \vec{V} e $d\vec{A}$ não têm a mesma direção. Podemos escrever que

$$\vec{V} = V \vec{i}$$

$$d\vec{A} = dA \cos\theta \vec{i} + dA \sin\theta \vec{j}$$

ou
$$d\vec{A} = \frac{\sqrt{3}}{2} dA \vec{i} + \frac{1}{2} dA \vec{j}$$

O produto $\vec{V} \cdot d\vec{A} = V \frac{\sqrt{3}}{2} dA$, e portanto

$$G = \int_{A'} \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} = \int_{A'} \frac{\sqrt{3}}{2} \rho V dA = \frac{\sqrt{3}}{2} \rho V \int_{A'} dA = \frac{\sqrt{3}}{2} \rho V A'$$

onde A' é a área da elipse de semieixo menor $a = \frac{D}{2}$ e semieixo maior $b = \frac{D}{2} / \cos 60 = \frac{D}{\sqrt{3}}$

A área da elipse é dada por

$$A' = \pi ab = \pi \frac{D}{2} \cdot \frac{D}{\sqrt{3}} = \frac{\pi D^2}{2\sqrt{3}}$$

Portanto

$$G = \frac{\sqrt{3}}{2} \rho V \cdot \frac{\pi D^2}{2\sqrt{3}} = \rho V A$$

como no caso anterior. E não poderia ser diferente, é óbvio.

1.6.2.- EQUAÇÃO DA DIFUSÃO DE FICK

A Figura 1.5-a representa duas placas planas paralelas de grandes dimensões, separadas por uma distância b , e contendo ar seco entre elas. A placa superior é feita de material poroso e pode ser saturada com água e mantida nesse estado; a placa inferior é recoberta com material disseccante, como a sílica-gel, que pode absorver continuamente toda a água (vapor) que a atingir, mantendo o ar sempre seco nas suas vizinhanças. No instante $t = 0$ a placa superior é saturada com água e mantida nesse estado. Imediatamente depois, aparecera no espaço entre as placas um campo (perfil) de concentração de vapor de água parecido com aquele indicado na figura 1.5-b por $t = 0$; um mecanismo de transporte de massa na direção y é desencadeado pelo estado de desequilíbrio criado pelas placas.

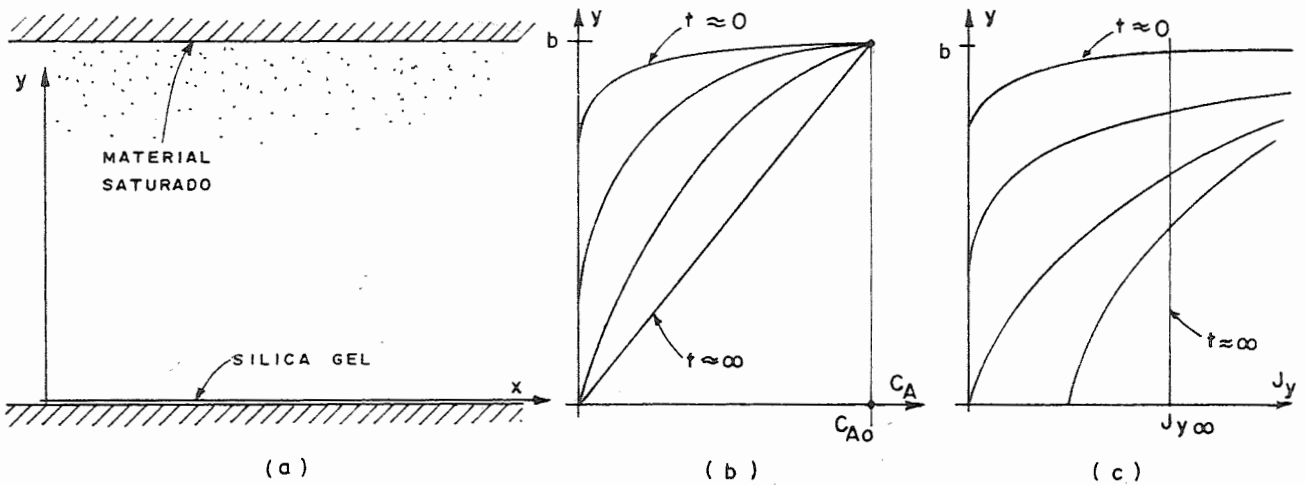


Figura 1.5

Nesta discussão, por razões de simplicidade, está sendo examinado o caso de um sistema binário, ou seja, composto de dois componentes. De uma maneira geral, quando houver interesse em estudar-se a mistura entre dois gases diferentes, um deles pode ser designado como o componente A e o outro como B. Casos mais complexos, como por exemplo, a mistura entre água do mar e água doce, podem também ser tratados com boa aproximação como um sistema binário, muito embora a água do mar seja, na verdade, um sistema constituído de muitos componentes. Entretanto, se admitirmos que a concentração de cloreto de sódio é um parâmetro representativo da concentração da água do mar, o processo pode ser considerado binário, com o cloreto de sódio escolhido como sendo o componente A e a água doce como o componente B.

Antes de iniciar uma análise quantitativa do mecanismo de difusão é necessário definirem-se algumas grandezas:

A massa específica parcial de um componente ou simplesmente massa específica é definida como a relação entre a massa do componente e o volume da mistura. Assim:

$$\rho_A = \frac{\text{massa do componente A}}{\text{volume da mistura de A e B}} = \text{massa específica do componente A}$$

$$\rho_B = \frac{\text{massa do componente B}}{\text{volume da mistura de A e B}} = \text{massa específica do componente B}$$

A massa específica da mistura é dada por:

$$\rho = \frac{\text{massa de A} + \text{massa de B}}{\text{volume da mistura de A e B}}$$

As definições acima são válidas para meios homogêneos. Se houver diferença em massa específica de um ponto para outro, como por exemplo em um fluido estratificado, é preciso que os volumes considerados sejam elementares, e as definições acima são substituídas por limites dos mesmos quocientes quando os volumes da mistura tendem para um valor muito pequeno.

É fácil demonstrar-se, nas duas alternativas, que

$$\rho = \rho_A + \rho_B \quad (1.5)$$

As concentrações de A e de B são definidas respectivamente, como:

$$c_A = \frac{\rho_A}{\rho} \quad (1.6)$$

$$c_B = \frac{\rho_B}{\rho}$$

Segue também que

$$c_A + c_B = 1 \quad (1.7)$$

Há outras definições de concentração um pouco diferentes destas aqui apresentadas. Rohsenow e Choi [1.1] chamam de concentração o que aqui está definido como massa específica parcial. As definições apresentadas neste trabalho são coerentes com o tratamento dado por Daily e Harleman [1.2] e por Sissom e Pitts [1.3], por exemplo.

O uso de uma ou outra definição não traz dificuldade. Na referência [1.1], por exemplo, concentração é uma grandeza dimensional cuja unidade pode ser $\mu\text{g/litro}$, $\mu\text{g/m}^3$, g/cm^3 , etc.. Aqui, concentração é uma grandeza adimensional, pois é uma relação entre massas. Se, por exemplo, 20 g de sal de cozinha forem dissolvidas em 100 kg de água, a concentração de NaCl na mistura será de

$$c_A = \frac{20 \text{ g}}{(100 \times 10^3 + 20) \text{ g}} \approx \frac{20}{100 \times 10^3} = 2 \times 10^{-4}$$

Outra maneira de dizer a mesma coisa é :

$$c_A = 0,02 \% \text{ de NaCl (em massa)}$$

Ou ainda, usando-se a unidade muito comumente utilizada, ppm (partes por milhão).

$$c_A = 200 \text{ ppm (em massa) de NaCl em água}$$

Isto significa que uma massa de 200 g de NaCl está dissolvida em uma massa de 10^6 g de água. Esta unidade de medida (ppm em massa) é muito usada pelos engenheiros sanitaristas ao analisar problemas de poluição das águas.

Apenas com o fim de completar o quadro, vale a pena dizer que é comum ao se analisarem misturas de gases, usar-se a unidade ppm volumétrica. Nos dados de poluição atmosférica, por exemplo, 2 ppm de NO no ar significa que em 10^6 litros de ar estão dissolvidos 2 litros de NO, ambos nas condições de 25°C de temperatura e à pressão atmosférica [1.4].

Fica assim bem evidente que a unidade ppm quando não claramente definida pode criar dúvidas pois a medida de uma concentração ppm volumétrica é diferente da medida da mesma em ppm mássica em geral. Neste texto, concentrações serão sempre relações entre massas.

Exemplo 1.3:

A uma massa específica parcial (ou "concentração") de 4 mg/m^3 de SO_2 no ar corresponde que concentração em ppm (massa)?

$$\rho_A = 4 \text{ mg/m}^3$$

$$\rho \approx \rho_{\text{ar}} = 1,18 \text{ kg/m}^3 \text{ a } 25^\circ\text{C} \text{ e } 1 \text{ atm}$$

$$c_A = \frac{\rho_A}{\rho} = \frac{4 \text{ mg/m}^3}{1,18 \times 10^6 \text{ mg/m}^3} = 3,39 \times 10^{-6} = 3,39 \text{ ppm (massa)}$$

Exemplo 1.4:

No caso anterior, qual é a concentração em ppm volumétrica?

$$c_A = 3,39 \text{ ppm (massa)}$$

$$c_A = \frac{3,39 \text{ kg de } \text{SO}_2}{10^6 \text{ kg de ar}}$$

$$1 \text{ mol de } \text{SO}_2 = 32 + 2 \times 16 = 64 \text{ kg}$$

$$1 \text{ mol de ar} = 28,8 \text{ kg}$$

Portanto

$$3,39 \text{ kg de } \text{SO}_2 = \frac{3,39 \text{ kg}}{64 \text{ kg/mol}} = 5,3 \times 10^{-2} \text{ moles}$$

$$10^6 \text{ kg de ar} = \frac{10^6 \text{ kg}}{28,8 \text{ kg/mol}} = 3,47 \times 10^4 \text{ moles}$$

Nas condições normais de temperatura (0°C) e pressão (1 atm) 1 mol

de um gás ocupa um volume de 22,4 litros. À temperatura de 25°C o volume será maior, isto é, de acordo com a lei dos gases perfeitos.

$$v_{25^{\circ}\text{C}} = v_{0^{\circ}\text{C}} \frac{273 + 25}{273} = 22,4 \times \frac{298}{273} = 24,45 \text{ litros}$$

Então,

$$3,39 \text{ kg de SO}_2 = 5,3 \times 10^{-2} \text{ moles} = 5,3 \times 10^{-2} \text{ moles} \times 24,45 \frac{\text{litros}}{\text{mol}} =$$

$$= 1,3 \text{ litros}$$

$$10^6 \text{ kg de ar} = 3,47 \times 10^4 \text{ moles} = 3,47 \times 10^4 \text{ moles} \times 24,45 \frac{\text{litros}}{\text{mol}} =$$

$$= 8,48 \times 10^5 \text{ litros}$$

e portanto,

$$c_A = \frac{1,3 \text{ litros de SO}_2}{8,48 \times 10^5 \text{ litros de ar}} = 1,53 \times 10^{-6} = 1,53 \text{ ppm (vol)}$$

Voltando à análise do fenômeno de transferência descrito no início do item 1.6.2, vê-se que a figura 1.5-b ilustra a variação em função do tempo do perfil de concentração c_A do vapor de água no espaço compreendido entre as duas placas. Nos instantes iniciais ($t \approx 0$) haverá um grande gradiente de concentração nas camadas anexas à placa superior, pois nesta região haverá uma diferença grande de concentração de uma camada de fluido para a camada vizinha; nas camadas subsequentes (inferiores) a concentração cai rapidamente para zero, o mesmo acontecendo com o gradiente.

Em consequência, nas camadas superiores surgirá um grande fluxo de massa, pois a diferença de concentração entre camadas adjacentes será muito grande, enquanto que nas inferiores o fluxo será nulo.

Com o passar do tempo, o perfil de concentração evolui, como representado na figura, até atingir a situação estacionária em que o perfil é linear ($t \approx \infty$).

O perfil do fluxo de massa na direção y , J_y modifica-se como na figura 1.5-c. No início ($t \approx 0$) há um grande fluxo nas camadas superiores, e um fluxo nulo nas inferiores. A situação evolui no sentido de eliminar-se esta discrepância. No final ($t \approx \infty$) o fluxo de massa será constante através de todas as camadas; o regime de transferência de massa torna-se permanente, isto é, a descarga de massa liberada pela placa superior é a mesma que a absorvida pela placa inferior.

Evidência experimental indica que existem uma proporcionalidade entre o fluxo de massa e o gradiente de concentração. Quando o regime per-

manente é alcançado, o gradiente de concentração é dado simplesmente por c_{A0}/b . Nesse caso,

$$J_y = \frac{\dot{m}}{A} = -D \rho \frac{c_{A0}}{b} \quad (1.5)$$

onde \dot{m} é a descarga de massa, com dimensões $M T^{-1}$.

J_y é a componente do fluxo de massa na direção y , com dimensões $ML^{-2}T^{-1}$

D é a difusividade ou o coeficiente de difusão, com as dimensões L^2T^{-1}

ρ é a massa específica da mistura binária com dimensões ML^{-3}

c_{A0} é a concentração na camada superior

O sinal negativo indica que o fluxo se dá no sentido oposto ao do eixo y , ou seja, da região de maior concentração para a de menor concentração.

Durante o período transiente uma equação semelhante à equação (1.5) pode ser escrita para uma fatia bem fina, de espessura Δy , localizada na posição genérica y , como na figura 1.6.

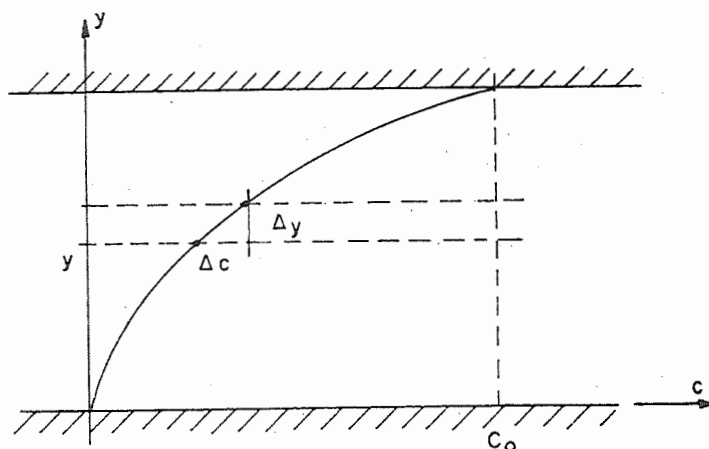


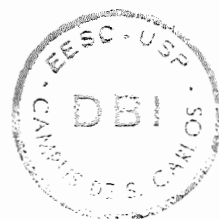
Figura 1.6

O fluxo através do plano horizontal na altura y é dado aproximadamente por

$$J_y = -D \frac{\Delta (\rho c)}{\Delta y} \quad (1.6)$$

ou, exatamente por

$$J_y = -D \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \rho \frac{\Delta c}{\Delta y} \quad J_y = -D \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{\Delta (\rho c)}{\Delta y} \quad (1.7)$$



ou seja

$$J_y = -D \frac{\partial(\rho c)}{\partial y} \quad (1.8)$$

ou

$$J_y = -D\rho \frac{\partial c}{\partial y}, \text{ quando } \rho \text{ não varia (ou varia muito}$$

pouco) de um ponto para outro.

A equação (1.8) é conhecida como a equação da difusão de Fick. O parâmetro D , o coeficiente de difusão para o sistema binário, quantifica o processo de difusão. Sua unidade de medida no sistema MKS técnico é m^2/s . Valores elevados de D indicam processos em que a difusão é rápida, enquanto que valores baixos identificam processos lentos de difusão. A equação (1.8) diz que um componente (vapor de água) difunde na mistura (vapor de água e ar) na direção do decréscimo da concentração do componente.

Exemplo 1.5:

Uma descarga $\dot{m} = 0,2 \text{ kg/h}$ de dióxido de carbono é liberada de uma superfície permeável com 5 m^2 de área e difunde no ar atmosférico à temperatura de 30°C . A concentração de CO_2 no ar junto à superfície é $c_0 = 0,04$, e a uma distância de 5 cm é praticamente desprezível. Determine a difusividade do CO_2 no ar.

Hipótese: suponha que o perfil de concentração seja quase-linear, junto à superfície; então

$$-\frac{\partial c}{\partial y} \approx \frac{\Delta c}{\Delta y} = \frac{0,04}{5 \times 10^{-2}} = 0,8 \text{ m}^{-1}$$

O fluxo de CO_2 é

$$J_y = \frac{\dot{m}}{A} = \frac{0,2}{5} = 0,04 \text{ kg/hm}^2$$

A percentagem de CO_2 é pequena; então é praticamente igual à massa específica do ar a 30°C :

$$\rho = 1,165 \text{ kg/m}^3$$

Segue-se

$$D = \frac{J_y}{\left(-\frac{\partial(\rho c)}{\partial y}\right)} = \frac{0,04}{1,165 \times 0,8} = 4,3 \times 10^{-2} \text{ m}^2/\text{h}$$

1.6.3 - EQUAÇÃO DA VISCOSIDADE DE NEWTON

Suponha agora que uma lâmina de fluido é confinada entre duas placas planas paralelas. As dimensões nas direções x e z são muito grandes quando comparadas com a distância b entre as placas. A placa inferior é mantida em repouso e a superior é posta em movimento no instante $t = 0$ com velocidade constante V_{ox} , na direção x .

A distância b entre as placas é suficientemente pequena, de forma que o escoamento seja laminar, um detalhe que será melhor examinado no capítulo 2.

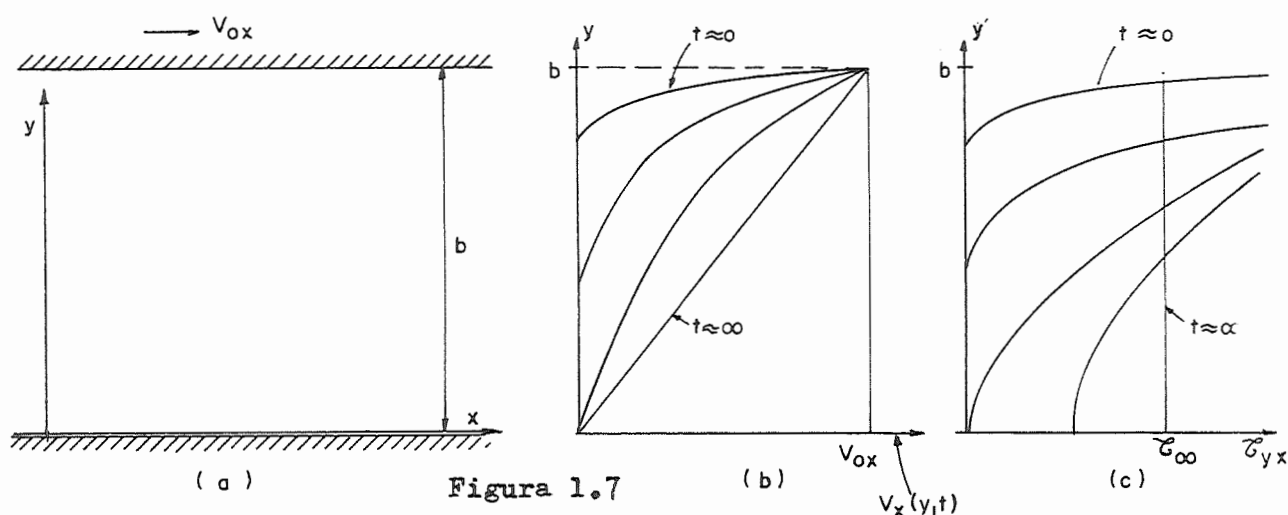


Figura 1.7

A camada inferior do fluido terá sempre velocidade nula, enquanto que a camada superior mover-se-á com velocidade V_{ox} . Logo depois do início do movimento, o perfil de velocidades será parecido com o da figura 1.7-b, indicado por $t \approx 0$. Haverá uma grande taxa de variação na direção y (gradiente) da velocidade junto à placa superior; esta taxa de variação cairá rapidamente para zero nas camadas adjacentes. Em consequência disso, nas camadas superiores surgirá uma grande força de cisalhamento pois a velocidade relativa entre camadas adjacentes será muito grande, o que causará uma força de atrito interno bastante elevada. A força de cisalhamento orienta-se na direção x ; ela surge primeiro junto à camada superior e depois propaga-se de cima para baixo na direção y ; a tensão de cisalhamento é representada por τ_{yx} , o primeiro índice identificando a direção em que a tensão é propagada ou transportada, e o segundo a direção da força de cisalhamento que a produz.

Com o passar do tempo, o perfil de velocidades evolui como na figura, até atingir a situação estacionária em que o perfil fica linear, representado por $t \approx \infty$ na figura 1.7-b.

Verifica-se experimentalmente que τ_{yx} é proporcional ao gradiente de velocidade. No regime permanente o gradiente de velocidade é dado simplesmente por V_{ox}/b . Então, $\tau_{yx} \sim V_{ox}/b$. Introduzindo-se uma constante de proporcionalidade μ , pode-se representar a mesma coisa com uma equação:

$$\tau_{yx} = \mu \frac{V_{ox}}{b} \quad (1.9)$$

A constante μ é chamada de viscosidade absoluta e tem como dimensões $ML^{-1}T^{-1}$. Quanto maior o valor de μ maior a dificuldade criada pelo fluido para deformar-se ou mover-se.

A equação (1.9) mostra isto muito bem; é preciso uma força grande para mover um fluido entre duas placas com um perfil linear de velocidade cujo gradiente é V_{ox}/b se o valor de μ for grande, pois a força que move a placa é o produto de τ_{yx} pela sua área. Se a viscosidade for pequena, a força será pequena.

Na prática usa-se este fato para medir-se diretamente a viscosidade de μ . Por razões técnicas, ao invés de duas placas planas usam-se dois cilindros concêntricos separados de uma pequena distância, como se fosse um eixo e sem mancal.

Durante a fase transiente, em qualquer ponto do meio fluido

$$\tau_{yx} = -\mu \frac{\partial v_x}{\partial y} \quad (1.10)$$

quando ρ não é função de y a equação (1.10) torna-se

$$\tau_{yx} = -\gamma \frac{\partial (\rho v_x)}{\partial y} \quad (1.11)$$

Esta equação empírica é conhecida como equação da viscosidade de Newton; fluidos que se comportam de conformidade com ela são conhecidos como fluidos Newtonianos.

A grandeza τ_{yx} pode ser interpretada por analogia com a equação 1.8 como um fluxo de quantidade de movimento. Uma camada de fluido mais próxima da placa móvel tem mais quantidade de movimento na direção x do que a camada vizinha mais afastada. A força aplicada à placa móvel "transmite-se" para o fluido e dentro dele de camada em camada na direção decrescente da quantidade de movimento. Relembrando a definição de fluxo de uma grandeza, o fluxo de quantidade de movimento deve ter a dimensão de

$\frac{\text{quantidade de movimento}}{\text{tempo} \cdot \text{área}}$, ou seja,

$$\frac{M (v)}{T L^2} = \frac{MLT^{-1}}{TL^2} = M L^{-1} T^{-2}$$

A dimensão da tensão τ_{yx} é igual à dimensão de

$$\frac{\text{força}}{\text{área}} = \frac{F}{L^2} = \frac{ML T^{-2}}{L^2} = M L^{-1} T^{-2}$$

A unidade de medida de μ pode ser por exemplo kg/ms, utm/ms ou g/cm.

Um gráfico que represente como que τ_{yx} varia em função de $-\left(\frac{\partial v_x}{\partial y}\right)$ é semelhante em conteúdo conceitual e em utilidade aos diagramas tensão-deformação da Resistência dos Materiais. Para um fluido newtoniano a representação gráfica do comportamento do fluido é dada por uma reta que passa pela origem; sua inclinação será tanto maior quanto maior for a viscosidade absoluta μ .

A água, o ar, a maioria dos gases e vapores, comportam-se como fluidos newtonianos. Há um grande número de fluidos, entretanto, que não se comportam desta forma, e são chamados de não-newtonianos. A ciência que estuda o escoamento destes fluidos chama-se Reologia; o gráfico de τ_{yx} em função de $-\left(\frac{\partial v_x}{\partial y}\right)$ é chamado de diagrama reológico. Na figura 1.8 estão exemplificados alguns casos típicos de comportamento reológico de fluidos não-newtonianos.

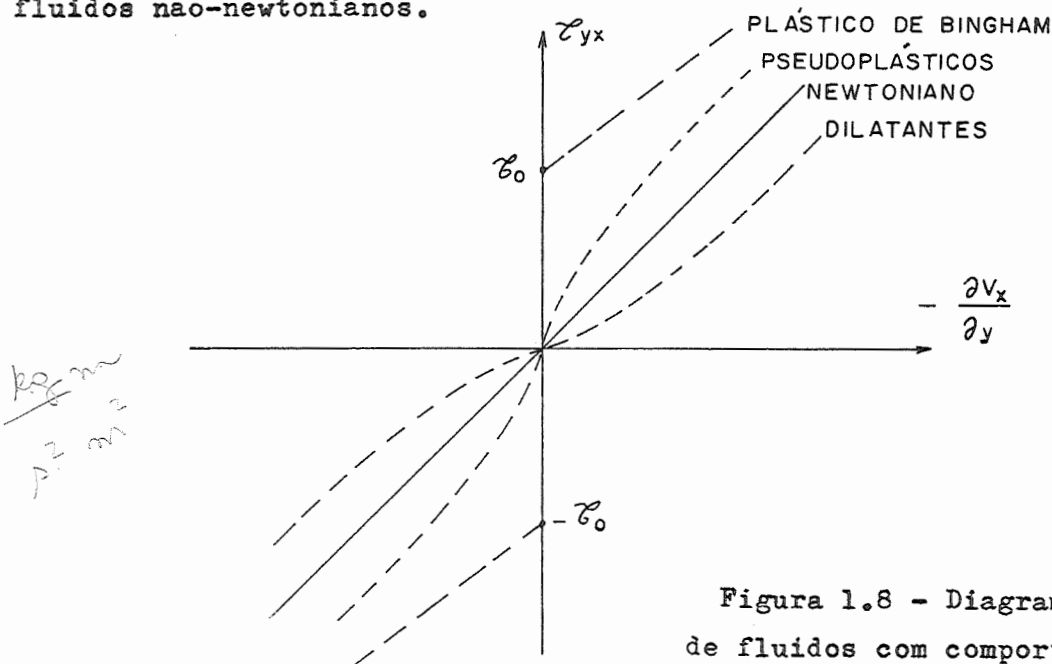


Figura 1.8 - Diagrama reológico de fluidos com comportamentos diferentes.

Fluidos como pastas de dente, massas de tomate e de outras frutas, lama de perfuração de poços de petróleo, concreto fluido, esgoto sanitário, comportam-se aproximadamente como um plástico de Bingham, isto é, precisam de uma tensão inicial τ_0 para iniciar o escoamento, e a partir daí escoam como se fossem newtonianos.

Pastas de derivados de celulose, polímeros de cadeia longa em solução, suspensões de partículas assimétricas, e muitos outros fluidos de importância na indústria química, deixam de apresentar a característica dos plásticos de Bingham, de exigir uma tensão inicial τ_0 ; por outro, a taxa de elevação de τ_{yx} em função de $-\partial v_x / \partial y$ decresce como o aumento de $-\partial v_x / \partial y$. Estes fluidos são chamados pseudo-plásticos.

Os fluidos chamados dilatantes têm característica contrária a dos pseudo-plásticos, como pode ser inferido da figura 1.8. Um bom exemplo de material dilatante é a barbotina, que é uma suspensão concentrada de argila em água, largamente usada na indústria cerâmica em geral, nos processos de moldagem de peças.

De volta aos fluidos newtonianos, foi dito anteriormente que a unidade de medida da viscosidade absoluta poderia ser kg/ms, utm/ms, g/cms etc.. A primeira, é a unidade de medida do sistema MKS ou do sistema internacional, SI, a segunda é a unidade de medida do sistema MKS técnico, e a terceira finalmente, do sistema CGS. O g/cms é também conhecida por Poise; seu submúltiplo mais usado é o centi Poise, que é igual a 1/100 do Poise.

Exemplo 1.6:

A viscosidade absoluta da água varia em função da temperatura como no quadro abaixo

T (°C)	0	20	40	60
$\times 10^6$ (utm/ms)	182,3	102,4	66,6	47,9

Determine a viscosidade da água em centi Poise (cP), nestas temperaturas.

$$1 \frac{\text{utm}}{\text{ms}} = \frac{9,8 \text{ kg}}{\text{ms}} = \frac{9,8 \times 10^3 \text{ g}}{10^2 \text{ cms}} = 98 \text{ Poise}$$

$$= 98 (100 \text{ cP}) = 9,8 \times 10^3 \text{ cP}$$

a 0°C

$$\mu = 182,3 \times 10^{-6} \text{ utm/ms}$$

$$\mu = 182,3 \times 10^{-6} \times 9,8 \times 10^3 \text{ cP} = 1,79 \text{ cP}$$

a 20°C , $\mu = 102,4 \times 10^{-6} \times 9,8 \times 10^3 \text{ cP} = 1,00 \text{ cP}$

a 40°C , $\mu = 66,6 \times 10^{-6} \times 9,8 \times 10^3 \text{ cP} = 0,65 \text{ cP}$

a 60°C , $\mu = 47,9 \times 10^{-6} \times 9,8 \times 10^3 \text{ cP} = 0,47 \text{ cP}$

Dois coisas devem ser observadas neste exemplo. A viscosidade da água diminui com o aumento da temperatura; o mesmo acontece com a maioria dos líquidos. A viscosidade da água a 20°C é igual a $1,00 \text{ cP}$, um dado fácil de ser memorizado para uso e referência futuros.

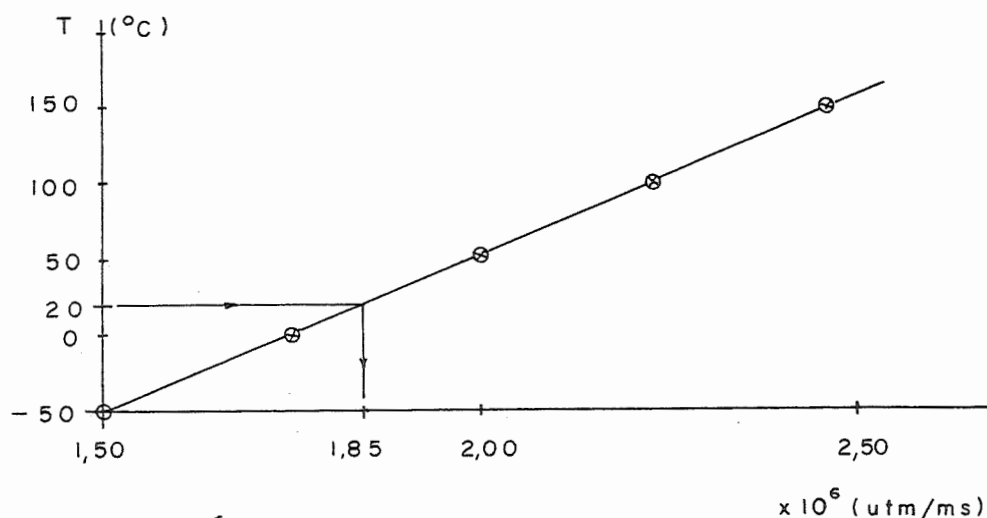
Exemplo 1.7:

A viscosidade do ar atmosférico varia em função da temperatura como no quadro abaixo

T ($^\circ\text{C}$)	-50	0	50	100	150	200
$\times 10^6 \text{ (utm/ms)}$	1,49	1,75	2,00	2,23	2,46	2,79

Determine a viscosidade do ar a 20°C , em cP.

Representação gráfica destes dados nos dá seguida de interpolação gráfica para $T = 20^\circ\text{C}$ nos dá



a -20°C , $= 1,85 \times 10^{-6} \text{ utm/ms}$

$$= 1,85 \times 10^{-6} \times 9,8 \times 10^3 \text{ cP} = 1,81 \times 10^{-2} \text{ cP}$$

um valor da ordem de 50 vezes menor do que para a água.

Observe que para o ar a viscosidade cresce com o aumento da temperatura, e que na faixa examinada, esta variação é bem linear.

Uma outra grandeza, conhecida como viscosidade cinemática e representada por ν , é definida como o quociente entre a viscosidade absoluta

e a massa específica:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

A dimensão de ν é L^2T^{-1} como a de D , e portanto ambos têm as mesmas unidades, ou seja m^2/s no sistema técnico ou internacional e cm^2/s no sistema CGS.

A unidade do sistema CGS é também chamada de Stokes, isto é

$$1 \text{ cm}^2/\text{s} = 1 \text{ Stokes}$$

Seu submúltiplo muito usual é o centistokes;

$$1 \text{ Stokes} = 100 \text{ centistokes}$$

Exemplo 1.8:

A viscosidade cinemática da água a 20°C é igual a $1,0 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$. Qual é o seu valor em centistokes?

$$= 1,0 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} = 1,0 \times 10^{-6} (10^2 \text{ cm})^2/\text{s} = 1,0 \times 10^{-6} \times 10^4 \text{ cm}^2/\text{s}$$

$$= 1,0 \times 10^{-2} \text{ stokes} = 1,0 \times 10^{-2} \times 100 \text{ centistokes} = 1,0 \text{ centistokes}$$

Um outro valor fácil e útil de ser memorizado.

Exemplo 1.9:

O peso específico do ar atmosférico a 20°C é $\gamma = 1,205 \text{ kgf}/\text{m}^3$. Determine com os dados do exemplo 1.7 o valor de ν do ar em centistokes.

$$\nu = \frac{\rho}{\mu} \frac{\mu}{\rho}$$

$$\gamma = \rho g$$

$$\nu = \frac{\mu g}{\gamma} = \frac{1,85 \times 10^{-6} \text{ utm/ms} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2}{1,205 \text{ kgf}/\text{m}^3} =$$

$$= \frac{1,85 \times 10^{-6} \times 9,8}{1,205} \frac{\text{utm} \cdot \text{m}}{\text{ms} \cdot \text{s}^2} \cdot \frac{\text{m}^3}{\text{kgf}} = 1,5 \times 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

(Note que $1 \text{ kgf} = 1 \text{ utm} \cdot 1 \text{ m/s}^2$)

No exemplo anterior, $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} = 1 \text{ centistokes}$, portanto,

$$= 1,5 \times 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}} = 15 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}} = 15 \text{ centistokes.}$$

Um valor maior do que o da água!

A viscosidade cinemática dos óleos combustíveis e lubrificantes costuma ser medida na prática através da medida do tempo de esvaziamento de um recipiente padrão, através de um furo também padronizado.

O tempo do esvaziamento, em segundos, é usado como indicador da viscosidade cinemática para os diversos tipos de viscosímetros deste tipo.

Alguns dos nomes mais comuns são Saybolt Universal e Saybolt Furol, norte-americanos, Redwood nº 1 e Redwood Admiralty, ingleses, e Engler, alemão.

Exemplo 1.10:

A viscosidade cinemática de um óleo lubrificante a 99°C é de 38 segundos Saybolt Universal medidas em um viscosímetro com 60 ml de volume. Determine seu valor em centistokes.

A fórmula de conversão para oute tipo de viscosímetro, dada na referência [1.5], é

$$\gamma = 0,226 t - \frac{195}{t}$$

onde t é dado em segundos e γ em centistokes.

Resulta:

$$\begin{aligned} \gamma &= 0,226 \times 38 - \frac{195}{38} = \\ &= 8,588 - 5,132 = 3,46 \text{ centistokes} \end{aligned}$$

1.6.4 - EQUAÇÃO DE FOURIER DA CONDUÇÃO DE CALOR

A figura 1.9-a representa uma placa de material sólido, homogêneo, inicialmente à temperatura T_0 . A superfície inferior é mantida a esta temperatura enquanto que a temperatura da superfície superior é aumentada subitamente para o valor T_1 e assim mantida.

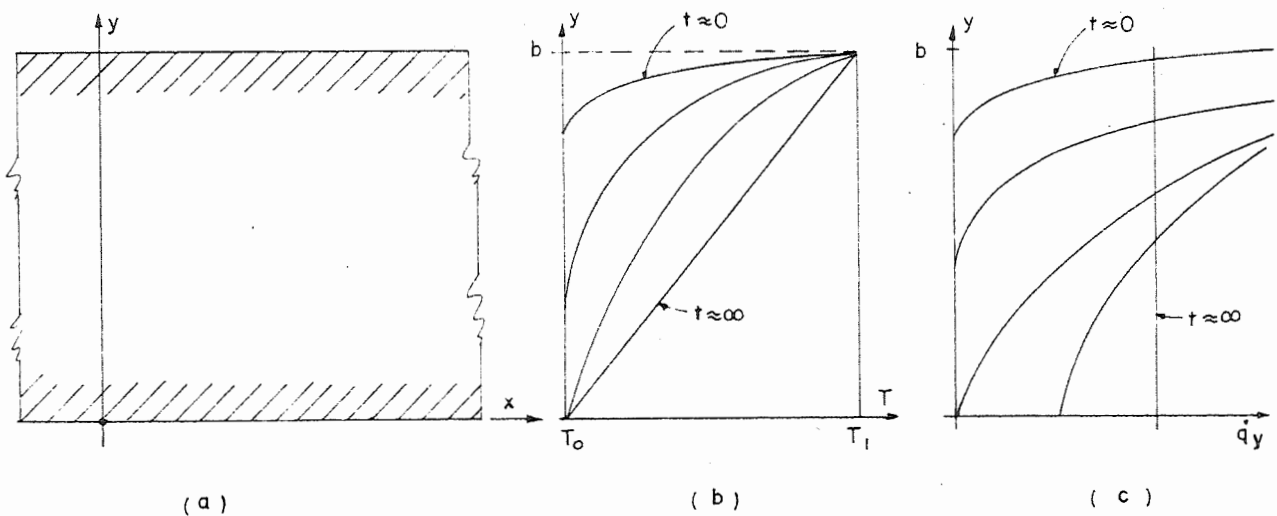


Figura 1.9

A figura 1.9-b ilustra como o perfil de temperaturas evoluirá em

função do tempo até que seja atingido o regime permanente caracterizado pelo perfil linear. Logo depois do início do processo há um grande gradiente de temperaturas nas camadas superiores, caindo logo depois para zero. Consequentemente, haverá um grande fluxo de calor nas camadas superiores, sem que o calor tenha ainda penetrado profundamente na placa, como mostra na figura 1.9-c a curva identificada por $t \approx 0$. Note-se que depois de decorrido um tempo suficientemente grande ($t \approx \infty$) o fluxo de calor torna-se constante.

Verifica-se experimentalmente que o fluxo de calor transmitido através de uma superfície é proporcional ao gradiente térmico, dá-se da região de temperatura mais alta para a de temperatura mais baixa. No regime permanente,

$$\dot{q}_y = k \frac{T_1 - T_0}{b} \quad (1.12)$$

e, em geral, em qualquer ponto da placa durante o transiente

$$\dot{q}_y = -k \frac{\partial T}{\partial y} \quad (1.13)$$

onde k é a condutividade térmica do sólido; a unidade mais comumente utilizada na prática para k é kcal/h m °C. No sistema internacional sua unidade é o J/sm °C ou W/m °C.

A grandeza difusividade térmica é definida como

$$\alpha = \frac{k}{\rho c} \quad (1.14)$$

onde C é o calor específico do material, com unidades mais normais na prática, kcal/kg °C ou kcal/utm °C. A dimensão de α é também L^2T^{-1} , portanto, D , ν e α têm a mesma dimensão e as mesmas unidades de medidas, isto é, o m^2/s , o cm^2/s , etc..

As equações (1.8), (1.10) e (1.13) não são na verdade expressões de leis físicas, porém, de fato, definições de D , μ , e k . Estas grandezas são obtidas experimentalmente e caracterizam os materiais quanto à sua qualidade de transportar, respectivamente a massa, a quantidade de movimento e o calor.

Exemplo 1.11:

Uma resistência elétrica é enrolada em uma placa fina de cerâmica de modo a que o conjunto possa funcionar como uma fonte plana uniforme de calor. Esta fonte é sanduichada entre duas placas planas de um materi

al a ser testado, como na figura 1.10. O conjunto é montado entre placas metálicas dotadas de canais de refrigeração e isolado lateralmente em toda a volta.

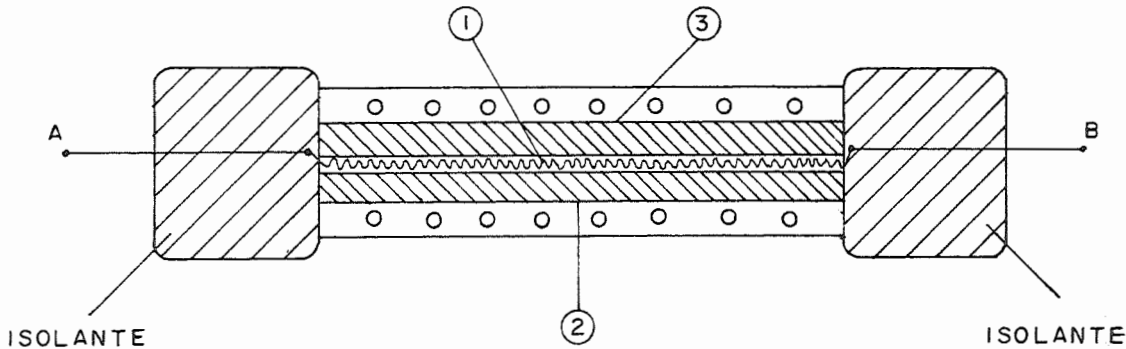


Figura 1.10

Uma potência elétrica de 500 W é dissipada na resistência; esta energia passa através das duas placas sendo testadas e é absorvida pelas placas de refrigeração. A temperatura nos pontos 2 e 3 é igual a 50°C, e no ponto 1 é igual a 180°C. A espessura das placas testadas é $b = 1\text{ cm}$ e sua área 400 cm².

Determine a condutividade térmica do material.

O fluxo de calor \dot{q} que atravessa cada placa é

$$\dot{q} = \frac{250 \text{ W}}{400 \text{ cm}^2} = \frac{250 \times 0,86 \text{ kcal/h}}{400 \times (10^{-2} \text{ m})^2} = 5,38 \times 10^3 \frac{\text{kcal}}{\text{h m}^2}$$

Da equação 1.12 vem:

$$k = \frac{\dot{q} \cdot b}{T_1 - T_0} = \frac{5,38 \times 10^3 \times 1 \times 10^{-2}}{180 - 50} = 0,41 \frac{\text{kcal}}{\text{h m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}}$$

1.7 - DIFUSIVIDADES E PARÂMETROS ADIMENSIONAIS

Verificou-se que os três parâmetros coeficientes de difusão D , viscosidade cinemática ν e difusividade térmica α têm a mesma dimensão física. Portanto, o seu quociente dois a dois será um parâmetro adimensional.

Se um sistema está sujeito à transferência simultânea de quantidade de movimento e de calor, como ocorre na convecção natural e forçada de calor, é de interesse definir-se um parâmetro que caracterize a relação

entre as velocidades de transferência destas duas grandezas. Este coeficiente é o número de Prandtl, definido como

$$\text{Pr} = \frac{\gamma}{\alpha} = \frac{c\mu}{k} \quad (1.15)$$

Para muitos gases, o valor de Pr é da ordem de um, o que nos informa que a transferência de quantidade de movimento e de calor pelos gases em movimento é igualmente intensa. Os líquidos oleosos têm número de Prandtl muito alto, da ordem de dezenas ou centenas; nestes casos, quando há um transiente térmico e fluidodinâmico, é fácil de concluir-se que o perfil de velocidades modifica-se mais rapidamente que o de temperatura, porque a transferência de quantidade de movimento é mais intensa que a de calor. Para os metais fundidos ocorre o inverso; seus números de Prandtl são muito baixos, da ordem de 10^{-3} a 10^{-2} .

Para sistemas sujeitos a transportes simultâneos de calor e massa é importante o parâmetro denominado número de Lewis e definido como

$$\text{Le} = \frac{\alpha}{D} = \frac{k}{\rho C D} \quad (1.16)$$

Para sistemas isotérmicos sujeitos a transferência simultânea de quantidade de movimento e de massa o parâmetro caracterizador da importância relativa dos dois mecanismos é o número de Schmidt, definido por

$$\text{Sc} = \frac{\nu}{D} = \frac{\mu}{\rho D} \quad (1.17)$$

O número de Schmidt é também da ordem de um para os gases mas muito grande para líquidos.

1.8 - LEIS DE CONSERVAÇÃO (*)

Em grande número dos problemas de Fenômenos de Transporte, a pergunta a ser respondida é qual é a taxa de variação temporal de uma propriedade genérica do sistema. Esta taxa de variação estará associada aos fluxos que atravessam as fronteiras do sistema. A análise que se segue é unidimensional, mas lança desde já as bases para uma análise mais geral, que será feita nos próximos capítulos.

A figura 1.11 representa os três exemplos analisados anteriormente, e antes representados respectivamente pelas figuras 1.5, 1.7 e 1.9 e mostra a distribuição de c , T e V_x em um instante genérico t .

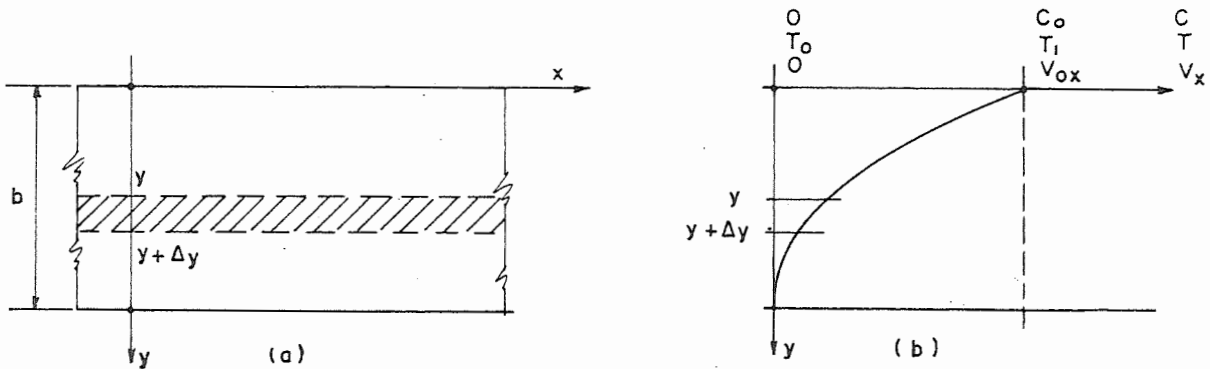


Figura 1.11

1.8.1 - TRANSFERÊNCIA DE MASSA

O elemento de espessura Δy e área A é atravessado por uma descarga mássica \dot{m}_1 , de vapor de água na superfície superior e \dot{m}_2 na inferior. Por causa disto, se \dot{m}_1 for maior do que \dot{m}_2 haverá uma acumulação de massa de vapor no sistema. A taxa de acumulação de massa é $\partial m / \partial t$.

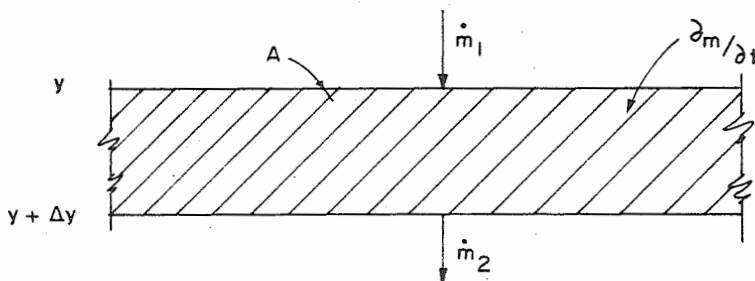


Figura 1.7

(*) Este item pode ser omitido sem quebra de continuidade. Deverá ser examinado, posteriormente, antes do estudo do Capítulo 9

Pode-se escrever, portanto que

$$\dot{m}_1 - \dot{m}_2 = \frac{\partial m}{\partial t} \quad (1.18)$$

Existe um campo contínuo de variação de concentração de vapor ao longo de y , portanto, como \dot{m} é função da concentração, haverá um campo contínuo de variação de \dot{m} ao longo de y .

Pode-se representar então a descarga \dot{m}_2 em função da descarga \dot{m}_1 através de uma série de Taylor, conservando-se, como boa aproximação, apenas o primeiro termo:

$$\dot{m}_2 = \dot{m}_1 + \frac{\partial \dot{m}}{\partial y} \Delta y + \dots \quad (1.19)$$

A equação (1.18), com esta nova relação, fica:

$$-\frac{\partial \dot{m}}{\partial y} \Delta y = \frac{\partial m}{\partial t} \quad (1.20)$$

A descarga \dot{m} é dada por $J_y \cdot A$, enquanto que a massa m de vapor dentro do elemento de volume é igual ao produto da massa específica de vapor ρc pelo volume $A \Delta y$, ou seja $\rho c A \Delta y$. Substituindo em (1.20) e simplificando tem-se

$$-\frac{\partial J_y}{\partial y} = \frac{\partial(\rho c)}{\partial t} \quad (1.21)$$

Substituindo-se J_y pelo seu valor dado pela equação (1.8) vem

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(D \frac{\partial(\rho c)}{\partial y} \right) = \frac{\partial(\rho c)}{\partial t} \quad (1.22)$$

que é a equação de formulação diferencial do problema transiente de transporte de massa em geometria unidimensional. Para resolver a equação (1.22) são necessárias as condições de contorno e a condição inicial. O produto ρc representa a massa específica de vapor de água ρ_A que, como foi visto, é dada em cada ponto pela relação limite entre a massa de vapor dentro de um volume e o volume. As condições de contorno para o problema exemplo são $\rho_A = 0$ na posição $y = b$ e $\rho_A = \rho_0$ em $y = 0$. A condição inicial é $\rho_A = 0$ no instante $t = 0$ para todos os valores de y .

1.8.2 - TRANSFERÊNCIA DE CALOR

O elemento de volume é agora atravessado por calor. Há uma descarga térmica de entrada \dot{Q}_1 e uma de saída \dot{Q}_2 . Em consequência, há uma acumulação de energia interna, cuja taxa temporal é dada por $\partial E / \partial t$.

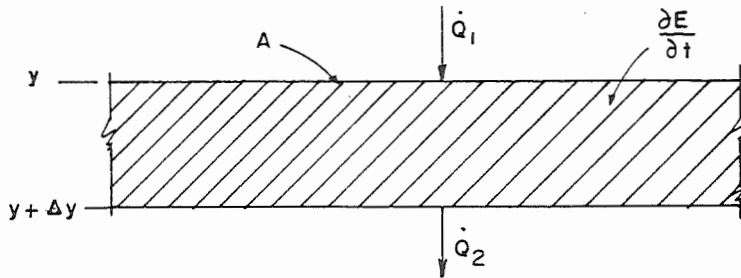


Figura 1.8

Então, de acordo com a primeira lei da Termodinâmica:

$$\dot{Q}_1 - \dot{Q}_2 = \frac{\partial E}{\partial t} \quad (1.23)$$

Analogamente ao caso anterior:

$$\dot{Q}_2 = \dot{Q}_1 + \frac{\partial \dot{Q}}{\partial y} \Delta y + \dots \quad (1.24)$$

$$- \frac{\partial \dot{Q}}{\partial y} \Delta y = \frac{\partial E}{\partial t} \quad (1.25)$$

A energia interna E pode ser expressa em termos da energia específica e (energia por unidade de massa) como $E = \rho A \Delta y e$.

Substituindo e simplificando:

$$- \frac{\partial \dot{q}}{\partial y} = \frac{\partial(\rho e)}{\partial t} \quad (1.26)$$

onde $\dot{q} = \dot{Q}/A$ é o fluxo de calor.

Para os sólidos, $e = c \Delta T$, e portanto a equação (1.26), quando combinada com a equação (1.13) fornece:

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1.27)$$

que é equivalente, neste caso, a

$$\frac{\partial}{\partial y} \left[\rho e \frac{\partial (pe)}{\partial y} \right] = \frac{\partial (pe)}{\partial t} \quad (1.28)$$

Com a equação (1.27) ou (1.28), uma vez dadas as condições inicial e de contorno, pode-se determinar o perfil de temperaturas em função de y e de t .

1.8.3 - TRANSFERÊNCIA DE QUANTIDADE DE MOVIMENTO

Para o caso em que o espaço entre as placas contenha um fluido viscoso posto subitamente em movimento pela translação de uma placa, o balanço de quantidade de movimento é análogo aos anteriores. O elemento de volume recebe e cede descargas de quantidade de movimento \dot{p}_{1x} e \dot{p}_{2x} , em consequência sofre uma acumulação de quantidade de movimento com taxa temporal dada por $\partial(mV_x) / \partial t$

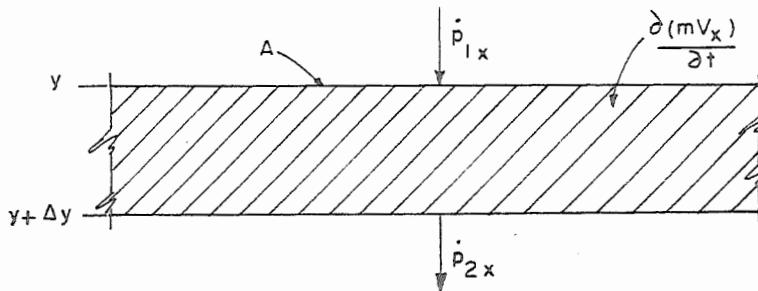


Figura 1.9

Portanto:

$$\dot{p}_{1x} - \dot{p}_{2x} = \frac{\partial}{\partial t} (mV_x) \quad (1.29)$$

Analogamente aos casos anteriores

$$\dot{p}_{2x} = \dot{p}_{1x} + \frac{\partial \dot{p}}{\partial y} \Delta y + \dots \quad (1.30)$$

$$-\frac{\partial \dot{p}_x}{\partial y} \Delta y = \frac{\partial (mV_x)}{\partial t}$$

A descarga de quantidade de movimento é dada pelo produto do fluxo τ_{yx} pela área A . A quantidade de movimento mV_x pode ser expressa por $\rho A \Delta y \cdot V_x$. Como A e Δy são constantes, e supondo-se que ρ não varie em função de t , resulta,

$$-\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} = \rho \frac{\partial V_x}{\partial t} \quad (1.32)$$

Substituindo-se o valor de ζ_{yx} dado pela equação (1.10) vem, finalmente

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} \right) = \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial t} \quad (1.33)$$

Nos casos em que ρ não é função de y , ou varia muito pouco em função de y , pode-se escrever que

$$\frac{\partial}{\partial y} \left[\rho \frac{(\partial v_x)}{\partial y} \right] = \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial t} \quad (1.34)$$

As equações (1.33) e (1.34) permitem determinar-se o perfil de velocidades uma vez conhecidas as condições de contorno e a condição inicial.

1.9 - CONCLUSÃO

É oportuno neste ponto sumarizar os resultados com o fim de ressaltar a notável semelhança entre os três processos.

A equação (1.1)

$$\dot{f} = -D \frac{\partial F}{\partial y} \quad (1.1)$$

pode ser escrita nos três casos, conforme os resultados obtidos e descritos, respectivamente, pelas equações (1.8), (1.11) e (1.13).

Quando o material é um sólido homogêneo, a equação (1.13) pode ser re-escrita como

$$\dot{q} = -\alpha \frac{\partial(\rho e)}{\partial y} \quad (1.35)$$

Nestas condições particulares, as equações (1.8), (1.11) e (1.34) identificam-se perfeitamente com a equação (1.1).

As equações de conservação (1.22), (1.28) e (1.34), da mesma forma, são semelhantes e podem ser representadas genericamente por

$$\frac{\partial}{\partial y} \left[D \frac{\partial F}{\partial y} \right] = \frac{\partial F}{\partial t} \quad (1.36)$$

O quadro abaixo resume estas observações:

Transferência	Propriedade Transferida	Fluxo	Difusividade
	F	\dot{f}	D
Massa	ρc	J_y	D
Energia Térmica	ρe	\dot{q}_y	α
Quantidade de Movimento	ρv_x	ζ_{yx}	ν

1.10 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- (1.1) ROHSENOW, W. M. e CHOI, H.C.; "Heat, Mass, and Momentum Transfer"; Prentice-Hall; 1961
- (1.2) DAILY, J.W. e HARLEMAN, D.R.F.; "Fluid Dynamics"; Addison-Wesley, 1973.
- (1.3) SISSON, L.E. e PITTS, D.R.; "Elements of Transport Phenomena"; Mc Graw-Hill, 1972.
- (1.4) STERN, A.C., WOHLENS, H.C., BOUBEL, R.W. e LOWRY, W.P.; "Fundamentals of Air Pollution", Academic Press, 1973.
- (1.5) VIEIRA, R.C.C.; "Atlas de Mecânica dos Fluidos - Fluidodinâmica"; Edgard Blücher, 1971.

1.11 - PROBLEMAS PROPOSTOS

- 1.1 - Uma placa plana de sal de grandes dimensões, inicialmente seca, passa a absorver umidade do ar. Qual é o fluxo de absorção se a concentração de vapor de água no ar é 0,065 e 0,070, junto à superfície e à distância de 8,0 cm, respectivamente, e o coeficiente de difusão do vapor de água no ar é $D_{vap} = 0,08 \text{ m}^2/\text{h}$. Suponha que o perfil de concentrações seja linear junto à placa.
- 1.2 - No problema 1.1, qual seria o fluxo se a 4,0 cm de distância da placa a concentração fosse 0,068, e o perfil de concentração pudesse ser descrito pela equação

$$c = A + By + Cy^2$$

- 1.3 - E se fosse 0,0675?

Análise dos três resultados obtidos permitirá concluir que a especificação ou a definição do perfil de concentração é bastante crítica e importante. A hipótese de que o perfil seja linear não pode, em geral ser feita sem apoio experimental ou de um bom modelo teórico.

- 1.4 - Ar seco à temperatura de 20°C e pressão atmosférica escoia sobre uma placa porosa encharcada com água. Se o perfil de concentração de vapor de água no ar em um ponto $x = x_1$ é dado por

$$c = 0,05 e^{-0,7y} \quad 0 \leq y \leq 1 \quad (y \text{ em metros})$$

calcule o fluxo de água que sai da placa na posição $x = x_1$. A difusividade do vapor de água no ar pode ser suposta igual a $0,08 \text{ m}^2/\text{h}$.

- 1.5 - Água a 20°C escoa sobre uma superfície plana. No ponto $x = x_1$ a velocidade é dada por

$$V_x = 3y - y^3 \quad \text{com } V_x \text{ em m/s e } y \text{ em m}$$

Determine \mathcal{C}_{yx} junto à superfície no ponto $x = x_1$.

- 1.6 - Na mesma situação do problema anterior, o perfil de temperatura na posição $x = x_1$, é dado por

$$T = 20 - 6 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}y\right) \quad 0 \leq y \leq 1 \text{ m, } T \text{ em } ^\circ\text{C}$$

Determine o fluxo de calor através da superfície naquela posição.

- 1.7 - Lance em gráfico no intervalo $0 \leq y \leq 1$ as duas curvas $V_x(y)$ e $T(y)$, e observe sua semelhança. Lance em gráfico

$$\frac{V_x(y)}{V_{x_{\max}}} \quad \text{e} \quad \frac{20 - T(y)}{20 - T_{\max}}$$

e observe sua semelhança.

- 1.8 - Os seguintes dados foram obtidos para duas placas de cortiça testadas como no exemplo 1.11

$$\begin{aligned} \text{corrente elétrica} &= 0,223 \text{ A} \\ \text{voltagem aplicada} &= 1,5 \text{ V} \\ \text{queda de temperatura através da placa} &= 21^\circ\text{C} \\ \text{espessura da placa} &= 1,0 \text{ cm} \\ \text{área da placa} &= 25 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Determine a condutividade térmica.

- 1.9 - Um anel cilíndrico pode correr longitudinalmente sobre um longo eixo cilíndrico concêntrico, sendo que a folga é preenchida com um lubrificante newtoniano. Com uma força longitudinal de 50 kgf aplicada sobre o anel este desliza com velocidade de $0,8 \text{ m/s}$. Qual será a velocidade se uma força três vezes maior for aplicada? A viscosidade do lubrificante permanece constante.

- 1.10- Um líquido newtoniano escoa sobre um plano inclinado formando uma fina camada de espessura constante b . A superfície superior do líquido está em contato com o ar, que praticamente não oferece resistên-

cia ao escoamento. Usando a lei de viscosidade de Newton, conclua qual deve ser o valor de du/dy em $y = b$, quando y é medido normalmente ao plano inclinado, com origem no mesmo. O perfil de velocidade através da lâmina poderia ser linear?

- 1.11- Um bloco metálico de base quadrada com 100 cm^2 de área assenta sobre uma superfície plana lubrificada. Quando sujeito a uma força de $2 \times 10^{-3} \text{ kgf}$ desliza com velocidade de $0,2 \text{ m/s}$. A espessura do fluido lubrificante é de $0,4 \text{ mm}$. Qual é a viscosidade do lubrificante?
- 1.12- Uma luva cilíndrica de parede fina com 25 cm de altura e $25,5 \text{ cm}$ de diâmetro gira em torno de seu eixo vertical com 60 rpm localizado exatamente no meio de duas superfícies cilíndricas fixas, a interior com 25 cm de diâmetro, e a exterior com 26 cm de diâmetro. Um torque de $0,5 \text{ kgf.m}$ é necessário para manter o movimento. Qual é a viscosidade do fluido que enche o espaço entre as superfícies cilíndricas? Suponha que os perfis de velocidade sejam lineares.