

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

Departamento de Estruturas

**Análise Contínua de Estruturas de Edifícios
Elevados sujeitas à Ação do Vento**

E. MANCINI

São Carlos, 1973
Publicação 065 / 90

Reimpressão

ANÁLISE CONTÍNUA DE
ESTRUTURAS DE EDIFÍCIOS ELEVADOS
SUJEITAS À AÇÃO DO VENTO

ENG. E. E. MANCINI

Tese apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo como parte dos requisitos para a obtenção do título de "Doutor em Engenharia Civil"

Orientador

Prof. W. Savassi

Comissão Examinadora

Prof. A.G. Figueiredo

Prof. M. Franco

Prof. T. Van Langendonck

Prof. W. Savassi

Prof. F. Schiel



São Carlos, Dezembro de 1973

AGRADECIMENTOS

Expresso aqui meu reconhecimento ao saudoso Prof. Miguel Carlos Stamato não somente pela minha orientação mas também, sobretudo, pela sua amizade.

Agradeço ao Prof. Walter Savassi pela orientação na conclusão do presente trabalho.

Aos funcionários do Departamento de Estruturas - Rednei A. Botelho e George A. dos Santos - meus agradecimentos pela presteza e capricho com que prepararam o texto para impressão.

Agradeço ao C.P.D. da Escola de Engenharia de São Carlos pela utilização de seu equipamento.

RESUMO

O presente trabalho estuda pela técnica do meio contínuo a distribuição da carga do vento entre os painéis de contraventamento de edifícios elevados.

No Cap. I faz-se o estudo analítico de painéis deformáveis por momento fletor e força cortante, aqui denominados "painéis gerais". Com algumas simplificações chega-se a uma maneira relativamente simples de análise de estruturas tridimensionais compostas de painéis gerais, pórticos e paredes. No final do capítulo é apresentado um exemplo, ilustrando a aplicação do processo.

O Cap. II trata de estruturas tridimensionais compostas de painéis que se interceptam. Diversos tipos de intersecções são analisados a fim de se determinar as características de cada tipo quando se consideram as forças verticais de interação entre os painéis. Um edifício composto de painéis concorrentes é inteiramente analisado aproveitando fórmulas desenvolvidas no decorrer do capítulo e utilizando a condição de equilíbrio da força cortante do carregamento e da resultante das forças cortantes nos painéis.

Finalmente no Cap. III pretende-se mostrar a conveniência da aplicação do Método das Diferenças Finitas à resolução dos sistemas de equações diferenciais resultantes da análise de estruturas pelo processo do meio contínuo. Propõe-se também a aplicação do método aos casos em que os painéis não possuem rigidez uniforme com a altura. A precisão do método é avaliada através de resultados comparativos e uma estrutura de edifício composta de paredes e pórticos é analisada.

ABSTRACT

The present work studies by continuous medium technique the distribution of wind load among wind panels of tall buildings.

In Chap. I are studied bending moment and shear force deformable panels, here denominated "general panels". Several simplifications lead to a relatively simple analysis of three-dimensional structures formed by general panels, frames and walls. At the end an example is presented showing process application.

Chap. II treats three-dimensional structures formed by concurrent panels. Several intersections are analysed in order to determinate the characteristics of each case when vertical interaction forces are taken into account. A tall building composed by concurrent panels is analysed making use of expressions deduced along the chapter and of equilibrium condition of external and internal shear forces.

Chap. III intends to show the application of Finite Differences Method to the solution of differential equations resulting from structural analysis by continuous medium process. It is suggested application of the method to non-uniform panels. Accuracy is estimated through comparative results and a three-dimensional frame-wall structure is analysed.

Í N D I C E

	Pág.
I - ANÁLISE DE PAINÉIS COM COMPORTAMENTO MISTO.....	1
I.1- Introdução.....	1
I.2- Painéis.....	2
I.2.1- Painei Parede.....	2
I.2.2- Painei Pórtico.....	4
I.2.3- Painei Geral.....	5
I.3- Estimativa dos Parâmetros.....	7
I.3.1- Painei formado por paredes unidas por lintéis.....	7
I.3.2- Painei formado por pórtico e parede u- nidos por vigas.....	11
I.4- Associação em Série de Painéis Gerais.....	14
I.5- Associação Tridimensional de Painéis Gerais..	15
I.6- Exemplo.....	20
II - INTERSECÇÃO DE PAINÉIS.....	26
II.1- Introdução.....	26
II.2- Intersecções.....	27
II.2.1- Intersecção "lintel-lintel".....	27
II.2.2- Intersecção "parede-parede".....	34
II.2.3- Intersecção "lintel-parede".....	41
II.2.4- Intersecção "pilar-pilar".....	49
II.2.5- Intersecção "lintel-pilar".....	54
II.3- Exemplo.....	61
III - APLICAÇÃO DE DIFERENÇAS FINITAS.....	80
III.1- Introdução.....	80
III.2- Operadores.....	81
III.3- Parede e Pórtico Associados em Série.....	84
III.4- Exemplo 1	87

	Pág.
III.5- Exemplo 2	90
III.6- Associação Tridimensional de Paredes e Pórticos.....	93
III.7- Exemplo 3	
APÊNDICE 1:- COEFICIENTES s_f , s , p_1 , n_1 , p_2	112
1- Rigidez de um pórtico à força cortante: coeficiente s_f	112
2- Pórtico e parede ligados por viga: coeficientes s , p_1 , n_1	114
3- Parede e pórtico ligados por viga: coeficiente p_2	120
APÊNDICE 2:- SOLUÇÃO DO SISTEMA DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS.	122
APÊNDICE 3:- PROGRAMAS FORTRAN PARA O COMPUTADOR IBM-1130	128
1- Associação em série de parede e pórtico..	128
2- Associação Tridimensional de Paredes e Pórticos.....	133
BIBLIOGRAFIA.....	140

I - ANÁLISE DE PAINÉIS COM COMPORTAMENTO MISTO

I.1 - INTRODUÇÃO

STAMATO [1] analisou, por processo contínuo, estruturas de edifícios elevados em que os painéis de contraventamento podem ser ou "paredes" ou "pórticos". Pelo nome genérico de "parede" são designados os painéis deformáveis por momento fletor e rígidos à força cortante. Os painéis rígidos ao momento fletor e deformáveis por força cortante são chamados "pórticos".

Como exemplo de pórtico têm-se os painéis metálicos triangulados (treliças e pórticos com mãos francesas), os pórticos retangulares regulares, em que a rigidez dos pilares não é excessivamente maior que a das vigas, os pórticos de vigas com rigidez bastante elevada e, de maneira geral, pórticos para os quais se possa admitir os pontos médios de vigas e pilares como pontos de momento fletor nulo, quando sujeitos à carga horizontal.

Até o momento a vantagem da técnica do meio contínuo tem sido demonstrada quando os painéis apresentam rigidez uniforme da base ao topo, uniformidade que permite caracterizar e definir os painéis de maneira global, com parâmetros em número relativamente pequeno.

Existem entretanto painéis mais gerais que apresentam um comportamento misto de parede e pórtico, isto é, são deformáveis por momento fletor e força cortante. É o caso do painel formado por n paredes planas ligadas por lintéis, cujo esquema, para $n=3$, se vê na Fig.(4). As paredes em si deformam-se por momento fletor apenas, mas a estrutura apórticada confere ao painel deformabilidade por força cortante. Outro exemplo é o painel resultante da associação em série de parede e pórtico por barras biar-

tículadas, mostrado na Fig. (3). A estrutura da Fig. (7), constituída por parede e pórtico ligados por vigas, constitui mais um painel característico desse tipo de painel geral.

No decorrer deste capítulo estuda-se, pela técnica do meio contínuo, a associação de "painéis gerais" termo que se usará para caracterizar os painéis deformáveis por momento fletor e força cortante.

I.2 - PAINÉIS

Como introdução à análise do "painel geral" e para facilitar a exposição fez-se inicialmente breve tratamento analítico do painel "parede" e a seguir dos "pórticos".

I.2.1 - Painel Parede

Com o nome "parede" convencionou-se chamar os painéis planos, sem rigidez transversal, deformáveis por momento fletor e extremamente rígidos à força cortante. Do inglês (wall) provém o índice genérico "w" dos parâmetros e grandezas relativas às "paredes", que serão supostas de secção constante em toda a sua altura. O carregamento é constituído por carga distribuída qualquer q_w e uma carga concentrada no topo F_w .

O equilíbrio do elemento de altura dz , com a convenção para esforços positivos da Fig. (1-c), permite escrever:

$$\frac{dM_w}{dz} = - Q_w \dots\dots\dots(1)$$

$$\frac{dQ_w}{dz} = - q_w \dots\dots\dots(2)$$

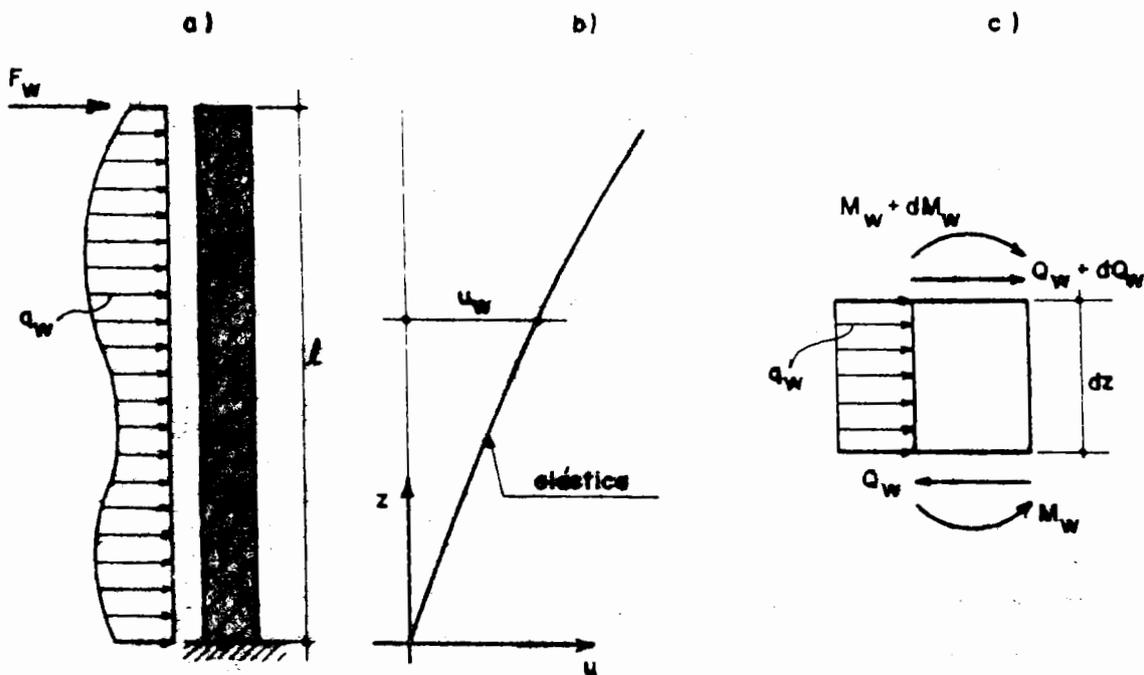


FIG. - 1 - "PAREDE"

Desprezando a deformação por força cortante, a equação da elástica se escreve

$$u_w'' = \frac{d^2 u_w}{dz^2} = \frac{M_w}{j_w} \dots \dots \dots (3)$$

onde j_w representa o produto de rigidez à flexão $E_w J_w$.

Combinando as equações (1) e (3) resulta a equação característica do painel

$$Q_w = -j_w u_w''' \dots \dots \dots (4)$$

Esta equação, em conjunto com as condições de contorno, permite, para um carregamento qualquer, determinar todos os esforços e deslocamentos; por isso diz-se que representa analiticamente o painel.

I.2.2 - Painel Pórtico

Convenciona-se chamar "pórticos" os painéis planos, sem rigidez transversal, deformáveis por força cortante e extremamente rígidos ao momento fletor. O índice "f" (do inglês "frame") caracterizará os parâmetros e grandezas relativos aos pórticos, que terão rigidez constante ao longo da altura. O carregamento também será constituído por uma carga distribuída q_f e uma carga concentrada no topo F_f .

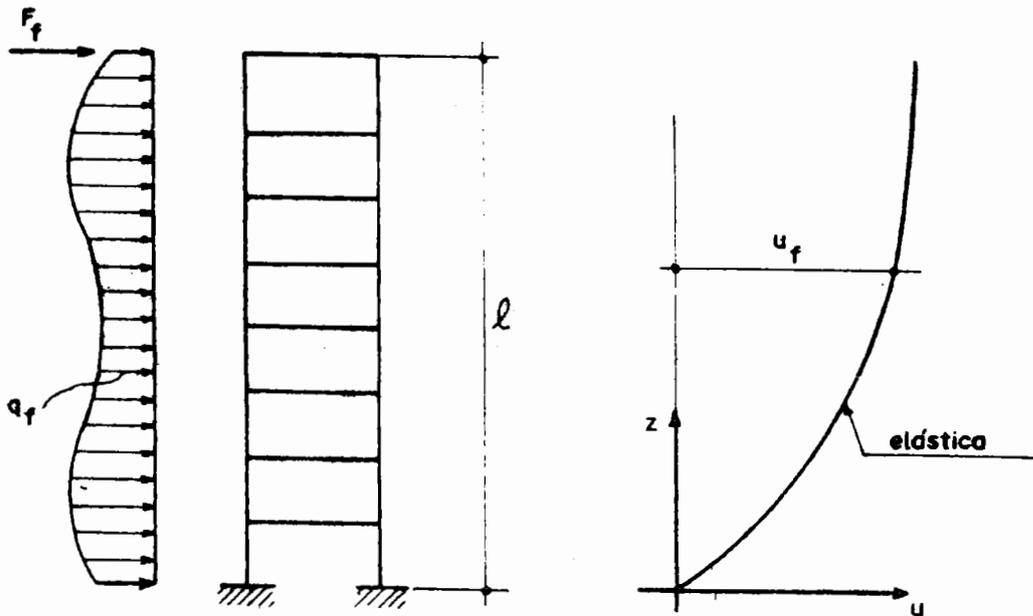


FIG. - 2 - "PÓRTICO"

Sendo a convenção para os esforços positivos a mesma da Fig. (1-c), pelo equilíbrio do elemento genérico dz , segue:

$$\frac{dM_f}{dz} = -Q_f \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$\frac{dQ_f}{dz} = -q_f \quad \dots\dots\dots(6)$$

A equação da elástica, também equação característica dos

pórticos, pode ser escrita [1]

$$Q_f = s_f u_f' \dots\dots\dots(7)$$

onde s_f é a rigidez à força cortante, cuja estimativa é apresentada em diversos trabalhos [1], [2] e no APÊNDICE 1.

A Fig. (2) mostra a elástica do pórtico, ou seja os deslocamentos horizontais do conjunto, diferindo, é claro, da elástica dos pilares que, devido ao engastamento, possuem rotações nulas na base.

A equação (7), juntamente com as condições de contorno, permite determinar todos os esforços e deslocamentos do painel.

1.2.3 - Painel Geral

Como primeiro exemplo de "painel geral" estude-se o painel obtido pela associação em série de parede e pórtico por barras bi-articuladas com rigidez axial infinita. As barras de ligação representam as lajes dos andares que são supostas de rigidez transversal desprezível e infinitamente rígidas em seu plano. Este problema está tratado de maneira completa em [1]; entretanto, para maior clareza, repete-se aqui o que parece essencial.

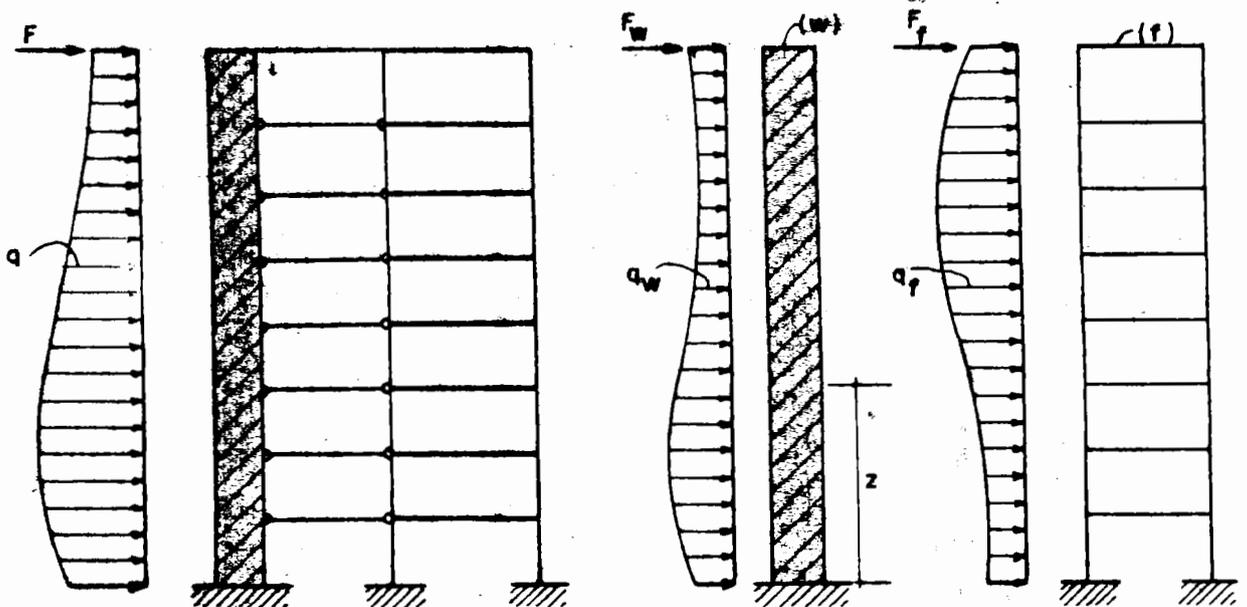


FIG. - 3 - "PAREDE E PÓRTICO" EM SÉRIE

A técnica a utilizar será a do "meio contínuo" na qual as barras bi-articuladas são supostas continuamente distribuídas ao longo da altura z . O carregamento é constituído por carga distribuída e carga concentrada no topo. Como a força cortante externa Q em qualquer nível é equilibrada pelas forças cortantes Q_w na parede e Q_f no pórtico, pode-se escrever:

$$Q = Q_w + Q_f, \dots\dots\dots(8)$$

ou, tendo em vista as equações (4) e (7) segue:

$$Q = -j_w u'''' + s_f u', \dots\dots\dots(9)$$

uma vez que, supostas axialmente rígidas as barras de ligação os deslocamentos u_w e u_f são iguais e designados por u .

As condições de contorno que permitem determinar a função deslocamento incógnita da equação (9), com o sistema de eixos das Figs. (1) e (2) são:

$$u(0) = u'(0) = u''(\ell) = 0 \dots\dots\dots(10)$$

correspondentes, respectivamente, a deslocamento nulo na base, engastamento perfeito e momento nulo no topo da parede.

A partir da equação (9), comparada com as equações (4) e (7), deduz-se que o painel resultante da associação em série de parede e pórtico deforma-se por momento fletor (como mostra o termo $-j_w u''''$ da equação (9)) e por força cortante (conforme o termo $s_f u'$). O "painel geral" é então expresso pela equação

$$Q_g = -j_g u'''' + s_g u' \dots\dots\dots(11)$$

onde o primeiro e segundo termos da direita correspondem à deformabilidade por momento fletor e por força cortante, respectivamente. Na equação (11), j_g e s_g são os parâmetros do painel

geral, que devem ser estimados para os diversos tipos de painéis que se enquadram neste tipo.

I.3 - ESTIMATIVA DOS PARÂMETROS

I.3.1 - Painel formado por paredes unidas com lintéis

Considere-se o painel da Fig. (4), formado por 3 paredes com produto de rigidez à flexão j_1, j_2, j_3 , respectivamente, ligadas duas a duas por lintéis iguais e igualmente espaçados de h . Os lintéis do primeiro e segundo conjunto tem, respectivamente, momentos de inércia i_1 e i_2 .

Sendo pequena a rigidez dos lintéis em vista das rigidezes das paredes, admitem-se os centros dos vãos horizontais como pontos de momento nulo, sendo incógnitas as forças cortantes correspondentes.

Tendo em vista a solução contínua, a rigidez e a força cortante em cada lintel são distribuídas ao longo do espaçamento h . Assim em cada conjunto de lintéis tem-se como incógnita a função força cortante definida nos pontos de momento nulo. Estas funções serão designadas $q_1(z)$ e $q_2(z)$ enquanto por M_i, Q_i, N_i ($i = 1, 2, 3$) designam-se os esforços na parede i .

As características geométricas da estrutura estão mostradas na Fig. (4) e o carregamento consta de carga distribuída e carga concentrada no topo. O sistema de eixos (u, z) a usar é o mesmo das páginas anteriores.

Pelo equilíbrio do elemento genérico da parede (1), com os esforços positivos mostrados na Fig. (4-b), segue

$$\frac{dN_1}{dz} = -q_1 \dots \dots \dots (12)$$

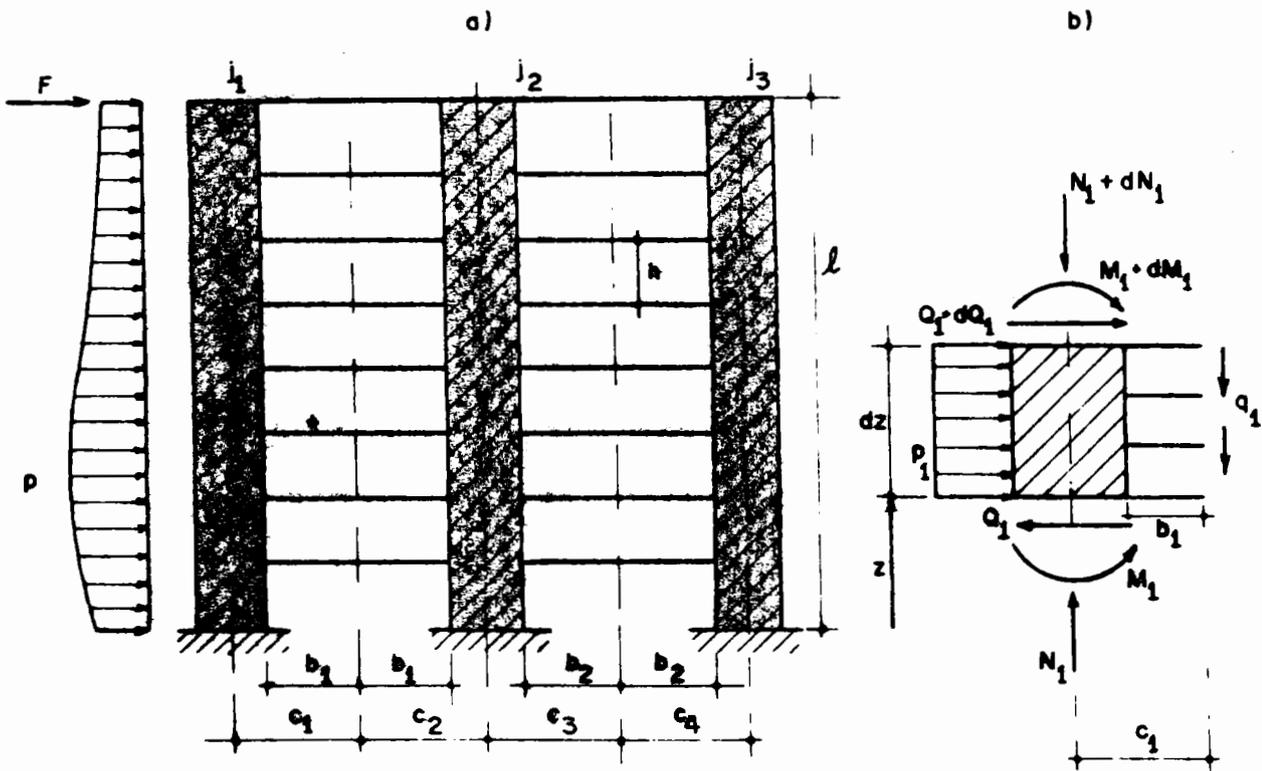


FIG. - 4 - ASSOCIAÇÃO DE PAREDES COM LINTÉIS

$$\frac{dQ_1}{dz} = -p_1 \quad \dots\dots\dots(13)$$

$$\frac{dM_1}{dz} = -Q_1 - q_1 c_1 \quad \dots\dots\dots(14)$$

Da equação (14), combinada com a equação da elástica (3), obtêm-se a força cortante na parede (1)

$$Q_1 = -j_1 u'''' - q_1 c_1 \quad \dots\dots\dots(15)$$

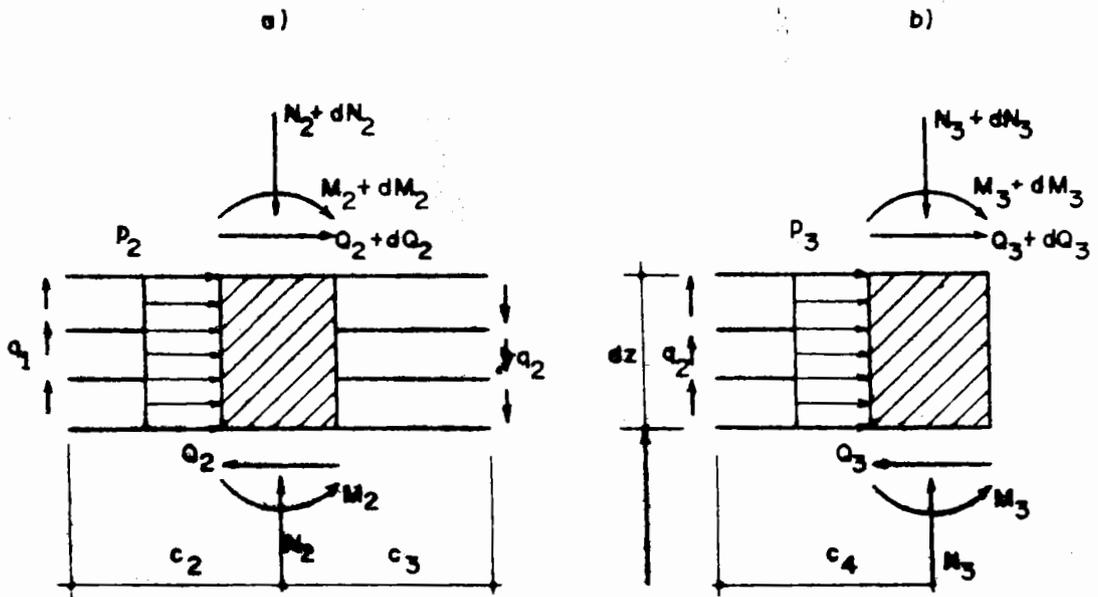


FIG. - 5 - CONVENÇÃO DE ESFORÇOS

O equilíbrio do elemento genérico da parede (2), tendo em conta a convenção da Fig. (5-a), permite escrever:

$$\frac{dN_2}{dz} = q_1 - q_2 \dots\dots\dots(16)$$

$$\frac{dQ_2}{dz} = -P_2 \dots\dots\dots(17)$$

$$\frac{dM_2}{dz} = -Q_2 - q_1 c_2 - q_2 c_3 \dots\dots\dots(18)$$

Da equação (18), em conjunto com a equação da elástica (3), resulta:

$$Q_2 = -j_2 u'''' - q_1 c_2 - q_2 c_3 \dots\dots\dots(19)$$

Finalmente, escrevem-se as equações relativas ao equilíbrio do elemento genérico da parede (3), mostrado na Fig.(5-b)

$$\frac{dN_3}{dz} = +q_2 \dots\dots\dots(20)$$

$$\frac{dQ_3}{dz} = -p_3 \quad \dots\dots\dots(21)$$

$$\frac{dM_3}{dz} = -Q_3 - q_2 c_4 \quad \dots\dots\dots(22)$$

A força cortante correspondente será

$$Q_3 = -j_3 u''' - q_2 c_4 \quad \dots\dots\dots(23)$$

Somando as equações (15), (19), (23) e tendo em conta o equilíbrio de parte da estrutura situada acima da cota z obtém-se:

$$Q = -(j_1 + j_2 + j_3) u''' - q_1 (c_1 + c_2) - q_2 (c_3 + c_4) \quad \dots(24),$$

onde Q é a força cortante correspondente ao carregamento situado acima da cota z.

Os lintéis são seccionados nos pontos de momento nulo, onde são aplicadas as forças cortantes incógnitas. Estes pontos considerados como pertencentes à uma ou à outra parede vizinha deslocam-se "diferentemente", sendo cada deslocamento devido, respectivamente, à deformação da parede por força normal (Fig. 6-a) à flexão da parede (Fig. 6-b) e à deformação do lintel por flexão e força cortante (Fig. 6-c).

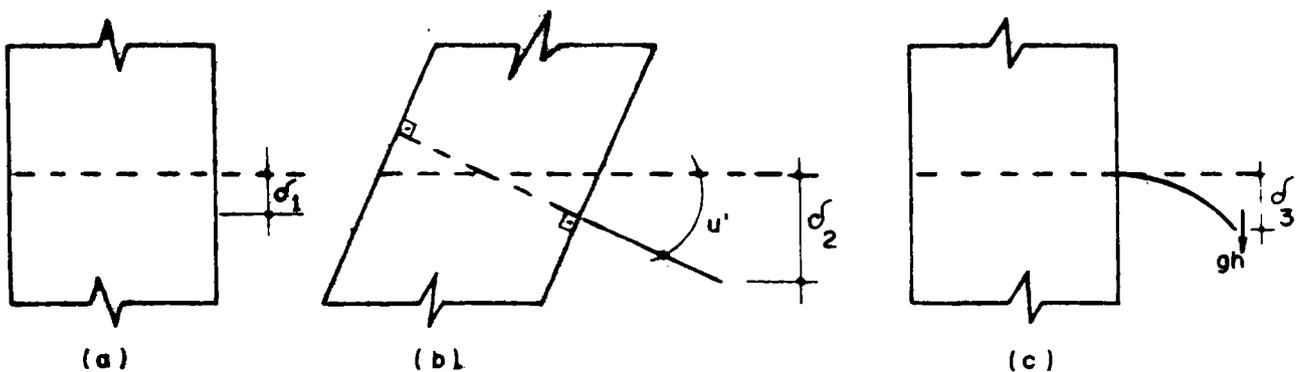


FIG. - 6 - DESLOCAMENTO DOS PONTOS DE CORTE

As equações que compatibilizam tais deslocamentos, para o primeiro e segundo conjunto de lintéis, são, respectivamente:

$$u'c_1 + q_1 \frac{hb_1^3}{3Ei_1} = -u'c_2 - q_1 \frac{hb_1^3}{3Ei_1} \dots\dots\dots(25)$$

$$u'c_3 + q_2 \frac{hb_2^3}{3Ei_2} = -u'c_4 - q_2 \frac{hb_2^3}{3Ei_2} \dots\dots\dots(26)$$

onde foram desprezadas as deformações devidas à força normal nas paredes e à força cortante nos lintéis.

Explicitando q_1 e q_2 nas equações de compatibilidade (25), (26) e substituindo na equação (24) chega-se a:

$$Q = -(j_1+j_2+j_3)u'''' + \frac{3E}{2h} \left[i_1 \frac{(c_1+c_2)^2}{b_1^3} + i_2 \frac{(c_3+c_4)^2}{b_2^3} \right] u' \dots(27)$$

equação que permite obter os parâmetros do painel geral:

$$j_g = j_1 + j_2 + j_3 \dots\dots\dots(28)$$

$$s_g = \frac{3E}{2h} \left[i_1 \frac{(c_1+c_2)^2}{b_1^3} + i_2 \frac{(c_3+c_4)^2}{b_2^3} \right] \dots\dots\dots(29)$$

A partir das equações (28), (29) deduzem-se facilmente os parâmetros para um número qualquer de paredes.

Prendendo-se ao objetivo deste trabalho, deixa-se de desenvolver aqui o estudo detalhado da estrutura, que pode ser encontrado em [3].

I.3.2 - Painel formado por pórtico e parede ligados com vigas

CARDAN [4] analisou o painel formado por parede e pórtico ligados por vigas como mostra a Fig. (7-a). A hipótese de trabalho supõe as forças de interação entre os painéis continuamente distribuídas ao longo de toda a altura o que caracteriza a solução contínua.

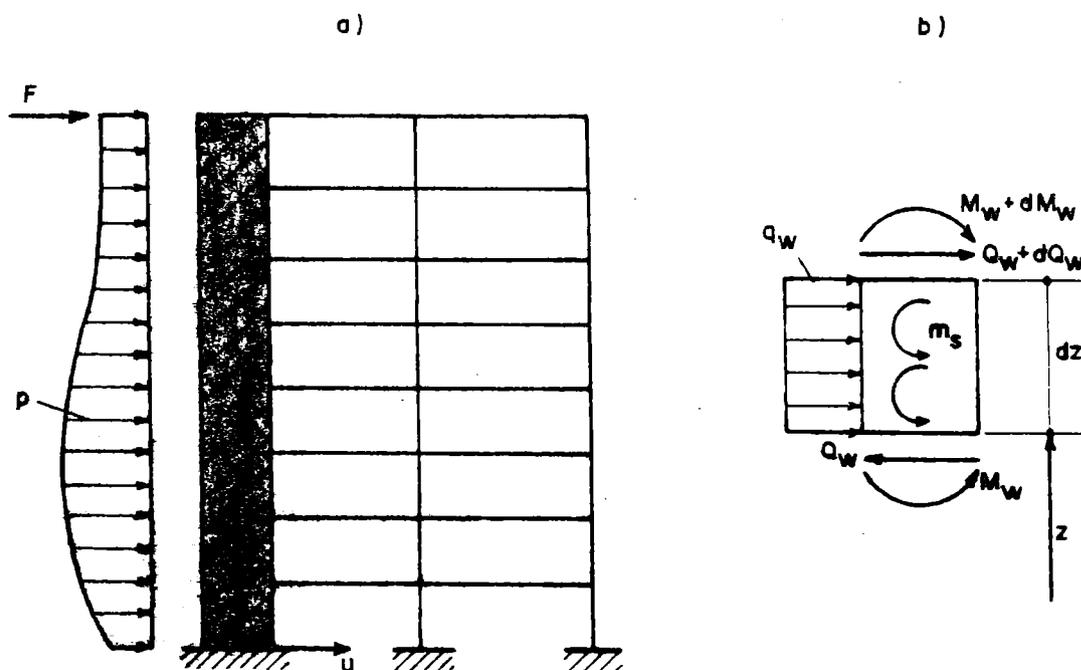


FIG. - 7 - PAREDE E PÓRTICO LIGADOS POR VIGA

Com esta hipótese o pórtico reage elasticamente sobre a parede com carga distribuída horizontal, momento distribuído m_s aplicado no eixo da parede e reação vertical à altura de cada andar que também se distribue ao longo do pé-direito. O efeito desta última carga (produz força normal na parede) não será considerado; por isso não aparece na Fig. (7-b) que mostra o sentido positivo dos esforços na parede. O carregamento e o sistema de eixos são os correntes neste trabalho.

Em seu trabalho, CARDAN deduz a equação diferencial do painel levando em conta, ao escrever a equação da elástica da parede, as deformações por força cortante. Aqui apresenta-se uma dedução mais simples e imediata.

Pelo equilíbrio à rotação do elemento genérico da parede segue:

$$\frac{dM_w}{dz} = -Q_w + m_s \dots\dots\dots(30)$$

Desprezando as deformações da parede por força cortante a equação da elástica será:

$$M_w = j_w u'' \dots\dots\dots(31)$$

Das equações (30) e (31) obtêm-se a força cortante na parede

$$Q_w = -j_w u'''' + m_s \dots\dots\dots(32)$$

Chamando ϕ_B e ϕ_S os giros da secção genérica da parede devidos ao momento fletor e à força cortante respectivamente, tem-se, conforme CARDAN

$$m_s = p_1 \phi_B + p_2 \phi_S \dots\dots\dots(33)$$

ou

$$m_s = p_1 \phi + (p_2 - p_1) \phi_S = p_1 u' + \frac{3Q_w}{AE} (p_2 - p_1) \dots\dots(34)$$

sendo $\phi = \phi_B + \phi_S$ o giro total e adotando a expressão aproximada

$$\phi_S = \frac{3Q_w}{AE} \dots\dots\dots(35)$$

onde A é a área da parede e E o módulo de elasticidade.

Usando as equações (32), (34) chega-se à expressão da força cortante na parede em função do deslocamento horizontal

$$\alpha Q_w = -j_w u'''' + p_1 u' \dots\dots\dots(36)$$

onde

$$\alpha = 1 - \frac{3}{AE} (p_2 - p_1) \dots\dots\dots(37)$$

A força cortante no pórtico, com a mesma convenção para esforços positivos da Fig. (7-b), vale

$$Q_f = s u' \dots\dots\dots(38)$$

Pelo equilíbrio das forças cortantes externa e internas, em uma cota genérica z, vem:

$$Q = Q_w + Q_f = -\frac{j_w}{\alpha} u'''' + \left(\frac{p_1}{\alpha} + s\right) u' \dots\dots(39)$$

Os parâmetros do painel geral são, portanto:

$$j_g = \frac{j_w}{\alpha} \dots\dots\dots(40)$$

$$s_g = \frac{p_1}{\alpha} + s \dots\dots\dots(41)$$

onde α é dado pela equação (37) e os coeficientes p_1 , p_2 , s são apresentados no APÊNDICE 1.

Observa-se, oportunamente, que qualquer painel geral com parâmetros j_g e s_g é equivalente ao painel resultante da associação em série por barras biarticuladas de uma parede com produto de rigidez j_g e um pórtico com rigidez s_g .

I.4 - ASSOCIAÇÃO EM SÉRIE DE PAINÉIS GERAIS

Com a finalidade de tornar mais gerais os resultados a serem obtidos, entender-se-á que toda parede é um painel geral particular com $j_g = j_w$ e $s_g = 0$ e que o pórtico possui parâmetros gerais $j_g = 0$ e $s_g = s_f$. Além disso todo painel geral pode ser considerado equivalente a uma parede e um pórtico associados em série por barras bi-articuladas. Com estas considerações a associação de n painéis gerais, por barras bi-articuladas, a seguir estudada, é generalizada, podendo englobar maior número de casos. Citam-se como exemplo de casos particulares:

- a) associação de paredes e pórticos
- b) associação de paredes e painéis gerais com $j_g \neq 0$ e $s_g \neq 0$
- c) associação de pórticos e painéis gerais com $j_g \neq 0$ e $s_g \neq 0$
- d) associação de pórticos, paredes e painéis gerais com $j_g \neq 0$ e $s_g \neq 0$

A equação da força cortante no painel genérico "g", em função dos deslocamentos horizontais se escreve

$$Q_g = -j_g u'''' + s_g u' \quad (g=1,2,\dots,n) \quad \dots\dots(42)$$

pois a hipótese de inextensibilidade das barras de ligação garante

$$u_g = u \quad (g = 1,2,\dots,n)$$

Sendo, em qualquer cota z

$$Q = \sum_1^n Q_g \quad \dots\dots\dots(43)$$

onde Q é a força cortante do carregamento, deduz-se a equação diferencial do problema:

$$Q = - \left(\sum_1^n j_g \right) u'''' + \left(\sum_1^n s_g \right) u' \quad \dots\dots\dots(44)$$

A função deslocamento u solução da equação (44) possui três constantes arbitrárias que são determinadas pelas condições de contorno

$$u(0) = u'(0) = u''(\ell) = 0 \quad \dots\dots\dots(45)$$

válidas desde que as paredes sejam supostas rigidamente engastadas na base e sendo nulo o momento fletor no topo (ordenada ℓ) de cada parede.

I.5 - ASSOCIAÇÃO TRIDIMENSIONAL DE PAINÉIS GERAIS

STAMATO [1] analisou pela técnica do meio contínuo a associação tridimensional de pórticos e paredes. A solução apresentada foi generalizada por MANCINI [5], considerando as paredes elasticamente engastadas na base. Aqui trata-se de estudar a associação de painéis gerais. Para isso considere-se a estru-

tura de edifício constituída por lajes horizontais e painéis com rigidez constante ao longo da altura.

As hipóteses de cálculo são:

a) as lajes, supostas extremamente rígidas em seu próprio plano e sem rigidez transversal, transmitem continuamente em toda a altura do edifício as forças horizontais de interação entre os painéis, isto é, substitue-se o conjunto das lajes por uma infinidade de diafragmas horizontais.

b) é desprezada qualquer interação entre painéis que se interceptam, isto é, supõe-se que os painéis trabalham independentemente.

O carregamento, horizontal, está contido em um plano vertical π sendo constituído por uma carga uniformemente distribuída p ao longo da altura do edifício e uma carga concentrada no topo F .

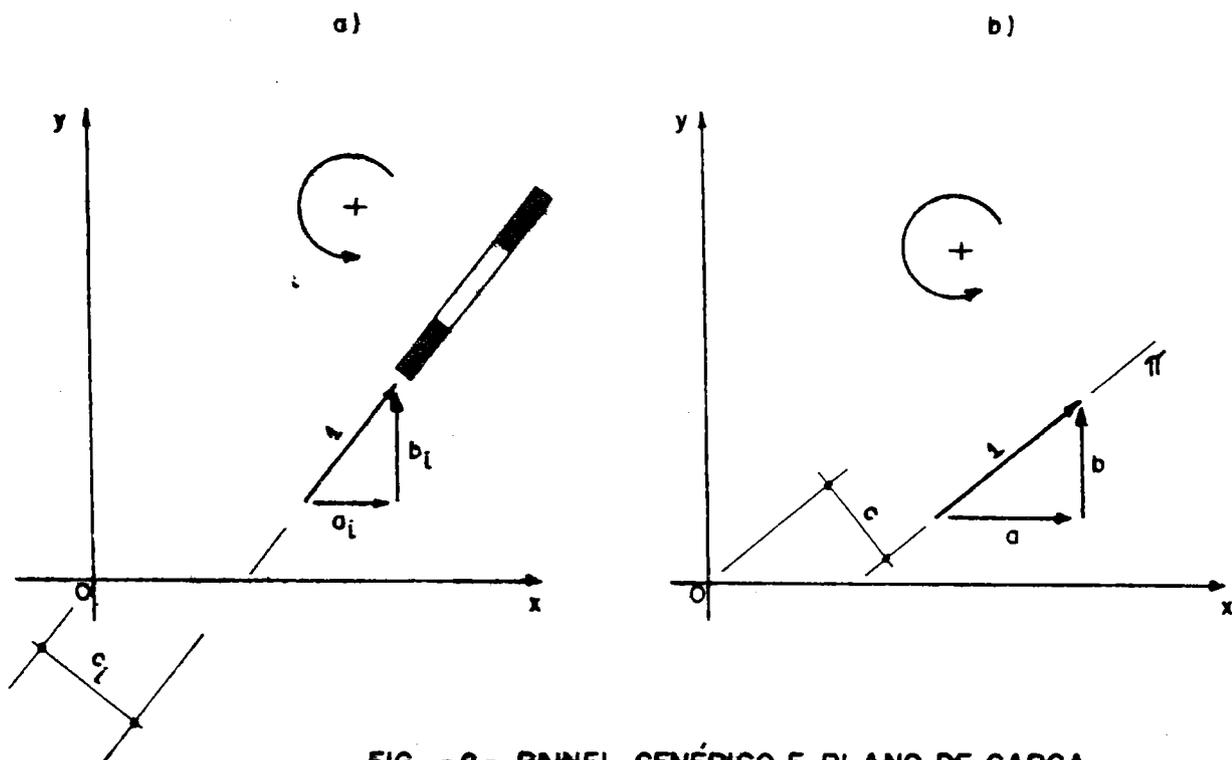


FIG. - 8 - PAINEL GENÉRICO E PLANO DE CARGA

Para definir geometricamente a estrutura usa-se um sistema de referência global $Oxyz$ com a origem O na base do edifício e formado por três eixos tri-ortogonais Ox , Oy e Oz , sendo o último vertical.

Tomando no plano π um vetor horizontal unitário, as suas componentes \underline{a} e \underline{b} em relação aos eixos Ox e Oy , respectivamente, definem o sentido das cargas. A posição do plano π é dada pelo momento \underline{c} deste vetor em relação ao eixo Oz , cujo sentido positivo é o anti-horário (Fig. 8-b).

Os deslocamentos do painel genérico serão referidos a um versor de componentes \underline{a}_i e \underline{b}_i , Fig. (8-a), com a direção do painel e de sentido arbitrário. O momento \underline{c}_i deste versor, em relação ao eixo Oz , positivo no sentido anti-horário, define a posição do painel.

Define-se ainda no plano de cada painel um sistema local de referência, constituído pelo seu vetor unitário e o eixo vertical $O_i z$ ao qual serão referidos os deslocamentos, os esforços M_i e Q_i e a carga horizontal (q_i, F_i) .

Com a hipótese de cálculo b) a única incógnita - que determinada permite calcular os esforços e deslocamentos de qualquer painel - é o deslocamento do diafragma genérico. Este deslocamento será referido ao sistema global de referência e definido pelas funções de z

u - deslocamento do ponto \bar{O}_z (definido adiante) segundo x

v - deslocamento do ponto \bar{O}_z segundo y

w - rotação do diafragma em torno do eixo Oz , positiva no sentido anti-horário.

O ponto \bar{O}_z situa-se na interseção do eixo Oz com o diafragma genérico.

O deslocamento u_i do painel genérico é a função linear dos deslocamentos u, v, w dos diafragmas:

$$u_i = a_i u + b_i v + c_i w \dots\dots\dots(46)$$

Sendo a equação do painel genérico

$$Q_i = -j_i u_i'''' + s_i u_i', \dots\dots\dots(47)$$

usando a equação (46), obtém-se a força cortante no painel i

$$Q_i = -j_i(a_i u'''' + b_i v'''' + c_i w'''') + s_i(a_i u' + b_i v' + c_i w') \dots\dots\dots(48)$$

Multiplicando a equação (48) sucessivamente por a_i, b_i e c_i , somando e tendo em conta o equilíbrio da força cortante externa Q e as internas Q_i

$$\begin{aligned} \sum Q_i a_i &= Qa \\ \sum Q_i b_i &= Qb \dots\dots\dots(49) \\ \sum Q_i c_i &= Qc \end{aligned}$$

obtém-se

$$-[J] [U''''] + [S] [U'] = Q[A] \dots\dots\dots(50)$$

onde

$$[J] = \begin{bmatrix} J_{aa} & J_{ab} & J_{ac} \\ J_{ab} & J_{bb} & J_{bc} \\ J_{ac} & J_{bc} & J_{cc} \end{bmatrix} \dots\dots\dots(51)$$

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{aa} & S_{ab} & S_{ac} \\ S_{ab} & S_{bb} & S_{bc} \\ S_{ac} & S_{bc} & S_{cc} \end{bmatrix} \dots\dots\dots(52)$$

$$[A] = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \dots\dots\dots(53)$$

$$[U] = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \dots\dots\dots(54)$$

e $Q = F + p(\ell - z) \dots\dots\dots(55)$

Nas equações (51) e (52), usou-se a notação

$$J_{kl} = \sum j_{i,k} \ell_i \dots\dots\dots(56)$$

$$S_{kl} = \sum s_{i,k} \ell_i$$

onde k e l são quaisquer das coordenadas a, b e c. Supondo o conjunto de painéis não degenerado, isto é, admitindo existir pelo menos três painéis não concorrentes em um mesmo ponto e não paralelos a uma mesma reta, a condição de ser nulo o deslocamento na base dos painéis, tendo em vista a equação (46), é expressa por

$$u(o) = v(o) = w(o) = 0 \dots\dots\dots(57)$$

Se o painel k contém parede tem-se

$$u'_k(o) = 0 \quad e \quad u''_k(\ell) = 0 \dots\dots\dots(58)$$

relativos, respectivamente, ao engastamento rígido na base e a não existência de momento aplicado no topo da parede.

A equação (50) em conjunto com as condições de contorno dadas pelas equações (57) e (58) permitem determinar a função deslocamento incógnita, sendo a técnica de resolução encontrada em [5] e no APÊNDICE 2. A partir dos deslocamentos podem ser cal

culados todos os esforços nos painéis.

1.6 - EXEMPLO

Como exemplo de associação tridimensional de painéis gerais é apresentado o edifício cuja planta está representada na Fig. (9), constituído de 10 andares de pé-direito 3,00m. As dimensões de paredes, pilares e vigas estão mostradas na Fig. (9) onde as setas indicam o sentido positivo dos deslocamentos horizontais e da força cortante nos painéis. O carregamento é constituído pela carga uniformemente distribuída $p = 1,2 \text{ t/m}$.

Note-se que o conjunto de painéis, neste exemplo, é degenerado, podendo receber carga somente na direção do eixo y. Para torná-lo não degenerado poder-se-ia supor a existência de uma parede situada no plano de simetria x. Esta receberia somente carregamento com a sua própria direção não influenciando portanto na distribuição da carga em exame entre os diversos painéis.

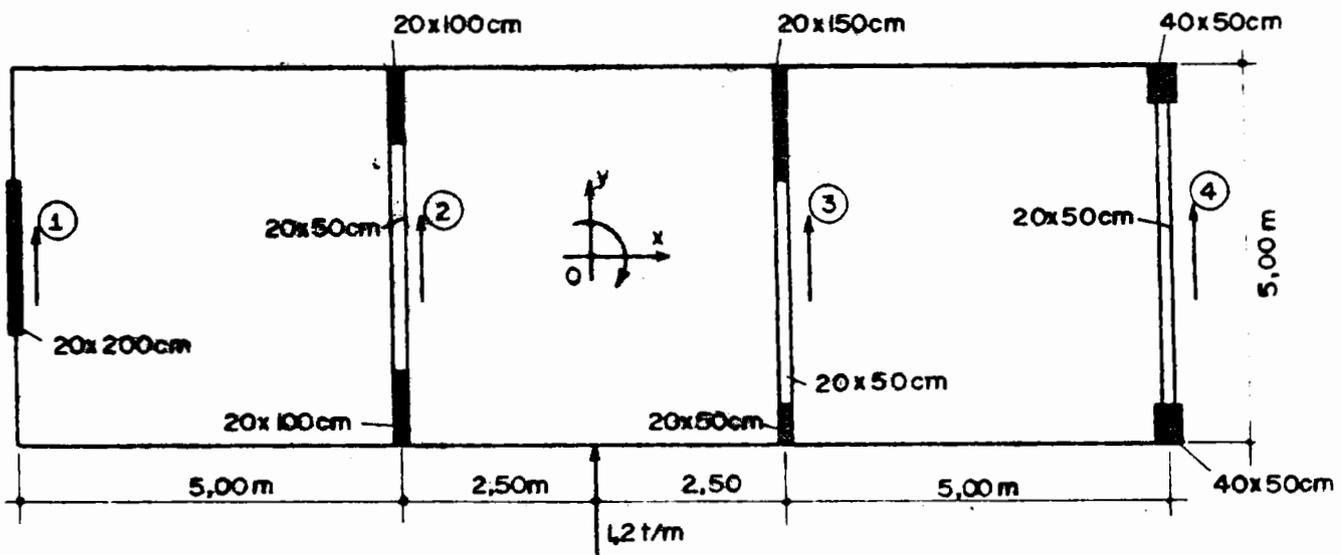


FIG. - 9- PLANTA DO EDIFÍCIO

O sistema de referência global é constituído pelos eixos Ox, Oy mostrados na figura e o eixo vertical Oz. O sentido positivo para rotações é o horário.

A seguir determinam-se os parâmetros j_g e s_g para cada painel. Para E toma-se o valor 200.000 kg/cm^2 .

a) PAINEL 1

$$J = \frac{bh^3}{12} = \frac{0,20 \times 2,0^3}{12} = 0,1332 \text{ m}^4$$

$$j = E.J = 0,1332 \times 2,0 \times 10^6 = 2,664 \times 10^5 \text{ tm}^2$$

b) PAINEL 2

Este painel é constituído por duas paredes unidas por lintéis. De acordo com a equação (28) tem-se

$$j_g = j_1 + j_2$$

onde

$$j_1 = EJ_1 = 2,0 \times 10^6 \times \frac{0,20 \times 1,0^3}{12} = 3,34 \times 10^4 \text{ tm}^2$$

e

$$j_2 = EJ_2 = 3,34 \times 10^4 \text{ tm}^2$$

e portanto

$$j_g = 6,68 \times 10^4 \text{ tm}^2$$

Pela equação (29) segue que

$$s_g = \frac{3}{2} Ei \frac{(c_1 + c_2)^2}{hb^3}$$

onde

$$c_1 = c_2 = 2,00 \text{ m}; \quad b = 1,50 \text{ m}; \quad h = 3,00 \text{ m}$$

$$i = \frac{0,20 \times 0,5^3}{12} = 20,8 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

e portanto

$$s_g = 9.860 \text{ t}$$

c) PAINEL 3

O painel (3) é formado por parede e pórtico ligados por viga. Aplicam-se então as equações (40), (41) e (37) que são, respectivamente

$$j_g = \frac{j_w}{\alpha}$$

$$s_g = \frac{P_1}{\alpha} + s$$

$$\alpha = 1 - \frac{3}{AE}(P_2 - P_1)$$

Conforme o APÊNDICE 1

$$P_1 = \frac{6Ek_4}{h} \left(1 + \frac{b_1}{2a_1} \right) \left[1 + \frac{b_1}{a_1} - \frac{k_4}{2 \sum k} \left(1 + \frac{3}{2} \frac{b_1}{a_1} \right) \right]$$

e

$$\sum k = 3k_3 + k_4$$

onde tendo em vista a Fig. (10)

$$a_1 = 32,5 \text{ dm}$$

$$b_1 = 15,0 \text{ dm}$$

$$h = 30,0 \text{ dm}$$

$$k_3 = \frac{2,0 \times 5,0^3}{12 \times 30,0} = 0,695 \text{ dm}^3$$

$$k_4 = \frac{2,0 \times 5,0^3}{12 \times 32,5} = 0,640 \text{ dm}^3$$

$$\sum k = 3 \times 0,695 + 0,640 = 2,725 \text{ dm}^3$$

e, portanto

$$P_1 = 0,397 \times 10^4 \text{ t}$$

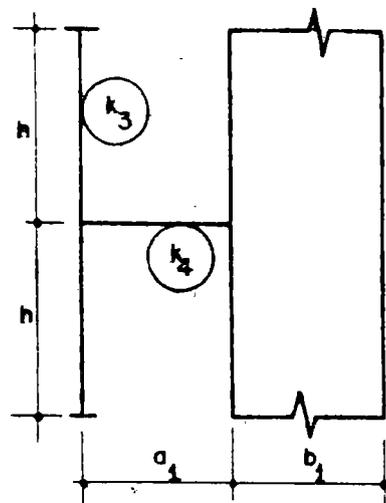


FIG. -10- PAINEL (3)

Ainda segundo o APÊNDICE 1

$$p_2 = \frac{6Ek_4}{h} \left[1 + \frac{b_1}{a_1} - \left(1 + \frac{3}{2} \frac{b_1}{a_1} \right) \frac{k_4}{2 \sum k} \right] = 0,324 \times 10^4 \text{ t}$$

e

$$s = \frac{18Ek_3}{h} \left(1 + \frac{b_1}{2a_1} \right) \frac{k_4}{\sum k} = 2410 \text{ t}$$

Com

$$A = 30,0 \text{ dm}^2$$

encontra-se

$$\alpha = 1,0036$$

Finalmente

$$j_g = \frac{2,0 \times 10^4 \times 2,0}{1,0036} \times \frac{15^3}{12} = 1125 \times 10^4 \text{ tdm}^2$$

$$s_g = \frac{0,397 \times 10^4}{1,0036} + 2410 = 6160 \text{ t}$$

d) PAINEL 4

Trata-se de um pórtico regular de rigidez constante com a altura, cuja estimativa é dada, conforme o APÊNDICE 1, por

$$s_f = \frac{12E}{h} \sum_{n,d} \left[k_{p.n.} \frac{\sum_{v,n} k}{\sum_{b,n} k} \right]$$

onde

$$k_{p.n.} = \frac{4,0 \times 5,0^3}{12} \times \frac{1}{30,0} = 1,386 \text{ dm}^3$$

$$\sum_{v,n} k = \frac{2,0 \times 5,0^3}{12} \times \frac{1}{45,0} = 0,463 \text{ dm}^3$$

$$\sum_{b,n} k = 2 \times 1,386 + 0,463 = 3,235 \text{ dm}^3$$

e portanto

$$s_g = 3170 \text{ t}$$

Considerando cada um dos painéis (2) e (3) equivalente a uma parede e um pórtico associados em série por barras bi-articuladas, o edifício em estudo pode ser tratado como uma associação tridimensional de paredes e pórticos, no modelo apresentado em [1], cuja técnica de solução pode ser então aproveitada.

Neste caso as paredes e pórticos da estrutura equivalente são abaixo definidas, em correspondência ao sistema de eixos da Fig. (9).

Parede	a_i	b_i	c_i (m)	j (t.m ²)
1	0,0	+1,0	+7,5	266400
2	0,0	+1,0	+2,5	66800
3	0,0	+1,0	-2,5	112500

Pórtico	a_i	b_i	c_i (m)	s_f (t)
1	0,0	+1,0	+2,5	9860
2	0,0	+1,0	-2,5	6160
3	0,0	+1,0	-7,5	3170

O painel (2) é equivalente a associação em série por barras bi-articuladas da parede (2) e o pórtico (1) e o painel (3) é substituído pela parede (3) e pórtico (2) associados em série.

Na Fig. (11) apresentam-se os resultados obtidos para as forças cortantes nos painéis.

O painel (2) constituído pela associação de duas paredes com lintéis apresenta comportamento mais próximo ao de pórtico o que pode ser observado comparando o diagrama de sua força cortante com o diagrama da força cortante no painel pórtico (4). Observa-se ainda que a presença de duas paredes confere ao painel rigidez nas proximidades da base.

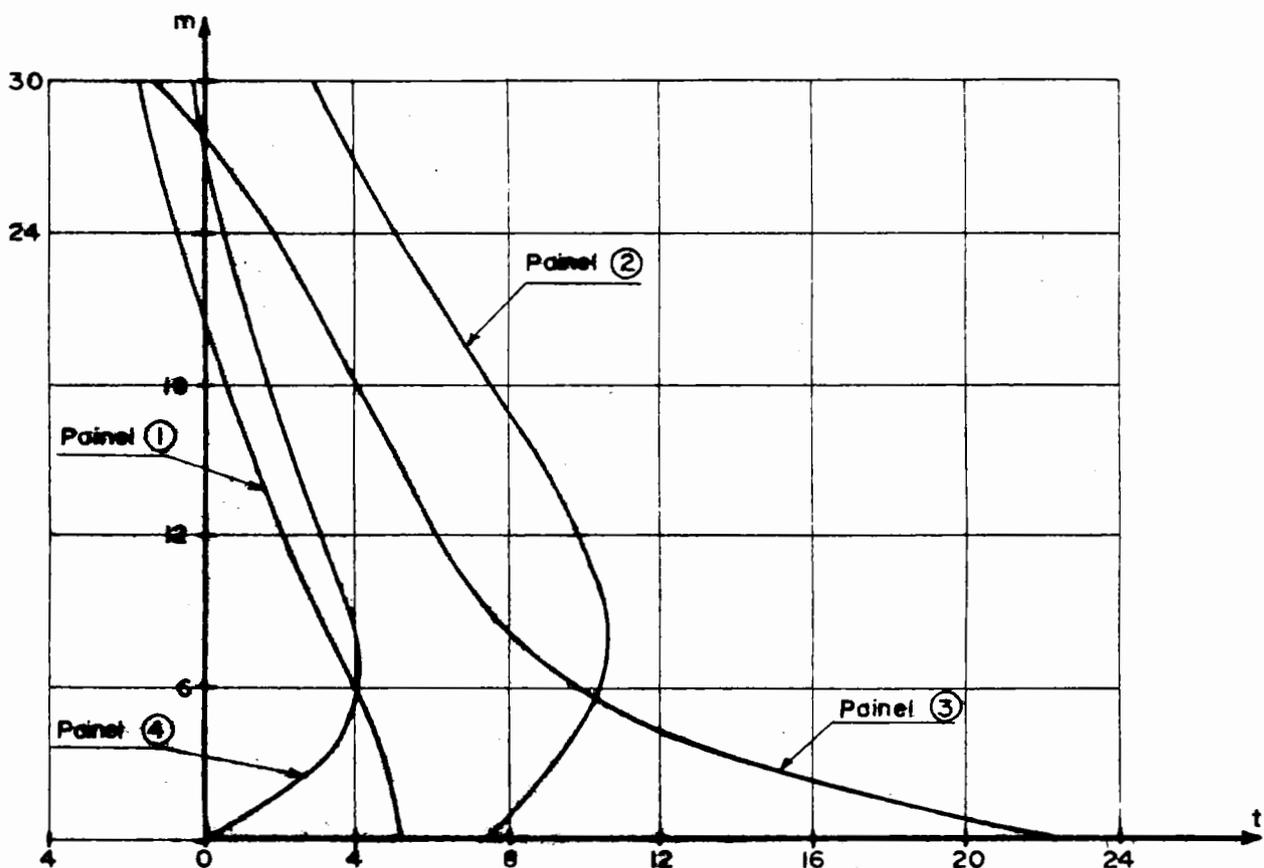


FIG. - 11 - FORÇAS CORTANTES NOS PAINÉIS

O painel geral (3) possui comportamento aproximado ao de parede. Apesar de sua elevada rigidez o painel parede (1) recebe carga relativamente pequena devido à rotação dos diafragmas no sentido anti-horário.

O diagrama de força cortante no painel p \ddot{o} rtico (4) é t \acute{u} pico. O andar da base não sofre distorção, impedido pelo engastamento r \acute{i} gido das paredes, resultando nula a força cortante.

Todos os painéis recebem carga concentrada no topo o que é característico de estrutura composta pela associação de paredes e p \ddot{o} rticos.

II - INTERSECÇÃO DE PAINÉIS

II.1 - INTRODUÇÃO

Na análise de estruturas tridimensionais de edifícios, correntemente supostas constituídas por um conjunto discreto de painéis, diversas hipóteses tem sido adotadas na abordagem do problema de painéis concorrentes. Sempre considerando as lajes transmitindo rigidamente os esforços de interação horizontais entre os diversos painéis, são desprezados, às vezes, ora os deslocamentos verticais ora os esforços verticais ao longo das intersecções.

Desprezar os deslocamentos verticais é razoável quando existe coluna ou pilar parede na intersecção, desde que a altura do edifício seja moderada. FRANCO [6] mostra através de um exemplo a grande influência das deformações verticais dos pilares evidenciando que esta aproximação não será sempre aceitável.

Enquanto supor desprezíveis os deslocamentos verticais superestima a rigidez do conjunto, esta é subestimada quando são desprezadas as forças de interação verticais entre os painéis. Com esta última hipótese os pontos situados na intersecção terão deslocamentos verticais diferentes conforme sejam considerados pertencer a um ou a outro dos painéis concorrentes.

STAMATO e SMITH [7] desenvolveram processo discreto que leva em conta as forças verticais transmitidas entre si pelos painéis. A comparação dos resultados obtidos mostra que as citadas hipóteses simplificadoras alteram substancialmente a distribuição da carga entre os painéis. No exemplo estudado, ao desprezar os esforços verticais de interação, subestimam-se

os esforços nos painéis de "flange" (normais ao vento). Quando desprezam-se os deslocamentos verticais estes esforços são superestimados.)

A análise aqui desenvolvida, por processo contínuo, considera a influência dos esforços de interação verticais na distribuição da carga do vento entre os diversos painéis.

II.2 - INTERSECÇÕES

A seguir são analisados diversos exemplos de intersecções como estudo preliminar ao de estruturas de edifícios com painéis concorrentes.

Como será entendido mais tarde, usando-se como condição de equilíbrio a igualdade da força cortante externa no edifício e a resultante das forças cortantes nos painéis, o comportamento de cada painel fica definido quando se relaciona a força cortante recebida com os deslocamentos horizontais no próprio plano e conforme o caso, com deslocamentos verticais na intersecção, deslocamentos horizontais no plano do painel concorrente, deslocamentos verticais de pilares não situados na intersecção, etc.

A expressão da força cortante em cada painel, sendo necessária ao processo a ser desenvolvido, será deduzida para diversas combinações de painéis com intersecção. A solução destes problemas permitirá o estudo das estruturas em que compareçam os diversos tipos de intersecções analisadas.

II.2.1 - Intersecção "lintel-lintel"

Como primeiro exemplo trata-se o caso da Fig. (1) em que o "pórtico-lintel" (1) intercepta a "parede-lintel" (2) ao

longo da vertical I, lugar dos pontos intersecções dos lintéis.

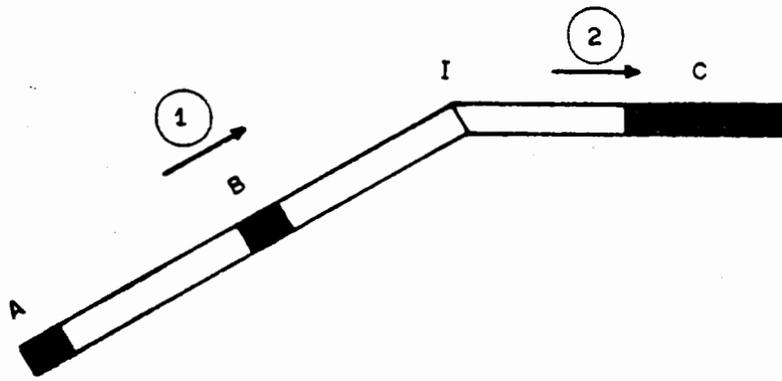


FIG.-1- INTERSECÇÃO "LINTEL - LINTEL"

Admite-se que os painéis não transmitem entre si momentos flectores na intersecção, respeitando a hipótese dos mesmos não possuírem qualquer rigidez transversal.

Na Fig. (1) a seta, com a direcção do painel e sentido arbitrário, define a convenção para deslocamento horizontal e força cortante positivos. O sentido positivo dos deslocamentos verticais é o do topo para a base.

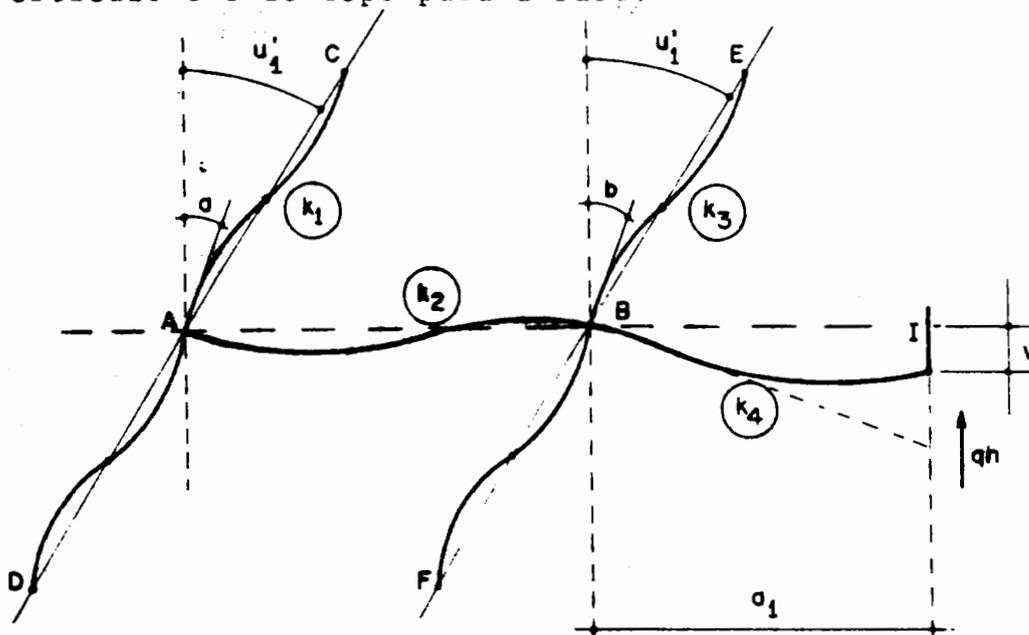


FIG.-2- ANDAR GENÉRICO DO PAINEL (1)

A Fig. (2) mostra a deformação do andar genérico do pórtico quando sujeito aos deslocamentos u_1 (deslocamento horizontal no seu próprio plano) e v (deslocamento vertical da intersecção). As rotações dos nós A e B são designados por a e b , respectivamente. As "rigidezes" $\frac{J_i}{L_i}$ das barras estão indicadas em círculos na Fig. (2).

Os momentos nas barras que concorrem no nó A (positivos se aplicados ao nó no sentido horário) valem

$$\begin{aligned}
 M_{AC} &= 6Ek_1(u_1' - a) \\
 M_{AD} &= 6Ek_1(u_1' - a) \dots\dots\dots(1) \\
 M_{AB} &= -4Ek_2a - 2Ek_2b
 \end{aligned}$$

Aqui, como é usual, foram supostas iguais as rotações dos três nós consecutivos do pilar A, a saber nós A, C e D. Pelo equilíbrio do nó vem:

$$12k_1u_1' - (12k_1 + 4k_2)a - 2k_2b = 0 \dots\dots\dots(2)$$

Os momentos aplicados ao nó B (positivos no sentido horário), supondo iguais as rotações dos nós B, E e F, se escrevem

$$\begin{aligned}
 M_{BE} &= 6Ek_3(u_1' - b) \\
 M_{BF} &= 6Ek_3(u_1' - b) \dots\dots\dots(3) \\
 M_{BA} &= -4Ek_2b - 2Ek_2a \\
 M_{BI} &= -3Ek_4(b - \frac{v}{a_1})
 \end{aligned}$$

e pelo equilíbrio do nó resulta

$$12k_3u_1' - (12k_3 + 4k_2 + 3k_4)b - 2k_2a + 3k_4 \frac{v}{a_1} = 0 \dots\dots(4)$$

As equações (2) e (4) permitem determinar as rotações a e b .

Com

$$\phi = \frac{12k_1 + 4k_2}{2k_2} \dots\dots\dots(5)$$

$$\theta = \frac{12k_3 + 4k_2 + 3k_4}{2k_2}$$

vem

$$a = \alpha u_1' + \beta v \dots\dots\dots(6)$$

onde

$$\alpha = \frac{12(k_3 - k_1\theta)}{2k_2 - \theta(12k_1 + 4k_2)}$$

e

$$\beta = \frac{3k_4}{a_1[2k_2 - \theta(12k_1 + 4k_2)]} \dots\dots\dots(7)$$

e

$$b = \gamma u_1' + \delta v \dots\dots\dots(8)$$

onde

$$\gamma = \frac{12(k_1 - k_3\phi)}{[2k_2 - (12k_3 + 4k_2 + 3k_4)\phi]}$$

e

$$\delta = - \frac{3k_4\phi}{a_1[2k_2 - (12k_3 + 4k_2 + 3k_4)\phi]} \dots\dots\dots(9)$$

Supor iguais as rotações dos nós A e B simplifica a sua determinação, entretanto, é preferível, por razões de precisão, evitar esta hipótese.

A força cortante no pilar A da Fig. (1), admitindo ponto de momento nulo à meia altura do andar, é dada por

$$Q_A = \frac{2}{h} M_{AC}$$

e, tendo em conta as equações (1) e (6), vem

$$Q_A = s_1 u_1' + r_1 v \dots\dots\dots(10)$$

onde

$$s_1 = \frac{12E}{h} k_1 (1-\alpha) \dots\dots\dots(11)$$

$$r_1 = - \frac{12Ek_1}{h} \beta \dots\dots\dots(12)$$

com α e β dados pelas equações (7).

Analogamente, para o pilar B tem-se

$$Q_B = s_2 u_1' + r_2 v \dots\dots\dots(13)$$

onde

$$s_2 = \frac{12Ek_3}{h} (1-\gamma) \dots\dots\dots(14)$$

$$r_2 = - \frac{12Ek_3}{h} \delta \dots\dots\dots(15)$$

com γ e δ dados pelas equações (9).

Chamando q a força de interação vertical entre os painéis, suposta distribuída ao longo do andar, tem-se

$$q = \frac{M_B I}{a_1 h} \dots\dots\dots(16)$$

ou ainda em vista das equações (3) e (8)

$$q = c_1 u_1' + d_1 v \dots\dots\dots(17)$$

onde

$$c_1 = \frac{3Ek_4 \gamma}{a_1 h} \dots\dots\dots(18)$$

e

$$d_1 = \frac{3Ek_4}{a_1 h} (\delta a_1 = 1) \dots\dots\dots(19)$$

com γ e δ dados pelas equações (9).

A força cortante total no painel (1) é expressa então por

$$Q_1 = Q_A + Q_B = (s_1 + s_2) u_1' + (r_1 + r_2) v \dots\dots\dots(20)$$

dependendo, como se vê, dos deslocamentos horizontais do painel no seu próprio plano e de deslocamento vertical na intersecção.

Para obter a expressão da força cortante no painel(2) impõem-se o deslocamento horizontal u_2 da parede e o deslocamento vertical v do lintel na intersecção I. Os deslocamentos axiais da parede não serão considerados.

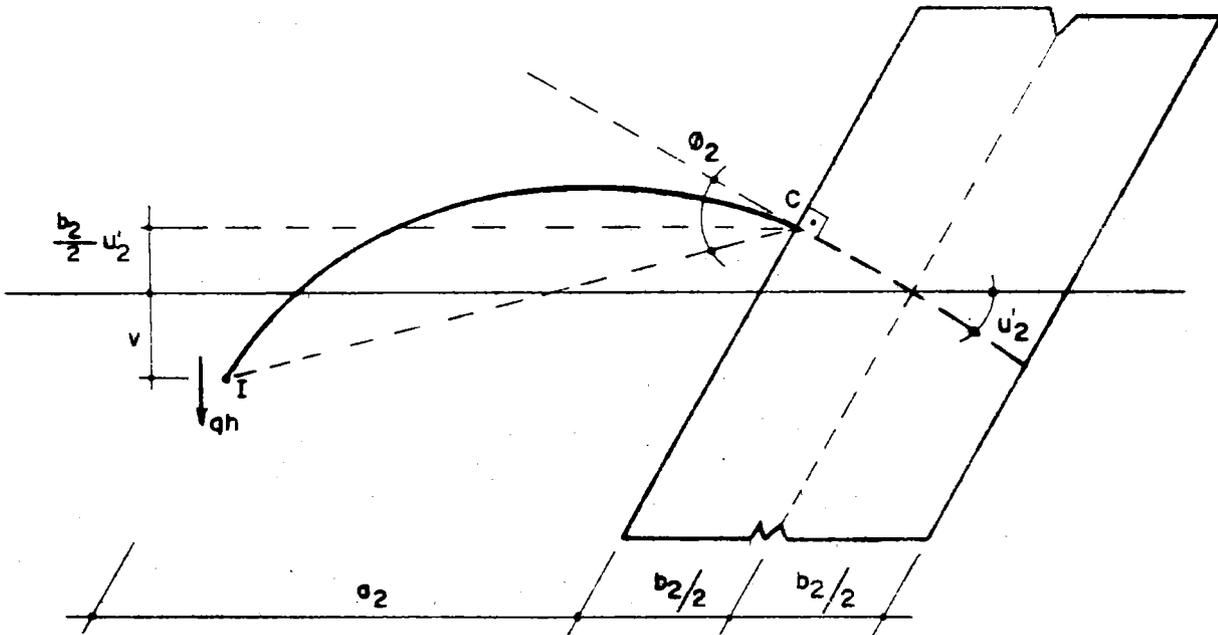


FIG - 3 - DEFORMAÇÃO DO PAINEL (2)

A corda do lintel, após a deformação, forma com a normal à parede em C (ver Fig. (3)) o ângulo ϕ_2 dado por

$$\phi_2 = \left(1 + \frac{b_2}{2a_2} \right) u_2' + \frac{v}{a_2} \dots\dots\dots(21)$$

O momento na extremidade engastada do lintel pode ser escrito

$$M_{CI} = 3EK_{CI} \phi_2 \dots\dots\dots(22)$$

onde K_{CI} indica a rigidez $\frac{J}{l}$ da barra CI; a força cortante no lintel, suposta distribuída na altura do andar é expressa por

$$q = c_2 u_2' + d_2 v \dots\dots\dots(23)$$

onde as constantes, obtidas pelas equações (21) e (22), valem

$$c_2 = \frac{3EK_{CI}}{a_2 h} \left(1 + \frac{b_2}{2a_2} \right) \dots\dots\dots (24)$$

$$d_2 = \frac{3EK_{CI}}{a_2^2 h} \dots\dots\dots (25)$$

Pelo equilíbrio do elemento genérico da parede C, (ou painel (2), da Fig. (1)), com os esforços positivos indicados na Fig. (4) chega-se a

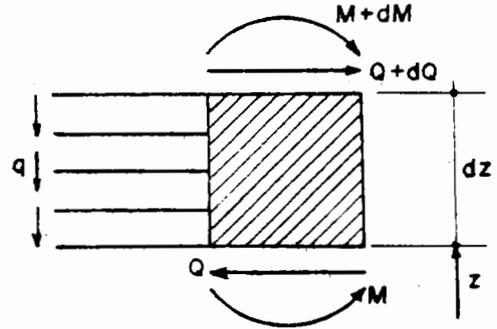


FIG. -4- ELEMENTO GENÉRICO DA PAREDE C.

$$\frac{dM_2}{dz} = -Q_2 + q(a_2 + \frac{b_2}{2}) \dots\dots\dots (26)$$

que juntamente com a equação da elástica leva à força cortante no painel (2)

$$Q_2 = -ju_2'''' + q(a_2 + \frac{b_2}{2}) \dots\dots\dots (27)$$

onde j representa o produto de rigidez a flexão EJ da parede.

É interessante fazer o resumo das equações importantes

$$Q_1 = (s_1 + s_2)u_1' + (r_1 + r_2)v \dots\dots\dots (20)$$

$$Q_2 = -ju_2'''' + q(a_2 + \frac{b_2}{2}) \dots\dots\dots (27)$$

$$q = c_1 u_1' + d_1 v \dots\dots\dots (17)$$

$$q = c_2 u_2' + d_2 v \dots\dots\dots (23)$$

Observe-se que a força cortante em cada painel depende dos deslocamentos horizontais do painel em seu próprio plano, o que era esperado, e também do deslocamento vertical na intersecção. (Substitua-se a eq. (23) na eq. (27)). Como se vê, a consideração desta variável altera claramente a rigidez apresentada pelo painel quando trabalha isoladamente.

Convém observar também que melhor aproximação de cálculo poderia ser obtida se fossem incluídos na análise os deslocamentos verticais de pilares e parede. Tal consideração entretanto apresenta a desvantagem de aumentar sensivelmente a complexidade dos cálculos.

Resolvendo o deslocamento vertical v e a força distribuída q na intersecção, usando as equações (17) e (23), e substituindo nas expressões das forças cortantes vê-se que o painel (2) apresenta comportamento misto e as forças cortantes nos painéis dependem dos deslocamentos horizontais no plano do painel concorrente.

As condições de contorno são:

a) para o painel (1)

$$u_1(0) = 0$$

b) para o painel (2)

$$u_2(0) = u_2'(0) = u_2''(\ell) = 0$$

que correspondem a deslocamento nulo do pórtico na base; deslocamento e giro nulos na base e não existência de momento aplicado no topo (ordenada ℓ) da parede.

II.2.2 - Intersecção "parede-parede"

Como exemplo de intersecção "parede-parede" analisam-se os painéis concorrentes:

A:- pórtico e parede ligados por vigas

e

B:- paredes unidas por lintéis

O painel A é constituído pelo pórtico (1) e pela parede (2) e o painel B pelas paredes (3) e (4), conforme está mostrado na Fig. (5). Nessa figura as setas indicam o sentido positivo dos deslocamentos horizontais e das forças. Todos os deslocamentos verticais serão positivos no sentido do topo para a base.

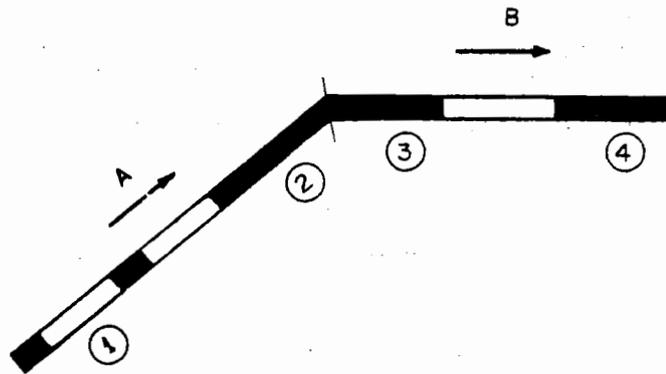


FIG. - 5 - INTERSECÇÃO "PAREDE - PAREDE"

A parede (2) interage com o pórtico (1), recebendo forças horizontais, momento distribuído m_2 e força distribuída q_2 , aplicados no seu eixo. Admitem-se os painéis A e B articulados, uma vez que não possuem qualquer rigidez transversal. Nesta condição transmitem entre si apenas o esforço vertical distribuído q (ver Fig. 6-a). Note-se na Fig. (6-b) a

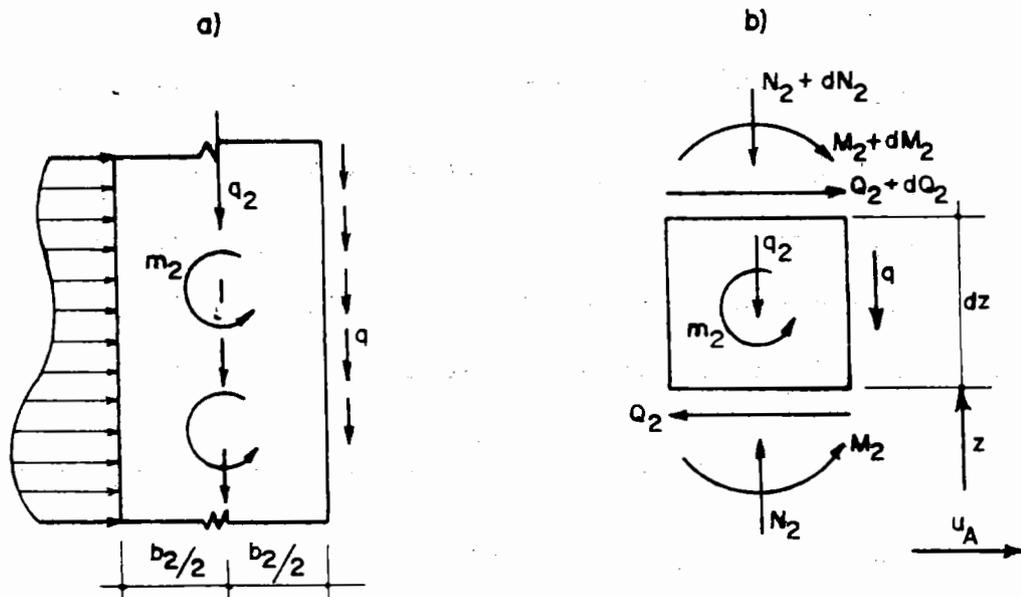


FIG. - 6 - CARREGAMENTO DA PAREDE (2)

correspondência entre a convenção para esforços positivos e o sentido positivo do deslocamento horizontal u_A do painel.

O equilíbrio à rotação e à translação vertical do elemento genérico da parede (2) permite escrever as seguintes equações

$$\frac{dM_2}{dz} = -Q_2 - q \frac{b_2}{2} + m_2 \dots\dots\dots(28)$$

$$\frac{dN_2}{dz} = -q_2 - q \dots\dots\dots(29)$$

Chamando v_2 o deslocamento vertical no eixo da parede (2) e A_2 a sua área, a deformação vertical correspondente se escreve

$$\epsilon_2 = v_2' = \frac{N_2}{EA_2} \dots\dots\dots(30)$$

resultando das equações (29) e (30)

$$EA_2 v_2'' = -q_2 - q \dots\dots\dots(31)$$

A equação (28) em conjunto com a equação da elástica permite obter a força cortante na parede

$$Q_2 = -j_2 u_A'''' - q \frac{b_2}{2} + m_2 \dots\dots\dots(32)$$

onde j_2 representa o produto de rigidez à flexão EJ_2 e u_A o deslocamento horizontal do painel A no seu próprio plano.

O momento distribuído m_2 é a função linear do giro ϕ_B da parede devido à flexão e ϕ_S devido à força cortante

$$m_2 = p_1 \phi_B + p_2 \phi_S \dots\dots\dots(33)$$

sendo p_1 e p_2 determinados no APÊNDICE 1.

O giro total ϕ é a soma

$$\phi = \frac{du_A}{dz} = \phi_B + \phi_S \dots\dots\dots(34)$$

Uma vez que ϕ_S pode ser estimado por

$$\phi_S = \frac{3}{EA_2} Q_2 \dots\dots\dots(35)$$

das equações (33), (34) e (35) obtêm-se

$$m_2 = p_1 u'_A + \frac{3q_2}{EA_2} (p_2 - p_1) \dots\dots\dots(36)$$

Levando a equação (36) na equação (32) resulta a força cortante na parede

$$Q_2 = \left[\frac{-j_2}{\alpha} u_A'''' + \frac{p_1}{\alpha} u'_A - \frac{b_2}{2\alpha} q \right] \dots\dots\dots(37)$$

onde

$$\alpha = 1 - \frac{3}{EA_2} (p_2 - p_1) \dots\dots\dots(38)$$

Desprezando, a favor da simplicidade e sem prejuízo da precisão, no cálculo de q_2 a influência da deformação por força cortante da parede tem-se

$$q_2 = n_1 u'_A \dots\dots\dots(39)$$

onde n_1 está calculado no APÊNDICE 1.

A força cortante no pórtico (1) valendo

$$Q_1 = s u'_A \dots\dots\dots(40)$$

a força cortante total no painel A, tendo em conta a equação (37), será

$$Q_A = \frac{-j_2}{\alpha} u_A'''' + \left(\frac{p_1}{\alpha} + s \right) u'_A - \frac{b_2}{2\alpha} q \dots\dots(41)$$

onde s está determinado no APÊNDICE 1.

Supõem-se no painel B os centros dos vãos dos lintéis como pontos de momento nulo. Nestes pontos as paredes (3) e (4) transmitem entre si o esforço cortante q_3 suposto distribuído ao longo da altura.

A parede (3) recebe então, além das forças horizontais, os esforços q e q_3 das paredes (2) e (4), respectivamente, conforme está mostrado na Fig. (7).

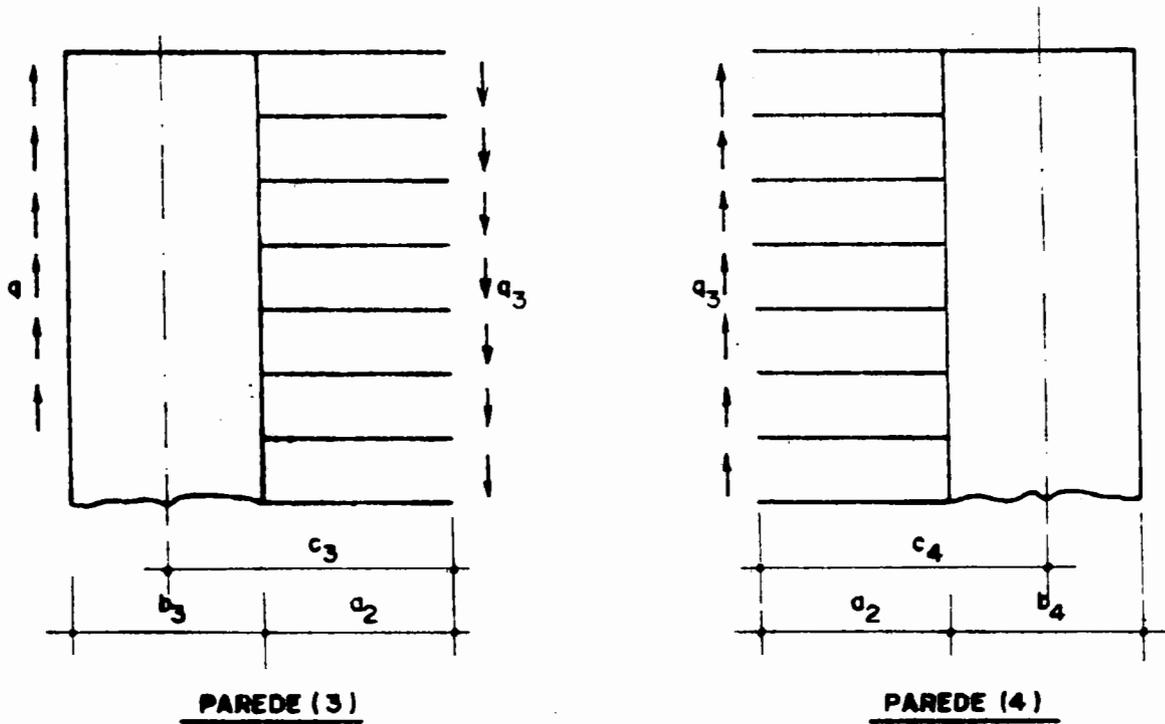


FIG-7-PAINEL B

As equações de equilíbrio dos elementos genéricos das paredes (3) e (4), com a mesma convenção de esforços positivos da Fig. (6) são

$$\frac{dM_3}{dz} = -Q_3 - q \frac{b_3}{2} - q_3 c_3 \dots\dots\dots(42)$$

$$\frac{dM_4}{dz} = -Q_4 - q_3 c_4 \dots\dots\dots(43)$$

$$\frac{dN_3}{dz} = q - q_3 \dots\dots\dots(44)$$

$$\frac{dN_4}{dz} = +q_3 \dots\dots\dots(45)$$

Combinando as equações (42), (43) com as equações das respectivas elásticas obtém-se

$$Q_3 = -j_3 u_B'''' - q \frac{b_3}{2} - q_3 c_3 \dots\dots\dots(46)$$

$$Q_4 = -j_4 u_B'''' - q_3 c_4 \dots\dots\dots(47)$$

e portanto a força cortante total no painel B será

$$Q_B = Q_3 + Q_4 = -(j_3 + j_4) u_B'''' - (c_3 + c_4) q_3 - \frac{b_3}{2} q \dots\dots(48)$$

Análogas à equação (31), as equações abaixo podem ser obtidas por procedimento idêntico

$$EA_3 v_3'' = q - q_3 \dots\dots\dots(49)$$

$$EA_4 v_4'' = +q_3 \dots\dots\dots(50)$$

onde se relacionam os deslocamentos verticais v_3 e v_4 , nos eixos das paredes, com os esforços verticais de interação.

A primeira equação de compatibilidade exprime a igualdade dos deslocamentos verticais dos pontos dos painéis A e B pertencentes à intersecção

$$v = v_2 + u_A' \frac{b_2}{2} = v_3 - u_B' \frac{b_3}{2} \dots\dots\dots(51)$$

onde v designa o deslocamento comum.

Outra condição consiste na compatibilidade dos deslocamentos verticais dos centros dos vãos dos lintéis, considerados como pertencentes à parede (3) ou à parede (4), isto é:

$$v_3 + u_B' c_3 + \frac{1}{3} q_3 \frac{h a_2^3}{Ei} = v_4 - u_B' c_4 - \frac{1}{3} q_3 \frac{h a_2^3}{Ei} \dots\dots(52)$$

onde, em cada membro, o primeiro termo representa o deslocamento vertical no eixo da parede; o segundo o deslocamento devido à flexão da parede e o terceiro o deslocamento devido à deformação do lintel.

Será útil o resumo das equações essenciais:

$$Q_A = \frac{-j_2}{\alpha} u_A'''' + \left(\frac{P_1}{\alpha} + s \right) u_A' - \frac{b_2}{2\alpha} q \quad \dots(41)$$

$$Q_B = -(j_3 + j_4) u_B'''' - (c_3 + c_4) q_3 - \frac{b_3}{2} q \quad \dots(48)$$

$$q_2 = n_1 u_A' \quad \dots(39)$$

$$EA_2 v_2'' = -q_2 - q \quad \dots(31)$$

$$EA_3 v_3'' = q - q_3 \quad \dots(49)$$

$$EA_4 v_4'' = +q_3 \quad \dots(50)$$

$$v = v_2 + u_A' \frac{b_2}{2} = v_3 - u_B' \frac{b_3}{2} \quad \dots(51)$$

$$(v_3 - v_4) + (c_3 + c_4) u_B' + \frac{2}{3} \frac{h a_2^3}{E I} q_3 = 0 \quad \dots(52)$$

Desprezando na equação de compatibilidade (52) as deformações por força normal o conjunto de equações acima resultaria bastante simplificado. Com esta aproximação a força cortante em cada painel dependeria dos deslocamentos horizontais no plano do próprio painel e dos deslocamentos horizontais no plano do painel concorrente. Os deslocamentos horizontais comparariam nas expressões das forças cortantes através da terceira e primeira derivadas evidenciando o comportamento misto de pórtico e parede.

As condições de contorno para os deslocamentos horizontais são, como no caso anterior:

$$u_A(0) = u_A'(0) = u_A''(l) = 0 \quad \dots(53)$$

$$u_B(0) = u_B'(0) = u_B''(l) = 0$$

Para os deslocamentos verticais tem-se

$$\begin{aligned} v_2(0) &= v_2'(\ell) = 0 \\ v_3(0) &= v_3'(\ell) = 0 \quad \dots\dots\dots(54) \\ v_4(0) &= v_4'(\ell) = 0 \end{aligned}$$

que exprimem, para cada parede, as condições de deslocamento vertical nulo na base e a não existência de força normal aplicada no topo.

II.2.3 - Intersecção "lintel-parede"

Para a análise da intersecção "lintel-parede" escolheram-se os painéis concorrentes da Fig. (8), o painel A sendo constituído pela parede (1) e o pilar (2) e o painel B pela parede (3) e o pórtico (4). O lintel será suposto articulado à parede.

Na Fig. (8) as setas definem o sentido positivo dos deslocamentos horizontais e das forças cortantes.

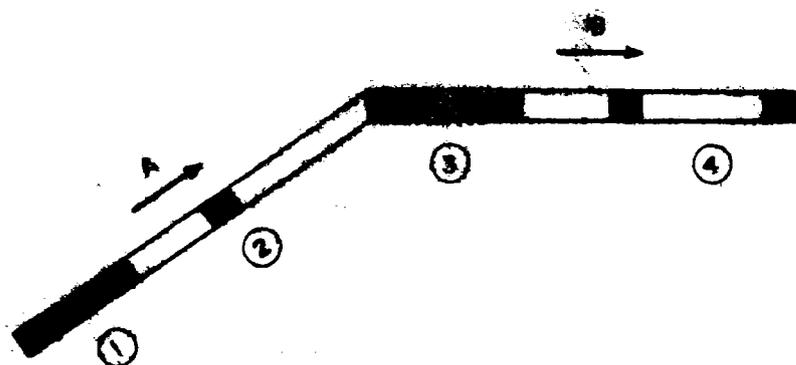


FIG. - 8 - INTERSECÇÃO "LINTEL - PAREDE"

A Fig. (9) representa o andar genérico do painel A sujeito aos deslocamentos u_A . Foi aplicado ao nó A do pilar (2) o momento externo U , a ser retirado, a fim de tornar nulos os momentos fletores neste pilar e para a tangente em A à viga FAC formar com a horizontal o ângulo $\phi = u_A'$.

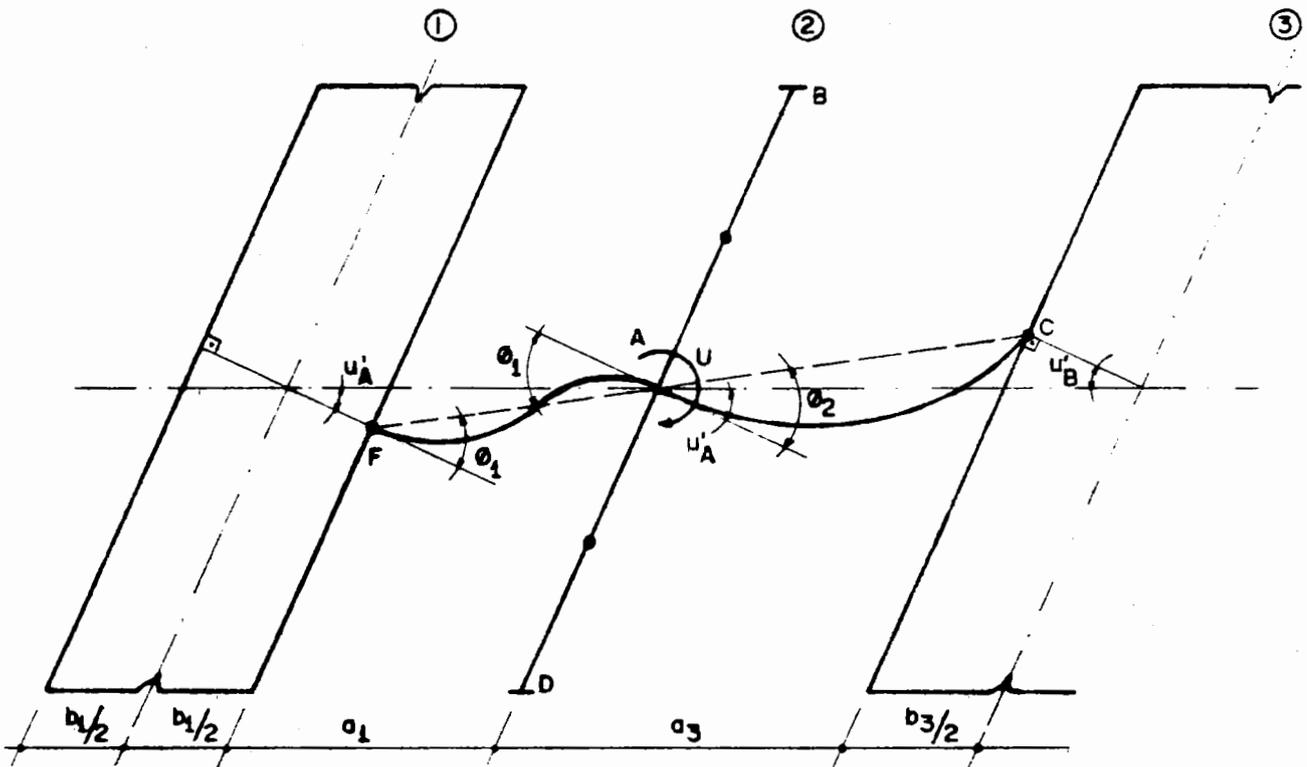


FIG. -9- ANDAR GENÉRICO DO PAINEL A

Pela figura, tem-se

$$\phi_1 = \left(1 + \frac{b_1}{2a_1}\right) u'_A \dots\dots\dots(55)$$

e

$$\phi_2 = u'_A + \frac{b_3}{2a_3} u'_B \dots\dots\dots(56)$$

Indicando com a letra K as rigidezes $\frac{J_i}{L_i}$ das barras, na configuração estudada, os momentos não nulos que as barras aplicam ao nó A valem

$$\bar{M}_{AF} = \bar{M}_{FA} = 6E K_{AF} \phi_1 \dots\dots\dots(57)$$

$$\bar{M}_{AC} = 3E K_{AC} \phi_2 \dots\dots\dots(58)$$

Sendo, pelo equilíbrio do nó A

$$U = \bar{M}_{AF} + \bar{M}_{AC} \dots\dots\dots(59)$$

e tendo em conta as equações (55), (56), (57) e (58) pode-se escrever

$$U = 6E \left[K_{AF} \left(1 + \frac{b_1}{2a_1} \right) + \frac{K_{AC}}{2} \right] u'_A + 3EK_{AC} \frac{b_3}{2a_3} u'_B \dots(60)$$

Soltando o nó A resultam os momentos finais

$$M_{AB} = 1,5 \frac{K_{AB}}{\sum K} U \dots\dots\dots(61)$$

$$M_{AC} = \bar{M}_{AC} - 0,75 \frac{K_{AC}}{\sum K} U \dots\dots\dots(62)$$

$$M_{AF} = \bar{M}_{AF} - \frac{K_{AF}}{\sum K} U \dots\dots\dots(63)$$

$$M_{FA} = \bar{M}_{FA} - 0,5 \frac{K_{AF}}{\sum K} U \dots\dots\dots(64)$$

onde

$$\sum K = K_{AF} + 1,5K_{AB} + 1,5K_{AD} + 0,75K_{AC}$$

Cabe aqui um comentário. Soltar o nó A é o mesmo que aplicar ao nó um momento igual mas de sentido contrário ao de U. Este momento será repartido entre as barras segundo os coeficientes de distribuição. No cálculo destes coeficientes deve-se ter em conta que as barras AB e AD não são engastadas no restante da estrutura pois soltando o nó A os nós B e D giram. Na configuração final os três nós consecutivos do pilar apresentam rotações próximas que, no cálculo dos coeficientes de rigidez das barras foram admitidas iguais.

A partir dos momentos finais nos nós podem ser calculados a força cortante Q_2 no pilar (2) e os esforços distribuídos m_o , q_1 , q aplicados nas paredes limítrofes (ver Fig. (10)).

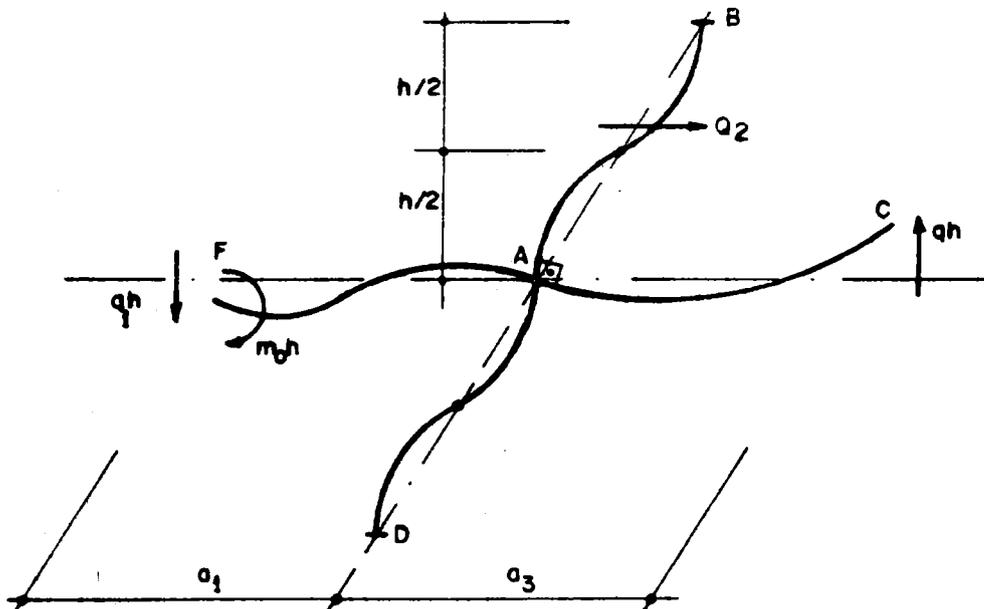


FIG. -10- ESFORÇOS NO PILAR (2)

Assim, tem-se

$$Q_2 = \frac{2}{h} M_{AB} \dots\dots\dots(65)$$

$$m_o = \frac{M_{FA}}{h} \dots\dots\dots(66)$$

$$q_1 = \frac{M_{AF} + M_{FA}}{a_1 h} \dots\dots\dots(67)$$

$$q = \frac{M_{AC}}{a_3 h} \dots\dots\dots(68)$$

A partir destas equações e das expressões dos momentos obtém-se

$$Q_2 = \xi u'_A + \eta u'_B \dots\dots\dots(69)$$

$$q = \gamma u'_A + \delta u'_B \dots\dots\dots(70)$$

$$\xi = \frac{18E}{h} \frac{K_{AB}}{\sum K} \left[K_{AF} \left(1 + \frac{b_1}{2a_1} \right) + \frac{K_{AC}}{2} \right] \dots\dots\dots(71)$$

$$\eta = \frac{9E}{h} \frac{b_3}{2a_3} \frac{K_{AB}}{\sum K} K_{AC} \dots\dots\dots(72)$$

$$\gamma = \frac{6E}{a_3 h} \left\{ \frac{K_{AC}}{2} - 0,75 \frac{K_{AC}}{\sum K} \left[K_{AF} \left(1 + \frac{b_1}{2a_1} \right) + \frac{K_{AC}}{2} \right] \right\} \dots\dots(73)$$

$$\delta = \frac{3E}{a_3 h} \left[\frac{b_3}{2a_3} \left(1 - 0,75 \frac{K_{AC}}{\sum K} \right) K_{AC} \right] \dots\dots\dots(74)$$

Para a determinação da força cortante na parede (1) devem ser considerados os esforços $m_0 h$ e $q_1 h$ aplicados pela viga FAC do andar genérico. O carregamento concentrado ao nível dos andares é substituído pela carga vertical q_1 e momento m_1 distribuídos ao longo do eixo da parede conforme está mostrado na Fig. (11). Nesta figura indica-se também a carga distribuída horizontal.

Com o deslocamento da carga distribuída q_1 , da borda para o eixo da parede, o momento distribuído passa a ser

$$m_1 = m_0 + q_1 \frac{b_1}{2} \dots\dots\dots(75)$$

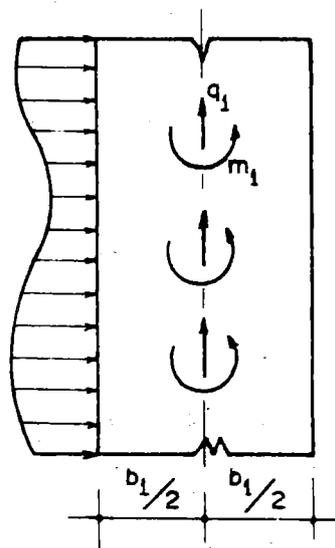


FIG.-11- CARREGAMENTO DA PAREDE (1)

Pelas (66), (67), (63) e (64) segue

$$m_1 = \theta u'_A + \varphi u'_E \dots\dots\dots(76)$$

onde

$$\theta = \frac{6E}{h} K_{AF} \left\{ \left(1 + \frac{b_1}{2a_1} \right) \left(1 + \frac{b_1}{a_1} \right) - \frac{0,5}{\sum K} \left(1 + \frac{3b_1}{2a_1} \right) \left[K_{AF} \left(1 + \frac{b_1}{2a_1} \right) + \frac{K_{AC}}{2} \right] \right\} \dots (77)$$

e

$$\varphi = - \frac{3E}{h} K_{AF} \frac{K_{AC}}{\sum K} \frac{b_3}{2a_3} \dots \dots \dots (78)$$

Com o carregamento da Fig. (11), o equilíbrio do elemento genérico dz de parede, com a convenção corrente para esforços positivos, fornece:

$$\frac{dM_1}{dz} = -Q_1 + m_1 \dots \dots \dots (79)$$

As equações (76), (79) em combinação com a equação da elástica permitem obter finalmente a força cortante na parede (1)

$$Q_1 = -j_1 u_A'''' + \theta u_A' + \varphi u_B' \dots \dots \dots (80)$$

A força cortante total no painel A será portanto

$$Q_A = Q_1 + Q_2 = -j_1 u_A'''' + (\theta + \xi) u_A' + (\eta + \varphi) u_B' \dots \dots (81)$$

A parede (3) está sujeita aos esforços distribuídos q_3 e m_3 aplicados no seu eixo, provenientes de sua interação com o pórtico (4) e à carga vertical q resultante da distribuição dos esforços qh aplicados, ao nível dos andares, pelas vigas FAC. Este carregamento está mostrado na Fig. (12).

Do equilíbrio do elemento genérico dz da parede, com a convenção usual para os esforços internos, segue que

$$\frac{dM_3}{dz} = -Q_3 + m_3 + \frac{b_3}{2} q \dots \dots \dots (82)$$

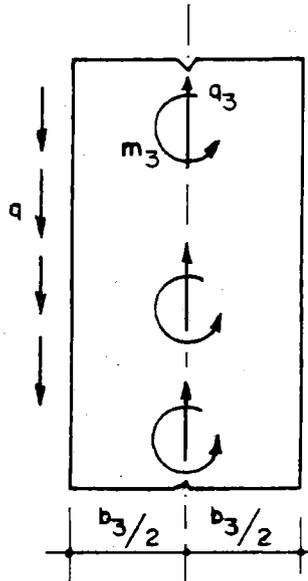


FIG-12- CARREGAMENTO DA PAREDE (3)

Sendo ϕ_B e ϕ_S os giros da seção genérica da parede devido à flexão e força cortante, respectivamente, tem-se

$$m_3 = p_1 \phi_B + p_2 \phi_S = p_1(\phi - \phi_S) + p_2 \phi_S \quad \dots(33)$$

onde p_1 e p_2 estão calculados no APÊNDICE 1 e ϕ representa o giro total u'_B .

Adotando-se para ϕ_S o valor

$$\phi_S = \frac{3Q_3}{EA_3} \quad \dots(84)$$

sendo A_3 a área da parede, a equação (83) pode ser escrita

$$m_3 = p_1 u'_B + \frac{3Q_3}{EA_3}(p_2 - p_1) \quad \dots(85)$$

Substituindo na equação (82) as grandezas m_3 e q expressas pelas equações (85), (70) e tendo em conta a equação da elástica da parede

$$M_3 = j_3 u''_B \quad \dots(86)$$

resulta a força cortante na parede (3)

$$Q_3 = \frac{-j_3}{\alpha} u_B'''' + \frac{\left(p_1 + \frac{b_3}{2} \delta \right)}{\alpha} u_B' + \frac{b_3 \gamma}{2\alpha} u_A' \quad \dots(37)$$

onde

$$\alpha = 1 - \frac{3}{EA} (p_2 - p_1) \quad \dots\dots\dots(38)$$

A força cortante e o deslocamento horizontal no p \bar{o} r \bar{t} i \bar{c} o (4) obedecem \tilde{a} conhecida rela \tilde{c} o, justificada no AP \tilde{E} NDICE 1.

$$Q_4 = s u_D' \quad \dots\dots\dots(39)$$

A força cortante no painel B depender \tilde{a} ent \tilde{a} o dos deslocamentos horizontais nos planos dos pain \tilde{e} is A e B segundo a express \tilde{a} o

$$Q_B = Q_3 + Q_4 = \frac{-j_3}{\alpha} u_B'''' + \left[\frac{\left(p_1 + \frac{b_3}{2} \delta \right)}{\alpha} + s \right] u_B' + \frac{b_3 \gamma}{2\alpha} u_A' \quad \dots(90)$$

Em resumo tem-se, para a intersec \tilde{c} o, as seguintes equa \tilde{c} o \tilde{e} s .

$$Q_A = -j_1 u_A'''' + (\theta + \xi) u_A' + (\eta + \varphi) u_B' \quad \dots\dots(81)$$

$$Q_B = - \frac{j_3}{\alpha} u_B'''' + \left[\frac{\left(p_1 + \frac{b_3}{2} \delta \right)}{\alpha} + s \right] u_B' + \frac{b_3}{2\alpha} u_A' \quad \dots\dots(90)$$

$$q = \gamma u_A' + \delta u_B' \quad \dots\dots\dots(69)$$

Pelas equa \tilde{c} o \tilde{e} s (81), (90) v \tilde{e} -se que a força cortante em cada painel \tilde{e} fun \tilde{c} o \tilde{e} dos deslocamentos horizontais no seu pr \tilde{o} prio plano e dos deslocamentos horizontais do plano do painel concorrente. Caso n \tilde{a} o se considerasse a intersec \tilde{c} o resultariam fun \tilde{c} o \tilde{e} s apenas dos deslocamentos do pr \tilde{o} prio painel. Al \tilde{e} m disso note-se que os pain \tilde{e} is apresentam comportamento misto.

Neste caso foi desprezada uma parcela do deslocamento vertical na intersec \tilde{c} o ou, mais explicitamente, a deforma \tilde{c} o da

parede (3) por força normal. Tal procedimento se justifica por que de outra forma, por coerência, deveriam ser consideradas também as deformações por força normal do pilar (2) e da parede (1), com prejuízo da simplicidade. Por isso, somente da deformação por flexão da parede (3), causa do deslocamento vertical da intersecção, resulta o comportamento comentado no parágrafo anterior.

Finalmente, impõem-se as condições de contorno

$$u_A(0) = u'_A(0) = u''_A(l) = 0 \dots\dots\dots(91)$$

$$u_B(0) = u'_B(0) = u''_B(l) = 0 \dots\dots\dots(92)$$

II.2.4 - Intersecção "pilar-pilar"

Para exemplificar a intersecção "pilar-pilar" escolheram-se os pórticos ortogonais da Fig. (13) que concorrem no pilar A comum. Na figura as setas indicam os sentidos positivos dos deslocamentos

horizontais. Os deslocamentos verticais dos pilares são positivos no sentido do topo para a base.

Para simplificar as equações, os pilares são supostos de mesma rigidez.

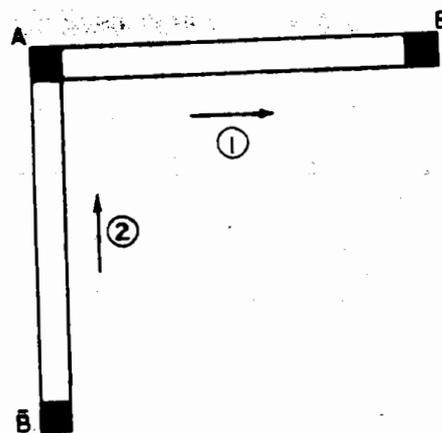


FIG.-13- INTERSECÇÃO DE PÓRTICOS

A deformação total do andar genérico do pórtico (1), mostrada na Fig. (14), é composta pela distorção do andar acrescida da deformação causada pelos diferentes deslocamentos verticais v_A e v_B dos pilares A e B.

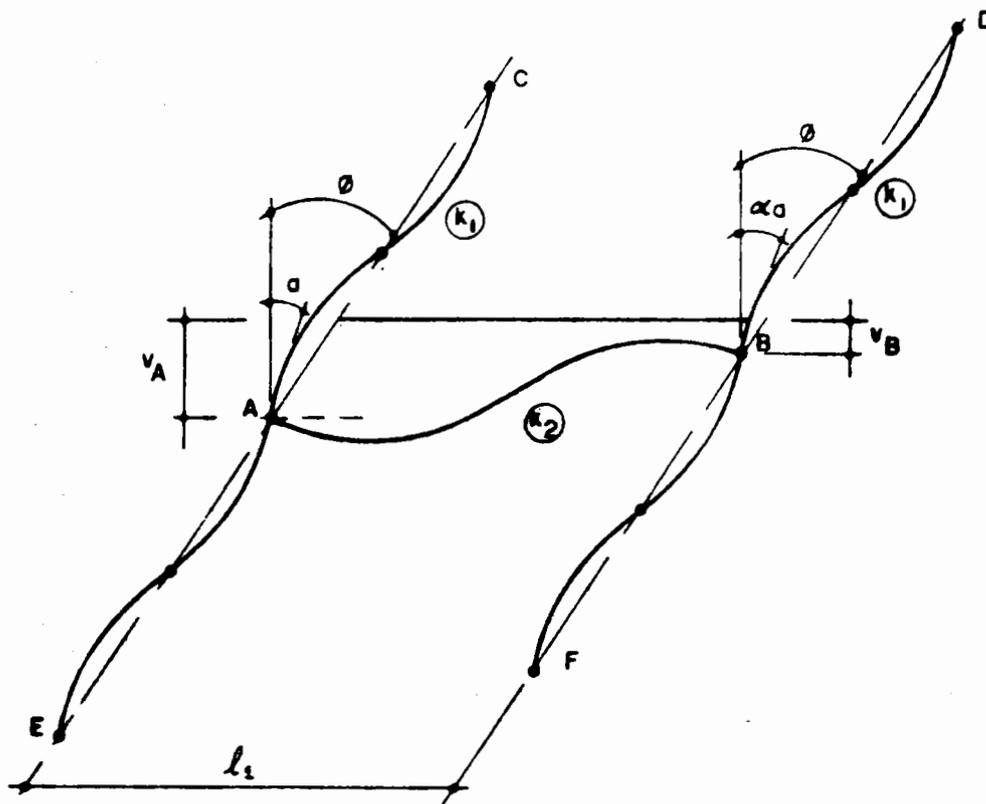


FIG. -14 - DEFORMAÇÃO DO PÓRTICO (1)

Indicam-se por a e αa os giros dos nós A e B, respectivamente, e por ϕ o giro da corda dos pilares.

Os momentos aplicados pelas barras ao nó A (positivos no sentido horário) são expressos por

$$M_{AC} = 6Ek_1(\phi - a)$$

$$M_{AE} = 6Ek_1(\phi - a) \quad \dots(93)$$

$$M_{AB} = -Ek_2(4a + 2\alpha a) - 6Ek_2 \frac{(v_A - v_B)}{l_1}$$

pois as rotações de três nós consecutivos de um mesmo pilar são aproximadamente iguais. Nas expressões dos momentos k_1 e k_2 são

rigidezes $\frac{J_i}{\ell_i}$ dos pilares e da viga, respectivamente.

Do equilíbrio do nó A segue

$$12Ek_1(\phi - a) - Ek_2(4a + 2\alpha a) - 6Ek_2 \frac{(v_A - v_B)}{\ell_1} = 0 \quad \dots\dots(94)$$

Da mesma forma, para o nó B resulta

$$12Ek_1(\phi - a) - Ek_2(4\alpha a + 2a) - 6Ek_2 \frac{(v_A - v_B)}{\ell_1} = 0 \quad \dots\dots(95)$$

A partir das equações (94) e (95) obtêm-se:

$$\alpha = 1$$

isto é, as rotações dos nós A e B são iguais, quando os pilares têm a mesma rigidez e

$$a = \frac{6k_1\phi - 3k_2(v_A - v_B)/\ell_1}{6k_1 + 3k_2} \quad \dots\dots\dots(96)$$

A força cortante, no pórtico (1), ao nível do andar, tem por expressão

$$Q_1 = \frac{2}{h}(M_{AC} + M_{BD}) \quad \dots\dots\dots(97)$$

uma vez que os pontos de momento nulo nos pilares situam-se aproximadamente à meia altura do andar.

Introduzindo na equação (97) as expressões dos momentos e tendo em conta a equação (96) chega-se a

$$Q_1 = r_1\phi + s_1(v_A - v_B) \quad \dots\dots\dots(98)$$

onde

$$r_1 = s_1\ell_1 = 24E \frac{k_1}{h} \frac{k_2}{2k_1 + k_2} \quad \dots\dots\dots(99)$$

A força cortante nas vigas horizontais, concentrada ao nível dos andares, será suposta distribuída ao longo da altura do pórtico. Assim, com a convenção da Fig. (15), tem-se:

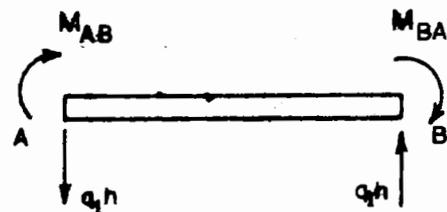


FIG. - 15- ESFORÇOS POSITIVOS NAS VIGAS AB

$$q_1 = \frac{M_{AB} + M_{BA}}{h^2 l_1} \dots\dots\dots(100)$$

expressão da qual, considerando a equação (96), obtêm-se

$$q_1 = c_1 \delta + d_1 (v_A - v_B) \dots\dots\dots(101)$$

onde

$$c_1 = d_1 l_1 = 24E \frac{k_1}{h^2 l_1} \frac{k_2}{(2k_1 + k_2)} \dots\dots\dots(102)$$

Tendo em vista o estudo dos esforços normais nos pilares considere-se inicialmente o pilar A cujo carregamento é constituído pelos esforços distribuídos q_1 e q_2 provenientes de sua ação nos pórticos (1) e (2), respectivamente. Pelo equilíbrio do elemento genérico dz (ver Fig. (16)) segue:

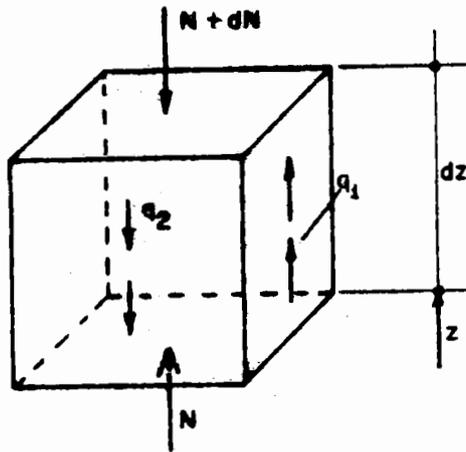


FIG. -16- ELEMENTO GENÉRICO DO PILAR A

$$\frac{dN_A}{dz} = q_1 - q_2 \dots\dots\dots(103)$$

A deformação do pilar devido à força normal, podendo ser expressa por

$$v'_A = \frac{N_A}{ES_A} \dots\dots\dots(104)$$

resulta

$$ES_A v''_A = q_1 - q_2 \dots\dots\dots(105)$$

onde com S_A indica-se a área do pilar A.

Da mesma forma, para os pilares B e \bar{B} , obtêm-se

$$ES_B v_B'' = -q_1 \dots\dots\dots(106)$$

$$ES_{\bar{B}} v_{\bar{B}}'' = +q_2 \dots\dots\dots(107)$$

Com considerações análogas às efetuadas para o pórtico (1) podem-se estabelecer para o pórtico (2).

$$Q_2 = s_2 u_2' + r_2 (v_{\bar{B}} - v_A) \dots\dots\dots(108)$$

$$q_2 = c_2 u_2' + d_2 (v_{\bar{B}} - v_A) \dots\dots\dots(109)$$

Para maior clareza repete-se ordenadamente o conjunto de equações que resolve o problema

$$Q_1 = s_1 u_1' + r_1 (v_A - v_B) \dots\dots\dots(98)$$

$$Q_2 = s_2 u_2' + r_2 (v_{\bar{B}} - v_A) \dots\dots\dots(100)$$

$$ES_{\bar{B}} v_{\bar{B}}'' = +q_2 \dots\dots\dots(107)$$

$$ES_A v_A'' = q_1 - q_2 \dots\dots\dots(105)$$

$$ES_B v_B'' = -q_1 \dots\dots\dots(106)$$

$$q_1 = c_1 u_1' + d_1 (v_A - v_B) \dots\dots\dots(101)$$

$$q_2 = c_2 u_2' + d_2 (v_{\bar{B}} - v_A) \dots\dots\dots(109)$$

Pelas expressões anteriores conclui-se que não considerar os deslocamentos axiais dos pilares é equivalente a supor os painéis trabalhando independentemente. Para edifícios de altura moderada convém optar pela segunda hipótese sendo que a importância dos deslocamentos axiais é tanto maior quanto mais alto o edifício.

Observa-se também que as forças cortantes nos painéis de penderão de cinco variáveis a saber: os deslocamentos horizontais no plano de cada painel e os deslocamentos axiais dos pilares. Chama-se a atenção para este fato pois nas intersecções analisadas anteriormente os deslocamentos verticais podem ser eliminados diretamente através de equações de compatibilidade, o que não ocorre no presente caso.

Como condição de contorno tem-se:

a) para os pilares

$$v_A(0) = v'_A(\ell) = 0$$

$$v_B(0) = v'_B(\ell) = 0 \quad \dots\dots\dots(110)$$

$$v_B(0) = v'_B(\ell) = 0$$

b) para os pórticos

$$u_1(0) = u_2(0) = 0 \quad \dots\dots\dots(111)$$

isto é, os deslocamentos horizontais são nulos na base.

II.2.5 - Intersecção "lintel-pilar"

Por último trata-se a intersecção "lintel-pilar" da Fig. (17) em que os painéis concorrentes são a "parede-lintel" (1) e o pórtico (2).

Os deslocamentos axiais dos pilares e paredes serão considerados e convencionam-se como positivo o sentido do topo para a base. Na Fig. (17) as setas definem o sentido positivo dos deslocamentos horizontais dos painéis e das forças cortantes.

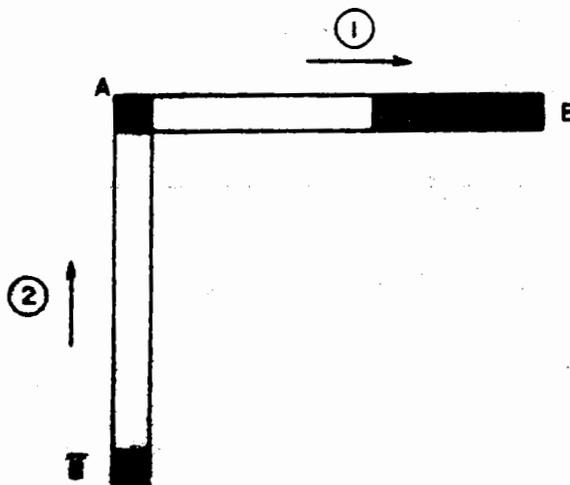


FIG. 17 - INTERSECÇÃO "LINTEL - PILAR"

A Fig. (18) mostra a posição deformada do painel (1) quando ao nó A é aplicado o momento U de modo a tornar o pilar livre de momentos fletores. A deformação da viga horizontal AB é devida ao giro u_1' do painel e aos diferentes deslocamentos

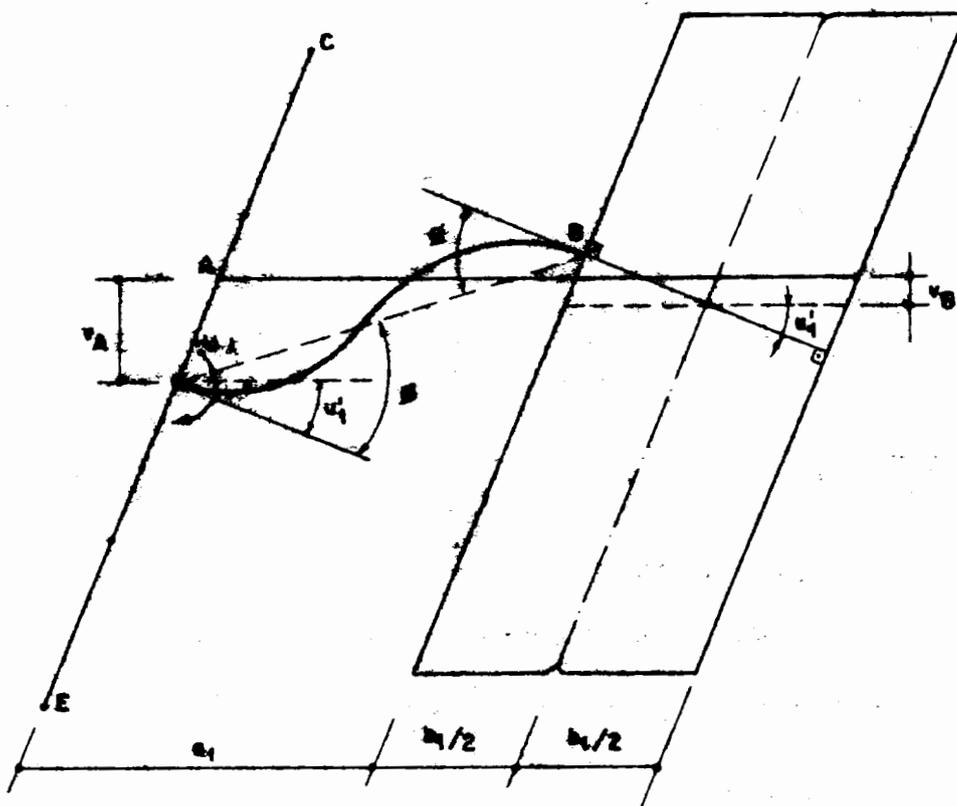


FIG. 18 - DEFORMAÇÃO DO PAINEL (1)

verticais v_A do pilar e v_B da parede, ao nível do andar.

Sendo o ângulo ϕ dado por

$$\phi = \left(1 + \frac{b_1}{2a_1} \right) u_1' + \frac{v_A - v_B}{a_1} \dots\dots\dots(112)$$

os momentos nas extremidades da viga AB serão:

$$\bar{M}_{AB} = \bar{M}_{BA} = 6E K_{AB} \phi \dots\dots\dots(113)$$

O equilíbrio do nó A permite escrever:

$$U = \bar{M}_{AB} = 6E K_{AB} \left[\left(1 + \frac{b_1}{2a_1} \right) u_1' + \frac{v_A - v_B}{a_1} \right] \dots\dots(114)$$

indicando com a letra K as relações $\frac{J_i}{L_i}$.

Como não existe o momento aplicado U os momentos nas barras que concorrem no nó A valem

$$M_{AB} = \bar{M}_{AB} - \frac{K_{AB}}{\sum K} U \dots\dots\dots(115)$$

$$M_{AC} = 1,5 \frac{K_{AC}}{\sum K} U \dots\dots\dots(116)$$

e o momento na extremidade direita da viga AB se escreve

$$M_{BA} = \bar{M}_{BA} - 0,5 \frac{K_{AB}}{\sum K} U \dots\dots\dots(117)$$

onde

$$\sum K = K_{AB} + 1,5 K_{AC} + 1,5 K_{AE} \dots\dots\dots(118)$$

A força cortante no pilar A como pertencente ao painel (1), ao nível do andar genérico, supondo o ponto de momento nulo situado a meia altura do andar, é expressa por

$$Q_A = \frac{2}{h} M_{AC} \dots\dots\dots(119)$$

ou ainda, em vista das equações (116) e (114),

$$Q_A = s_1 u_1' + r_1 (v_A - v_B) \dots\dots\dots(120)$$

onde

$$s_1 = \frac{18E}{h} \frac{K_{AB}}{\sum K} \left(1 + \frac{b_1}{2a_1} \right) K_{AC} \dots\dots\dots(121)$$

e

$$r_1 = \frac{18E}{a_1 h} \frac{K_{AB}}{\sum K} K_{AC} \dots\dots\dots(122)$$

A viga AB, na sua extremidade direita, está sujeita à força cortante Q_{BA} e ao momento fletor M_{BA} , como reação da parede de B ao nível de cada andar. Os mesmos esforços, mas com sentido contrário, atuantes na parede B serão supostos equivalentes ao momento distribuído m_1 e ao esforço distribuído q_1 , aplicados no seu eixo, conforme a Fig. (19-b).

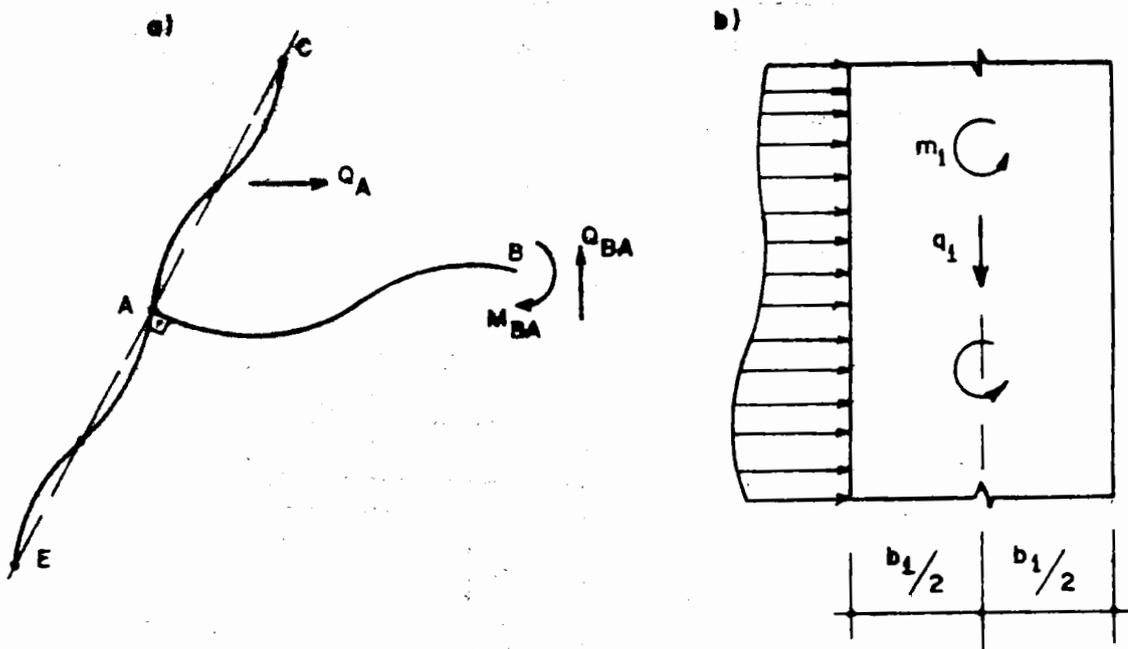


FIG. 19- CARREGAMENTO DA PAREDE B

Evidentemente, tem-se

$$q_1 = \frac{Q_{BA}}{h} = \frac{M_{AB} + M_{BA}}{a_1 h} \dots\dots\dots(123)$$

$$m_1 = \frac{M_{BA}}{h} + Q_{BA} \cdot \frac{b_1}{2h} \dots\dots\dots(124)$$

ou ainda

$$q_1 = c_1 u_1' + d_1 (v_A - v_B) \dots\dots\dots(125)$$

onde

$$c_1 = \frac{6E}{ab} \left(1 + \frac{b_1}{2a_1} \right) \left(2 - 1,5 \frac{K_{AB}}{\sum K} \right) K_{AB} \dots\dots(126)$$

$$d_1 = \frac{6E}{a_1^2 h} \left(2 - 1,5 \frac{K_{AB}}{\sum K} \right) K_{AB} \dots\dots\dots(127)$$

e

$$m_1 = \theta u_1' + \psi (v_A - v_B) \dots\dots\dots(128)$$

onde

$$\theta = \frac{6E}{h} \left(1 + \frac{b_1}{2a_1} \right) \left[1 - 0,5 \frac{K_{AB}}{\sum K} + \frac{b_1}{2a_1} \left(2 - 1,5 \frac{K_{AB}}{\sum K} \right) \right] K_{AB} \dots\dots\dots(129)$$

e

$$\psi = \frac{6E}{a_1 h} \left[1 - 0,5 \frac{K_{AB}}{\sum K} + \frac{b_1}{2a_1} \left(2 - 1,5 \frac{K_{AB}}{\sum K} \right) \right] K_{AB} \dots\dots(130)$$

Estude-se agora o equilíbrio do elemento genérico da parede B, com o carregamento da Fig. (19-b). A convenção para es forços positivos está mostrada na Fig. (20).

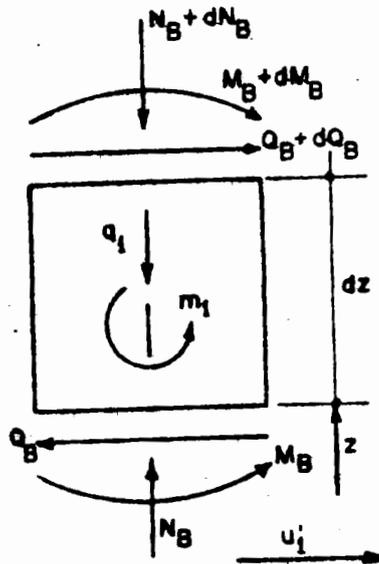


FIG.-20- ESFORÇOS POSITIVOS NA PAREDE B

Pelo equilíbrio à rotação resulta

$$\frac{dM_B}{dz} = -Q_B + m_1 \dots\dots\dots(131)$$

e do equilíbrio à translação vertical segue

$$\frac{dN_B}{dz} = -q_1 \dots\dots\dots(132)$$

Combinando a equação (131) com a equação da elástica e tendo em conta a equação (128) vem

$$Q_B = -j u_1'''' + \theta u_1' + \psi(v_A - v_B) \dots\dots\dots(133)$$

O esforço cortante total no painel (1) será portanto

$$Q_1 = Q_A + Q_B = -j u_1'''' + (s_1 + \theta)u_1' + (r_1 + \psi)(v_A - v_B) \dots\dots(134)$$

O pilar A acha-se carregado com os esforços verticais distribuídos q_1 e q_2 provenientes da sua ação nos painéis (1) e (2), respectivamente, conforme Fig. (21).

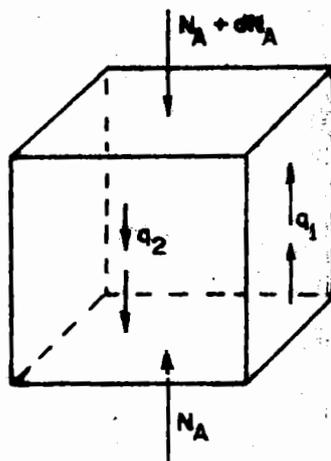


FIG.-21- ESFORÇOS AXIAIS NO PILAR A

Obtém-se, facilmente, para o pilar A

$$ES_A v_A'' = +q_1 - q_2 \dots\dots\dots(135)$$

e também

$$ES_{\bar{B}} v_{\bar{B}}'' = -q_1 \quad \dots\dots\dots(136)$$

$$ES_{\bar{B}} v_{\bar{B}}'' = +q_2 \quad \dots\dots\dots(137)$$

para a parede B e o pilar \bar{B} , respectivamente.

No painel (2), a força cortante total, conforme deduzido no ítem anterior, se escreve

$$Q_2 = s_2 u_2' + r_2 (v_{\bar{B}} - v_A) \quad \dots\dots\dots(138)$$

onde s_2 e r_2 são dados pelas equações (99), para pilares A e \bar{B} de mesma rigidez.

A força cortante nas vigas, suposta distribuída ao longo da altura, valerá

$$q_2 = c_2 u_2' + d_2 (v_{\bar{B}} - v_A) \quad \dots\dots\dots(139)$$

com c_2 e d_2 das equações (102).

A intersecção é resolvida pelo seguinte conjunto de equações

$$Q_1 = -j u_1'''' + (s_1 + \theta) u_1' + (r_1 + \psi) (v_A - v_B) \quad \dots\dots(134)$$

$$Q_2 = s_2 u_2' + r_2 (v_{\bar{B}} - v_A) \quad \dots\dots\dots(138)$$

$$ES_{\bar{B}} v_{\bar{B}}'' = +q_2 \quad \dots\dots\dots(137)$$

$$ES_A v_A'' = q_1 - q_2 \quad \dots\dots\dots(135)$$

$$ES_B v_B'' = -q_1 \quad \dots\dots\dots(136)$$

$$q_1 = c_1 u_1' + d_1 (v_A - v_B) \quad \dots\dots\dots(125)$$

$$q_2 = c_2 u_2' + d_2 (v_{\bar{B}} - v_A) \quad \dots\dots\dots(139)$$

Aqui também, não considerar os deslocamentos axiais é o mesmo que admitir os painéis trabalhando separadamente. A opção por uma ou outra alternativa dependerá da altura do edifício e do grau de aproximação desejado.

Como no caso anterior os deslocamentos axiais dos pilares não podem ser eliminados devendo figurar nas expressões das forças cortantes. Resulta daí que na análise da estrutura comparecerão como incógnitas independentes.

Na base dos pilares o deslocamento vertical é nulo e não há força normal aplicada no topo, resultando

$$v_A(0) = v'_A(l) = 0$$

$$v_B(0) = v'_B(l) = 0 \dots\dots\dots(140)$$

$$v_B(0) = v'_B(l) = 0$$

No painel (1), a parede B, engastada na base, livre de momento fletor no topo, determina a condição

$$u_1(0) = u'_1(0) = u''_1(l) = 0 \dots\dots\dots(141)$$

Finalmente, o painel (2) não deve deslocar-se horizontalmente na base, ou

$$\ddot{u}_2(0) = 0 \dots\dots\dots(142)$$

As condições determinadas pelas equações (140), (141) e (142) são as condições de contorno a serem impostas.

II.3 - Exemplo

A Fig. (22) mostra a planta do andar tipo de um edifício de 10 andares de pé-direito 3,00m , onde as vigas têm secção 20x60cm em todos os andares; as paredes (2) e (5) têm secção 20x300cm constante na altura e a parede (3) possui dimensões 20x400cm também constantes; os pilares do painel (1) têm secção constante 60x60cm e os demais pilares secção 40x60cm. O carregamento é constituído pela carga uniformemente distribuída p=0,8t/m.

Passa-se agora à determinação das características de rigidez dos painéis. Para E tomar-se-á o valor 200.000 kg/cm^2

a) PAINEL (1)

Para as vigas do painel (1) tem-se

$$J_v = \frac{2,0 \times 6,0^3}{12} = 36,0 \text{ dm}^4$$

$$k_v = \frac{J_v}{\ell} = \frac{36,0}{50,0} = 0,72 \text{ dm}^3$$

e para os pilares

$$J_p = \frac{6,0 \times 6,0^3}{12} = 108,0 \text{ dm}^4$$

$$k_p = \frac{J_p}{h} = \frac{108,0}{30,0} = 3,6 \text{ dm}^3$$

A rigidez do painel à força cortante será

$$s_1 = \frac{12}{30,0} \times 2,0 \times 10^4 \times (0,327 + 0,600 + 0,327) = 10\ 032 \text{ t}$$

e portanto

$$Q_1 = 10\ 032 \ u_1'$$

b) PAINEL (2)

A expressão da força cortante no painel (2) é

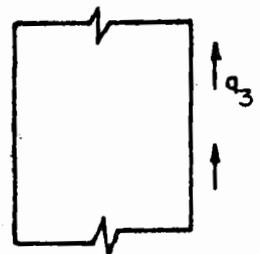
$$Q_2 = -j_2 u_2'''' + q_3 \frac{b_2}{2}$$

onde b_2 é a largura da parede (2) e q_3 é a reação uniformemente distribuída da parede (5), convencionando positivo o sentido da base para o topo.

$$j_2 = EJ_2 = 2,0 \times 10^4 \times 2,0 \times \frac{30,0^3}{12} = 9,0 \times 10^7 \text{ t dm}^2$$

e portanto

$$Q_2 = -9,0 \times 10^7 u_2'''' + 15,0 q_3$$



PAREDE (2)

c) PAINEL (3)

A força cortante no painel (3), tendo em vista a Fig. (23) se escreve

$$Q_3 = -j_3 u_3'''' + q_1 c_1 + q_2 c_2$$

onde

$$c_1 = c_2 = 50 \text{ dm}$$

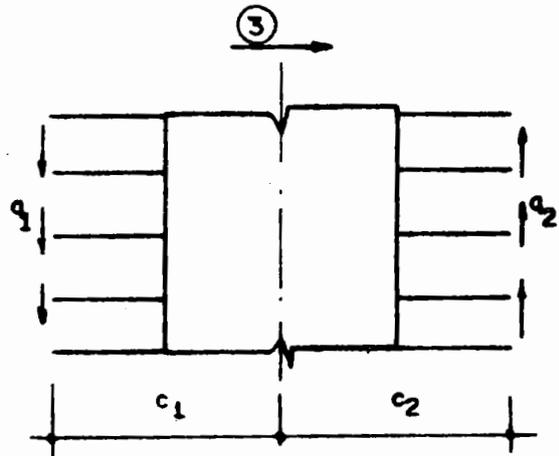


FIG-23- ESFORÇOS POSITIVOS NO PAINEL (3)

$$j_3 = EJ = 2,0 \times 10^4 \times 2,0 \times \frac{40,0^3}{12} = 21,332 \times 10^7 \text{ t dm}^2$$

e portanto

$$Q_3 = -21,332 \times 10^7 u_3'''' + 50,0 q_1 + 50,0 q_2$$

d) PAINEL (4)

Com o sentido positivo da força cortante indicado na Fig. (22) tem-se

$$Q_4 = (s_1 + s_2) u_4' - (r_1 + r_2) v_2$$

onde

a) v_2 é o deslocamento vertical da intersecção com o painel (3), positivo no sentido do topo para a base

b) conforme estudo desenvolvido no texto

$$\varphi = \frac{12k_1 + 4k_2}{2k_2}$$

$$\theta = \frac{12k_3 + 4k_2 + 3k_4}{2k_2}$$

$$\alpha = \frac{12(k_3 - k_1\theta)}{2k_2 - \theta(12k_1 + 4k_2)}$$

$$\beta = \frac{3k_4}{a_1[2k_2 - \theta(12k_1 + 4k_2)]}$$

$$\gamma = \frac{12(k_1 - k_3\varphi)}{2k_2 - (12k_3 + 4k_2 + 3k_4)\varphi}$$

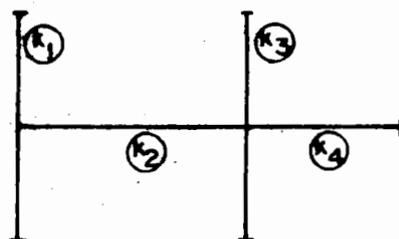
$$\delta = - \frac{3k_4\varphi}{a_1[2k_2 - (12k_3 + 4k_2 + 3k_4)\varphi]}$$

$$s_1 = \frac{12E}{h} k_1 (1 - \alpha)$$

$$r_1 = \frac{-12E}{h} k_1 \beta$$

$$s_2 = \frac{12E}{h} k_3 (1 - \gamma)$$

$$r_2 = \frac{-12E}{h} k_3 \delta$$



PANEL (4)

Passando à determinação de s_1 , s_2 , r_1 , r_2 calculam-se

$$k_1 = \frac{1}{30,0} \times 6,0 \times \frac{6,0^3}{12} = 3,6 \text{ dm}^3$$

$$k_2 = \frac{1}{80,0} \times 2,0 \times \frac{6,0^3}{12} = 0,45 \text{ dm}^3$$

$$k_3 = \frac{1}{30,0} \times 6,0 \times \frac{4,0^3}{12} = 1,07 \text{ dm}^3$$

$$k_4 = \frac{1}{20,0} \times 2,0 \times \frac{6,0^3}{12} = 1,8 \text{ dm}^3$$

de onde se obtém, pelas fórmulas anteriores

$$\varphi = 50,0 \quad , \quad \theta = 22,2$$

$$\alpha = 0,95 \quad , \quad \beta = -0,00027 \text{ dm}^{-1}$$

$$\gamma = 0,60 \quad , \quad \delta = 0,0135 \text{ dm}^{-1}$$

$$s_1 = \frac{12}{30,0} \times 2,0 \times 10^4 \times 3,6(1,0 - 0,95) = 1440t$$

$$r_1 = \frac{-12}{30,0} \times 10^4 \times 3,6 \times (-0,00027) = 7,78 \text{ t/dm}$$

$$s_2 = 12 \times \frac{2,0}{30,0} \times 10^4 \times 1,07(1,0 - 0,6) = 3424t$$

$$r_2 = -12 \times \frac{2,0}{30,0} \times 10^4 \times 1,07 \times 0,0135 = -115,6 \text{ t/dm}$$

A força cortante no painel (4) vale portanto

$$Q_4 = 4864u_4' + 107,8v_2$$

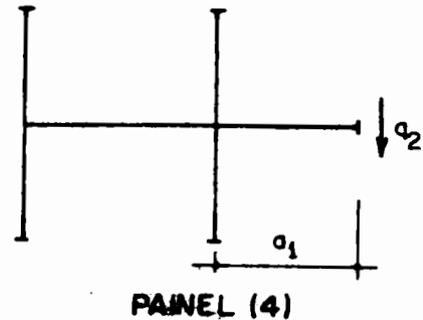
A força distribuída nas intersecções com o painel (3) suposta positiva atuando no painel (4) no sentido do topo para a base, pode ser escrita, conforme o texto

$$q_2 = c_1 u_4' - d_1 v_2 = c_2 u_3' - d_2 v_2$$

onde

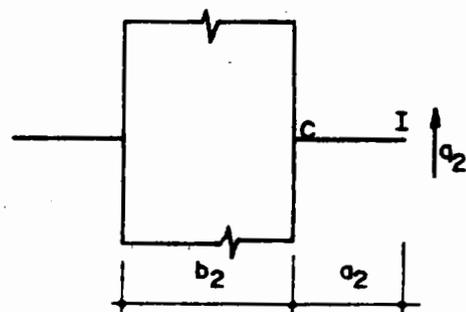
$$c_1 = \frac{3Ek_4}{a_1 h} \gamma$$

$$d_1 = \frac{3Ek_4}{a_1^2 h} (\delta a_1 - 1)$$



$$c_2 = \frac{3E}{a_2 h} K_{CI} \left(1 + \frac{b_2}{2a_2}\right)$$

$$d_2 = \frac{3E}{a_2^2 h} K_{CI}$$



Substituindo os valores nas expressões de c_1 e d_1 tem

-se

$$c_1 = \frac{3 \times 2,0 \times 10^4 \times 1,8 \times 0,60}{20,0 \times 30,0} = 108,0 \text{ t/dm}$$

$$d_1 = \frac{3 \times 2,0 \times 10^4 \times 1,8}{20,0 \times 20,0 \times 30,0} \times (0,0135 \times 20,0 - 1) = -6,57 \text{ t/dm}^2$$

Sendo

$$a_2 = 30,0 \text{ dm} \quad , \quad b_2 = 40,0 \text{ dm}$$

$$K_{CI} = \frac{1}{30,0} \times 2,0 \times \frac{6,0^3}{12} = 1,2 \text{ dm}^3$$

segue que

$$c_2 = \frac{3 \times 2,0 \times 10^4 \times 1,2}{30,0 \times 30,0} \times 1,667 = 133,4 \text{ t/dm}$$

$$d_2 = \frac{3 \times 2,0 \times 10^4 \times 1,2}{30,0 \times 30,0 \times 30,0} = 2,67 \text{ t/dm}^2$$

$$q_2 = 108,0 u_4' + 6,57 v_2$$

$$q_2 = 133,4 u_3' - 2,67 v_2$$

e) PAINEL (5)

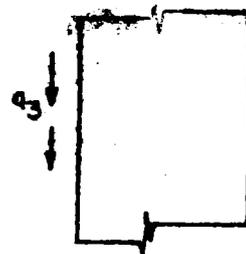
A força cortante no painel (5) se escreve

$$Q_5 = -j_5 u_5'''' + q_3 \frac{b_5}{2}$$

onde b_5 é a largura da parede (5) e q_3 a carga distribuída na intersecção com a parede (2).

Tem-se então

$$Q_5 = -9,0 \times 10^7 u_5'''' + 15,0 q_3$$



PAREDE (5)

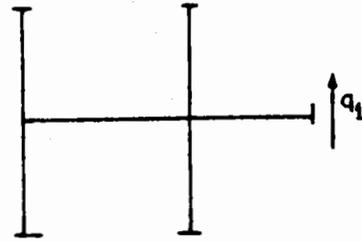
f) PAINEL (6)

Com a convenção da Fig. (22) para o sentido positivo da força cortante e deslocamentos horizontais, obtêm-se de maneira análoga a do painel (4)

$$Q_6 = 4864u'_6 - 107,3v_1$$

$$q_1 = 108,0u'_6 - 6,57v_1$$

$$q_1 = 133,4u'_3 + 2,67v_1$$



PAINEL (6)

onde v_1 é o deslocamento vertical na intersecção com o painel (3), positivo no sentido do topo para a base.

Em resumo tem-se

$$Q_1 = 10032u'_1$$

$$Q_2 = -9,0 \times 10^7 u_2'''' + 15,0q_3$$

$$Q_3 = -21,332 \times 10^7 u_3'''' + 50,0q_1 + 50,0q_2$$

$$Q_4 = 4864u'_4 + 107,8v_2$$

$$q_2 = 108,0u'_4 + 6,57v_2$$

$$q_2 = 133,4u'_3 - 2,67v_2$$

$$Q_5 = -9,0 \times 10^7 u_5'''' + 15,0q_3$$

$$Q_6 = 4864u'_6 - 107,8v_1$$

$$q_1 = 108,0u'_6 - 6,57v_1$$

$$q_1 = 133,4u'_3 + 2,67v_1$$

Tendo em conta as expressões obtidas para q_1 e q_2 , encontram-se facilmente

$$q_1 = 31,1u'_6 + 94,6u'_3$$

$$q_2 = 31,1u'_4 + 94,6u'_3$$

$$v_1 = 11,7u'_3 - 14,4u'_4$$

$$v_2 = -11,7u'_4 + 14,4u'_3$$

Para a determinação de q_3 , força distribuída de interação entre as paredes (2) e (5), consideram-se as forças normais nestas paredes, N_2 e N_5 , e os deslocamentos verticais nos seus eixos, δ_2 e δ_5 ; positivos no sentido do topo para a base.

Para a parede (2) pode se escrever

$$\frac{dN_2}{dz} = +q_3$$

onde N_2 é positivo quando fôr compressão.

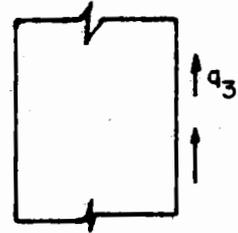
A deformação no eixo da parede (2), positiva se fôr encurtamento, vale

$$\epsilon_2 = \delta_2' = \frac{N_2}{ES_2}$$

onde S_2 designa a área da parede.

Da expressão anterior segue

$$ES_2 \delta_2'' = +q_3$$

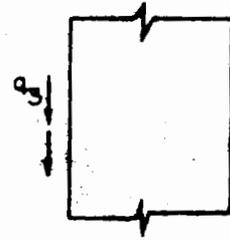


PAREDE (2)

De maneira análoga, para a parede (5), com as mesmas convenções, obtêm-se

$$\frac{dN_5}{dz} = -q_3$$

$$ES_5 \delta_5'' = -q_3$$



PAREDE (5)

A compatibilidade dos deslocamentos verticais dos pontos da intersecção permite escrever

$$\delta_2 + u_2' \frac{b_2}{2} = \delta_5 - u_5' \frac{b_5}{2}$$

Das equações anteriores obtêm-se, após derivar a equação de compatibilidade:

$$q_3 \left(\frac{1}{ES_2} + \frac{1}{ES_5} \right) = - u_5'''' \frac{b_5}{2} - u_2'''' \frac{b_2}{2}$$

e após efetuar os cálculos

$$q_3 = -9,0 \times 10^6 u_5'''' - 9,0 \times 10^6 u_2''''$$

Sendo a força normal nas paredes e os deslocamentos verticais nulos, no topo e na base respectivamente, por integração encontram-se

$$\delta_2 = -7,5u_5' - 7,5u_2'$$

$$\delta_5 = +7,5u_5' + 7,5u_2'$$

Efetuando as substituições necessárias, as forças cortantes nos painéis resultam expressas em função dos deslocamentos horizontais

$$Q_1 = 10032u_1'$$

$$Q_2 = -22,5 \times 10^7 u_2'''' - 13,5 \times 10^7 u_5''''$$

$$Q_3 = -21,332 \times 10^7 u_3'''' + 9460u_3' + 1555u_4' + 1555u_6'$$

$$Q_4 = 3600u_4' + 1552u_3'$$

$$Q_5 = -22,5 \times 10^7 u_5'''' - 13,5 \times 10^7 u_2''''$$

$$Q_6 = 3600u_6' + 1552u_3'$$

Note-se que por não terem sido considerados os deslocamentos axiais dos pilares o painel (1) trabalha como pórtico isolado. Devido à intersecção com a parede (5) a expressão da força cortante na parede (2) depende também da terceira derivada dos deslocamentos horizontais no plano da parede concorrente. Pela análise das expressões dos painéis (3), (4) e (6) vê-se que, por exemplo, a influência dos deslocamentos horizontais u_4 na força cortante do painel (3) é idêntica à influência dos des

locamentos horizontais u_3 na força cortante do painel (4). (a pequena diferença numérica é devida a erro de arredondamento).

Os deslocamentos horizontais dos painéis no próprio plano podem ser escritos como a função linear dos deslocamentos u , v e w de diafragma genérico

$$u_i = a_i u + b_i v + c_i w$$

onde as componentes a_i , b_i , c_i , com o sistema de eixos da Fig. (22), são

Painel	a_i	b_i	c_i (dm)
1	0,0	+1,0	-50
2	0,0	+1,0	-15
3	0,0	+1,0	+50
4	-1,0	0,0	+50
5	+1,0	0,0	-15
6	+1,0	0,0	+50

Pode-se então obter as forças cortantes nos painéis em função dos deslocamentos u , v e w

$$\begin{pmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 \\ Q_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -13,5 \times 10^7 & -22,5 \times 10^7 & +540,0 \times 10^7 \\ 0 & -21,332 \times 10^7 & -1066,6 \times 10^7 \\ 0 & 0 & 0 \\ -22,5 \times 10^7 & -13,5 \times 10^7 & +540,0 \times 10^7 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u''' \\ v''' \\ w''' \end{pmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & 10032 & -501600 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9460 & 623\ 500 \\ -3600 & 1552 & 257600 \\ 0 & 0 & 0 \\ 3600 & 1552 & 257600 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u' \\ v' \\ w' \end{bmatrix}$$

Pelo equilíbrio da força cortante do carregamento e das forças cortantes nos painéis segue

$$\sum Q_i a_i = Q_a$$

$$\sum Q_i b_i = Q_b$$

$$\sum Q_i c_i = Q_c$$

onde

$$Q = -0,8z + 24$$

e

$$a = 0,0 \quad b = 1,0 \quad c = 0,0$$

são as componentes do vetor unitário do plano de carga em relação ao sistema de eixos da Fig. (22).

As equações de equilíbrio formam o sistema de equações diferenciais

$$\begin{bmatrix} -22,5 \times 10^7 & -13,5 \times 10^7 & 540,0 \times 10^7 \\ -13,5 \times 10^7 & -43,832 \times 10^7 & -526,6 \times 10^7 \\ 540,0 \times 10^7 & -526,6 \times 10^7 & -69530,0 \times 10^7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u'''' \\ v'''' \\ w'''' \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{pmatrix} 7200 & 0 & 0 \\ 0 & 19492 & 126900 \\ 0 & 126600 & 82265000 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u' \\ v' \\ w' \end{pmatrix} =$$

$$= (-0,8z + 24,0) \begin{pmatrix} 0 \\ 1,0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

que em conjunto com as condições de contorno

$$u(0) = v(0) = w(0) = 0$$

$$u'(0) = v'(0) = w'(0) = 0$$

$$u''(l) = v''(l) = w''(l) = 0$$

permite determinar os deslocamentos u , v e w .

Mais uma vez o modelo matemático da associação é um sistema de equações diferenciais do tipo

$$-[J][U'''] + [S][U'] = Q[A]$$

onde para a matriz $[J]$, simétrica, contribuem os painéis com comportamento de parede e para a matriz $[S]$, também simétrica, os painéis com comportamento de pórtico. Evidentemente, um mesmo painel pode apresentar comportamento misto e portanto contribuir para ambas as matrizes.

Além das forças cortantes nos painéis, calculam-se em função dos deslocamentos do diafragma genérico:

a) Forças verticais na intersecção

$$q_1 = 31,1u' + 94,6v' + 6285w'$$

$$q_2 = -31,1u' + 94,6v' + 6285w'$$

$$q_3 = -9,0 \times 10^6 u''' - 9,0 \times 10^6 v''' + 270,0 \times 10^6 w'''$$

b) Deslocamentos verticais

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \delta_2 \\ \delta_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} +11,7 & -14,4 & -135,0 \\ +11,7 & +14,4 & +135,0 \\ -7,5 & -7,5 & +225,0 \\ +7,5 & +7,5 & -225,0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u' \\ v' \\ w' \end{pmatrix}$$

c) Momentos fletores nas paredes

$$\begin{pmatrix} M_2 \\ M_3 \\ M_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 9,0 \times 10^7 & -135,0 \times 10^7 \\ 0 & 21,332 \times 10^7 & 1066,0 \times 10^7 \\ 9,0 \times 10^7 & 0 & -135,0 \times 10^7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u'' \\ v'' \\ w'' \end{pmatrix}$$

d) Força normal nas paredes

$$N_2 = -9,0 \times 10^6 u'' - 9,0 \times 10^6 v'' + 270,0 \times 10^6 w''$$

$$N_5 = 9,0 \times 10^6 u'' + 9,0 \times 10^6 v'' - 270,0 \times 10^6 w''$$

$$N_3 = -62,6u + 62,6u(\ell)$$

e) Forças cortantes nos pilares

$$\begin{pmatrix} Q_{4e} \\ Q_{4d} \\ Q_{6e} \\ Q_{6d} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1531 & -112 & +70950 \\ -2072 & +1664 & +136800 \\ +1531 & -112 & +70950 \\ +2072 & 1664 & 136800 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u' \\ v' \\ w' \end{pmatrix}$$

onde Q_{ie} e Q_{id} representam a força cortante na secção do painel i , no pilar à esquerda e à direita respectivamente, conforme a Fig. (22).

Os resultados obtidos pela aplicação do Método das Di

ferenças Finitas, acham-se representados em diagrama nas Figs. (24) a (31).

A resolução analítica do sistema de equações diferenciais apresenta a vantagem de fornecer a solução exata, entretanto é mais trabalhosa. Mostra-se no cap. III que a aplicação de diferenças finitas permite obter resultados bastante aproximados constituindo assim uma outra opção de cálculo.

Quanto às forças cortantes nos painéis observem-se nas Figs. (25) e (26) os diagramas típicos de pórticos e paredes. O painel (3) apresenta comportamento misto evidenciado pela Fig. (25) e também pela expressão analítica de sua força cortante. O comportamento de pórtico da parede (5) resulta da não existência de carga na direção normal ao vento. Nesta direção, além da parede (5), encontram-se os pórticos (4) e (6). Da condição de equilíbrio segue que a força cortante na parede (5) será combinação das forças cortantes nos pórticos (4) e (6), justificando assim o diagrama da Fig. (26). Note-se também que todos os painéis recebem carga concentrada no topo.

As forças distribuídas q_1 e q_2 ao longo das intersecções de lintéis são nulas na base como mostra a Fig. (27). A razão é não sofrerem, os correspondentes painéis, distorção na base. Na intersecção das paredes (2) e (5) a força de intersecção vertical q_3 , (Fig. (28)), não se anula na base pois compatibiliza os deslocamentos axiais das paredes.

As Figs. (29) e (30) mostram em diagrama os deslocamentos verticais nas intersecções de lintéis e os deslocamentos axiais das paredes (2) e (5).

Na Fig. (31) estão desenhados os diagramas de momentos fletores nas paredes.

Os resultados foram analisados verificando a equação de equilíbrio de forças cortantes em vários níveis e as condições de contorno.

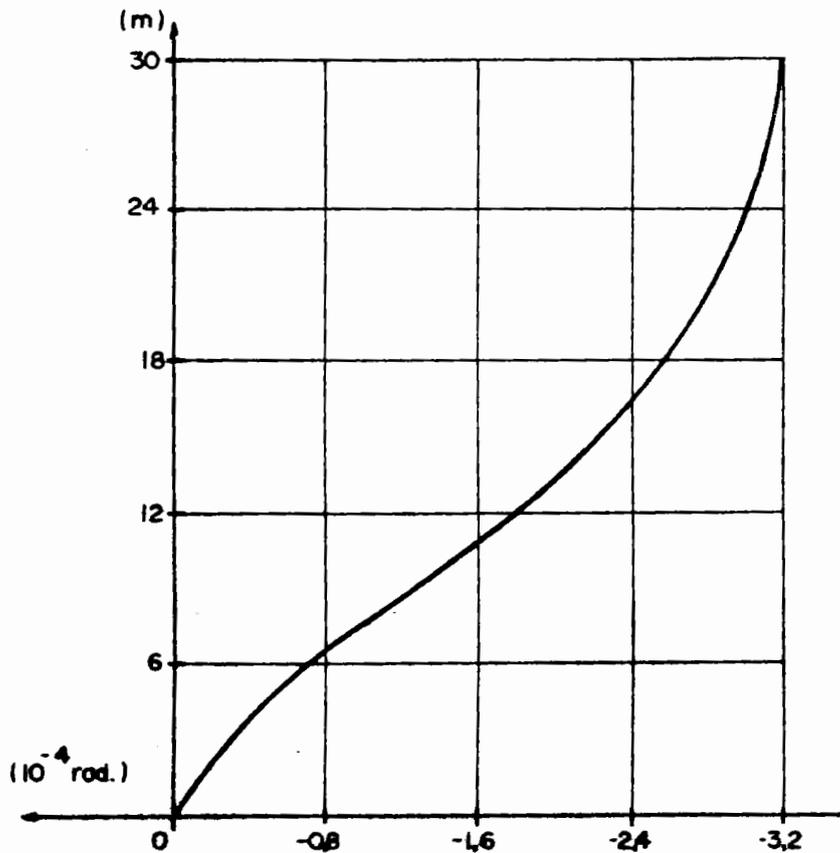


FIG.-24- ROTAÇÃO DO DIAFRAGMA GENÉRICO

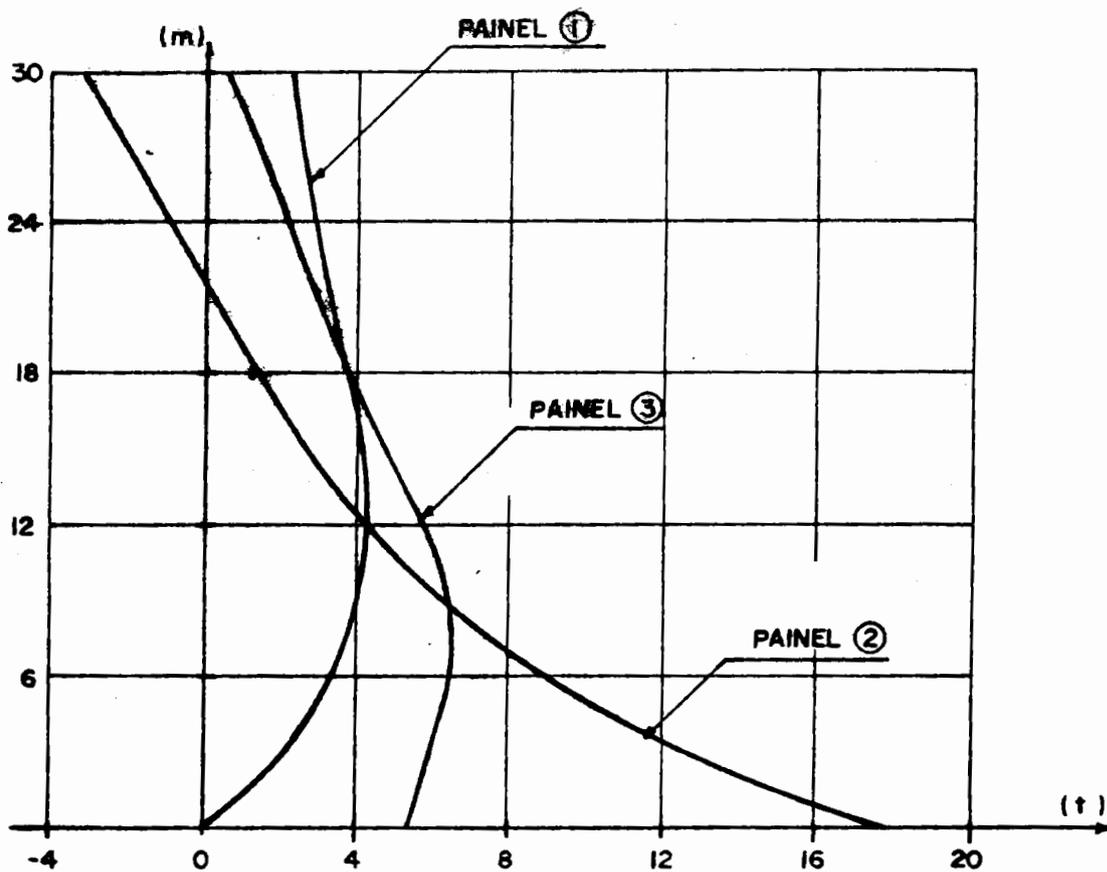


FIG.-25- FORÇAS CORTANTES NOS PAINÉIS

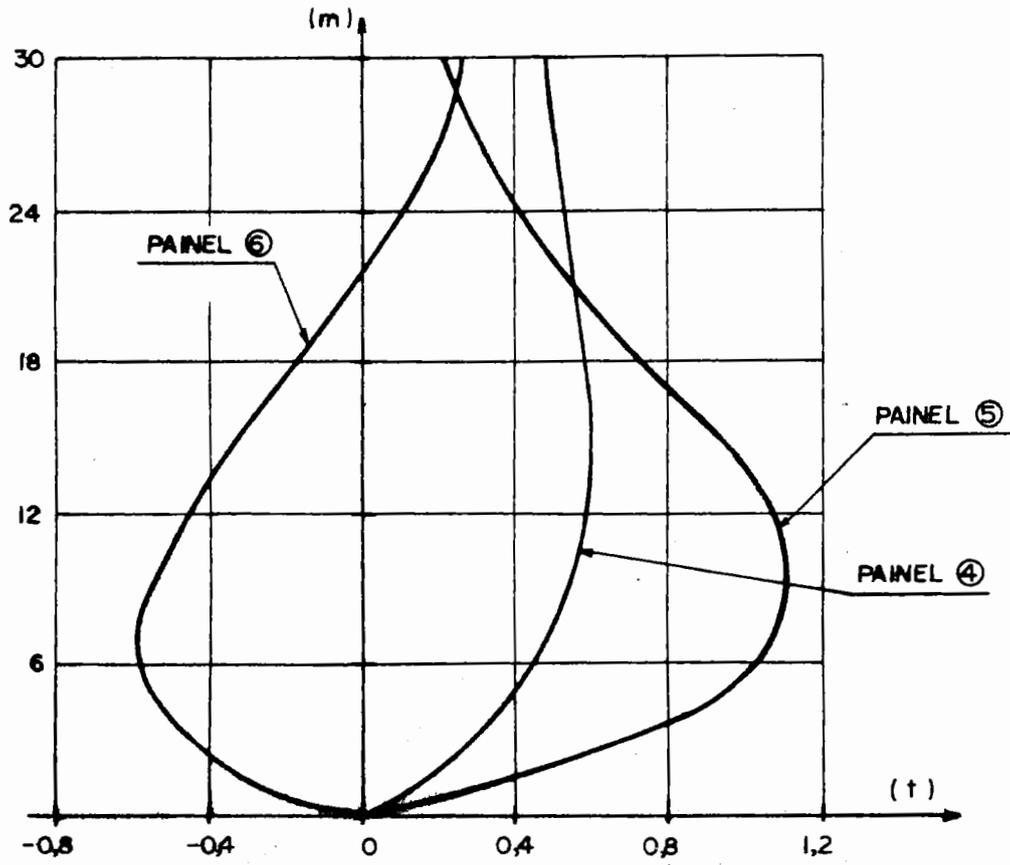


FIG. -26- FORÇAS CORTANTES NOS PAINÉIS

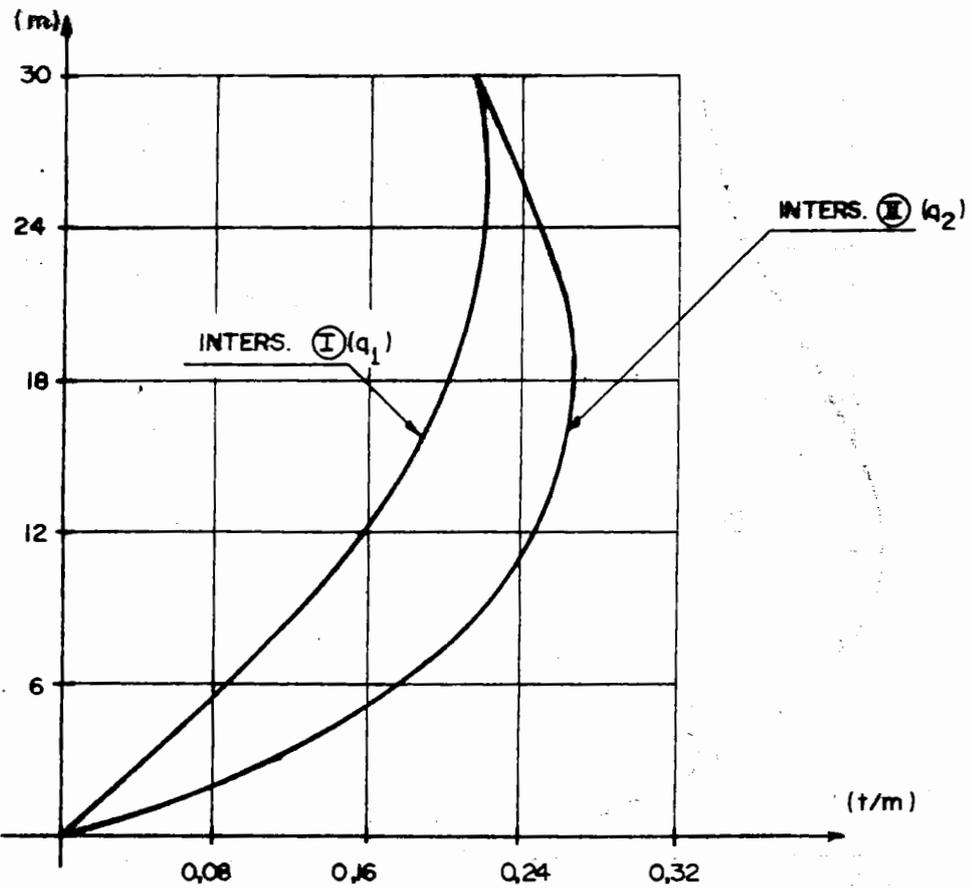


FIG. -27- FORÇAS DISTRIBUIDAS NAS INTERSECÇÕES I E II

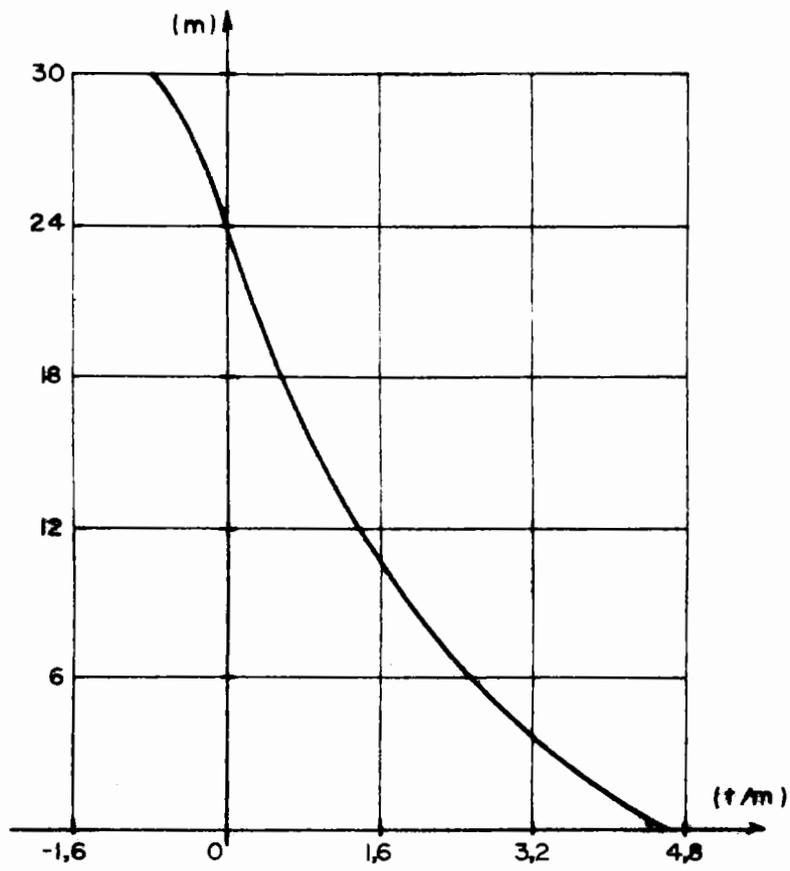


FIG. -28- FORÇAS DISTRIBUIDAS q_3 NA INTERSECÇÃO II

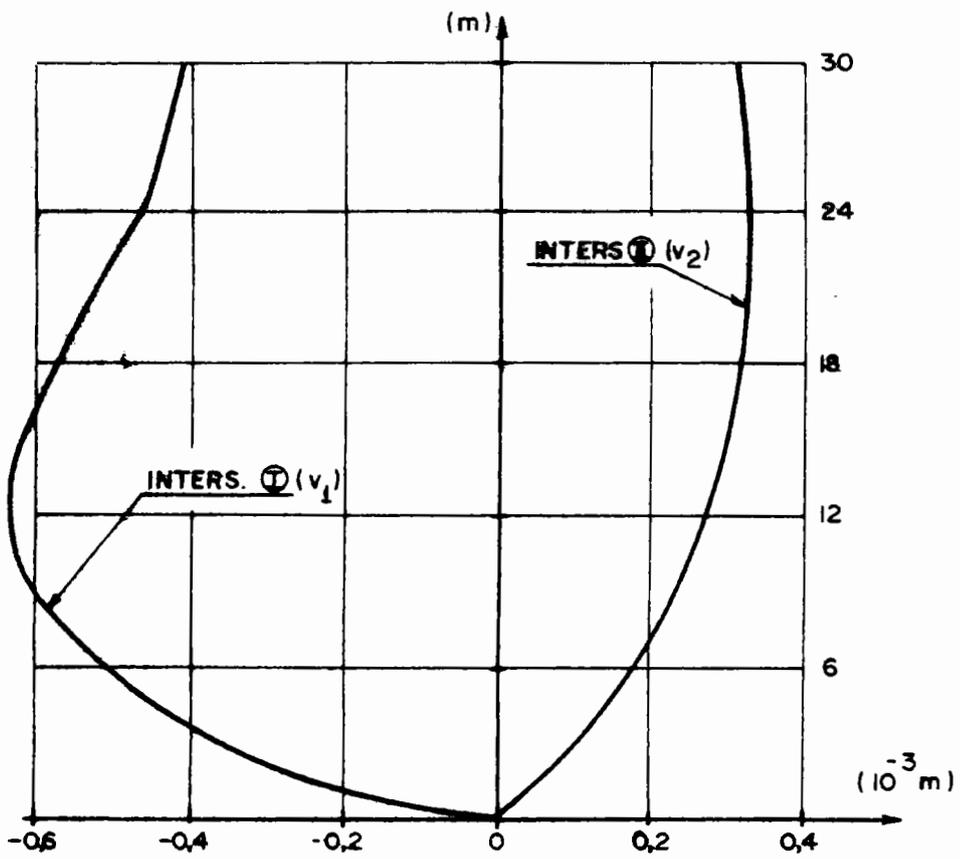


FIG. -29- DESLOCAMENTOS VERTICAIS NAS INTERSECÇÕES

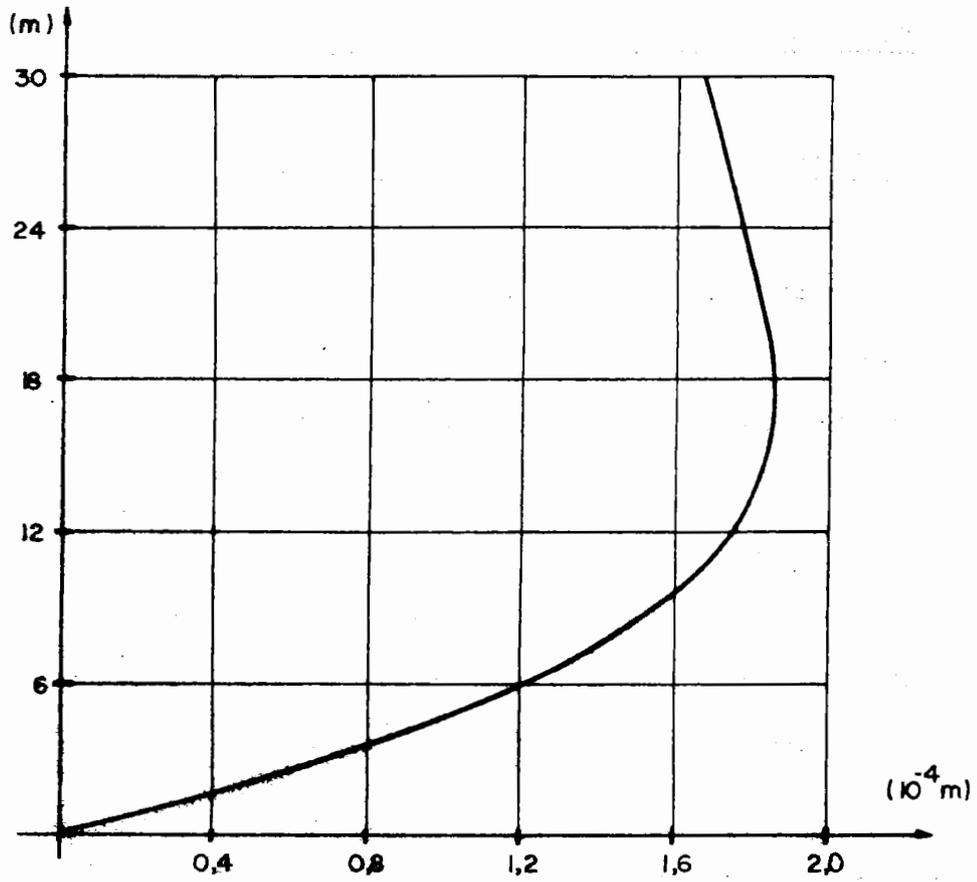


FIG. -30- DESLOCAMENTOS AXIAIS DAS PAREDES 2(-) E 5(+)

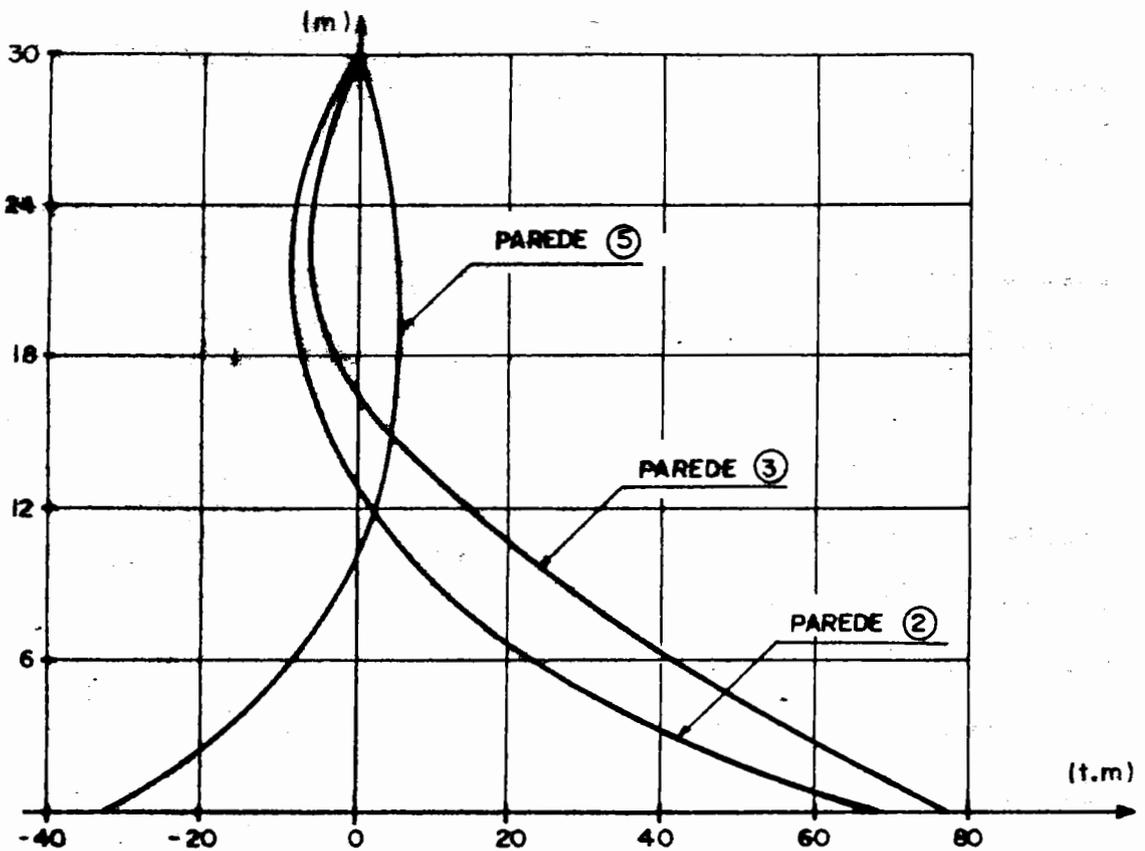


FIG. -31- MOMENTOS FLETORES NAS PAREDES

III - APLICAÇÃO DE DIFERENÇAS FINITAS

III.1 - INTRODUÇÃO

A aplicação da técnica do meio contínuo a problemas de ação do vento em edifícios elevados apresenta como vantagem principal, em relação aos processos discretos, a redução do número de parâmetros necessários à definição do comportamento de cada painel resistente.

A obtenção da solução analítica dos deslocamentos e esforços nos painéis exige entretanto que estes apresentem rigidez uniforme ao longo da altura.

Ampliando o campo de aplicação do processo foram desenvolvidas técnicas que permitem o tratamento contínuo em edifícios com variações de rigidez com a altura, desde que a variação se dê em determinadas secções, mantendo os trechos entre estas secções rigidez uniforme. Tratam deste problema os trabalhos [9], [9], e [10] da bibliografia.

Aqui propõe-se o método das diferenças finitas como instrumento para estender a aplicação da técnica do meio contínuo a problemas em que haja variação da rigidez dos painéis com a altura.

Esta nova técnica consiste então em tornar contínuo um problema discreto e novamente discretizar pela aplicação de diferenças finitas. Na passagem do problema inicial, discreto, para o final, também discreto, o número de incógnitas pode ser diminuído, quando se escolhe o número de pontos da rede de diferenças finitas.

III.2 - OPERADORES

O método das diferenças finitas será aqui aplicado à solução de sistemas de equações diferenciais nos quais a ordem mais alta de derivação é a terceira. Deve-se por isso, para obter as expressões em diferenças finitas das derivadas, usar polinômio de interpolação de grau igual ou superior a três. Preferiu-se usar polinômio de interpolação do quarto grau para trabalhar com operadores com número simétrico de pontos.

Seja o polinômio interpolador

$$p(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$$

cujos valores nos pontos -2δ , $-\delta$, 0 , δ , 2δ devem coincidir com os valores da função $f(x)$.

Com a notação da Fig. (1)

$$f(-2\delta) = F_{ee}$$

$$f(-\delta) = F_e$$

$$f(0) = F_i$$

$$f(\delta) = F_d$$

$$f(2\delta) = F_{dd} \dots\dots(1)$$

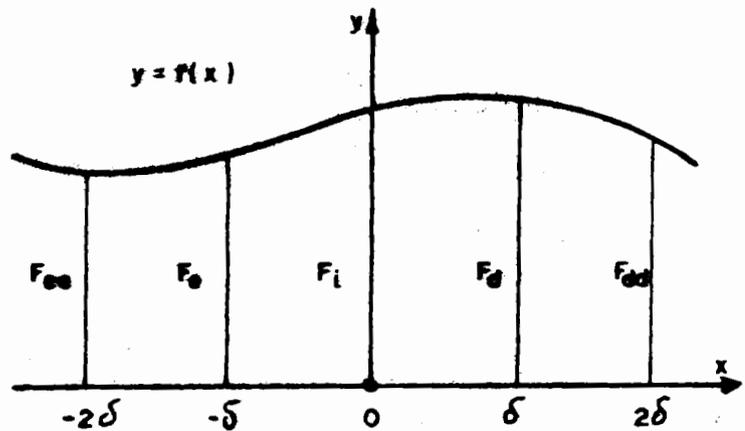


FIG. 1- VALORES DA FUNÇÃO

os coeficientes do polinômio devem satisfazer

$$\begin{bmatrix} (2\delta)^4 & -(2\delta)^3 & (2\delta)^2 & -2\delta & 1 \\ \delta^4 & -\delta^3 & \delta^2 & -\delta & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \delta^4 & \delta^3 & \delta^2 & \delta & 1 \\ (2\delta)^4 & (2\delta)^3 & (2\delta)^2 & 2\delta & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{ee} \\ F_e \\ F_i \\ F_d \\ F_{dd} \end{bmatrix} \dots\dots(2)$$

de onde resulta

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{24\delta^4} [F_{ee} - 4F_e + 6F_i - 4F_d + F_{dd}] \\ b &= \frac{1}{12\delta^3} [-F_{ee} + 2F_e - 2F_d + F_{dd}] \\ c &= \frac{1}{24\delta^2} [-F_{ee} + 16F_e - 30F_i + 16F_d - F_{dd}] \dots\dots(3) \\ d &= \frac{1}{12\delta} [F_{ee} - 8F_e + 8F_d - F_{dd}] \\ e &= F_i \end{aligned}$$

A função $f(x)$ sendo aproximada pelo polinômio $p(x)$ no intervalo $(-2\delta, +2\delta)$, a expressão da terceira derivada de $f(x)$ no ponto $x=0$, que se indica f_i''' é obtida fazendo

$$f_i''' = p'''(0) = 6b$$

e portanto, em vista das equações (3), vem

$$f_i''' = \frac{1}{2\delta^3} [-F_{ee} + 2F_e - 2F_d + F_{dd}] \dots\dots\dots(4)$$

Será também necessário obter $f''''(-\delta)$ e $f''''(\delta)$ que se indicam por f_e'''' e f_d'''' e valem

$$f_e'''' = p''''(-\delta) = -24a\delta + 6b$$

$$f_d'''' = p''''(\delta) = 24a\delta + 6b$$

Com os valores fornecidos pelas equações (3) encontram-se

$$f_e'''' = \frac{1}{2\delta^3} \left[-3F_{ee} + 10F_e - 12F_i + 6F_d - F_{dd} \right] \dots(5)$$

$$f_d'''' = \frac{1}{2\delta^3} \left[F_{ee} - 6F_e + 12F_i - 10F_d + 3F_{dd} \right] \dots(6)$$

Com procedimento análogo deduziram-se as expressões abaixo referentes à primeira e segunda derivadas

$$f_e' = \frac{1}{12\delta} \left[-3F_{ee} - 10F_e + 18F_i - 6F_d + F_{dd} \right]$$

$$f_i' = \frac{1}{12\delta} \left[F_{ee} - 8F_e + 8F_d - F_{dd} \right]$$

$$f_d' = \frac{1}{12\delta} \left[-F_{ee} + 6F_e - 18F_i + 10F_d + 3F_{dd} \right] \dots(7)$$

$$f_e'' = \frac{1}{12\delta^2} \left[11F_{ee} - 20F_e + 6F_i + 4F_d - F_{dd} \right]$$

$$f_i'' = \frac{1}{12\delta^2} \left[-F_{ee} + 16F_e - 30F_i + 16F_d - F_{dd} \right]$$

$$f_d'' = \frac{1}{12\delta^2} \left[-F_{ee} + 4F_e + 6F_i - 20F_d + 11F_{dd} \right]$$

As expressões (4), (5), (6), (7) serão utilizadas no decorrer deste capítulo na solução de diversos problemas de associação de paredes e pórticos.

III.3 - PAREDE E PÓRTICO ASSOCIADOS EM SÉRIE

A solução analítica pelo processo do meio contínuo da associação em série de parede e pórtico é encontrada em [1]. Os painéis são lá supostos de rigidez uniforme com a altura, tendo em vista o processo de solução adotado. Em [5] o problema é resolvido supondo a parede elasticamente engastada na base.

A equação diferencial que rege o comportamento conjunto é

$$Q = -j_w u'''' + s_f u' \dots\dots\dots(8)$$

onde Q é a força cortante externa; j_w o produto de rigidez a flexão EJ da parede; s_f a rigidez do andar genérico do pórtico à força cortante; e u o deslocamento horizontal.

As condições de contorno são, sendo l a ordenada do topo:

$$u(0) = u'(0) = u''(l) = 0 \dots\dots\dots(9)$$

uma vez suposta a parede rigidamente engastada na base.

A rede de diferenças finitas será constituída por pontos igualmente espaçados de δ , numerados de 1 a n , conforme está mostrado na Fig. 2. Quando a equação diferencial (8) e as condições de contorno (9), forem aplicadas aos pontos 3 a $(n-1)$, efetivamente pertencen-

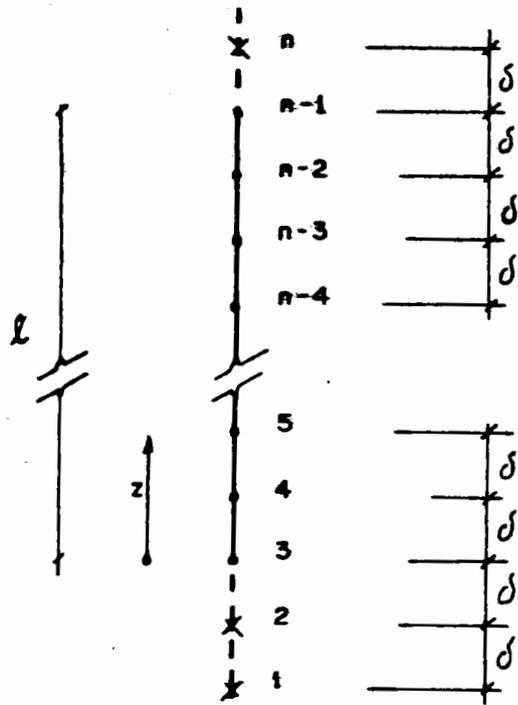


FIG.-2- REDE DE PONTOS

tes ao edifício, os pontos 1, 2 e n serão envolvidos nas equações. São entretanto "pontos fictícios" por não ser neles definida, no problema físico, a função incôgnita u.

A equação diferencial (8), aplicada ao ponto M, escreve-se em diferenças finitas, usando as expressões das derivadas f_i'''' e f_i' .

$$\begin{aligned} & \left[+6 J(M) + \delta^2 S(M) \right] F(M-2) + \\ & + \left[-12 J(M) - 8\delta^2 S(M) \right] F(M-1) + \\ & + \left[12 J(M) + 8\delta^2 S(M) \right] F(M+1) + \\ & + \left[-6 J(M) - \delta^2 S(M) \right] F(M+2) \\ & = 12 \delta^3 Q(M) \dots\dots\dots(10) \end{aligned}$$

onde se indicam com J(M), S(M), F(M), Q(M) os valores das funções j_w , s_f , u e Q no ponto M.

Como se vê a equação (10) não pode ser aplicada ao ponto $M=n-1$, topo do edifício, por envolver dois pontos à direita do ponto de aplicação. Recorre-se então aos operadores deduzidos no item III.2, que aproximam as derivadas da função no ponto à direita do ponto central i ou seja as derivadas f_d'''' e f_d' . Estes são assimétricos e envolvem três pontos à esquerda e apenas um ponto à direita de seu ponto d de aplicação. Podem portanto ser aplicados ao ponto n-1 que possui, na rede escolhida, o ponto n à sua direita.

Assim, para o topo, a equação (8) em diferenças finitas será escrita:

$$\begin{aligned} & \left[-6 J(N-1) - \delta^2 S(N-1) \right] F(N-4) + \\ & + \left[36 J(N-1) + 6\delta^2 S(N-1) \right] F(N-3) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left[-72 J(N-1) - 18\delta^2 S(N-1) \right] F(N-2) + \\
& + \left[60 J(N-1) + 10\delta^2 S(N-1) \right] F(N-1) + \\
& + \left[-18 J(N-1) + 3\delta^2 S(N-1) \right] F(N) = 12\delta^3 Q(N-1) \quad \dots(11)
\end{aligned}$$

As equações de contorno $u(0)=0$ e $u'(0)=0$ correspondem, tendo em conta as equações (7):

$$\begin{aligned}
F(3) &= 0 \\
F(1) - 8 F(2) + 8 F(4) - F(5) &= 0 \quad \dots\dots\dots(12)
\end{aligned}$$

A condição $u''(\ell)=0$, no topo, deve ser escrita aplicando o operador que calcula a derivada segunda no ponto à direita do ponto central i , isto é, f''_d . Este operador é assimétrico e envolve apenas um ponto à direita do ponto de aplicação $d=n-1$. A equação correspondente em diferenças finitas será:

$$-F(N-4) + 4 F(N-3) + 6 F(N-2) - 20 F(N-1) + 11 F(N) = 0 \quad \dots(13)$$

A equação (10) aplicada aos pontos 3,4,...,n-2 em conjunto com as equações (11), (12), (13) formam um sistema de n equações a n incógnitas que resolvido fornece os valores dos deslocamentos u .

O momento fletor na parede é dado por

$$M_w = j_w u''$$

que para o ponto genérico $M=3,4,\dots,n-2$ é aproximado por

$$\begin{aligned}
M_w(M) &= J(M) \left[-F(M-2) + 16 F(M-1) - 30 F(M) + 16 F(M+1) - \right. \\
& \left. - F(M+2) \right] / 12\delta^2 \quad \dots\dots\dots(14)
\end{aligned}$$

e para o topo por

$$\begin{aligned}
M_w(N-1) &= J(N-1) \left[11 F(N) - 20 F(N-1) + 6 F(N-2) + 4 F(N-3) \right. \\
& \left. - F(N-4) \right] / 12\delta^2 \quad \dots\dots\dots(15)
\end{aligned}$$

A força cortante na parede

$$Q_w = -j_w u''''$$

é avaliada por

$$QW(M) = -J(M) [-F(M-2) + 2 F(M-1) - 2 F(M+1) + F(M+2)] / 2\delta^3 \dots (16)$$

no ponto genérico $M=3,4,\dots,n-2$, e no topo por

$$QW(N-1) = -J(N-1) [3 F(N) - 10 F(N-1) + 12 F(N-2) - 6 F(N-3) + F(N-4)] / 2\delta^3 \dots (17)$$

Finalmente a força cortante no pórtico

$$Q_f = s_f u'$$

pode ser escrita

$$QF(M) = S(M) [F(M-2) - 8 F(M-1) + 3 F(M+1) - F(M+2)] / 12\delta \dots (18)$$

$$QF(N-1) = S(N-1) [3 F(N) + 10 F(N-1) - 18 F(N-2) + 6 F(N-3) - F(N-4)] / 12\delta \dots (19)$$

para o ponto genérico $M=3,4,\dots,n-2$ e para o topo, respectivamente.

III.4 - EXEMPLO 1

Neste exemplo comparam-se os resultados obtidos pelo método das diferenças finitas com aqueles fornecidos pela solução contínua analítica da associação em série de parede e pórtico. Os painéis de altura $l=30,0m$, possuem as rigidezes:

$$s_f = 2.560 \text{ t}$$

$$j_w = 256.000 \text{ tm}^2$$

constantes com a altura.

O carregamento é constituído pela carga uniformemente distribuída $p = 0,3 \text{ t/m}$.

As tabelas apresentadas a seguir mostram os valores obtidos com diferenças finitas, subdividindo o intervalo $(0, \ell)$ em 30 e 10 partes iguais, permitindo avaliar a variação da precisão com o número de subdivisões. Os números da tabela são adimensionais devendo-se, para obter cada grandeza, multiplicá-los pelo fator correspondente.

O exame dos resultados permite concluir que o método das diferenças finitas apresenta precisão bastante satisfatória e constitui útil variante para solução das equações diferenciais que resultam da aplicação do processo do "meio contínuo".

Tab. 1 - Deslocamentos do Painei

$z=z/\ell$	ANALITICO	DIFERENÇAS FINITAS	
		30	10
0	0	0	0
0.1	0,082	0,081	0,080
0.2	0,283	0,282	0,278
0.3	0,553	0,550	0,544
0.4	0,852	0,851	0,842
0.5	1,159	1,157	1,146
0.6	1,453	1,452	1,439
0.7	1,727	1,726	1,712
0.8	1,978	1,975	1,960
0.9	2,203	2,201	2,186
1.0	2,416	2,413	2,397
FATOR	$\frac{p \ell^4}{81 j_w}$		

Tab. 2 - Momentos Fletores na Parede

Z=z/l	ANALITICO	DIFERENÇAS FINITAS	
		30	10
0	0,2315	0,2312	0,2205
0.1	0,1457	0,1454	0,1437
0.2	0,0830	0,0829	0,0827
0.3	0,0380	0,0379	0,0377
0.4	0,0062	0,0063	0,0070
0.5	-0,0147	-0,0146	-0,0142
0.6	-0,0270	-0,0267	-0,0258
0.7	-0,0316	-0,0313	-0,0310
0.8	-0,0287	-0,0286	-0,0279
0.9	-0,0187	-0,0185	-0,0186
1.0	0,0000	0,0000	0,0000
FATOR	$p l^2$		

Tab. 3 - Forças Cortantes na Parede

Z=z/l	ANALITICO	DIFERENÇAS FINITAS	
		30	10
0	1,000	1,000	1,000
0.1	0,732	0,732	0,734
0.2	0,531	0,531	0,534
0.3	0,378	0,378	0,381
0.4	0,259	0,259	0,262
0.5	0,163	0,163	0,166
0.6	0,082	0,083	0,084
0.7	0,009	0,009	0,010
0.8	-0,063	-0,063	-0,062
0.9	-0,141	-0,141	-0,141
1.0	-0,232	-0,232	-0,232
FATOR	$p l^2$		

Tab. 4 - Forças Cortantes no Pórtico

z=z/ℓ	ANALITICO	DIFERENÇAS FINITAS	
		30	10
0	0	0	0
0.1	0,163	0,163	0,165
0.2	0,269	0,269	0,266
0.3	0,322	0,322	0,319
0.4	0,341	0,341	0,338
0.5	0,337	0,337	0,334
0.6	0,318	0,317	0,315
0.7	0,291	0,291	0,289
0.8	0,263	0,263	0,262
0.9	0,241	0,241	0,241
1.0	0,232	0,232	0,232
FATOR	pℓ		

III.5 - EXEMPLO 2

Considere-se a associação em série do pórtico de rigidez constante $s_f=2560t$ com a parede de secção continuamente variável da base ao topo com largura constante 20cm, altura na base 1,97m (que corresponde a $j=256000tm^2$) e altura no topo 1,00m. Os painéis tem altura $\ell=30,0m$ e o carregamento é constituído pela carga uniformemente distribuída $p=0,3 t/m$.

Nas Figs. (3) a (5) representam-se em linha cheia os resultados obtidos na associação do pórtico e a parede de secção variável. Em linha tracejada representam-se os decorrentes da associação do pórtico com parede de secção constante. Para efeito de comparação as paredes possuem a mesma secção na base.

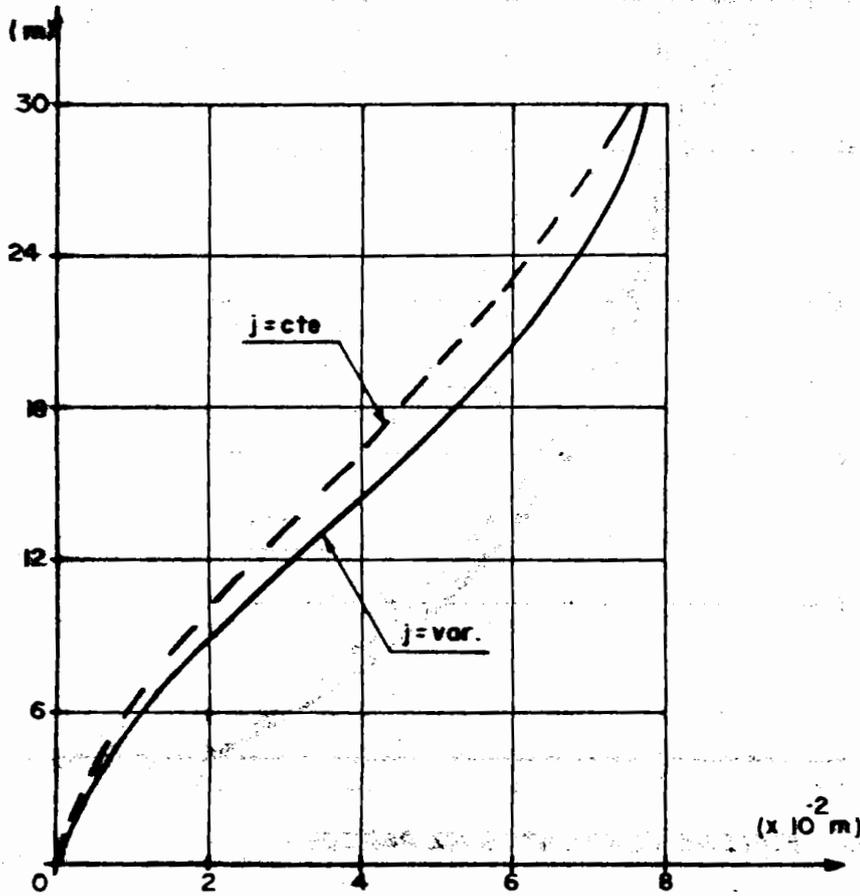


FIG-3- DESLOCAMENTOS DO PAINEL

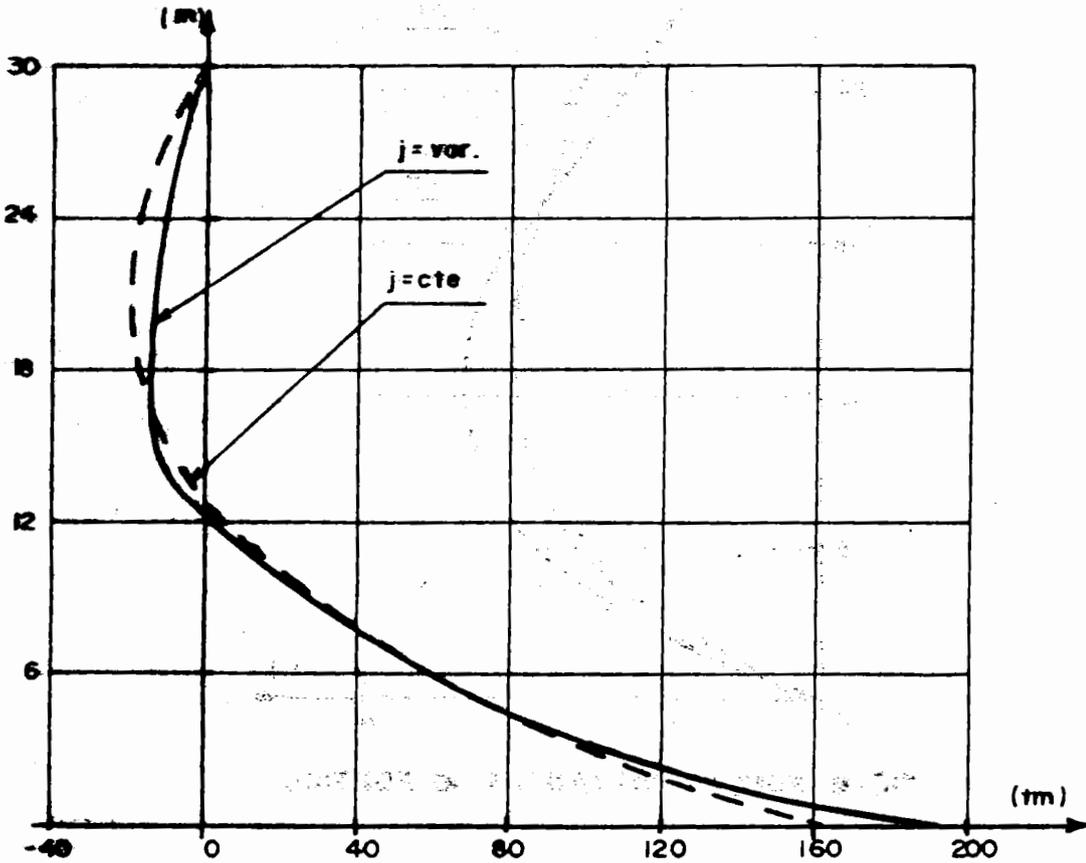


FIG-4- MOMENTOS FLETORES NA PAREDE

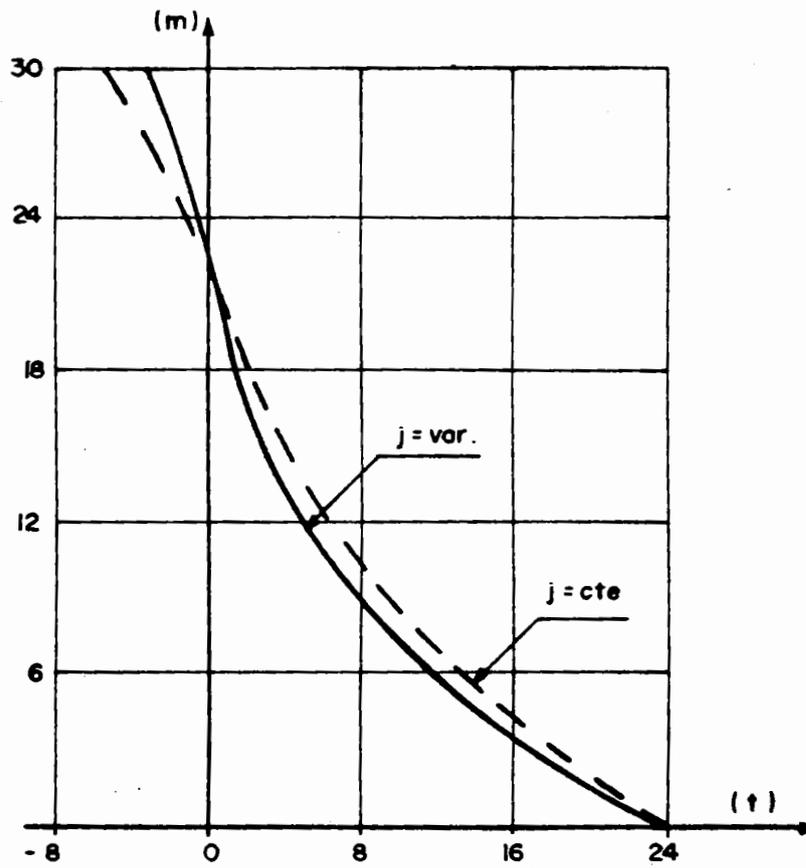


FIG-5- FORÇAS CORTANTES NA PAREDE

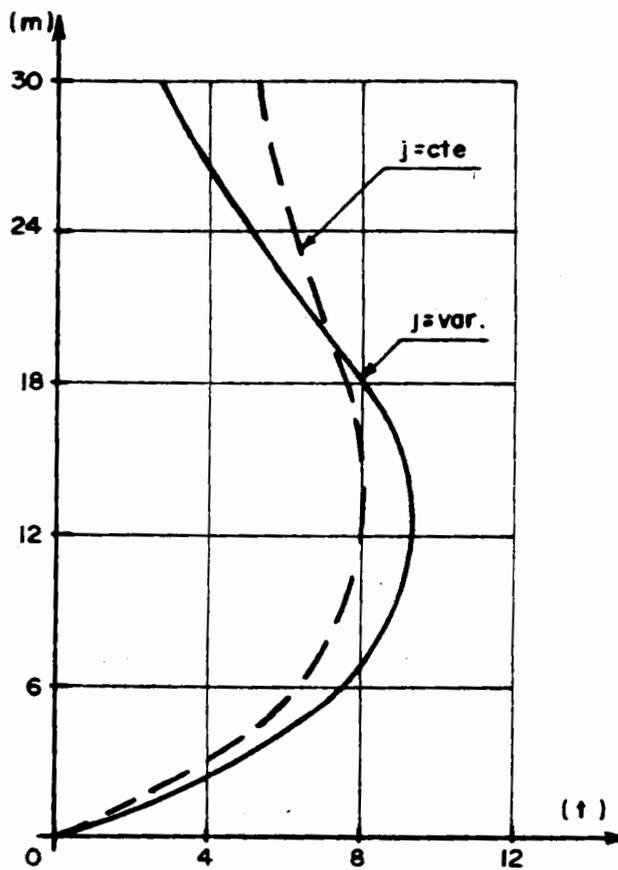


FIG-6- FORÇAS CORTANTES NO PÓRTICO

III.6 - ASSOCIAÇÃO TRIDIMENSIONAL DE PAREDES E PÓRTICOS

A associação tridimensional de paredes e pórticos é caso particular da associação tridimensional de painéis gerais estudada neste trabalho. O sistema de equações diferenciais que permite determinar os deslocamentos incógnitos se escreve

$$-[J][U'''] + [S][U'] = Q[A] \dots\dots\dots(20)$$

onde as matrizes envolvidas são definidas pelas equações (51), (52), (53) e (54) do ítem I.5 e Q é a força cortante da carga externa à cota z.

Tendo em conta as grandezas, convenções, sistemas de eixos definidos no ítem I.5 passa-se à determinação das condições de contorno e à resolução do sistema de equações (20) por diferenças finitas.

O conjunto de paredes e o conjunto de pórticos serão supostos não degenerados, isto é, admite-se existir em cada conjunto pelo menos três painéis não concorrentes em um mesmo ponto e não paralelos a uma mesma reta. Trata-se do caso geral de associação referido em [1] e [5].

Com esta hipótese as condições de contorno são

- a) $u(0) = v(0) = w(0) = 0$
- b) $u'(0) = v'(0) = w'(0) = 0 \dots\dots\dots(21)$
- c) $u''(l) = v''(l) = w''(l) = 0$

A rede de pontos onde são definidas as funções deslocamentos u, v e w é a mesma da Fig. (2), onde os pontos 1, 2 e n são "fictícios".

Deve-se aplicar cada uma das equações do sistema (20)

aos pontos 3,4,5...,n-1; onde vale o equilíbrio da força cortante externa e a soma das forças cortantes internas em cada painel.

Designam-se por $F(M)$, $F(M+N)$, $F(M+2N)$ os valores dos deslocamentos u , v e w no ponto M qualquer e usa-se a notação

$$\begin{aligned} C(-2,d,e) &= 6 J_{de}(M) + \delta^2 S_{de}(M) \\ C(-1,d,e) &= -12 J_{de}(M) - 8\delta^2 S_{de}(M) \\ C(+1,d,e) &= 12 J_{de}(M) + 8\delta^2 S_{de}(M) \\ C(+2,d,e) &= -6 J_{de}(M) - \delta^2 S_{de}(M) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(22)$$

onde \underline{d} , \underline{e} são quaisquer das coordenadas \underline{a} , \underline{b} e \underline{c} e $J_{de}(M)$ e $S_{de}(M)$ são as grandezas J_{de} e S_{de} calculadas no ponto $M = 3,4,\dots, n-1$.

Assim, o sistema de equações (20), aplicado ao ponto genérico $M (3,4,\dots,n-2)$ fornece três equações em diferenças finitas:

$$\begin{aligned} C(-2,d,a)F(M-2)+C(-1,d,a)F(M-1)+C(+1,d,a)F(M+1)+C(+2,d,a)F(M+2)+ \\ +C(-2,d,b)F(M+N-2)+C(-1,d,b)F(M+N-1)+C(+1,d,b)F(M+N+1)+C(+2,d,b) \cdot \\ \cdot F(M+N+2)+C(-2,d,c)F(M+2N-2)+C(-1,d,c)F(M+2N-1)+C(+1,d,c)F(M+2N+1)+ \\ +C(+2,d,c)F(M+2N+2) = 12 \xi^3 Q(M) d \quad \dots\dots\dots(23) \end{aligned}$$

onde \underline{d} representa sucessivamente em cada equação, uma das coordenadas \underline{a} , \underline{b} e \underline{c} .

As equações (23) não se aplicam ao ponto $M = n-1$, sendo necessário usar os operadores que envolvem somente um ponto à direita do ponto de aplicação.

Com a notação

$$\begin{aligned} D(-4,d,e) &= -6J_{de}(N-1) - \delta^2 S_{de}(N-1) \\ D(-3,d,e) &= 36J_{de}(N-1) + 6\delta^2 S_{de}(N-1) \\ D(-2,d,e) &= -72J_{de}(N-1) - 18\delta^2 S_{de}(N-1) \\ D(-1,d,e) &= 60J_{de}(N-1) + 10\delta^2 S_{de}(N-1) \\ D(0,d,e) &= -18J_{de}(N-1) + 3\delta^2 S_{de}(N-1) \quad \dots\dots\dots(24) \end{aligned}$$

onde \underline{d} , \underline{e} são quaisquer das coordenadas \underline{a} , \underline{b} e \underline{c} e $J_{de}(N-1)$, $S_{de}(N-1)$ são os coeficientes J_{de} e S_{de} calculados no ponto $M=n-1$, as três equações para o topo são

$$\begin{aligned}
 & D(-4, d, a)F(N-4) + D(-3, d, a)F(N-3) + D(-2, d, a)F(N-2) + \\
 & + D(-1, d, a)F(N-1) + D(0, d, a)F(N) + \\
 & \quad D(-4, d, b)F(2N-4) + D(-3, d, b)F(2N-3) + D(-2, d, b)F(2N-2) + \\
 & + D(-1, d, b)F(2N-1) + D(0, d, b)F(2N) + \\
 & \quad D(-4, d, c)F(3N-4) + D(-3, d, c)F(3N-3) + D(-2, d, c)F(3N-2) + \\
 & + D(-1, d, c)F(3N-1) + D(0, d, c)F(3N) = \\
 & = 12\delta^3 Q(N-1) \cdot d \quad \dots\dots\dots(25)
 \end{aligned}$$

onde \underline{d} deve ser substituído sucessivamente pelas coordenadas \underline{a} , \underline{b} e \underline{c} .

A condição de contorno $u(0) = v(0) = w(0) = 0$ é imposta pelas equações

$$F(3) = F(N+3) = F(2N+3) = 0 \quad \dots\dots\dots(26)$$

As três equações

$$F(A+1) - 8F(A+2) + 8F(A+4) - F(A+5) = 0 \quad \dots\dots(27)$$

onde A assume sucessivamente os valores 0, N e 2N, correspondem à $u'(0) = v'(0) = w'(0) = 0$ e, finalmente, a condição $u''(\ell) = v''(\ell) = w''(\ell) = 0$ será expressa pelas equações

$$\begin{aligned}
 & -F(A-4) + 4F(A-3) + 6F(A-2) - 20F(A-1) + 11F(A) = 0 \\
 & \dots\dots\dots(28)
 \end{aligned}$$

onde A assume sucessivamente os valores N, 2N e 3N.

As equações (23), (25), (26), (27) e (28) formam um sistema de $3n$ equações tendo por incógnitas os deslocamentos u, v e w nos pontos 1 a n. Conhecidos os deslocamentos do diafragma genérico podem ser calculados os esforços em cada painel.

O momento fletor na parede w,

$$M_w = j_w u_w'' = j_w (a_w u'' + b_w v'' + c_w w'')$$

em um ponto M qualquer, pode ser calculado com a expressão

$$M_w(M) = j_w(M) [a_w MWA(1) + b_w MWA(2) + c_w MWA(3)] \dots\dots(29)$$

onde para M=3,4,...n-2 tem-se

$$MWA(J) = [-F(A+M-2) + 16F(A+M-1) - 30F(A+M) + 16F(A+M+1) - F(A+M+2)]/12\delta^2$$

com J assumindo os valores 1,2,3 e sendo correspondentemente

$$A = (J-1)N \dots\dots\dots(30)$$

e para M = n-1(topo)

$$MWA(J) = [11F(A+N) - 20F(A+N-1) + 6F(A+N-2) + 4F(A+N-3) - F(A+N-4)]/12\delta^2$$

$$\text{com } A = (J-1)N \text{ e } J = 1,2,3 \dots\dots\dots(31)$$

A força cortante na parede w, expressa por

$$Q_w = -j_w (a_w u_w''' + b_w v_w''' + c_w w'''),$$

pode ser escrita no ponto M, em diferenças finitas

$$Q_w(M) = -j_w(M) [a_w QWA(1) + b_w QWA(2) + c_w QWA(3)] \dots\dots(32)$$

sendo que para M=3,4,...,n-2, com

$$J=1,2,3 \text{ e}$$

$$A = (J-1)N$$

tem-se

$$QWA(J) = [-F(A+M-2) + 2F(A+M-1) - 2F(A+M+1) + F(A+M+2)]/12\delta^3 \dots\dots\dots(33)$$

e para $M = n-1$ (topo)

$$QWA(J) = [3F(A+N) - 10F(A+N-1) + 12F(A+N-2) - 6F(A+N-3) + F(A+N-4)] / 12\delta^3$$

com $A = (J-1)N$ e $J = 1, 2, 3$

.....(34)

A força cortante no pórtico f valendo

$$Q_f = s_f u'_f = s_f (a_f u' + b_f v' + c_f w')$$

será calculada no ponto $M=3, 4, \dots, n-1$ pela expressão

$$QF(M) = s_f(M) [a_f QFA(1) + b_f QFA(2) + c_f QFA(3)] \dots(35)$$

onde o vetor das derivadas QFA é definido por

a) para $M=3, 4, \dots, n-2$

$$QFA(J) = [+F(A+M-2) - 9F(A+M-1) + 3F(A+M+1) - F(A+M+2)] / 12\delta$$

onde

$A = (J-1)N$ e J assume os valores $1, 2, 3$

.....(36)

b) para $M=n-1$, com $J=1, 2, 3$

$$QFA(J) = [3F(A+N) + 10F(A+N-1) - 13F(A+N-2) + 6F(A+N-3) - F(A+N-4)] / 12\delta$$

sendo

$A = (J-1)N$

.....(37)

III.7 - EXEMPLO 3

Como exemplo de associação tridimensional estudou-se a estrutura do edifício cuja planta está representada na Fig. (7). O conjunto de pórticos e o conjunto de paredes são capazes de receber isoladamente, qualquer carregamento, tratando-se portanto de um caso não degenerado de associação, valendo as condições de contorno (21).

No edifício, constituído de 10 andares de pé-direito $h = 3,0\text{m}$, as vigas são iguais e de secção $20 \times 50\text{cm}$ em todos os andares, os pilares tem secção $40 \times 40\text{cm}$ constante com a altura. As paredes (1) e (2) tem secção constante $25 \times 200\text{cm}$ e a parede (3) possui dimensões $25 \times 250\text{cm}$ também constantes.

O carregamento é constituído pela carga uniformemente distribuída $p = 1,3\text{t/m}$.

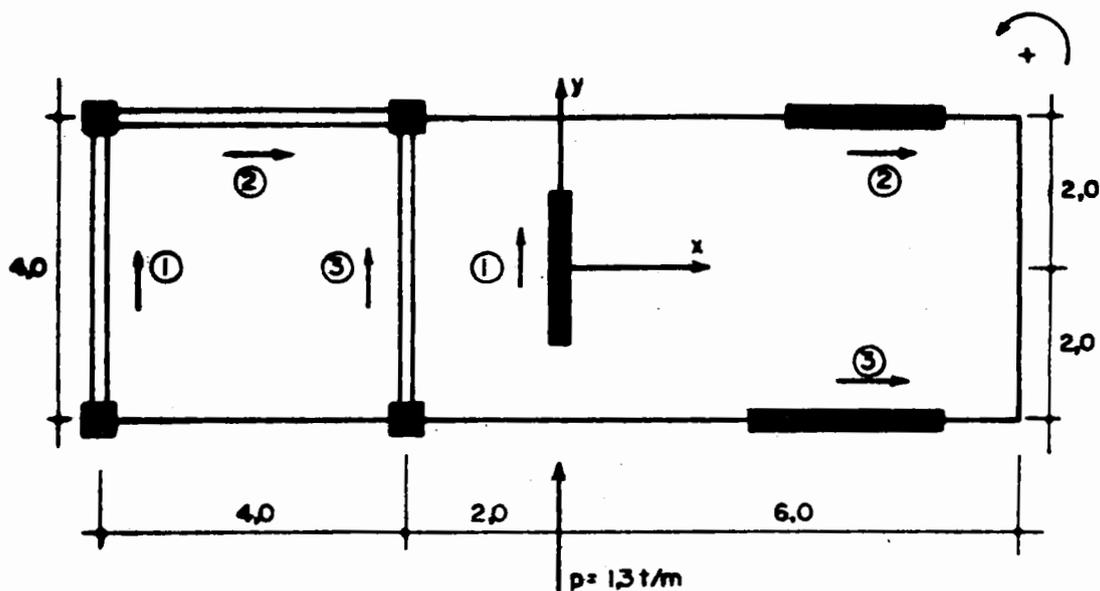


FIG.7- EXEMPLO DE ASSOCIAÇÃO TRIDIMENSIONAL

As paredes (1) e (2), iguais, possuem características de rigidez

$$E = 200.000 \text{ kg/cm}^2$$

$$J = \frac{0,25 \times 2,0^3}{12} = 0,167 \text{ m}^4$$

e portanto

$$j_1 = j_2 = EJ = 23,4 \times 10^4 \text{ tm}^2$$

Com relação à parede (3), tem-se

$$J = \frac{0,25 \times 2,5^3}{12} = 0,326 \text{ m}^4$$

e

$$j_3 = EJ = 65,2 \times 10^4 \text{ tm}^2$$

As características dos pórticos (1), (2), (3) são

a) momento de inércia dos pilares

$$J_p = \frac{4,0 \times 4,0^3}{12} = 21,3 \text{ dm}^4$$

b) momento de inércia das vigas

$$J_v = \frac{2,0 \times 5,0^3}{12} = 20,8 \text{ dm}^4$$

$$k_p = \frac{J_p}{h} = \frac{21,3}{30,0} = 0,71 \text{ dm}^3$$

$$k_v = \frac{J_v}{l} = \frac{20,8}{40,0} = 0,52 \text{ dm}^3$$

Pela eq. (6) do APÊNDICE 1 encontra-se

$$s_f = \frac{12}{30,0} \times 2,0 \times 10^4 \times 2 \times 0,19 = 3040t$$

Em relação ao sistema de eixos (x,y) e tendo em conta os sentidos dos vetores unitários de cada painel, mostrados na Fig. (7), tem-se os seguintes dados da associação.

a) Componentes do vetor unitário da carga

$$a = 0,0 \quad b = +1,0 \quad c = 0,0$$

b) Características das paredes

Parede	a_w	b_w	c_w (m)	j_w (t.m ²)
1	0,0	+1,0	0,0	234000
2	+1,0	0,0	-2,0	234000
3	+1,0	0,0	+2,0	652000

c) Características dos pórticos

Pórtico	a_f	b_f	c_f (m)	s_f (t)
1	0,0	+1,0	-6,0	3040
2	+1,0	0,0	-2,0	3040
3	0,0	+1,0	-2,0	3040

Resolvido o sistema de equações diferenciais (20), que rege o comportamento da estrutura, pelo método das diferenças finitas, com as condições de contorno (21), determinaram-se os deslocamentos e esforços em cada painel que foram lançados em gráfico nas Figs. (8) a (25).

Devido à assimetria da estrutura o andar genérico sofre rotação sempre no sentido anti-horário (Fig. 8). O sentido da rotação é facilmente entendido uma vez que as paredes (2) e (3), situados à direita do plano de carga não apresentam qualquer rigidez transversal.

As Figs. (9) e (10) evidenciam as parcelas de carga recebidas pela parede (1), situada no plano da carga, e pelo restan



te da estrutura. Nota-se que esta parede é bastante aliviada pelos pórticos (3) e (1).

A presença de pórticos na mesma direção da parede (1) diminui a inclinação da linha elástica voltada para sotavento, comportamento característico da parede isolada, conforme mostra a Fig. (11). Esta redução é devida à interação de parede e pórtico por meio de forças concentradas no topo, quando associadas em série. Estas forças permitem compatibilizar a elástica do pórtico (concavidade voltada para barlavento) com a da parede (concavidade voltada para sotavento) quando trabalham em conjunto.

A força cortante no pórtico (3), Fig. (12), com andamento característico de pórtico associado a parede, indica a sua interação com a parede (1). Na Fig. (13) vê-se que a elástica tem aliviada sua concavidade voltada para barlavento.

O pórtico (2) recebe a carga no sentido da rotação do diafragma genérico. Estando associado em série com a parede (2) recebe carga concentrada no topo, (Fig. 14), e apresenta elástica característica desta associação (Fig. 15).

O aspecto do gráfico da força cortante no pórtico (1), apresentado na Fig. (16) é devido ao deslocamento do edifício na direção da carga e à rotação da estrutura (que carrega o painel em sentido contrário ao de seu versor). O efeito da rotação é mais visível na Fig. (17) onde estão representados os deslocamentos horizontais.

A comparação entre a força cortante na parede (2), Fig. (18), e a força cortante na parede (3), que não possui pórtico associado, indica a influência da associação em série da parede (2) e o pórtico (2). Esta influência é também evidenciada pela comparação entre os momentos fletores nas paredes (2) e (3) mostrados nas Figs. (20) e (22), respectivamente. Na parede (2), que possui pórtico associado em série, o momento fletor muda de

sinal o que não ocorre na parede (3). Observa-se ainda que a elástica da parede (3), representada na Fig. (23), possui inclinação para sotavento mais pronunciada que a elástica da parede (2), mostrada na Fig. (21).

Na Fig. (24) apresenta-se em conjunto os diagramas das forças cortantes nos painéis. Os deslocamentos de cada painel acham-se reunidos na Fig. (25).

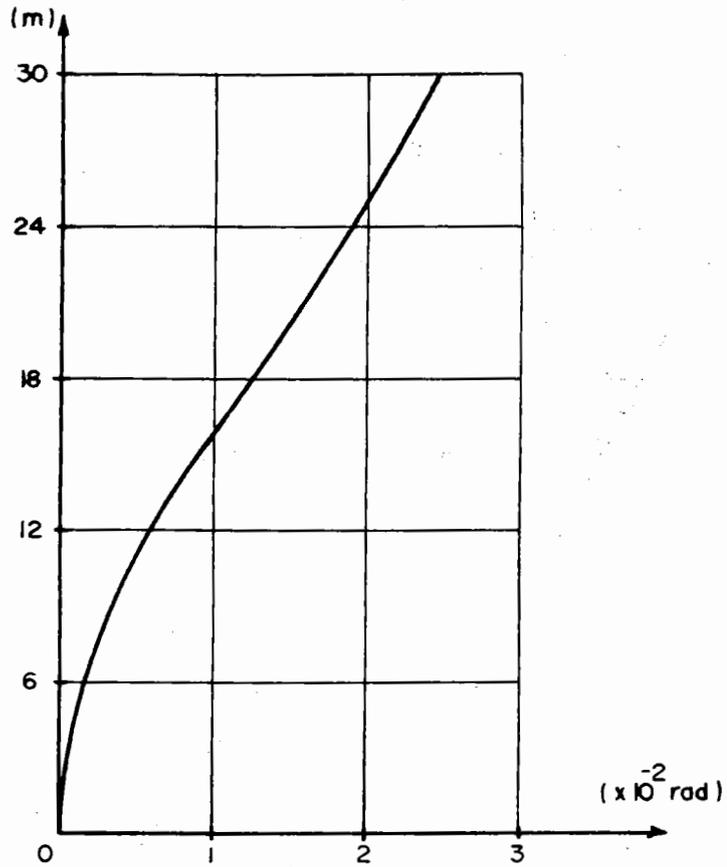


FIG. 8- ROTAÇÃO DO DIAFRAGMA GENÉRICO

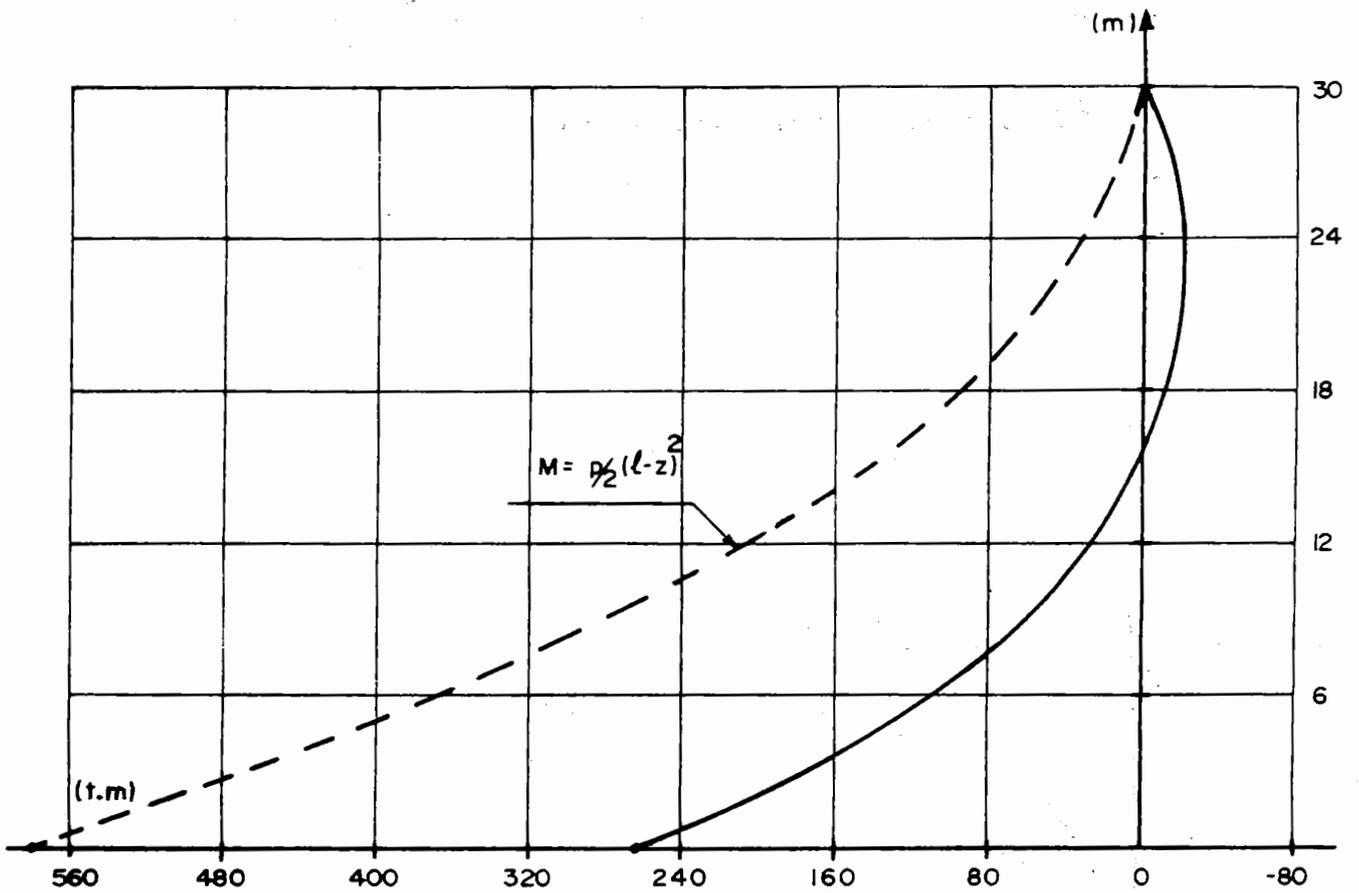


FIG. 9- MOMENTO FLETOR NA PAREDE (I)

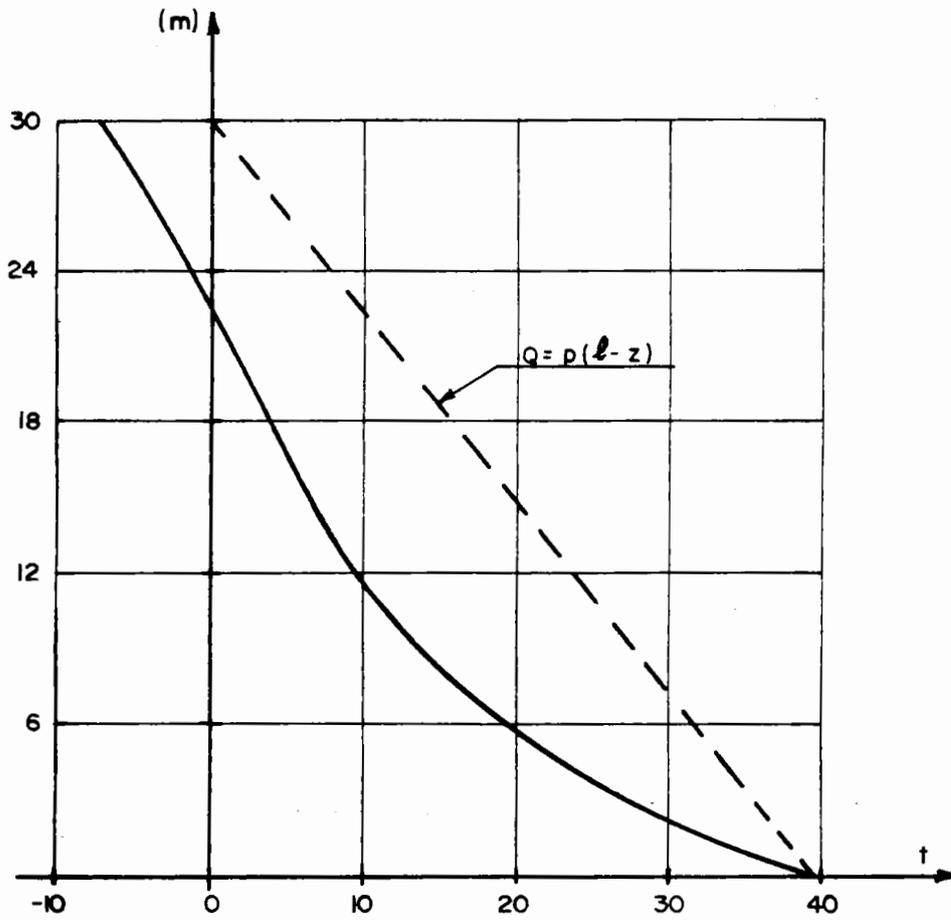


FIG.-10- FORÇAS CORTANTES NA PAREDE (I)

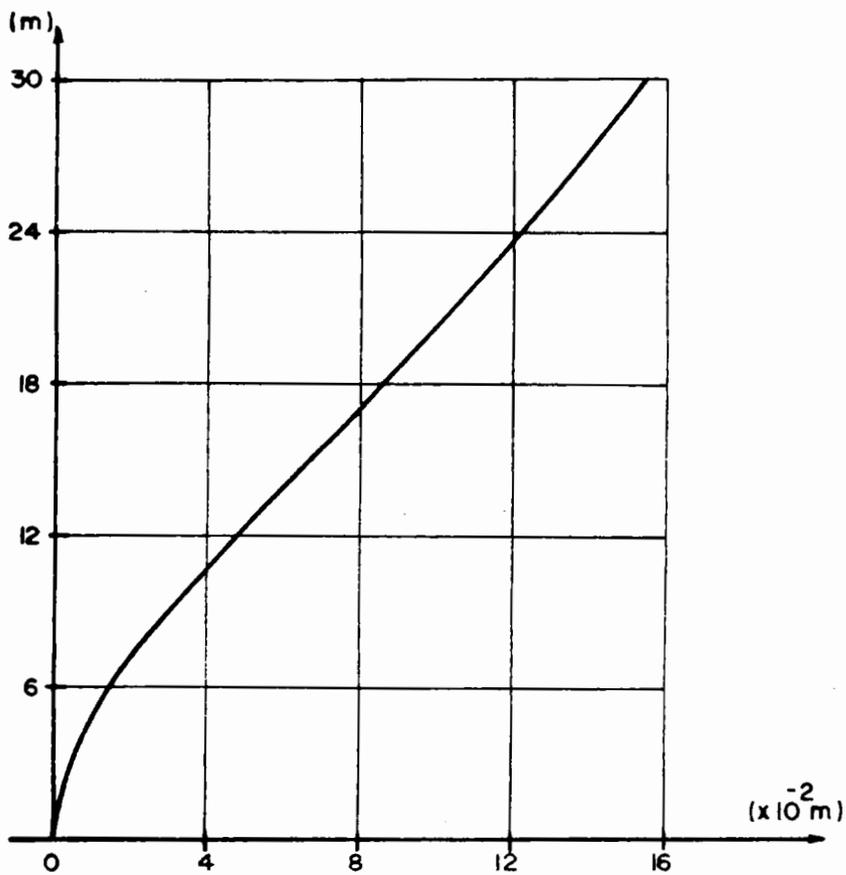


FIG.-11- DESLOCAMENTOS DA PAREDE (I)

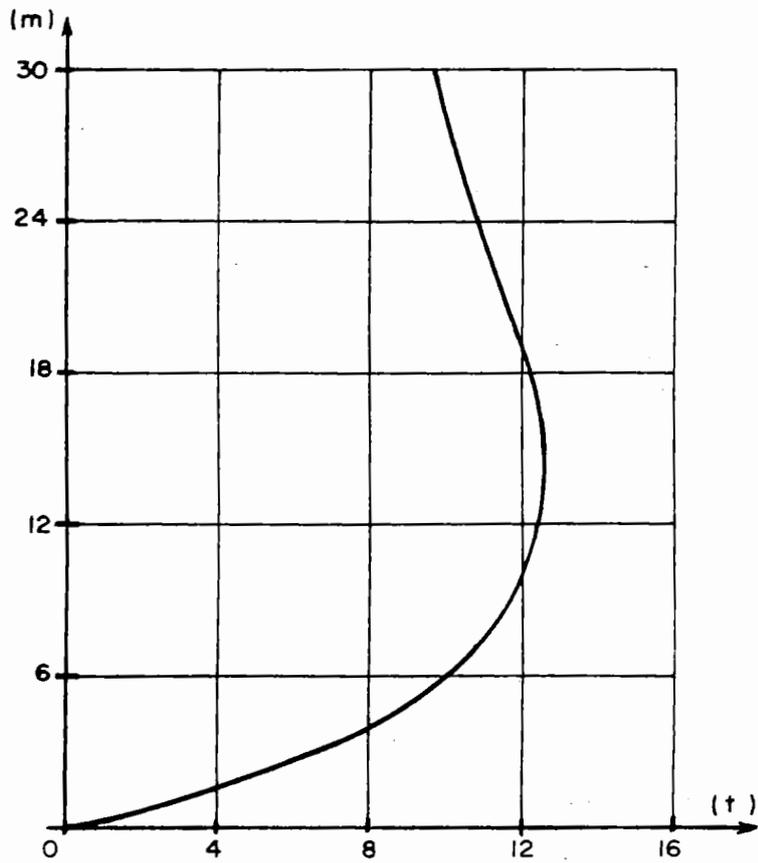


FIG.-12- FORÇA CORTANTE NO PÓRICO (3)

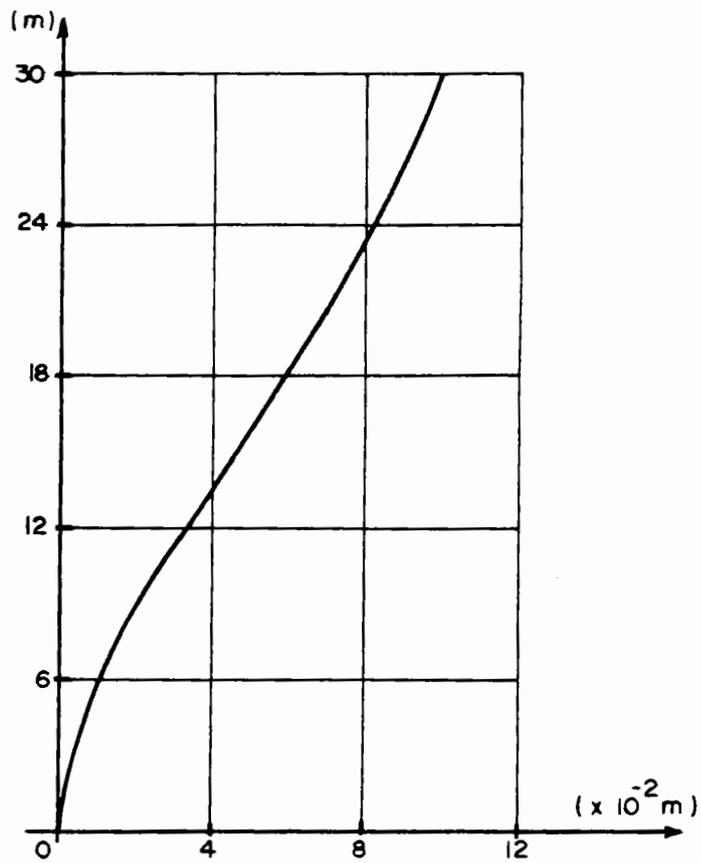


FIG.-13- DESLOCAMENTOS DO PÓRICO (3)

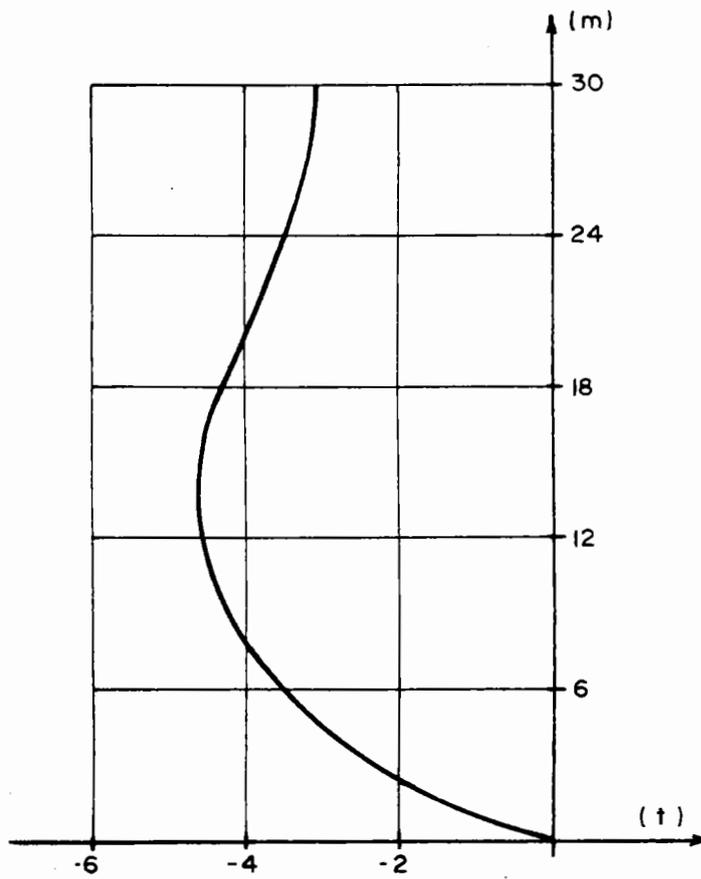


FIG.-14- FORÇA CORTANTE NO PÓRTICO (2)

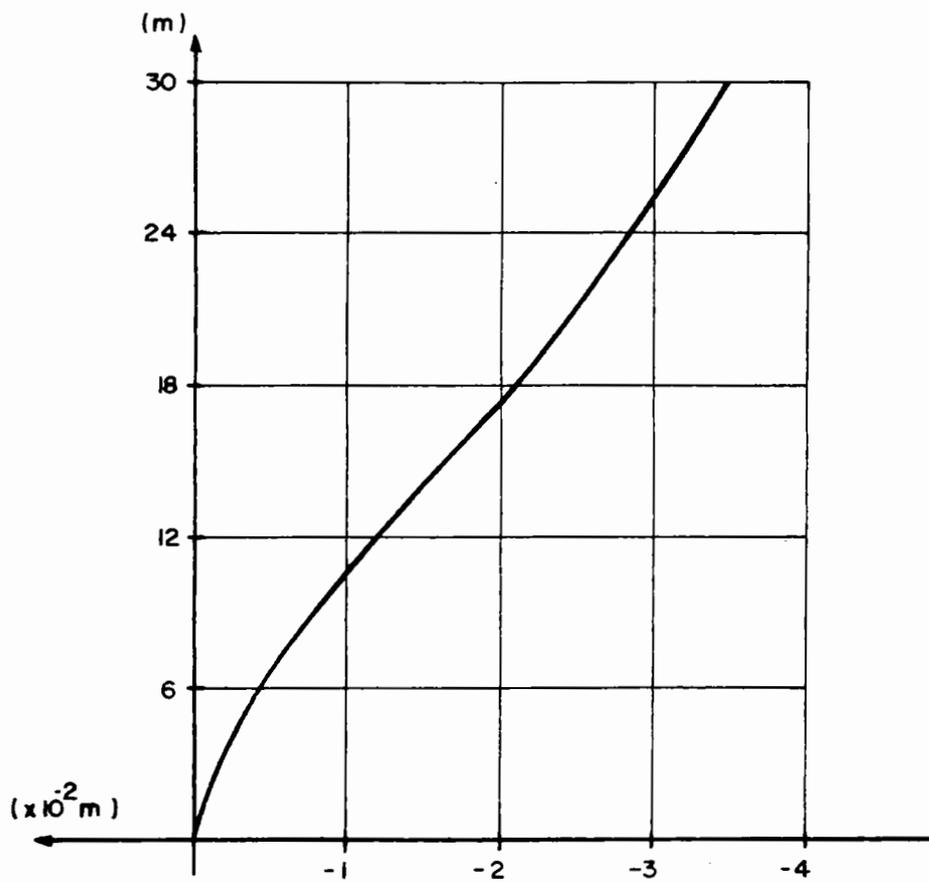


FIG.-15- DESLOCAMENTOS DO PÓRTICO (2)

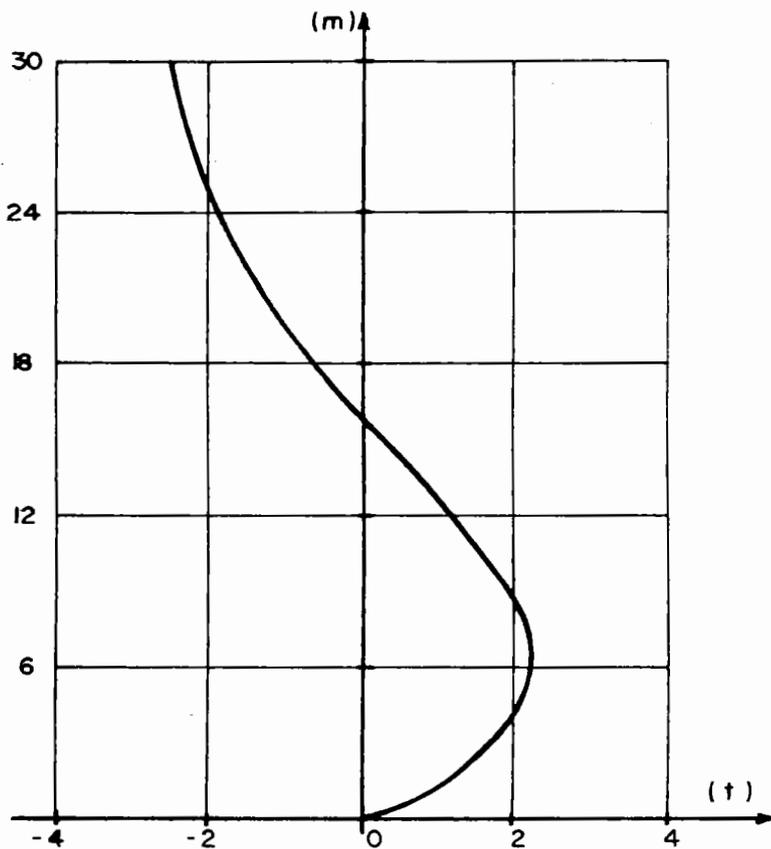


FIG.-16 - FORÇA CORTANTE NO PÓRTICO (I)

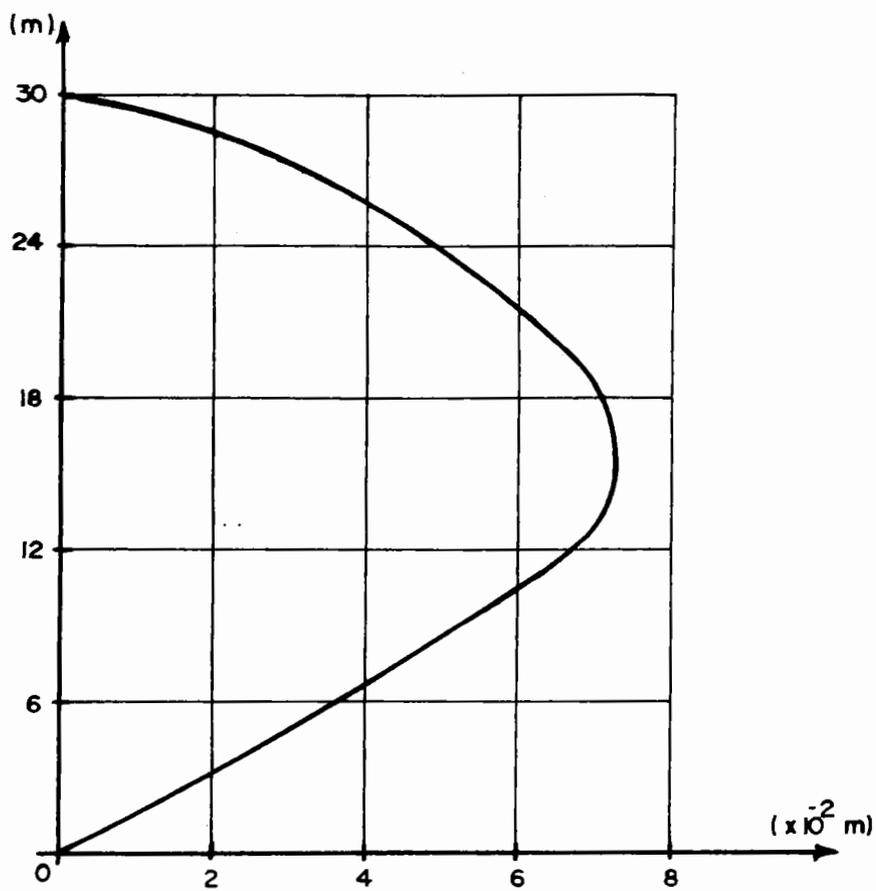


FIG.-17 - DESLOCAMENTOS DO PÓRTICO (I)

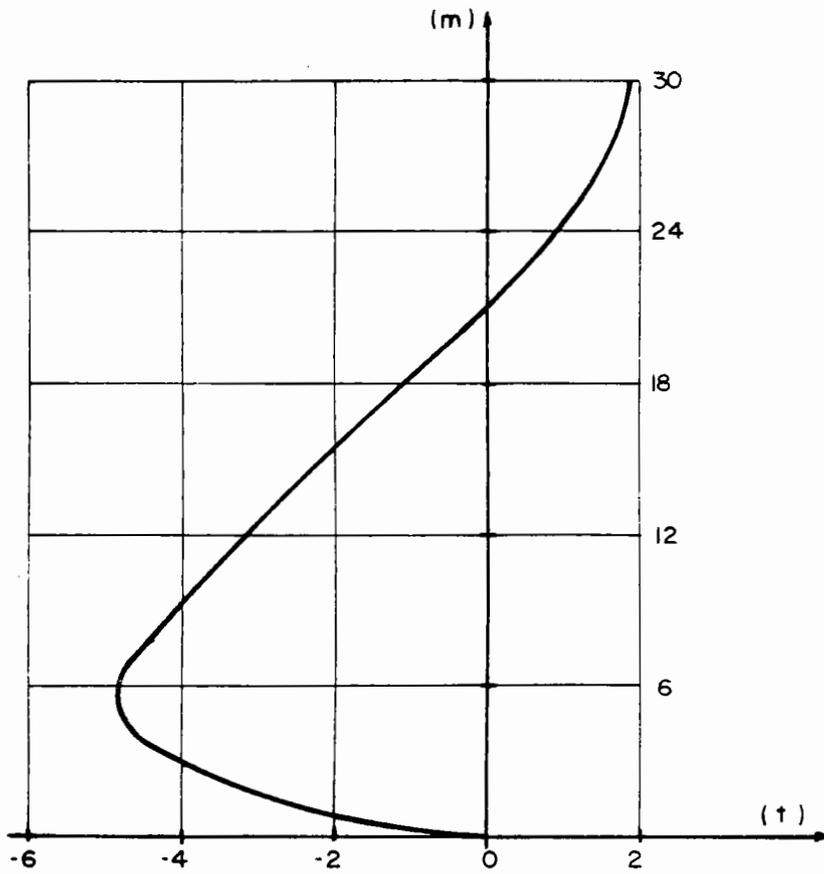


FIG.-18- FORÇA CORTANTE NA PAREDE (2)

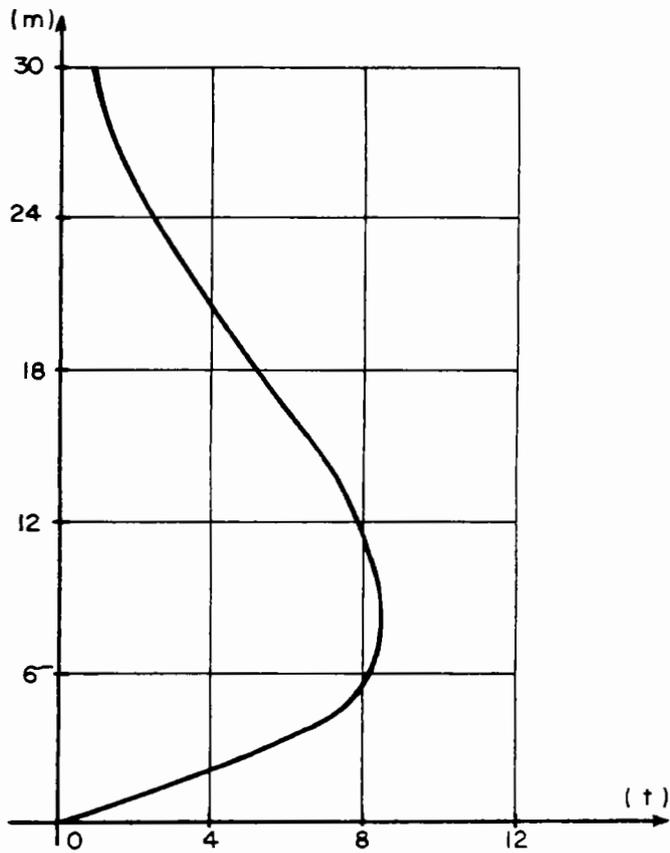


FIG.-19- FORÇA CORTANTE NA PAREDE (3)

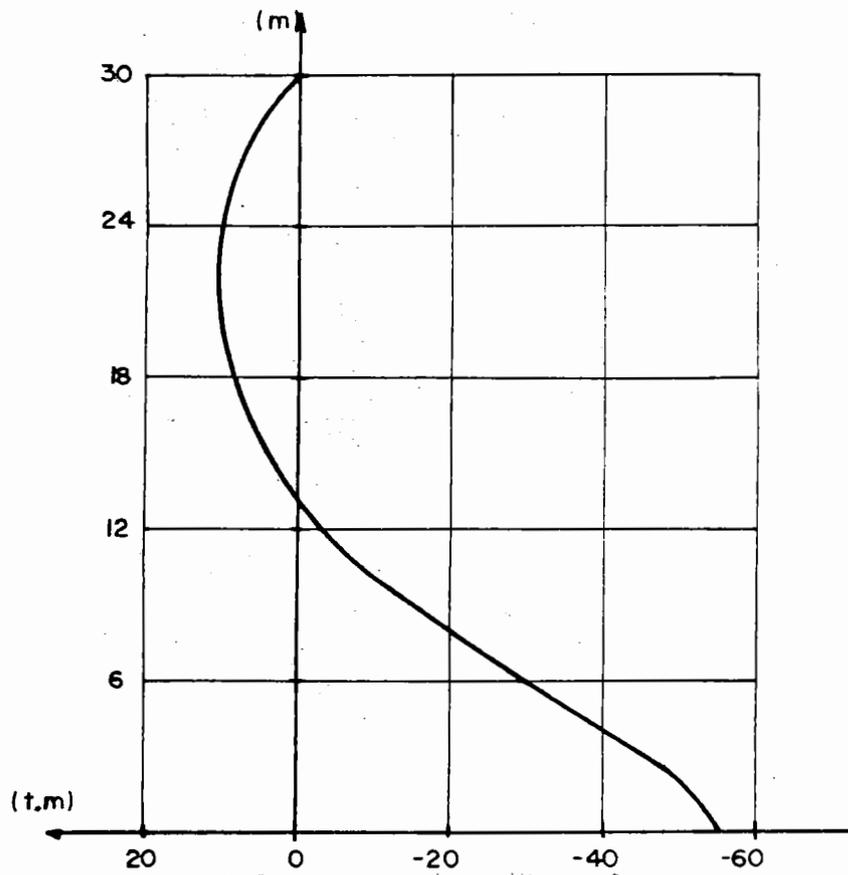


FIG.-20- MOMENTOS FLETORES NA PAREDE (2)

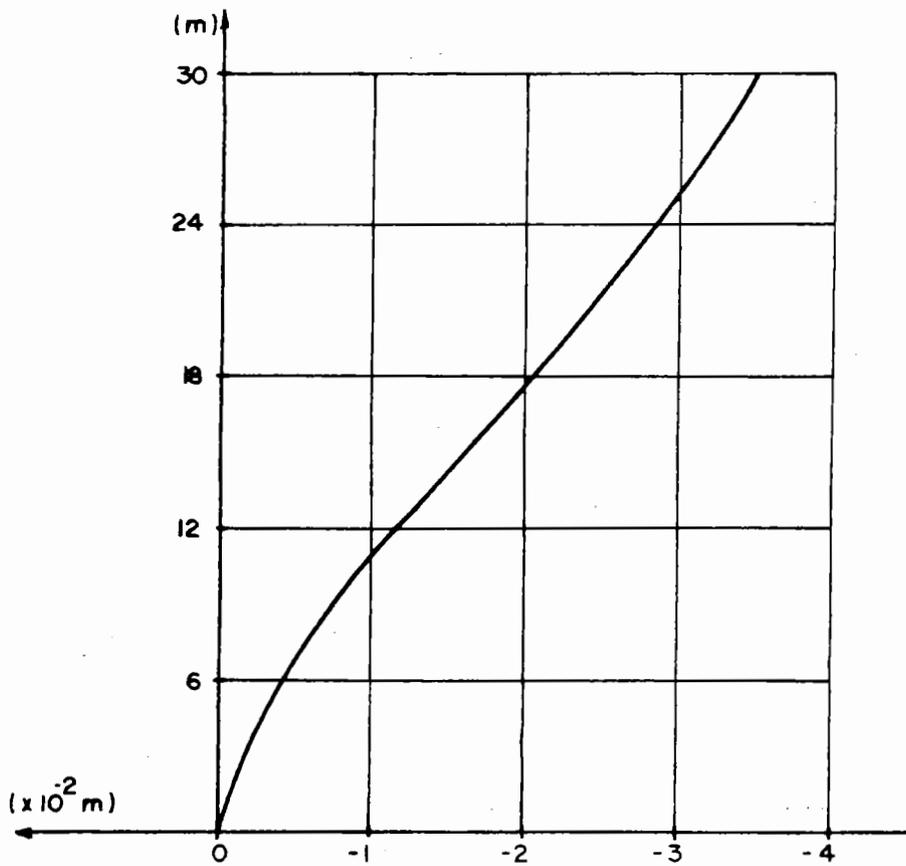


FIG.-21- DESLOCAMENTOS DA PAREDE (2)

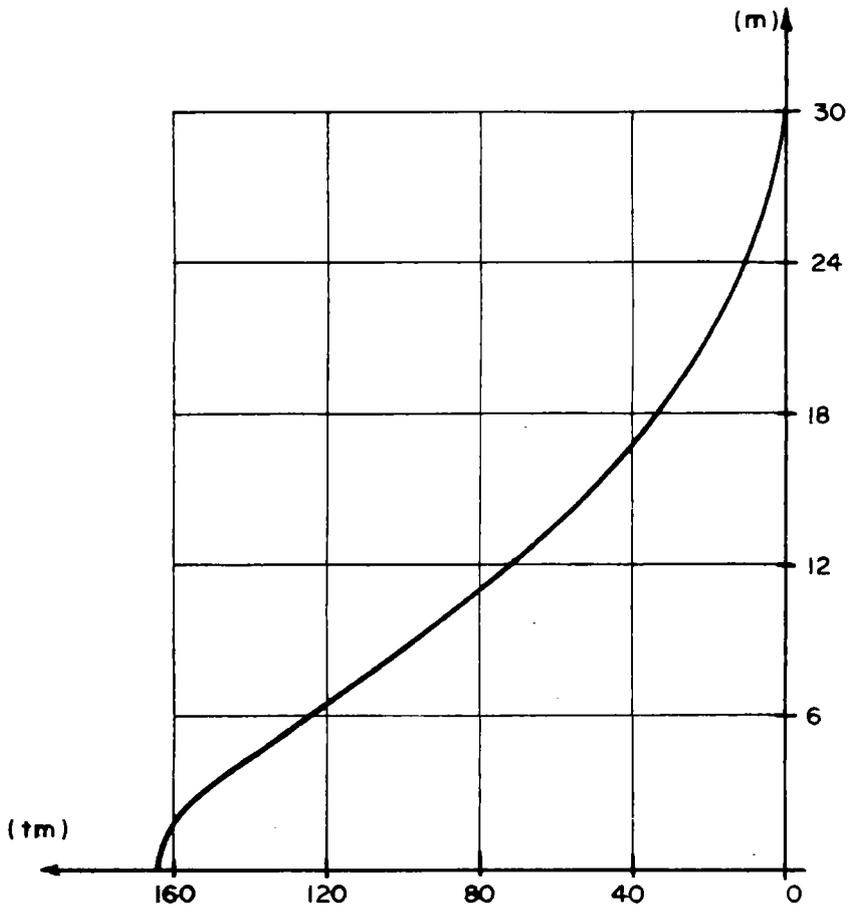


FIG.-22- MOMENTO FLETOR NA PAREDE (3)

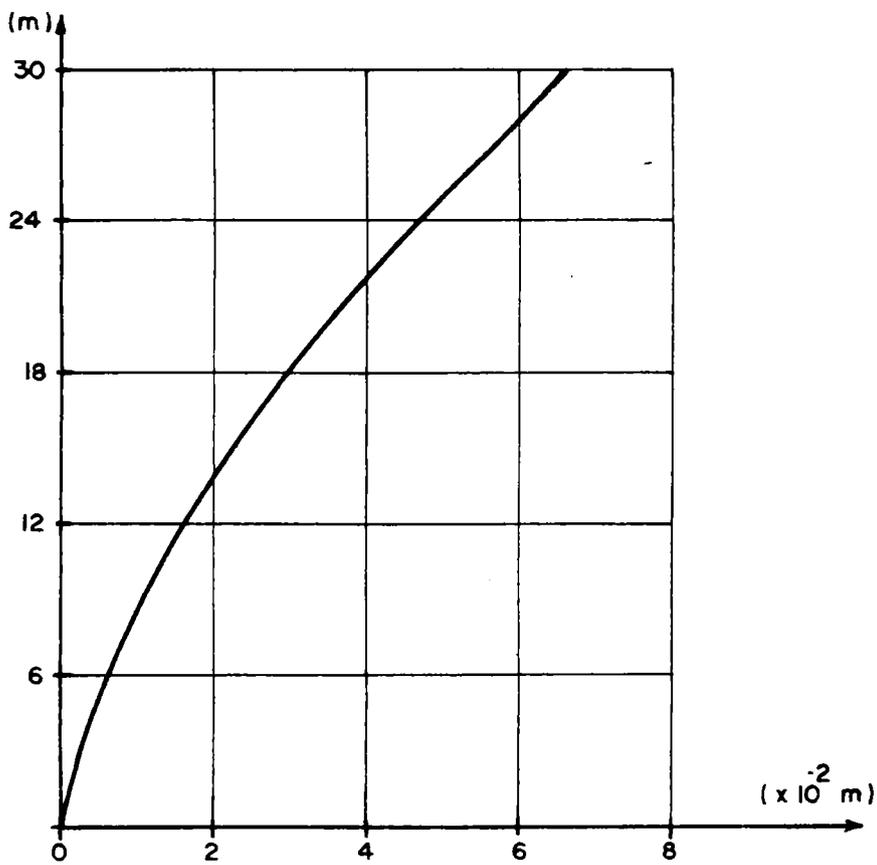


FIG.-23- DESLOCAMENTOS DA PAREDE (3)

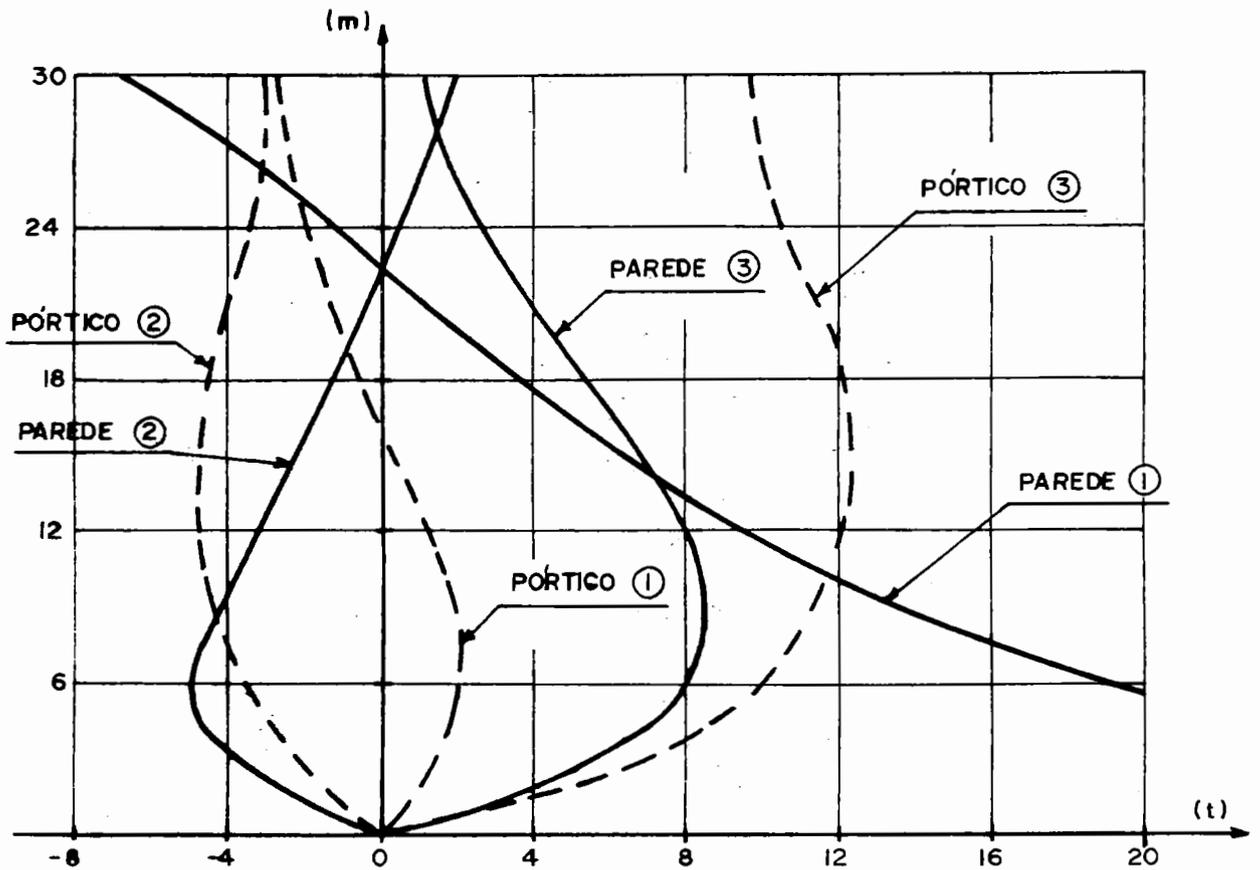


FIG.-24- FORÇAS CORTANTES NOS PAINÉIS

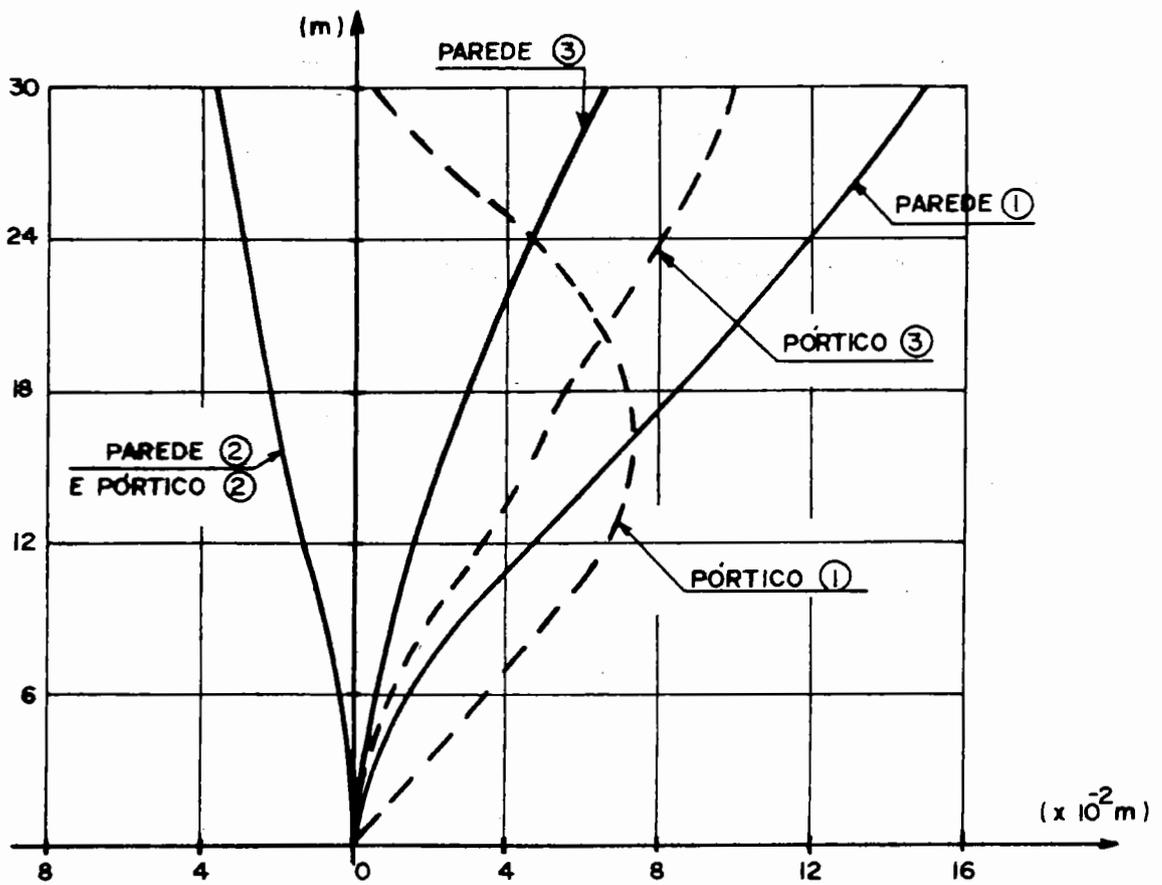


FIG.-25- DESLOCAMENTOS DOS PAINÉIS

APÊNDICE 1 :- COEFICIENTES s_f, s, P_1, n_1, P_2

1 - Rigidez de um pórtico à força cortante: - coeficiente s_f

Admite-se, em pórticos regulares sujeitos a carga lateral, que os pontos de momentos nulos se situam nos centros de vãos de vigas e pilares, o que é equivalente a supor a igualdade das rotações de todos os nós da viga do andar e próximas as rotações de nós consecutivos de um mesmo pilar.

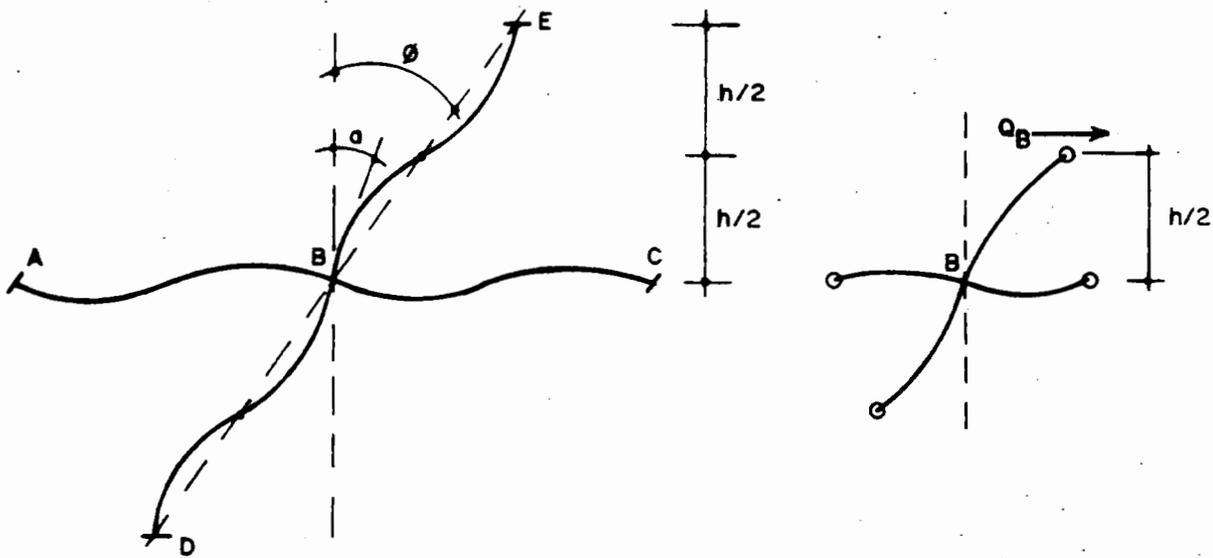


FIG. -1- RIGIDEZ DE PÓRTICOS

A Fig. (1) mostra o nó B do pórtico e os nós vizinhos A,C,E,D. A distorção do andar e a rotação do nó B são designados por ϕ e a , respectivamente. Os momentos que as barras aplicam ao nó B, positivos no sentido horário, são expressos por

$$M_{BE} = 6Ek_E(\phi - a)$$

$$M_{BD} = 6Ek_D(\phi - a)$$

$$M_{BA} = -6Ek_A a$$

$$M_{BC} = -6Ek_C a$$

.....(1)

onde a letra k representa as rigidezes $\frac{J_i}{L_i}$ das barras.

Pelo equilíbrio do nó segue

$$a = \frac{k_E + k_D}{k_A + k_C + k_E + k_D} \cdot \phi \dots\dots\dots(2)$$

Sendo a força cortante no pilar B

$$Q_B = \frac{2M_{BE}}{h} \dots\dots\dots(3)$$

pelas equações (1) e (2) segue que

$$Q_B = \frac{12E}{h} k_E \frac{\sum_v k}{\sum_b k} \phi \dots\dots\dots(4)$$

onde os índices v e b nas somatórias indicam serem estas estendi-
das às vigas e à totalidade das barras que concorrem no nó, res-
pectivamente.

A rigidez do pilar B vale então

$$s_B = \frac{12E}{h} k_E \frac{\sum_v k}{\sum_b k} \dots\dots\dots(5)$$

Para obter a rigidez do pórtico somam-se as contribui-
ções de cada pilar, resultando

$$s_f = \frac{12E}{h} \sum_{n.a.} \left[k_{p.n.} \frac{\sum_{v.n.} k}{\sum_{b.n.} k} \right] \dots\dots\dots(6)$$

onde

n.a. = somatória estendida a todos os nós do andar considera-
do.

$k_{p.n.}$ = relação $\frac{J}{l}$ do pilar acima do nó considerado

v.n. = somatória estendida aos tramos de viga que concorrem
no nó.

b.n. = somatória estendida a todas as barras (2,3 ou 4 bar-
ras) que concorrem no nó.

2 - Pórtico e parede ligados por viga: - coeficientes s, p_1, n_1 -

Para a determinação de p_1 e n_1 considere-se a Fig. (2) onde está representada a deformação do andar genérico do painel, correspondente ao giro ϕ_B da parede devido à flexão.

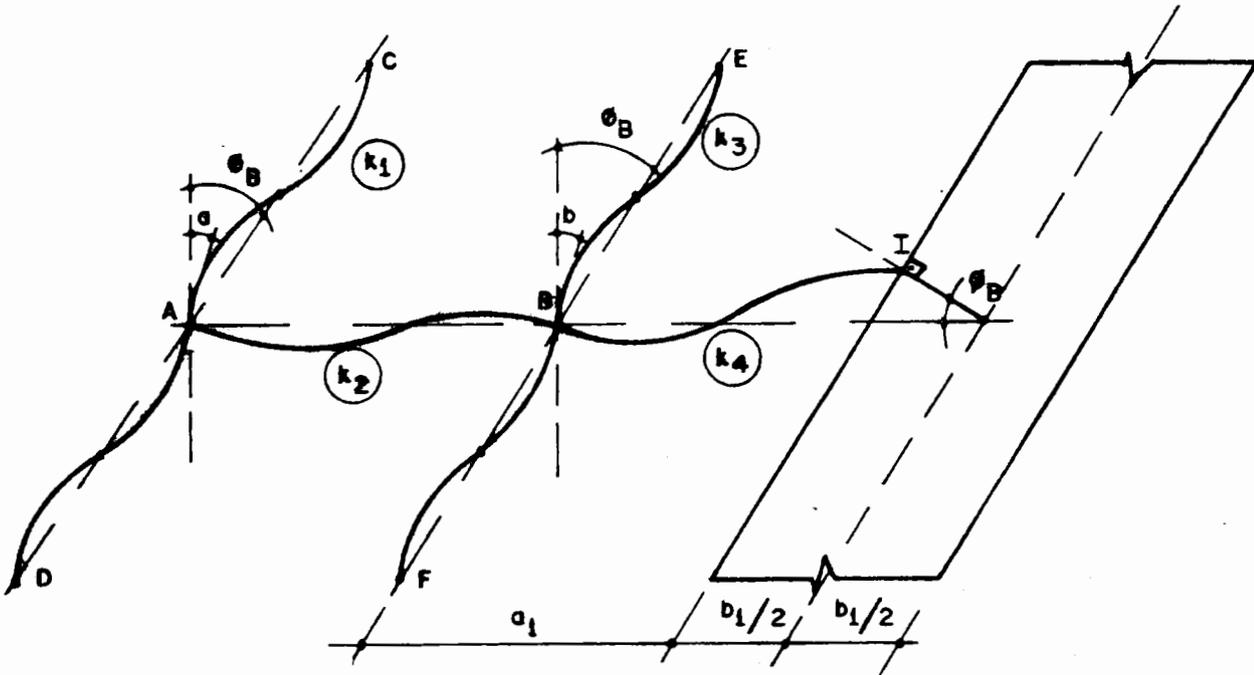


FIG.2- DEFORMAÇÃO DO PAINEL DEVIDA À ϕ_B

Supõe-se a reação do pórtico sobre a parede composta da força vertical distribuída q (positiva se produz compressão na parede) e do momento distribuído m aplicado no eixo da parede (positivo no sentido anti-horário).

Evidentemente tem-se

$$q = \frac{M_{BI} + M_{IB}}{a_1 h} \dots \dots \dots (7)$$

$$m = \frac{M_{IB}}{h} + q \frac{b_1}{2} \dots \dots \dots (8)$$

Chamando \underline{a} e \underline{b} as rotações dos nós A e B, respectivamente, e com as relações $\frac{J_i}{L_i}$ indicadas em círculos na Fig. (2), os momentos aplicados ao nó A (positivos no sentido horário),

uma vez admitidas iguais as rotações de três nós consecutivos de um mesmo pilar, são expressos por

$$\begin{aligned}
M_{AC} &= 6Ek_1(\phi_B - a) \\
M_{AD} &= 6Ek_1(\phi_B - a) \dots\dots\dots(9) \\
M_{AB} &= -4Ek_2a - 2Ek_2b
\end{aligned}$$

e pelo equilíbrio do nó segue

$$(12k_1 + 4k_2)a + 2k_2b = 12k_1\phi_B \dots\dots\dots(10)$$

Supondo iguais as rotações dos nós B,E,F do pilar B, os momentos aplicados ao nó B (positivos no sentido horário)são:

$$\begin{aligned}
M_{BE} &= 6Ek_3(\phi_B - b) \\
M_{BF} &= 6Ek_3(\phi_B - b) \\
M_{BA} &= -4Ek_2b - 2Ek_2a \\
M_{BI} &= -4Ek_4b - 2Ek_4\phi_B - 6Ek_4\phi_B \frac{b_1}{2a_1} \dots\dots\dots(11)
\end{aligned}$$

e resulta pelo equilíbrio do nó

$$2k_2a + (12k_3 + 4k_2 + 4k_4)b = \left[12k_3 - 2k_4 \left(1 + \frac{3b_1}{2a_1} \right) \right] \phi_B \dots(12)$$

A partir das equações de equilíbrio (10) e (12) encontram-se

$$a = \alpha \phi_B \dots\dots\dots(13)$$

$$b = \beta \phi_B \dots\dots\dots(14)$$

e, com

$$\theta = \frac{12k_3 + 4k_2 + 4k_4}{2k_2} \dots\dots\dots(15)$$

e

$$\varphi = \frac{12k_1 + 4k_2}{2k_2} \dots\dots\dots(16)$$

vem

$$\alpha = \left[12(k_3 - k_1 \theta) - 2k_4 \left(1 + \frac{3b_1}{2a_1} \right) \right] / \left[2k_2 - \theta (12k_1 + 4k_2) \right] \quad \dots (17)$$

$$\beta = \left\{ 12k_1 - \varphi \left[12k_3 - 2k_4 \left(1 + \frac{3b_1}{2a_1} \right) \right] \right\} / \left[2k_2 - \varphi (12k_3 + 4k_2 + 4k_4) \right] \dots \dots \dots (18)$$

Se um pilar possui as relações $\frac{J_i}{C_i}$ diferentes, abaixo e acima do andar considerado, o valor k correspondente a introduzir nas expressões de θ , φ , α e β é a média destas relações.

A força cortante no pilar A no andar considerado é dada por

$$Q_A = \frac{2M_{AC}}{h} \quad \dots \dots \dots (19)$$

e no pilar B por

$$Q_B = \frac{2M_{BE}}{h} \quad \dots \dots \dots (20)$$

de onde, tendo em conta as equações (9), (11), (13), (14) resulta

$$Q_A = \frac{12Ek_1}{h} (1-\alpha) \phi_B \quad \dots \dots \dots (21)$$

e

$$Q_B = \frac{12Ek_3}{h} (1-\beta) \phi_B \quad \dots \dots \dots (22)$$

Negligenciando o giro ϕ_S da parede devido à força cortante tem-se o giro total $\phi = \phi_B$ e portanto as rigidezes dos pilares à força cortante serão

$$s_A = \frac{12Ek_1}{h} (1-\alpha) \quad \dots \dots \dots (23)$$

e

$$s_B = \frac{12Ek_3}{h} (1-\beta) \quad \dots \dots \dots (24)$$

A rigidez total do pórtico à força cortante é obtida pela soma

$$s = s_A + s_B = \frac{12E}{h} [k_1 (1-\alpha) + k_3 (1-\beta)] \quad \dots \dots \dots (25)$$

CARDAN [4], admitindo iguais as rotações dos nós A e B e com outra simplificação a ser discutida adiante, encontra:

$$s_A = \frac{12E}{h} k_1 \frac{k_2}{2k_1 + k_2} \dots\dots\dots(26)$$

$$s_B = \frac{12E}{h} \frac{k_3}{\sum k} \left[k_2 + \left(1 + \frac{b_1}{2a_1}\right) k_4 \right] \dots\dots\dots(27)$$

onde

$$\sum k = k_2 + 2k_3 + k_4 \dots\dots\dots(28)$$

A força vertical distribuída q pode ser escrita

$$q = n_1 \phi_B \dots\dots\dots(29)$$

Tendo em conta a expressão

$$M_{IB} = 4Ek_4\phi_B + 2Ek_4b + 6Ek_4\phi_B \frac{b_1}{2a_1} \dots\dots\dots(30)$$

e as equações (7), (11) e (14) vem

$$n_1 = \frac{6Ek_4}{a_1 h} \left(1 + \beta + \frac{b_1}{a_1}\right) \dots\dots\dots(31)$$

O momento distribuído \underline{m} é expresso pela função linear

$$m = p_1 \phi_B$$

Pela expressão de \underline{m} da equação (8) e pelas equações (11), (14), (30) resulta

$$p_1 = \frac{Ek_4}{h} \left[4 + 2\beta + \frac{3b_1}{a_1} \left(2 + \beta + \frac{b_1}{a_1}\right) \right] \dots\dots(32)$$

Com a aproximação discutida no fim deste ítem e com a hipótese de serem iguais as rotações \underline{a} e \underline{b} a fórmula de CARDAN é

$$p_1 = \frac{6EI_s}{a_1} \left[\left(1 + \frac{b_1}{2a_1}\right) \left(1 + \frac{b_1}{a_1}\right) - \left(1 + \frac{3b_1}{2a_1}\right) \frac{k_4 \left(1 + \frac{b_1}{2a_1}\right) + k_2}{2 \sum k} \right]$$

onde

$$I_s = \frac{J_{BI}}{h}$$

e

$$\sum k = k_2 + 2k_3 + k_4 \dots\dots\dots(33)$$

A conveniência de supor iguais as rotações dos nós A e B pode ser julgada "a priori". Uma vez que estas rotações são dadas por

$$a = \alpha\phi \dots\dots\dots(13)$$

$$b = \beta\phi \dots\dots\dots(14)$$

a relação

$$r = \frac{a}{b} = \frac{\alpha}{\beta}$$

indica o grau de aproximação, uma vez que α e β podem ser calculados previamente em função de características e de rigidez do painel, conforme mostram as equações (15), (16), (17) e (13).

Para o painel cujo andar genérico está representado na Fig. (3), encontra-se, com procedimento análogo (equilíbrio do nó B) a rigidez do pilar B à força cortante.

$$s = \frac{18E}{h} k_3 \left(1 + \frac{b_1}{2a_1}\right) \frac{k_4}{\sum k} \dots\dots\dots(34)$$

onde a letra k indica as relações $\frac{J_i}{\ell_i}$ e

$$\sum k = 3k_3 + k_4 \dots\dots\dots(35)$$

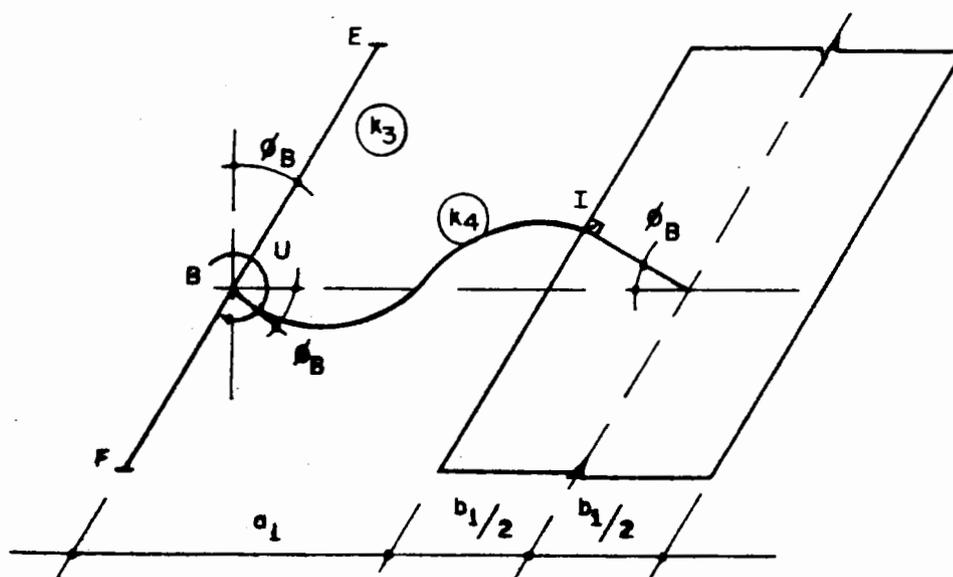


FIG. 3- ANDAR GENÉRICO DO PAINEL

Para o coeficiente p_1 , tendo em conta a equação (35) resulta a expressão

$$p_1 = \frac{6Ek_4}{h} \left(1 + \frac{b_1}{2a_1}\right) \left[1 + \frac{b_1}{a_1} - \frac{k_4}{2 \sum k} \left(1 + \frac{3}{2} \frac{b_1}{a_1}\right)\right]. \quad (36)$$

As fórmulas apresentadas por CARDAN são obtidas aplicando ao nó B o momento externo U que leva o andar genérico à configuração da Fig. (3). Ao soltar o nó B, as barras que aí concorrem recebem parcelas de momento U, de sentido contrário a este, proporcionais às suas rigidezes. Considerando que na configuração real três nós consecutivos do pilar tem rotações a aproximadamente iguais, ao liberar o nó B, os nós B, E e F sofrerão a mesma rotação $(\phi - a)$ no sentido anti-horário. Em consequência as barras BE e BF do pilar apresentam a mesma rigidez $6Ek_3$ e a barra BI possui rigidez $4Ek_4$. Atribuindo às barras do pilar, na distribuição do momento $-U$, rigidez $4Ek_3$ re-

sultarão as fórmulas aproximadas de CARDAN para o cálculo dos parâmetros s e p_1 para o painel da Fig. (3).

As demais expressões de CARDAN apresentadas neste apêndice foram deduzidas com a aproximação acima.

3 - Parede e Pórtico ligados por viga: - coeficiente p_2

Na estrutura da Fig. (4), o momento distribuído m aplicado ao eixo da parede quando esta sofre a rotação ϕ_S devido à força cortante é dado por

$$m = p_2 \phi_S \dots\dots\dots(37)$$

Para a determinação de p_2 considere-se a Fig. (4) onde está apresentada a deformação do painel devido ao giro ϕ_S

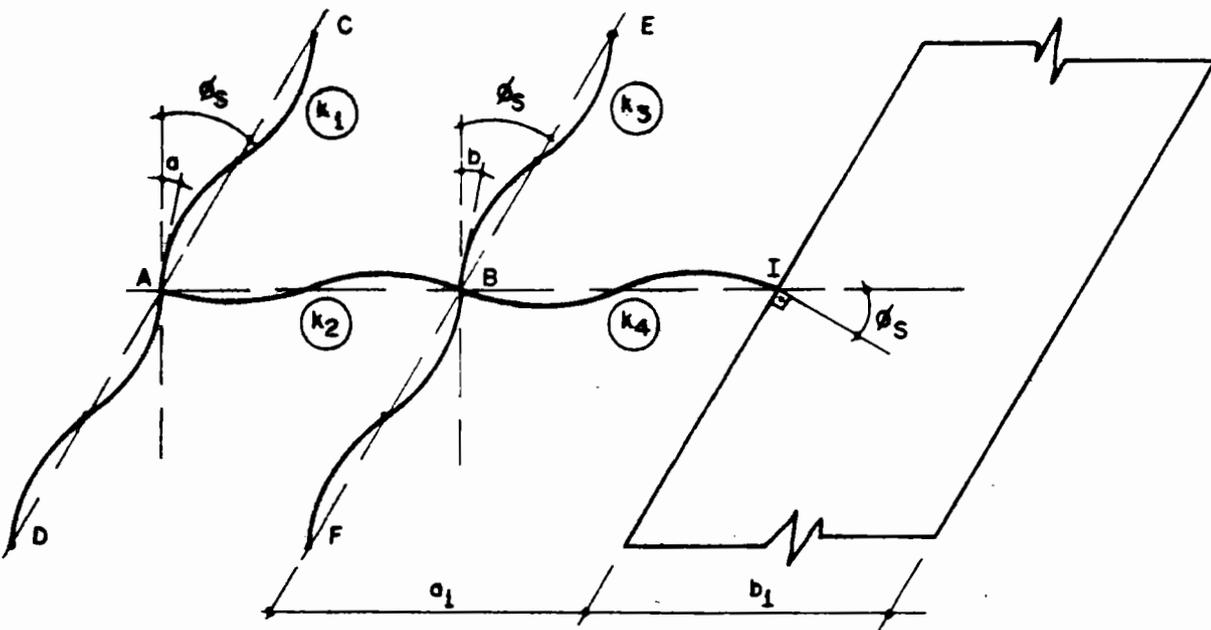


FIG.-4- DEFORMAÇÃO DO PAINEL DEVIDA À ϕ_S

Com a hipótese de serem iguais as rotações de três nós consecutivos de um mesmo pilar, pelo equilíbrio dos nós A e B à rotação, tendo em conta a equação (37) e a notação da Fig. (4), chega-se a:

$$a = \alpha \phi_S \dots\dots\dots(38)$$

$$b = \beta \phi_S \dots\dots\dots(39)$$

e

$$P_2 = \frac{Ek_4}{h} \left[4 + 2\beta \left(1 + \frac{3b_1}{2a_1} \right) + \frac{3b_1}{a_1} \right] \dots\dots(40)$$

onde, com θ e φ dados pelas equações (15) e (16),

$$\alpha = \frac{12(k_3 - k_1\theta) - 2k_4}{2k_2 - (12k_1 + 4k_2)\theta} \dots\dots\dots(41)$$

e

$$\beta = \frac{12k_1 - \varphi(12k_3 - 2k_4)}{2k_2 - (12k_3 + 4k_4 + 4k_2)\varphi} \dots\dots\dots(42)$$

Com as simplificações já comentadas, CARDAN encontra

$$P_2 = \frac{6EI_s}{a_1} \left[1 + \frac{b_1}{a_1} - \left(1 + \frac{3b_1}{2a_1} \right) \frac{k_4 + k_2}{2\sum k} \right]$$

onde

$$I_s = \frac{J_{BI}}{h}$$

e

$$\sum k = k_2 + 2k_3 + k_4 \dots\dots\dots(43)$$

Aqui também a aproximação da fórmula de CARDAN pode ser medida pela relação entre as rotações a e b dadas pelas equações (38) e (39), calculada em função de características do painel, exclusivamente.

Para o painel da Fig. (3) encontra-se

$$P_2 = \frac{6Ek_4}{h} \left[1 + \frac{b_1}{a_1} - \left(1 + \frac{3b_1}{2a_1} \right) \frac{k_4}{2\sum k} \right]$$

onde

$$\sum k = 3k_3 + k_4$$

APÊNDICE 2 :- SOLUÇÃO DO SISTEMA DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS

Neste apêndice será exposto o método geral de solução do sistema de equações diferenciais

$$-[J] [U'''] + [S] [U'] = 0[A] \dots\dots\dots(1)$$

A exposição prender-se-á à solução do sistema de equações diferenciais resultante da análise do exemplo apresentado no Cap. I do trabalho. Foi mostrado que o conjunto de painéis do edifício da Fig. (9) do Cap. I é equivalente à associação tridimensional das paredes (1), (2) e (3) e pórticos (1), (2) e (3) cujas características são novamente definidas abaixo

Parede	a_w	b_w	c_w (m)	j_w (t.m ²)
1	0,0	+1,0	+7,5	266400
2	0,0	+1,0	+2,5	66800
3	0,0	+1,0	-2,5	112500

Pórtico	a_f	b_f	c_f (m)	s_f (t)
1	0,0	+1,0	+2,5	9860
2	0,0	+1,0	-2,5	6160
3	0,0	+1,0	-7,5	3170

Tendo em conta as equações (56) do Cap. I, tem-se, para o caso em questão:

$$J_{aa} = \sum_w j_w a_w^2 = 0$$

$$J_{ba} = J_{ab} = \sum_w j_w a_w b_w = 0 \dots\dots\dots(2)$$

$$J_{ca} = J_{ac} = \sum_w j_w a_w c_w = 0$$

e também

$$S_{aa} = S_{ab} = S_{ba} = S_{ac} = S_{ca} = 0 \quad \dots\dots\dots(3)$$

O sistema se reduz portanto a

$$- \begin{pmatrix} J_{bb} & J_{bc} \\ J_{bc} & J_{cc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v'''' \\ w'''' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} S_{bb} & S_{bc} \\ S_{bc} & S_{cc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v' \\ w' \end{pmatrix} = Q \begin{pmatrix} b \\ c \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots(4)$$

onde, chamando F a carga concentrada no topo e p a carga distribuída uniforme ao longo do edifício, vem

$$Q = F + p(\ell - z) \quad \dots\dots\dots(5)$$

Através de uma translação do eixo y da Fig. (9) do Cap. I é possível diagonalizar a matriz [J]. Mudando a origem do sistema de referência para o ponto $\bar{O}(x_0, 0)$ as novas coordenadas \bar{c}_w e as antigas c_w obedecem a relação

$$\bar{c}_w = c_w - x_0 \quad \dots\dots\dots(6)$$

No novo sistema tem-se

$$\bar{J}_{bc} = \sum_w j_w \bar{b}_w \bar{c}_w = \sum_w j_w b_w (c_w - x_0)$$

que se anula para

$$x_0 = \frac{\sum_w j_w b_w c_w}{\sum_w j_w b_w} \quad \dots\dots\dots(7)$$

Após a mudança do sistema de referência o sistema de equações diferenciais (4) pode ser escrito na forma:

$$\begin{pmatrix} -J_{bb}D^3 + S_{bb}D & S_{bc}D \\ S_{bc}D & -J_{cc}D^3 + S_{cc}D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v \\ w \end{pmatrix} = Q \begin{pmatrix} b \\ c \end{pmatrix} \dots\dots\dots(8)$$

ou então

$$[P(D)] \begin{pmatrix} v \\ w \end{pmatrix} = Q \begin{pmatrix} b \\ c \end{pmatrix} \dots\dots\dots(9)$$

Sendo $[A(D)]$ a matriz adjunta da matriz-operador $[P(D)]$ evidentemente

$$[A(D)] [P(D)] \begin{pmatrix} v \\ w \end{pmatrix} = [A(D)] Q \begin{pmatrix} b \\ c \end{pmatrix} \dots\dots\dots(10)$$

Tendo em conta que

$$[A(D)] [P(D)] = \left\{ \text{determinante de } [P(D)] \right\} [I] \dots(11)$$

onde $[I]$ indica a matriz identidade e efetuando as operações do segundo membro, resulta

$$\begin{pmatrix} \Delta(D) & 0 \\ 0 & \Delta(D) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v \\ w \end{pmatrix} = -p \begin{pmatrix} S_{cc}b - S_{bc}c \\ -S_{bc}b + S_{bb}c \end{pmatrix} \dots\dots\dots(12)$$

em que $\Delta(D)$ indica o determinante da matriz $[P(D)]$ cuja expressão explícita vem abaixo

$$\Delta(D) = J_{bb}J_{cc}D^6 - (J_{bb}S_{cc} + J_{cc}S_{bb})D^4 + (S_{bb}S_{cc} - S_{bc}^2)D^2 \dots(13)$$

Note-se que o sistema de equações (12) é de fácil solução uma vez que as incógnitas estão separadas. É preciso chamar atenção que toda solução do sistema original é solução de

(12), entretanto, devido às derivações adicionais pela adjunta do operador $[P(D)]$ nem toda solução de (12) é solução de (8). Por isso, no conjunto de soluções de (12) a condição de satisfazer (8) será imposta.

Da equação (12) segue que temos duas equações diferenciais - uma em v , outra em w - que possuem a mesma equação característica,

$$\lambda^2 \left[J_{bb} J_{cc} \lambda^4 - (J_{bb} S_{cc} + J_{cc} S_{bb}) \lambda^2 + (S_{bb} S_{cc} - S_{bc}^2) \right] = 0 \quad \dots (14)$$

que possui duas raízes nulas e ao todo seis raízes, desde que as matrizes J e S sejam não singulares. Nesse caso a solução de (12) será:

$$v = B_1 + B_2 z + \sum_3^6 B_i e^{r_i z} + v_0 \quad \dots \dots \dots (15)$$

$$w = C_1 + C_2 z + \sum_3^6 C_i e^{r_i z} + w_0$$

onde os r_i são as raízes não nulas do polinômio característico e as soluções particulares das equações completas podem ser tomadas

$$v_0 = - \frac{(S_{cc} b - S_{bc} c)}{(S_{bb} S_{cc} - S_{bc}^2)} \frac{pz^2}{2} \quad \dots \dots \dots (16)$$

$$w_0 = - \frac{(S_{bb} c - S_{bc} b)}{(S_{bb} S_{cc} - S_{bc}^2)} \frac{pz^2}{2}$$

Das soluções (15) sô interessam as que satisfazem o sistema original. Impondo esta condição tem-se:

$$\begin{aligned} & -J_{bb} \left(\sum_3^6 B_i r_i^3 e^{r_i z} \right) + S_{bb} (B_2 + \sum_3^6 B_i r_i e^{r_i z}) \\ & + S_{bc} (C_2 + \sum_3^6 C_i r_i e^{r_i z}) - pzb = [F + P(\ell - z)] b \\ & -J_{cc} \left(\sum_3^6 C_i r_i^3 e^{r_i z} \right) + S_{bc} (B_2 + \sum_3^6 B_i r_i e^{r_i z}) \end{aligned}$$

$$+S_{cc}\left(C_2 + \sum_3^6 C_i r_i e^{r_i z}\right) - pzc = [F + p(\ell - z)]c \quad \dots\dots\dots(17)$$

de onde segue

$$\begin{pmatrix} S_{bb} & S_{bc} \\ S_{bc} & S_{cc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_2 \\ C_2 \end{pmatrix} = (F + p\ell) \begin{pmatrix} b \\ c \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots(18)$$

e

$$\begin{pmatrix} -J_{bb}r_i^2 + S_{bb} & S_{bc} \\ S_{bc} & -J_{cc}r_i^2 + S_{cc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_i \\ C_i \end{pmatrix} r_i^2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \dots\dots(19)$$

$$(i = 3,4,5,6)$$

Nas equações (19) os determinantes são nulos uma vez que os r_i são raízes do polinômio característico. Daí resulta

$$C_i = \frac{(J_{bb}r_i^2 - S_{bb})}{S_{bc}} B_i = \alpha_i B_i \quad (i = 3,4,5,6) \quad \dots\dots(20)$$

Definindo V e W por

$$- \begin{pmatrix} S_{bb} & S_{bc} \\ S_{bc} & S_{cc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V \\ W \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b \\ c \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots(21)$$

a solução geral do sistema pode ser escrita

$$v = B_1 + B_2 z + \frac{pVz^2}{2} + \sum_3^6 B_i e^{r_i z} \quad \dots\dots\dots(22)$$

$$w = C_1 + C_2 z + \frac{pWz^2}{2} + \sum_3^6 \alpha_i B_i e^{r_i z}$$

onde pela equação (18)

$$\begin{aligned} B_2 &= -(F + p\ell)V \\ C_2 &= -(F + p\ell)W \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(23)$$

Na solução geral temos 6 constantes que serão determinadas pelas condições de contorno, que no exemplo considerado são

a) na base os deslocamentos são nulos, isto é,

$$v(o) = w(o) = 0$$

b) na base as rotações das paredes são nulas, ou

$$v'(o) = w'(o)$$

c) não há momentos aplicados no topo das paredes e portanto

$$v''(l) = w''(l) = 0$$

.....(24)

Da imposição destas condições resulta o sistema de equações lineares

$$B_1 + \sum_3^6 B_i = 0$$

$$C_1 + \sum_3^6 \alpha_i B_i = 0$$

$$\sum_3^6 B_i r_i = (F + p\ell)V$$

$$\sum_3^6 \alpha_i B_i r_i = (F + p\ell)W$$

$$\sum_3^6 B_i r_i^2 e^{r_i \ell} = -pV$$

$$\sum_3^6 \alpha_i B_i r_i^2 e^{r_i \ell} = -pW$$

.....(25)

que resolvido permite determinar as constantes incógnitas.

APÊNDICE 3 :- PROGRAMAS FORTRAN PARA O COMPUTADOR IBM-1130

1 - Associação em Série de Parede e Pórtico

Este programa foi escrito com base nas expressões deduzidas no Cap. III deste trabalho, utilizando o método das diferenças finitas.

Os dados de entrada do programa principal são apenas L e N, altura do edifício e número de subdivisões da rede de diferenças finitas, respectivamente.

A força cortante do carregamento externo é definida em função de z no subprograma FUNCTION Q(Z).

Os subprogramas FUNCTION S(Z) e FUNCTION EJ(Z) definem as rigidezes do pórtico e da parede, respectivamente, em função da altura.

Para a inversão da matriz dos coeficientes dos deslocamentos incógnitos do painel é utilizada a subrotina GJR1S.

São impressos os deslocamentos do painel, os momentos fletores e forças cortantes na parede e as forças cortantes no pórtico.

Segue a listagem do programa.

PAGE 1 MANCINI

MANCINI 1

// JOB T

LOG DRIVE CART SPEC CART AVAIL PHY DRIVE
0000 0016 0016 0000

V2 M10 ACTUAL 32K CONFIG 32K

*EQUAT(PRNTZ,PRNZ)

// FOR
*LIST SOURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
FUNCTION S(Z)
S=0.0*Z+2560.
RETURN
END

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
EXTENDED PRECISION

CORE REQUIREMENTS FOR S
COMMON 0 VARIABLES 4 PROGRAM 24

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 000A (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE WS UA S
CART ID 0016 DB ADDR 4D19 DB CNT 0003

// FOR
*LIST SOURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
FUNCTION Q(Z)
Q=-0.8*Z+24.
RETURN
END

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
EXTENDED PRECISION

CORE REQUIREMENTS FOR Q
COMMON 0 VARIABLES 4 PROGRAM 24

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 000A (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE WS UA Q
CART ID 0016 DB ADDR 4D1C DB CNT 0003

// FOR
*ONE WORD INTEGERS
*LIST SOURCE PROGRAM
*EXTENDED PRECISION
FUNCTION EJ(Z)
HH=-0.0323*Z+1.97
EJ=(100000./3.)*HH*3
RETURN
END

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
EXTENDED PRECISION

CORE REQUIREMENTS FOR EJ
COMMON 0 VARIABLES 10 PROGRAM 46

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 0017 (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE WS UA EJ

PAGE 2 MANCINI

CART ID 0016 DB ADDR 4D1F DB CNT 0005

```

// FOR
*LIST SOURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
SUBROUTINE GJR1S(N,A)
DIMENSION A(40,40),B(40),C(40),IP(40),IQ(40)
DO 1 K=1,N
T=0.
DO 6 I=K,N
S=0.
DO 3 J=K,N
3 S=S+ABS(A(I,J))
IF(S)4,5,4
4 DO 2 J=K,N
IF(ABS(A(I,J))-S*T)2,2,7
7 IP(K)=I
IQ(K)=J
PIVC=A(I,J)
T=ABS(PIVC/S)
2 CONTINUE
6 CONTINUE
IF(T)101,5,101
101 IF(IP(K)-K)8,9B,8
8 DO 9 J=1,N
IPK=IP(K)
Z=A(IPK,J)
A(IPK,J)=A(K,J)
9 A(K,J)=Z
98 IF(IQ(K)-K)10,20,10
10 IQK=IQ(K)
DO 11 I=1,N
Z=A(I,IQK)
A(I,IQK)=A(I,K)
11 A(I,K)=Z
20 DO 12 J=1,N
IF(J-K)13,14,13
14 B(J)=1/PIVC
C(J)=1.
GO TO 15
13 B(J)=-A(K,J)/PIVC
C(J)=A(J,K)
15 A(K,J)=0.
12 A(J,K)=0.
DO 1 I=1,N
DO 1 J=1,N
A(I,J)=A(I,J)+C(I)*B(J)
1 CONTINUE
DO 16 KAUX=1,N
K=N-KAUX+1
IF(IP(K)-K)17,18,17
17 DO 102 I=1,N
IPK=IP(K)
Z=A(I,IPK)
A(I,IPK)=A(I,K)
A(I,K)=Z
102 CONTINUE
18 IF(IQ(K)-K)104,16,104
104 DO 103 J=1,N
IQK=IQ(K)
Z=A(IQK,J)
A(IQK,J)=A(K,J)
A(K,J)=Z
103 CONTINUE
16 CONTINUE
GO TO 118
5 WRITE(3,100)
100 FORMAT(///5X'PROGRAMA NAO EXECUTADO - MATRIZ SINGULAR'//)
118 RETURN
END

```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
EXTENDED PRECISION

CORE REQUIREMENTS FOR GJR1S
COMMON 0 VARIABLES 344 PROGRAM 666

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 017C (HEX)

END OF COMPILATION

PAGE 3 MANCINI

// DUP

*STORE WS UA GJRIS
CART ID 0016 DB ADDR 4024 DB CNT 0020

// FOR

*IOCS(CARD,1132PRINTER,TYPEWRITER,KEYBOARD,DISK,PLOTTER,1403PRINTER)

*LIST SOURCE PROGRAM

*ONE WORD INTEGERS

*EXTENDED PRECISION

REAL L, MW(40)
DIMENSION AA(40,40),CC(40),FF(40),GW(40),GF(40)

C N E O NUMERO DE SUBDIVISOES

1 READ(2,1) L,N
1 FORMAT(F5.0,I3)

H=L/N

N=N+4

C GERACAO DA MATRIZ DOS COEFICIENTES

DO 10 J=1,N

DO 10 K=1,N

10 AA(J,K)=0.

AA(1,3)=1.

AA(2,1)=+1.

AA(2,2)=-8.

AA(2,3)=0.

AA(2,4)=+8.

AA(2,5)=-1.

AA(3,N-4)=-1.

AA(3,N-3)=+4.

AA(3,N-2)=+6.

AA(3,N-1)=-20.

AA(3,N)=+11.

NS2=N-2

DO 20 M=3,NS2

Y=(M-3)*H

M1=M+1

AA(M1,M-2)=+6.*EJ(Y)+S(Y)*H**2

AA(M1,M-1)=-12.*EJ(Y)-8.*S(Y)*H**2

AA(M1,M+1)=12.*EJ(Y)+8.*S(Y)*H**2

AA(M1,M+2)=-6.*EJ(Y)-S(Y)*H**2

20 CONTINUE

W=(N-4)*H

AA(N,N-4)=-6.*EJ(W)-S(W)*H**2

AA(N,N-3)=+36.*EJ(W)+6.*S(W)*H**2

AA(N,N-2)=-72.*EJ(W)-18.*S(W)*H**2

AA(N,N-1)=+60.*EJ(W)+10.*S(W)*H**2

AA(N,N)=-18.*EJ(W)+3.*S(W)*H**2

CALL GJRIS(N,AA)

C TERMOS CONHECIDOS DO SISTEMA

CC(1)=0.

CC(2)=0.

CC(3)=0.

NS2=N-2

DO 30 M=3,NS2

Y=(M-3)*H

M1=M+1

30 CC(M1)=12.*Q(Y)*H**3

W=(N-4)*H

CC(N)=12.*Q(W)*H**3

DO 40 I=1,N

FF(I)=0.

DO 40 K=1,N

40 FF(I)=FF(I)+AA(I,K)*CC(K)

C IMPRESSAO DOS RESULTADOS

WRITE(3,2)

2 FORMAT(/10X,'DESLOCAMENTOS DO PAINEL'//12X,'Z',10X,'U'//)

NS1=N-1

DO 50 M=3,NS1

Z=(M-3)*H

50 WRITE(3,3)Z,FF(M)

3 FORMAT(9X,F6.2,3X,E14.7//)

C MOMENTO FLETOR NA PAREDE

NS1=N-1

Y=(NS1-3)*H

MW(NS1)=EJ(Y)*(+11.*FF(N)-20.*FF(N-1)+6.*FF(N-2)+4.*FF(N-3)

* -1.*FF(N-4))/(12.*H**2)

NS2=N-2

DO 60 M=3,NS2

Y=(M-3)*H

60 MW(M)=EJ(Y)*(-1.*FF(M-2)+16.*FF(M-1)-30.*FF(M)+16.*FF(M+1)

* -1.*FF(M+2))/(12.*H**2)

WRITE(3,4)

4 FORMAT(/10X,'MOMENTOS FLETORES NA PAREDE'//12X,'Z',10X,'MW'//)

PAGE 4 MANCINI

```

NS1=N-1
DO 70 M=3,NS1
Z=(M-3)*H
70 WRITE(3,5)Z,MW(M)
5 FORMAT(9X,F6.2,3X,E14.7/)
FORÇA CORTANTE NA PAREDE
Y=(N-4)*H
QW(N-1)=-EJ(Y)*(+3.*FF(N)-10.*FF(N-1)+12.*FF(N-2)-6.*FF(N-3)
* +1.*FF(N-4))/(2.*H**3)
DO 80 M=3,NS2
Y=(M-3)*H
80 QW(M)=-EJ(Y)*(-1.*FF(M-2)+2.*FF(M-1)-2.*FF(M+1)+1.*FF(M+2))/
* (2.*H**3)
WRITE(3,6)
6 FORMAT(//10X,'FORÇAS CORTANTES NA PAREDE '//12X,'Z',10X,'QW'//)
DO 90 M=3,NS1
Z=(M-3)*H
90 WRITE(3,7)Z,QW(M)
7 FORMAT(9X,F6.2,3X,E14.7/)
FORÇA CORTANTE NO PORTICO
Y=(N-4)*H
QF(N-1)=S(Y)*(+3.*FF(N)+10.*FF(N-1)-18.*FF(N-2)+6.*FF(N-3)
* -1.*FF(N-4))/(12.*H)
DO 100 M=3,NS2
Y=(M-3)*H
100 QF(M)=S(Y)*(+1.*FF(M-2)-8.*FF(M-1)+8.*FF(M+1)-1.*FF(M+2))
* /(12.*H)
WRITE(3,8)
8 FORMAT(//10X,'FORÇAS CORTANTES NO PORTICO'//12X,'Z',10X,'QF'//)
DO 110 M=3,NS1
Z=(M-3)*H
110 WRITE(3,9)Z,QF(M)
9 FORMAT(9X,F6.2,3X,E14.7/)
CALL EXIT
END

```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
EXTENDED PRECISION
IGCS

CORE REQUIREMENTS FOR
COMMON 0 VARIABLES 5452 PROGRAM 1058

END OF COMPILATION

// XEQ

DESLOCAMENTOS DO PAINEL

Z	U
0.00	0.0000000E 00
3.00	0.3033436E-02
6.00	0.1034385E-01
9.00	0.2040505E-01
12.00	0.3140401E-01
15.00	0.4254409E-01
18.00	0.5265370E-01
21.00	0.6150394E-01
24.00	0.6844751E-01
27.00	0.7380256E-01
30.00	0.7764901E-01

MOMENTOS FLETORES NA PAREDE

Z MW

2 - Associação Tridimensional de Paredes e Pórticos

O programa escrito é restrito aos casos em que o conjunto de paredes é não degenerado, isto é, deve existir pelo menos três paredes não concorrentes em um mesmo ponto e não paralelas a uma mesma reta. Como foram utilizadas as expressões deduzidas no Cap. III, caso não se cumpra esta hipótese é necessário alterar convenientemente as equações relativas às condições de contorno.

Os dados de entrada do programa principal são:

L - altura do edifício

A, B e C - componentes do vetor de carga

N - número de subdivisões da rede

NW - número de paredes

NF - número de pórticos

AW(I), BW(I), CW(I) - coordenadas da parede genérica i

AF(I), BF(I), CF(I) - coordenadas do pórtico genérico i

O subprograma FUNCTION Q(Z) define a força cortante externa em função da altura z.

Para definir a rigidez s do pórtico K, no ponto M da malha é utilizada a matriz SS(K,M) no subprograma FUNCTION DEFS.

As rigidezes das paredes são definidas da mesma forma através da matriz JJ(K,M) do subprograma FUNCTION DEFJ.

A subrotina CALC1 monta as matrizes [J] e [S] do sistema de equações diferenciais e a subrotina GJR1S inverte a matriz dos deslocamentos incógnitas.

São impressos os deslocamentos da origem do sistema de referência (UB e VB), as rotações dos diafragmas (WB), os deslocamentos dos painéis segundo seu plano, os momentos fletores e forças cortantes nas paredes e as forças cortantes nos pórticos.

A seguir apresenta-se a listagem do programa.

PAGE 1 MANCINI

// JGB T

MANCINI 1

LOG DRIVE CART SPEC CART AVAIL PHY DRIVE
0000 0016 0016 0000

V2 M10 ACTUAL 32K CONFIG 32K

*EQUAT(PRNTZ,PRNZ)

// FOR

*LIST SOURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
FUNCTION Q(Z)
Q=-1.3*Z+39.
RETURN
END

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
EXTENDED PRECISION

CORE REQUIREMENTS FOR Q
COMMON 0 VARIABLES 4 PROGRAM 24

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 000A (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE WS UA Q
CART ID 0016 DB ADDR 4019 DB CNT 0003

// FOR

*LIST SOURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
SUBROUTINE DEFS(N,NF,H,SS)
DIMENSION C(10),D(10),SS(10,15)
DO 10 K=1,NF
10 READ(2,1) C(K),D(K)
1 FORMAT(2F10.0)
NS1=N-1
DO 20 K=1,NF
DO 20 M=3,NS1
Z=(M-3)*H
20 SS(K,M)=C(K)*Z+D(K)
RETURN
END

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
EXTENDED PRECISION

CORE REQUIREMENTS FOR DEFS
COMMON 0 VARIABLES 68 PROGRAM 108

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 004A (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE WS UA DEFS
CART ID 0016 DB ADDR 401C DB CNT 0008

// FOR

*LIST SOURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
SUBROUTINE DEFJ(N,NW,H,JJ)
REAL JJ(10,15)
DIMENSION A(10),B(10)
DO 10 K=1,NW
10 READ(2,1)A(K),B(K)
1 FORMAT(2F10.0)
NS1=N-1
DO 20 K=1,NW
DO 20 M=3,NS1
Z=(M-3)*H
20 JJ(K,M)=A(K)*Z+B(K)
RETURN

PAGE 2 MANCINI

END

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
EXTENDED PRECISION

CORE REQUIREMENTS FOR DEFJ
COMMON 0 VARIABLES 68 PROGRAM 108

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 004A (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE WS UA DEFJ
CART ID 0016 DB ADDR 4024 DB CNT 0008

// FOR

```
*LIST SOURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
SUBROUTINE CALC1(A,B,C,JS,NFW,N,D,J,X)
REAL JS(10,15)
DIMENSION A(10),B(10),C(10),D(10),X(3,3,15)
NS1=N-1
DO 10 M=3,NS1
DO 10 I=1,3
10 X(I,J,M)=0.
DO 20 M=3,NS1
DO 20 K=1,NFW
X(1,J,M)=X(1,J,M)+JS(K,M)*A(K)*D(K)
X(2,J,M)=X(2,J,M)+JS(K,M)*B(K)*D(K)
20 X(3,J,M)=X(3,J,M)+JS(K,M)*C(K)*D(K)
RETURN
END
```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
EXTENDED PRECISION

CORE REQUIREMENTS FOR CALC1
COMMON 0 VARIABLES 10 PROGRAM 194

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 000F (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE WS UA CALC1
CART ID 0016 DB ADDR 402C DB CNT 000E

// FOR

```
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*LIST SOURCE PROGRAM
SUBROUTINE GJR1S(N,A)
DIMENSION A(45,45),B(45),C(45),IP(45),IQ(45)
DO 1 K=1,N
T=0.
DO 6 I=K,N
S=0.
DO 3 J=K,N
3 S=S+ABS(A(I,J))
IF(S)4,5,4
4 DO 2 J=K,N
IF(ABS(A(I,J))-S*T)2,2,7
7 IP(K)=I
IQ(K)=J
PIVO=A(I,J)
T=ABS(PIVO/S)
2 CONTINUE
6 CONTINUE
IF(T)101,5,101
101 IF(IP(K)-K) 8,98,8
8 DO 9 J=1,N
IPK=IP(K)
Z=A(IPK,J)
A(IPK,J)=A(K,J)
9 A(K,J)=Z
98 IF(IQ(K)-K)10,20,10
10 IQK=IQ(K)
```

PAGE 3 MANCINI

```

DO 11 I=1,N
Z=A(I,IQK)
A(I,IQK)=A(I,K)
11 A(I,K)=Z
20 DO 12 J=1,N
IF(J-K)13,14,13
14 B(J)=1/PIVC
C(J)=1.
GO TO 15
13 B(J)=-A(K,J)/PIVC
C(J)=A(J,K)
15 A(K,J)=0.
12 A(J,K)=0.
DO 1 I=1,N
DO 1 J=1,N
A(I,J)=A(I,J)+C(I)*B(J)
1 CONTINUE
DO 16 KAUX=1,N
K=N-KAUX+1
IF(IP(K)-K)17,18,17
17 DO 102 I=1,N
IPK=IP(K)
Z=A(I,IPK)
A(I,IPK)=A(I,K)
A(I,K)=Z
102 CONTINUE
18 IF(IQ(K)-K)104,16,104
104 DO 103 J=1,N
IQK=IQ(K)
Z=A(IQK,J)
A(IQK,J)=A(K,J)
A(K,J)=Z
103 CONTINUE
16 CONTINUE
GO TO 118
5 WRITE(3,100)
100 FORMAT(///5X'PROGRAMA NAO EXECUTADO - MATRIZ SINGULAR'//)
118 RETURN
END

```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
EXTENDED PRECISION

CORE REQUIREMENTS FOR GJRIS
COMMON C VARIABLES 384 PROGRAM 566

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 01A4 (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE WS UA GJRIS
CART ID CC16 DB ADDR 4D3A DB CNT 002C

// FOR

```

*IOCS(CARD,1132PRINTER,TYPEWRITER,KEYBOARD,DISK,PLOTTER,1403PRINTER)
*LIST SOURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
REAL L, JJ(10,15),JJJ(3,3,15),MW(15),MWA(3)
DIMENSION AW(10),BW(10),CW(10),AF(10),BF(10),CF(10),SSS(3,3,15),
* SS(10,15),AA(45,45),CC(45),FF(45),QWA(3),QW(15),QFA(3),QF(15)
READ(2,1) A,B,C,L
1 FORMAT(3F5.0,F10.0)
READ(2,2)N,NW,NF
2 FORMAT(3I5)
DO 10 I=1,NW
10 READ(2,3) AW(I),BW(I),CW(I)
3 FORMAT(3F5.0)
DO 20 I=1,NF
20 READ(2,4)AF(I),BF(I),CF(I)
4 FORMAT(3F5.0)
H=L/N
N=N+4
CALL DEFJ(N,NW,H,JJ)
CALL DEFS(N,NF,H,SS)
CALL CALC1(AW,BW,CW,JJ,NW,N,AW,1,JJJ)
CALL CALC1(AW,BW,CW,JJ,NW,N,BW,2,JJJ)
CALL CALC1(AW,BW,CW,JJ,NW,N,CW,3,JJJ)
CALL CALC1(AF,BF,CF,SS,NF,N,AF,1,SSS)
CALL CALC1(AF,BF,CF,SS,NF,N,BF,2,SSS)

```

PAGE 4 MANCINI

```
CALL CALCI(AF,BF,CF,SS,NF,N,CF,3,SSS)
NM3=3*N
DO 30 J=1,NM3
DO 30 K=1,NM3
C 30 AA(J,K)=0.
CONDICAO DE CONTORNO U=V=W=0
DO 40 I=1,3
IIN3=(I-1)*N+3
C 40 AA(I,IIN3)=1.
CONDICAO DE CONTORNO U'=V'=W'=0
DO 50 I=1,3
I3=I+3
IIN1=(I-1)*N+1
IIN2=(I-1)*N+2
IIN3=(I-1)*N+3
IIN4=(I-1)*N+4
IIN5=(I-1)*N+5
AA(I3,IIN1)=+1.
AA(I3,IIN2)=-8.
AA(I3,IIN3)=0.
AA(I3,IIN4)=+8.
C 50 AA(I3,IIN5)=-1.
CONDICAO DE CONTORNO U''=V''=W''=0
DO 60 I=1,3
I6=I+6
IN4=I*N-4
IN3=I*N-3
IN2=I*N-2
IN1=I*N-1
IN=I*N
AA(I6,IN4)=-1.
AA(I6,IN3)=+4.
AA(I6,IN2)=+6.
AA(I6,IN1)=-20.
C 60 AA(I6,IN)=+11.
EQUACOES GERAIS
NS2=N-2
DO 70 M=3,NS2
DO 70 K=1,3
DO 70 I=1,3
MK6=3*(M-2)+K+6
MINS2=M+(I-1)*N-2
MINS1=M+(I-1)*N-1
MINA1=M+(I-1)*N+1
MINA2=M+(I-1)*N+2
AA(MK6,MINS2)=+6.*JJJ(K,I,M)+SSS(K,I,M)*H**2
AA(MK6,MINS1)=-12.*JJJ(K,I,M)-8.*SSS(K,I,M)*H**2
AA(MK6,MINA1)=+12.*JJJ(K,I,M)+8.*SSS(K,I,M)*H**2
C 70 AA(MK6,MINA2)=-6.*JJJ(K,I,M)-SSS(K,I,M)*H**2
EQUACOES PARA O TQPO
DO 80 K=1,3
DO 80 I=1,3
NK3=3*N-3+K
IN4=I*N-4
IN3=I*N-3
IN2=I*N-2
IN1=I*N-1
IN=I*N
NS1=N-1
AA(NK3,IN4)=-6.*JJJ(K,I,NS1)-SSS(K,I,NS1)*H**2
AA(NK3,IN3)=36.*JJJ(K,I,NS1)+6.*SSS(K,I,NS1)*H**2
AA(NK3,IN2)=-72.*JJJ(K,I,NS1)-18.*SSS(K,I,NS1)*H**2
AA(NK3,IN1)=60.*JJJ(K,I,NS1)+10.*SSS(K,I,NS1)*H**2
C 80 AA(NK3,IN)=-18.*JJJ(K,I,NS1)+3.*SSS(K,I,NS1)*H**2
INVERSAO DA MATRIZ DOS COEFICIENTES
NM3=3*N
CALL GJR1S(NM3,AA)
C MATRIZ DOS TERMOS CONHECIDOS
DO 90 I=1,9
90 CC(I)=0.
NS2=N-2
DO 100 M=3,NS2
Y=(M-3)*H
CC(3*M+1)=12.*Q(Y)*A*H**3
CC(3*M+2)=12.*Q(Y)*B*H**3
C 100 CC(3*M+3)=12.*Q(Y)*C*H**3
W=(N-4)*H
CC(3*N-2)=12.*Q(W)*A*H**3
CC(3*N-1)=12.*Q(W)*B*H**3
CC(3*N)=12.*Q(W)*C*H**3
C OBTENCAO DAS INCOGNITAS
NM3=3*N
DO 110 I=1,NM3
```

PAGE 5 MANCINI

```
FF(I)=0.
DO 110 K=1,NM3
110 FF(I)=FF(I)+AA(I,K)*CC(K)
IMPRESSAO DOS RESULTADOS
WRITE(3,5)
5 FORMAT(//12X,'Z',10X,'UB',15X,'VB',15X,'WB'//)
NS1=N-1
DO 120 M=3,NS1
Z=(M-3)*H
MAN=M+N
MA2N=M+2*N
120 WRITE(3,6)Z,FF(M),FF(MAN),FF(MA2N)
5 FORMAT(9X,F6.2,3(3X,E14.7)//)
DESLOCAMENTOS DAS PAREDES
DO 130 I=1,NM
WRITE(3,7) I
7 FORMAT(//10X,'DESLOCAMENTOS DA PAREDE',I2//12X,'Z',10X,'UW'//)
DO 130 M=3,NS1
Z=(M-3)*H
MAN=M+N
MA2N=M+2*N
UW=AW(I)*FF(M)+BW(I)*FF(MAN)+CW(I)*FF(MA2N)
130 WRITE(3,8)Z,UW
8 FORMAT(9X,F6.2,3X,E14.7//)
DESLOCAMENTOS DOS PORTICOS
DO 140 I=1,NF
WRITE(3,9) I
9 FORMAT(//10X,'DESLOCAMENTOS DO PORTICO',I2//
* 12X,'Z',10X,'UF'//)
DO 140 M=3,NS1
Z=(M-3)*H
MAN=M+N
MA2N=M+2*N
UF=AF(I)*FF(M)+BF(I)*FF(MAN)+CF(I)*FF(MA2N)
140 WRITE(3,12)Z,UF
12 FORMAT(9X,F6.2,3X,E14.7//)
MOMENTOS FLETORES NAS PAREDES
DO 150 I=1,NW
WRITE(3,13) I
13 FORMAT(//10X,'MOMENTOS FLETORES NA PAREDE',I2//
* 12X,'Z',10X,'MW'//)
DO 170 J=1,3
J1N=(J-1)*N
NN=N+J1N
N1N=N+J1N-1
N2N=N+J1N-2
N3N=N+J1N-3
N4N=N+J1N-4
170 MWA(J)=(+11.*FF(NN)-20.*FF(N1N)+6.*FF(N2N)+4.*FF(N3N)
* -1.*FF(N4N))/(12.*H**2)
NS1=N-1
MW(NS1)=JJ(I,NS1)*(AW(I)*MWA(1)+BW(I)*MWA(2)+CW(I)*MWA(3))
NS2=N-2
DO 180 M=3,NS2
DO 190 J=1,3
J1N=(J-1)*N
NM=J1N+M
NMS2=J1N+M-2
NMS1=J1N+M-1
NMA1=J1N+M+1
NMA2=J1N+M+2
190 MWA(J)=(-1.*FF(NMS2)+16.*FF(NMS1)-30.*FF(NM)+16.*FF(NMA1)
* -1.*FF(NMA2))/(12.*H**2)
180 MW(M)=JJ(I,M)*(AW(I)*MWA(1)+BW(I)*MWA(2)+CW(I)*MWA(3))
NS1=N-1
DO 200 M=3,NS1
Z=(M-3)*H
200 WRITE(3,14)Z,MW(M)
14 FORMAT(9X,F6.2,3X,E14.7//)
150 CONTINUE
FORÇAS CORTANTES NAS PAREDES
DO 210 I=1,NW
WRITE(3,15) I
15 FORMAT(//10X,'FORÇAS CORTANTES NA PAREDE',I2//
* 12X,'Z',10X,'QW'//)
DO 230 J=1,3
J1N=(J-1)*N
NN=N+J1N
N1N=N+J1N-1
N2N=N+J1N-2
N3N=N+J1N-3
N4N=N+J1N-4
230 QWA(J)=(+3.*FF(NN)-10.*FF(N1N)+12.*FF(N2N)-6.*FF(N3N)
```

PAGE 6 MANCINI

```

* +1.*FF(N4N))/(2.*H**3)
NS1=N-1
QW(NS1)=-JJ(I,NS1)*(AW(I)*QWA(1)+BW(I)*QWA(2)+CW(I)*QWA(3))
NS2=N-2
DO 240 M=3,NS2
DO 250 J=1,3
J1N=(J-1)*N
NM=J1N+M
NMS2=J1N+M-2
NMS1=J1N+M-1
NMA1=J1N+M+1
NMA2=J1N+M+2
250 QWA(J)=(-1.*FF(NMS2)+2.*FF(NMS1)-2.*FF(NMA1)+1.*FF(NMA2))
* / (2.*H**3)
240 QW(M)=-JJ(I,M)*(AW(I)*QWA(1)+BW(I)*QWA(2)+CW(I)*QWA(3))
NS1=N-1
DO 260 M=3,NS1
Z=(M-3)*H
260 WRITE(3,16)Z,QW(M)
16 FORMAT(9X,F6.2,3X,E14.7/)
210 CONTINUE
C FORCAS CORTANTES NOS PORTICOS
DO 270 I=1,NF
WRITE(3,17) I
17 FORMAT(//10X,'FORCAS CORTANTES NO PORTICO',I2//
* 12X,'Z',10X,'QF'//)
DO 290 J=1,3
J1N=(J-1)*N
NN=N+J1N
N1N=N+J1N-1
N2N=N+J1N-2
N3N=N+J1N-3
N4N=N+J1N-4
290 QFA(J)=(+3.*FF(NN)+10.*FF(N1N)-18.*FF(N2N)+6.*FF(N3N)
* -1.*FF(N4N))/(12.*H)
NS1=N-1
QF(NS1)=SS(I,NS1)*(AF(I)*QFA(1)+BF(I)*QFA(2)+CF(I)*QFA(3))
NS2=N-2
DO 300 M=3,NS2
DO 310 J=1,3
J1N=(J-1)*N
NM=J1N+M
NMS2=J1N+M-2
NMS1=J1N+M-1
NMA1=J1N+M+1
NMA2=J1N+M+2
310 QFA(J)=(+1.*FF(NMS2)-8.*FF(NMS1)+8.*FF(NMA1)-1.*FF(NMA2))
* / (12.*H)
300 QF(M)=SS(I,M)*(AF(I)*QFA(1)+BF(I)*QFA(2)+CF(I)*QFA(3))
NS1=N-1
DO 320 M=3,NS1
Z=(M-3)*H
320 WRITE(3,18)Z,QF(M)
18 FORMAT(9X,F6.2,3X,E14.7/)
270 CONTINUE
CALL EXIT
END

```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
EXTENDED PRECISION
IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR
COMMON C VARIABLES 8490 PROGRAM 3286

END OF COMPILATION

// XEQ

Z	UB	VB	WB
0.00	0.0000000E 00	0.0000000E 00	0.0000000E 00
3.00	0.3993616E-04	0.4414455E-02	0.5405390E-03
6.00	0.2554764E-03	0.1550250E-01	0.2026322E-02
9.00	0.7763941E-03	0.3073294E-01	0.4224671E-02

BIBLIOGRAFIA

- 1- STAMATO, M.C., Associação Contínua de Painéis de Contraventamento, Publ. nº157, Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, S.P., 1971, 72 pp.
- 2- STAMATO, M.C., Distribuição das Cargas do Vento entre os Painéis de Contraventamento, E.E.S.C., São Carlos, S.P., 1966, pp. 18-20.
- 3- COULL, A. e SUBEDI, N.K., Coupled Shear Walls with Two and Three Bands of Openings, Build.Sci., Vol.7, Pergamon Press, 1972, pp. 81-86.
- 4- CARDAN, B., Concrete Shear Walls Combined with Rigid Frames in Multistory Buildings Subject to Lateral Loads, A.C.I. Journal, Sept., 1961, pp. 299-315.
- 5- MANCINI, E., Associação Contínua Tridimensional de Pórticos e Paredes com Engastamento Elástico, Dissertação de Mestrado, Publ. nº166, E.E.S.C., São Carlos, S.P., 1972, 105 pp.
- 6- FRANCO, M., Alguns Problemas Relativos à Ação do Vento em Edifícios de Grande Altura, Tese de Doutorado, E.P.U.S.P., S. Paulo, S.P., 1966, 45 pp.
- 7- STAMATO, M.C. e SMITH, B.S., Análise Aproximada de Estruturas Tridimensionais de Edifícios Elevados, Publ. nº155, E.E.S.C., São Carlos, S.P., 1968, 23 pp.
- 8- HEIDEBRECHT, A.C. e SMITH, B.S., Approximate Analysis of Tall Wall-Frame Buildings Structures, McMaster University, Hamilton, Ontario, Canadá, 23pp.
- 9- GLUCK, J., Lateral Load Analysis of Irregular Shear Wall Multistory Structures, A.C.I. Journal, Vol.67, July 1970, pp. 548-553.
- 10- GLUCK, J., Lateral Load Analysis of Multistory Structures Comprising Shear Walls with Sudden Changes in Stiffness - A.C.I. Journal, September, 1969, pp. 729-736.