



UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

# Solicitações normais: Cálculo no estado limite último

PAULO DOS SANTOS NETTO

SÃO CARLOS  
2021

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS  
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS**

**SOLICITAÇÕES NORMAIS:  
CÁLCULO NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO**



**ENG. PAULO DOS SANTOS NETTO**

**SÃO CARLOS, SETEMBRO DE 1977**

CÁLCULO NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO: SOLICITAÇÕES NORMAIS

1 - Considerações gerais

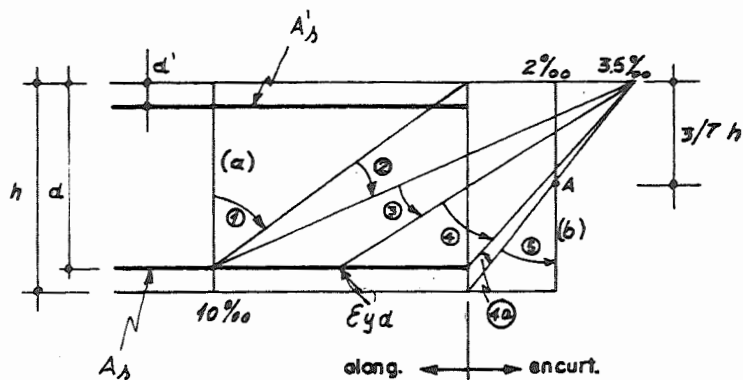
Entende-se por solicitações normais aquelas que originam tensões normais sobre as seções retas, e são constituídas por um momento fletor e um esforço normal, referidos ao centro de gravidade da seção de concreto. As tensões tangenciais, oriundas do cisalhamento ou da torção, serão tratadas posteriormente.

Segundo a NB-1/76, as seções de peças de concreto armado submetidas a solicitações normais podem alcançar o estado limite último por ruptura da zona comprimida do concreto, ou por excesso de deformação plástica da armadura tracionada.

2 - Hipóteses de cálculo da NB-1/76 (item 4.1.1)

As hipóteses que seguem são válidas para o cálculo no estado limite último nos casos de flexão simples ou composta, normal ou oblíqua, e de compressão ou tração uniforme.

- a) despreza-se qualquer contribuição do concreto tracionado.
- b) até a ruptura as seções planas permanecem planas; os vários casos possíveis são ilustrados na figura abaixo:



- deformação plástica excessiva

reta (a) → tração uniforme

domínio (1) → tração não uniforme, sem compressão

domínio (2) → flexão simples ou composta sem ruptura à compressão do concreto ( $\epsilon_c < 3,5^{\circ}/\text{oo}$ ) e com o máximo alongamento permitido na armadura de tração.

- ruptura

domínio (3) → flexão simples (seção subarmada) ou composta com ruptura à compressão do concreto e com escoamento do aço ( $\epsilon_s \geq \epsilon_{yd}$ )

domínio (4) → flexão simples (seção superarmada) ou composta com ruptura à compressão do concreto e aço tracionado sem escoamento ( $\epsilon_s < \epsilon_{yd}$ )

domínio (4a) → flexão composta, com armaduras comprimidas

domínio (5) → compressão não uniforme, sem tração.

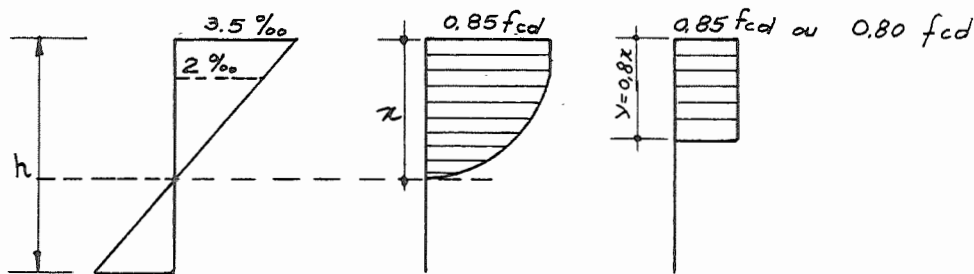
reta (b) → compressão uniforme.

- c) O encurtamento de ruptura do concreto nas seções não inteiramente comprimidas é de  $3,5^{\circ}/\text{oo}$  (domínios 3, 4 e 4a). Nas seções inteiramente comprimidas (domínio 5), o encurtamento da borda mais comprimida, na ocasião da ruptura, será menor que  $3,5^{\circ}/\text{oo}$ , mantendo-se inalterada e igual a  $2^{\circ}/\text{oo}$  a deformação a  $3/7$  da altura total da seção, a partir da borda mais comprimida.
- d) O alongamento máximo permitido ao longo da armadura de tração é de  $10^{\circ}/\text{oo}$  (domínios 1 e 2), a fim de prevenir deformação plástica excessiva.
- e) A distribuição das tensões do concreto na seção se faz de acordo com o diagrama parábola-retângulo, baseado na

hipótese do item 8.2.4. Permite-se a substituição desse diagrama pelo retângulo de altura  $0,8x$ , com a seguinte tensão:

$0,85 f_{cd} = 0,85 f_{ck}/\gamma_c$  no caso da largura da seção medida paralelamente à linha neutra não diminuir a partir desta para a borda mais comprimida.

$0,80 f_{cd} = 0,80 f_{ck}/\gamma_c$  no caso contrário



f) A tensão na armadura é a correspondente à deformação de terminada de acordo com as alíneas anteriores e obtida no diagrama tensão-deformação indicado no item 7.2.

Simplificação: Para os aços classe B) pode-se fazer o cálculo com o diagrama do aço classe A de mesmo  $f_{yd}$  (ou  $f_{ycd}$ ) dividindo por um dos seguintes valores a área calculada da seção da armadura:

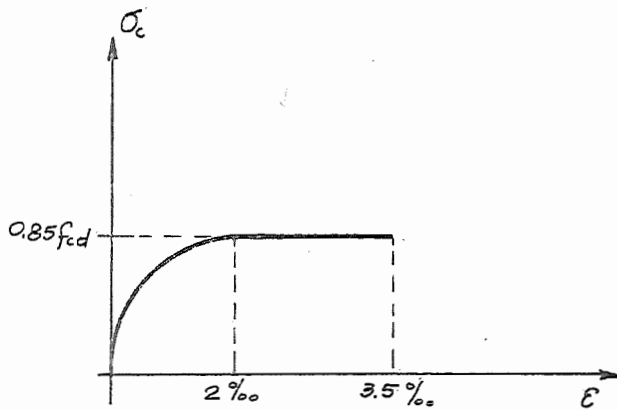
$$I \left\{ \begin{array}{l} \text{se } \epsilon_s \leq 0,7 \cdot f_{yd}/E_s \\ \text{ou} \\ \text{se } \epsilon_s > 0,002 + f_{yd}/E_s \end{array} \right.$$

$$0,85 \text{ se } \epsilon_s = f_{yd}/E_s$$

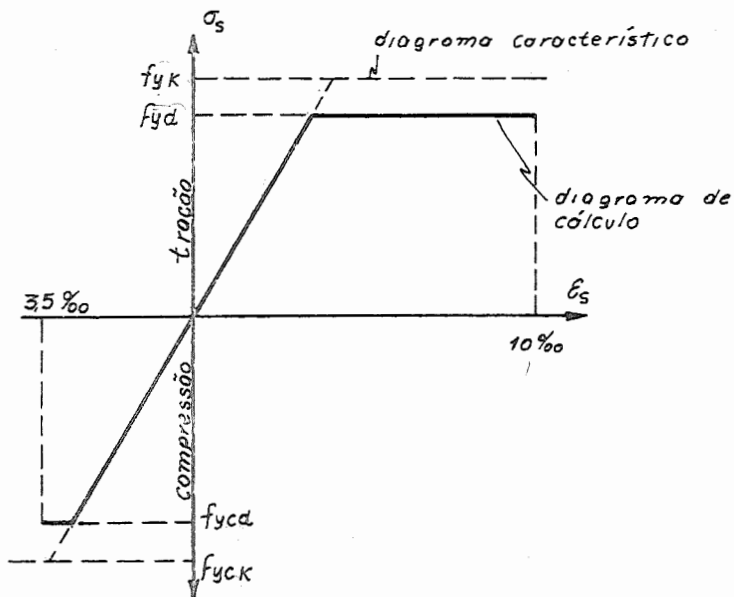
interpolando-se linearmente nos casos intermediários.

Resumindo: a hipótese b) caracteriza os estados limites em função do diagrama de deformações correspondente; as hipóteses c) e d) fixam os valores das deformações no concreto e na armadura tracionada que caracterizam cada estado limite; as hipóteses e) e f) se referem às tensões no concreto e na armadura.

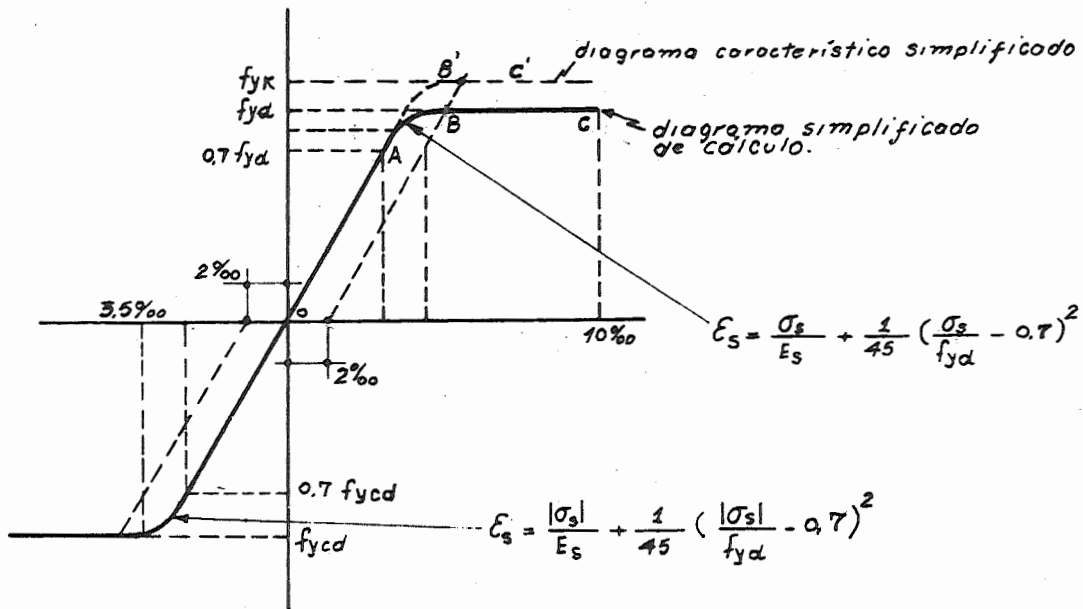
2.1 - Diagrama tensão x deformação do concreto à compressão  
(de cálculo)



2.2 - Diagrama tensão x deformação para os aços  
Aços classe A

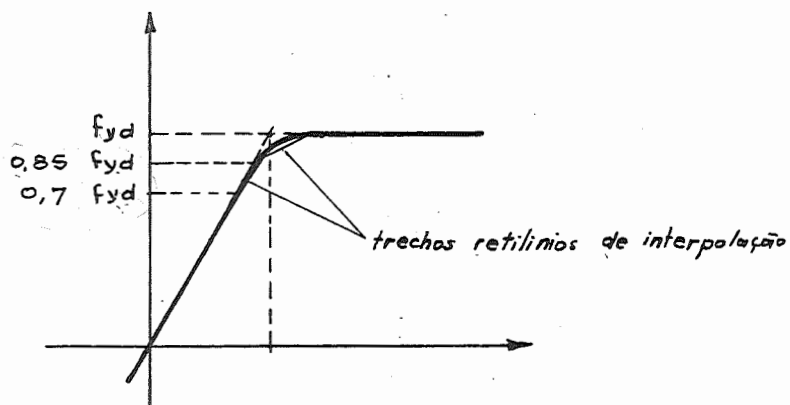


Aços classe B



O diagrama de cálculo simplificado é obtido a partir do "diagrama característico simplificado" dividindo-se o trecho OA'B' por  $\gamma_s$ . A partir do ponto B a tensão permanece constante e igual a  $f_{yd}$ .

Introduzindo a simplificação, permitida pela hipótese f) tem-se:



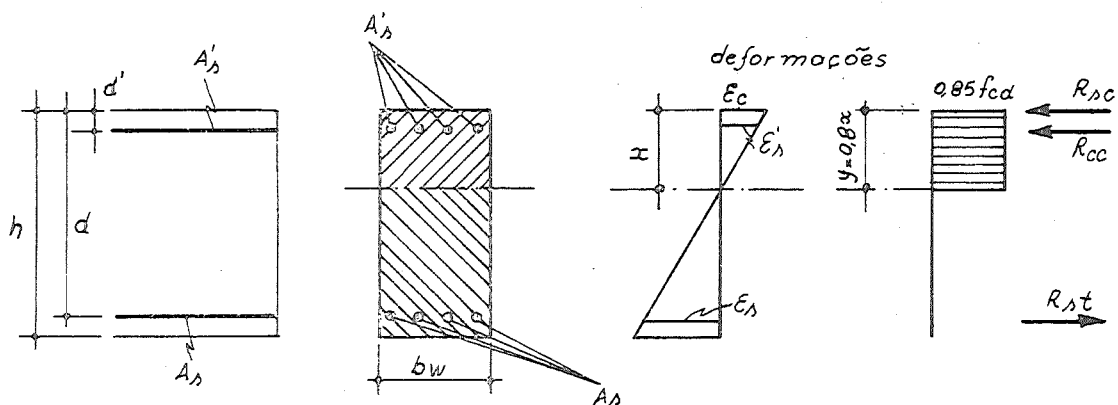
### 3 - ESTUDO DA FLEXÃO NORMAL SIMPLES EM SEÇÕES RETANGULARES

#### DIAGRAMA RETANGULAR DE TENSÕES

A flexão normal simples só pode ocorrer nos domínios 2, 3 e 4.

#### 3.1 - Equacionamento do problema

##### 3.1.1 - Equações de equilíbrio



A ausência de força normal externa aplicada à seção permite escrever:

$$P_{sc} + R_{cc} - R_{st} = 0 \quad (1)$$

$$\gamma_f M = R_{cc} (d - y/2) + R_{sc} (d - d') = R_{st} (d - y/2) + P_{sc} (y/2 - d') \quad (2)$$

onde:

$M$  = momento fletor característico que atua na seção em estudo.

$R_{cc}$  = resultante das tensões de compressão no concreto ( $R_{cc} = b_w y \sigma_c$ )



$R_{sc}$  = resultante das tensões de compressão na armadura  
( $R_{sc} = A'_s \sigma'_s$ )

$R_{st}$  = resultante das tensões de tração na armadura  
( $R_{st} = A_s \sigma_s$ )

Com isso, as equações de equilíbrio ficam sendo:

$$b_w y \sigma_c + A'_s \sigma'_s = A_s \sigma_s \quad (3)$$

$$\gamma_f M = b_w y \sigma_c (d-y/2) + A'_s \sigma'_s (d-d') \quad (4)$$

ou

$$\gamma_f M = A_s \sigma_s (d-y/2) + A'_s \sigma'_s (y/2-d') \quad (4')$$

#### Observações:

- 1) as equações (3) (4) e (4') não são independentes entre si, pois a igualdade entre (4) e (4') fornece a (3).
- 2) o coeficiente 0,85 que aparece minorando a tensão  $f_{cd}$ , tem como causa:
  - levar em conta o efeito da diminuição da resistência do concreto quando solicitado por cargas de longa duração (efeito Rüşh)
  - levar em conta a diminuição da resistência do concreto em consequência da evaporação mais rápida da água que aflora à parte superior do elemento estrutural.

#### 3.1.2 - Equação de compatibilidade

Do diagrama de deformações pode-se deduzir, por semelhança de triângulos, as seguintes equações:

$$\frac{\epsilon_c}{x} = \frac{\epsilon_s}{d-x} = \frac{\epsilon'_s}{x-d'} \quad (5)$$

Da mesma forma que anteriormente, também aqui se tem apenas duas equações independentes.

As equações (1) (2) e (5) permitem resolver problemas de dimensionamento e verificação de seções nas quais as armaduras  $A_s$  e  $A'_s$  são dispostas de tal maneira que as resultantes das tensões nas mesmas possam ser consideradas aplicadas no centro de gravidade correspondente.

### 3.2 - Cálculo de Dimensionamento

Em seções retangulares de concreto armado os parâmetros que correntemente figuram como incógnitas, em problemas de dimensionamento, são:  $d$ ,  $h$ ,  $A_s$  e/ou  $A'_s$ .

Os casos mais frequentes são:

a) - Dados:

$$f_{ck}, f_{yk}, \gamma_c, \gamma_s, \gamma_f, b_w, M$$

Pedem-se:

- altura útil da seção ( $d$ )
- seção transversal da armadura ( $A_s$  = armadura simples)

b) - Dados:

$$f_{ck}, f_{yk}, \gamma_c, \gamma_s, \gamma_f, b_w, M$$

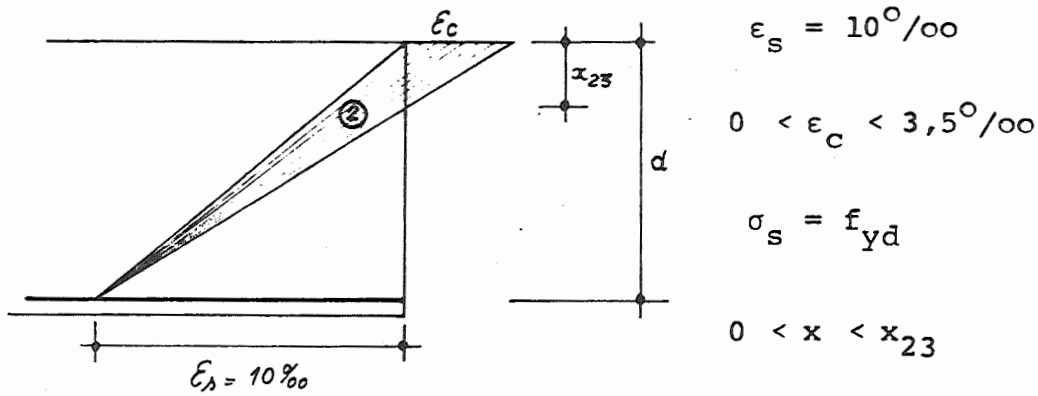
Pedem-se:

- $A_s$  (armadura simples)
- ou
- $A_s$  e  $A'_s$  (armadura dupla)

Analisa-se em seguida cada um dos casos, separadamente, nos domínios 2, 3 e 4.

Com o objetivo de facilitar tal análise, delineia-se em seguida as principais características dos domínios 2, 3 e 4:

Domínio 2:



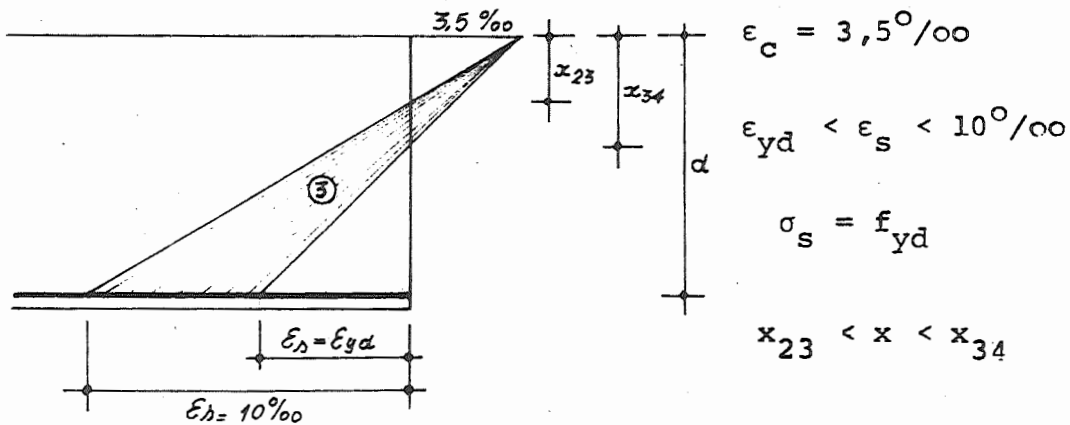
O valor  $x_{23}$  é determinado por semelhança de triângulos:

$$\frac{\epsilon_c}{x_{23}} = \frac{\epsilon_s}{d-x_{23}}$$

$$\frac{3,5}{x_{23}} = \frac{10}{d-x_{23}}$$

$$x_{23} = 0,259d \text{ e } y_{23} = 0,207d$$

Domínio 3



A determinação de  $x_{34}$  é feita por semelhança de triângulos:

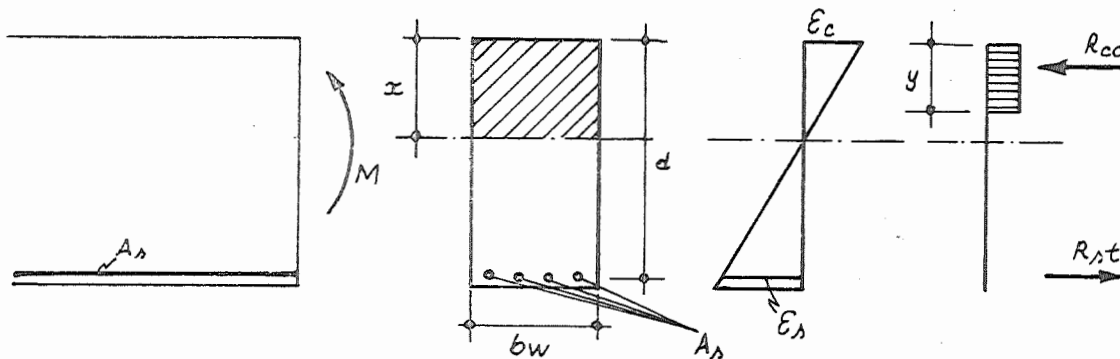
$$\frac{\epsilon_c}{x_{34}} = \frac{\epsilon_{yd}}{d-x_{34}}$$

Vê-se, portanto, que  $x_{34}$  depende do aço utilizado, isto é, do valor  $\epsilon_{yd}$ .

Aço	CA-25	CA-32	CA-40A	CA-40B	CA-50A	CA-50B	CA-60A	CA-60B
$f_{yd}$ kgf/cm <sup>2</sup>	2174	2783	3478	3478	4348	4348	5217	5217
$\epsilon_{yd}$	0,104%	0,133%	0,167%	0,367%	0,207%	0,407%	0,248%	0,448%
$x_{34}$	0,77	0,72	0,68	0,49	0,63	0,46	0,59	0,44
$\gamma_{34}$	0,62	0,58	0,54	0,39	0,50	0,37	0,47	0,35

### 3.2.1 - Problema (a.1)

Dados  $f_{ck}$ ,  $f_{yk}$ ,  $\gamma_c$ ,  $\gamma_s$ ,  $\gamma_f$ ,  $b_w$  e  $M$ , calcular  $\underline{d}$  e  $\underline{A_s}$  no domínio 2.



- equações de equilíbrio:

$$b_w y (0,85 f_{ck} / \gamma_c) = A_s \sigma_s \quad (6)$$

$$\gamma_f M = b_w y (0,85 f_{ck} / \gamma_c) (d-y/2) \quad (7)$$

$$\gamma_f M = A_s \sigma_s (d-y/2) \quad (7')$$

- equação de compatibilidade

$$\frac{\epsilon_c}{x} = \frac{\epsilon_s}{d-x} \quad (8)$$

incógnitas:  $y, A_s, \sigma_s, d, \epsilon_c$  e  $\epsilon_s$

domínio (2)  $\epsilon_s = 1\%$  (ou 10%) e portanto

$$\sigma_s = f_{yd}$$

$$\epsilon_c = ?$$

restam pois:  $y, A_s, d,$  e  $\epsilon_c$

Tem-se então, 3 equações e 4 incógnitas, o que possibilita infinitas soluções. Arbitrada uma das incógnitas ( $y, A_s, d, \epsilon_c$ ), as demais são determinadas imediatamente.

### 3.2.2 - Problema (a.2)

Dados  $f_{ck}, f_{yk}, \gamma_c, \gamma_s, \gamma_f, b_w$  e  $M$ , calcular  $d$  e  $A_s$  no domínio 3

$$0,207 < y < y_d$$

As equações de equilíbrio e de compatibilidade são as mesmas do problema anterior.

incógnitas:  $y, A_s, \sigma_s, d, \epsilon_c$  e  $\epsilon_s$

domínio (3)  $\epsilon_c = 0,35\%$

$$\epsilon_s = ?$$

$$\sigma_s = f_{yd}$$

incógnitas restantes:  $y, A_s, d, \epsilon_s$

Tem-se portanto 4 incógnitas e 3 equações, continuando a existirem infinitas soluções.

### 3.2.3 - Problema (a.3)

Dados  $f_{ck}, f_{yk}, \gamma_c, \gamma_s, \gamma_f, b_w$  e  $M$ , calcular  $\underline{d}$  e  $\underline{A_s}$  no domínio 4

$$y_d < y < 0,8d$$

Para as equações de equilíbrio e de compatibilidade valem as equações (6), (7), (7') e (8).

incógnitas:  $y, A_s, \sigma_s, d, \epsilon_c, \epsilon_s$

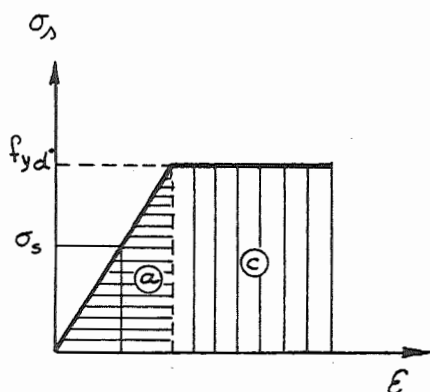
domínio (4)  $\epsilon_c = 0,35\%$

$$\epsilon_s = ?$$

$$\sigma_s = ? \quad (\sigma_s < f_{yd})$$

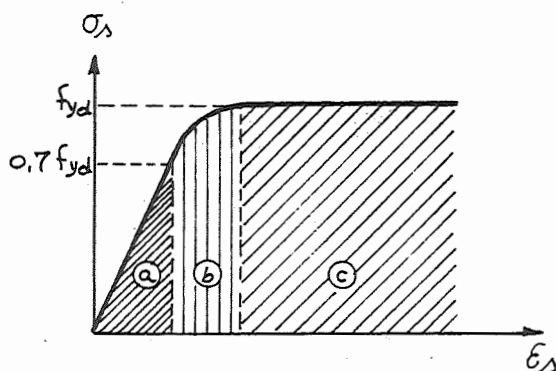
incógnitas restantes:  $y, A_s, \sigma_s, d, \epsilon_s$

São 3 equações e 5 incógnitas, Entretanto, pode-se determinar uma outra equação: a que liga  $\sigma_s$  com  $\epsilon_s$ .



(a)  $\sigma_s = E_s \epsilon_s$

(c)  $\sigma_s = f_{yd}$



região (a)  $\Rightarrow \sigma_s = E_s \epsilon_s$

região (b)  $\Rightarrow \epsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s} + \frac{1}{4s} \left( \frac{\sigma_s}{f_{yd}} - 0.7 \right)^2$

região (c)  $\Rightarrow \sigma_s = f_{yd}$

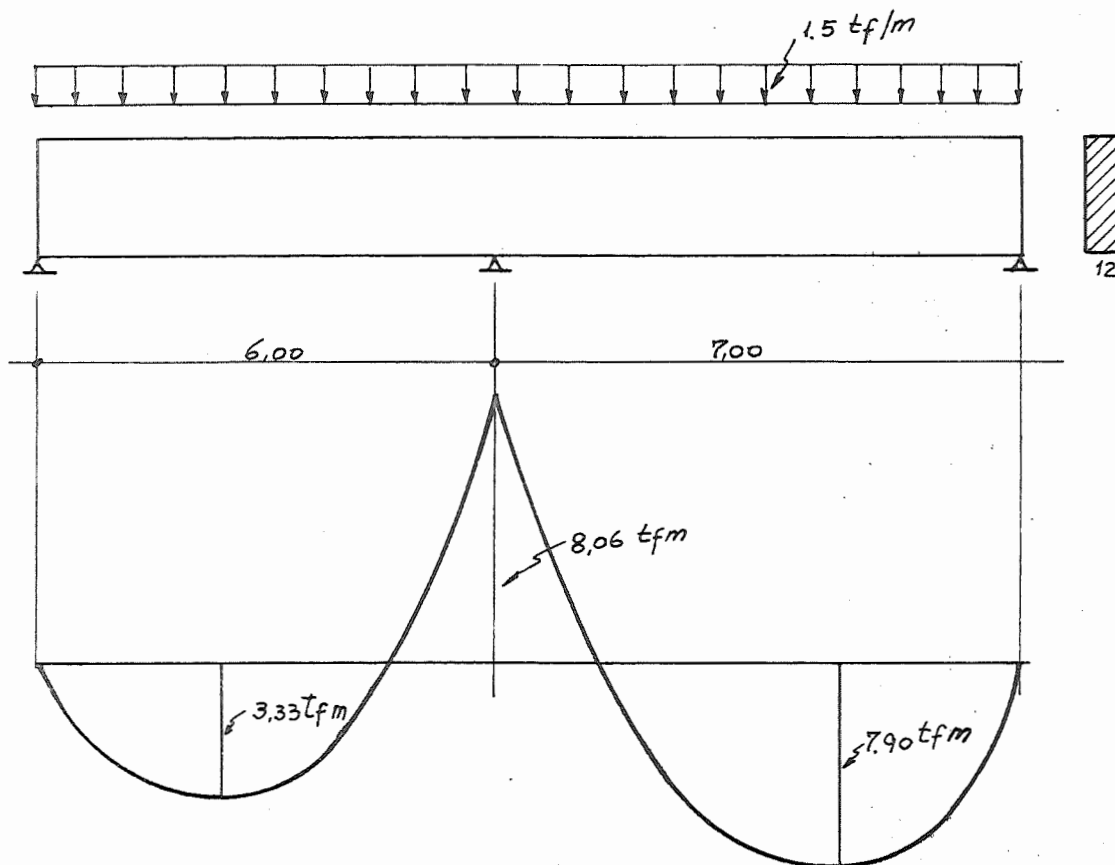
Com isso fica-se com 4 equações e cinco incógnitas: de novo um problema com infinitas soluções.

Observação: Anteriormente, quando se discutiu as hipóteses da NB-1/76, foi comentado que peças dimensionadas no domínio 3 apresentam melhores condições de comportamento na ruptura. De fato, quando um elemento de concreto armado atinge o estado limite último de esgotamento (ruptura), com deformações no domínio 3, tem-se concreto e aço desenvolvendo ao máximo suas capacidades resistentes, caracterizando um comportamento de PEÇA SUBARMADA. Já no domínio 2, o estado limite último é atingido sem haver ruptura do concreto. Por outro lado, no domínio 4 a ruptura ocorre com esmagamento do concreto, porém sem escoamento da armadura, comportamento esse, característico de PEÇAS SUPERARMADAS.

Do acima exposto conclui-se, tanto do ponto de vista econômico como do funcional, o dimensionamento

namento deverá ser feito (sempre que possível) de tal modo que o estado limite último venha ser atingido no domínio 3.

EXEMPLOS



EXEMPLO 1

Para a viga contínua da figura, admitida com seção constante, determinar  $d$  e  $A_s$  para o apoio central, de tal modo que se tenha a mínima altura e peça subarmada com armadura simples.

DADOS:

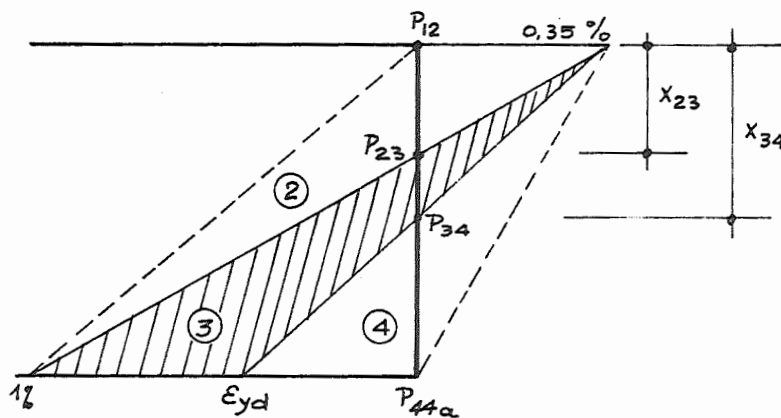
$$\left. \begin{array}{l} \text{Concreto: } f_{ck} = 180 \text{ kgf/cm}^2 \\ \text{aço : CA-50B (} f_{yk} = 5,0 \text{ tf/cm}^2 \text{)} \\ \gamma_c = 1,4 \quad \gamma_s = 1,15 \quad \gamma_f = 1,4 \end{array} \right\}$$



$$f_{yd} = \frac{5,0}{1,15} = 4,35 \text{ tf/cm}^2$$

$$f_{cd} = \frac{0,180}{1,4} = 0,13 \text{ tf/cm}^2$$

Solução: Como se exige peça sub-armada, o dimensionamento será feito no domínio 3.



A posição da LN no domínio 3 pode variar entre os pontos  $P_{23}$  (caracteriza o limite entre os domínios 2 e 3) e  $P_{34}$  (caracteriza o limite entre os domínios 3 e 4).

Os valores de  $x$  correspondentes são:

$$x_{23} = 0,259 d$$

$$x_{34} = (CA-50B) = 0,462 d$$

Como já foi visto (item 3.2.2) o problema em questão admitiria infinitas soluções, se não houvesse a imposição de "altura mínima". Para satisfazer essa condição é preciso que no instante em que for atingido o estado limite último, se tenha um diagrama de deformações com a LN passando pelo ponto  $P_{34}$ , pois quanto menor for o  $x$ , maior será a altura. Conhecida então a relação entre  $x$  e  $d$ , tem-se uma nova equação que vem tornar iguais o número de equações e o de incógnitas, dando portanto solução única.

Pela equação (7), obtêm-se  $d_{\min}$

$$\gamma_f M = 0,85 b_w y f_{cd} (d-y/2)$$

$$1,4 \times 806 = 0,85 \times 12 \times 0,370 d \times 0,13 \times (d-0,370 d/2)$$

$$d = 53 \text{ cm}$$

$$y = 19,6 \text{ cm}$$

Pela equação (6):

$$0,85 b_w y f_{cd} = A_s f_{yd}$$

$$0,85 \times 12 \times 19,6 \times 0,13 = A_s \times 4,35$$

$$A_s = 5,98 \text{ cm}^2$$

### Exemplo 2

Para a mesma seção do apoio B, determinar  $\underline{d}$  e  $A_s$  de tal modo que no instante em que for atingido o estado limite último se tenha  $\epsilon_c = 0,10\%$ .

Solução: Para a flexão simples, valores de  $\epsilon_c$  entre zero e 0,35% definem o domínio 2. Também nesse domínio o problema em foco apresenta infinitas soluções (problema a.1). Entretanto, com a imposição de  $\epsilon_c = 0,10\%$ , fica eliminada uma das incógnitas e o sistema apresenta agora 3 equações (5), (6), (7) ou (7') e 3 incógnitas ( $y, A_s, d$ ), dando portanto solução única.

$$\frac{0,10\%}{y/0,8} = \frac{1\%}{d-y/0,8} \quad y = 0,073 d$$

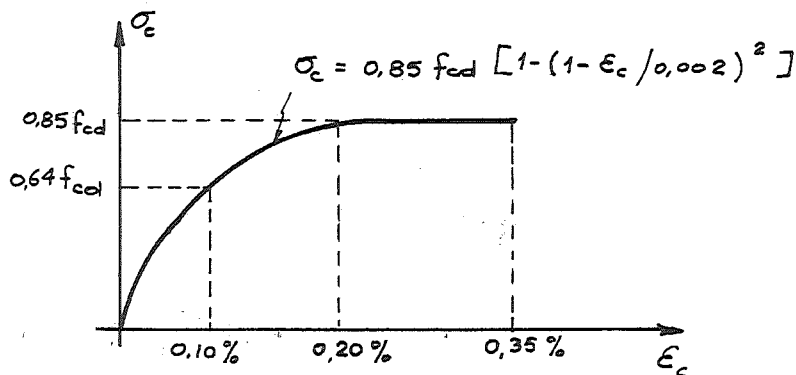
$$1,4 \times 806 = 0,85 \times 12 \times 0,073 d \times 0,13 (d-0,073 d/2)$$

$$d = 110 \text{ cm}$$

$$0,85 \times 0,073 \times 110 \times 12 \times 0,13 = A_s \times 4,35$$

$$A_s = 2,45 \text{ cm}^2$$

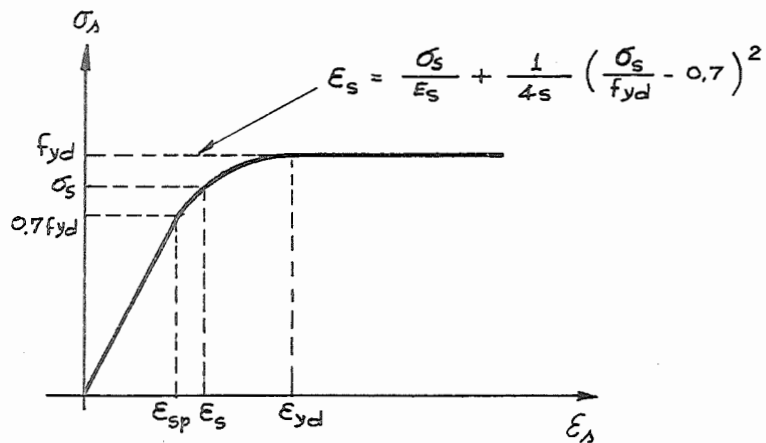
Observe-se que pelo diagrama tensão-deformação (de cálculo) do concreto, a uma deformação de 0,10% corresponderá uma tensão menor que  $0,85 f_{cd}$ . Entretanto a NB-1/76 não se refere a essa redução no caso de distribuição retangular de tensão.



### Exemplo 3

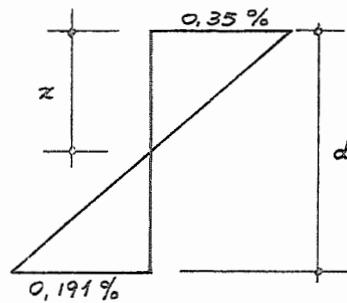
Ainda para a seção B da viga contínua, determinar  $\underline{d}$  e  $A_s$  de tal modo que no instante em que for atingido o estado limite último, se tenha a armadura com tensão  $\sigma_s = 3,5 \text{ tf/cm}^2$ .

Solução: tem-se uma situação idêntica ao problema a.3, porém, com uma das incógnitas fixadas ( $\sigma_s$ ), e com isso a solução será única. Ao valor de  $\sigma_s = 3,5 \text{ tf/cm}^2$ , corresponde uma deformação menor que  $\epsilon_{yd}$ , significando que o dimensionamento deverá ser feito no domínio 4.



Com a equação que liga  $\sigma_s$  e  $\epsilon_s$  no trecho curvo, pode-se determinar  $\epsilon_s$  ( $\epsilon_s = 0,191\%$ ).

Sendo conhecida a deformação na fibra mais comprimida do concreto no instante da ruptura, pelo diagrama de deformações (eq. de compatibilidade), determina-se a relação entre  $y$  e  $d$ :



A equação (7), fornece agora o valor de  $\underline{d}$

$$1,4 \times 806 = 0,85 \times 12 \times 0,517 d \times 0,13 (d - 0,517 d/2)$$

$$\boxed{d = 47 \text{ cm}}$$

Pela equação (6) determina-se  $A_s$

$$0,85 \times 12 \times 0,517 \times 47 \times 0,13 = A_s \times 3,5$$

$$\boxed{A_s = 9,20 \text{ cm}^2}$$

### 3.2.4 - Problema (b.1)

Dados:  $f_{ck}$ ,  $f_{yk}$ ,  $\gamma_c$ ,  $\gamma_s$ ,  $\gamma_f$ ,  $b_w$ ,  $d$ ,  $M$ , calcular a armadura correspondente (armadura simples).

Essa é a situação que se configura, por exemplo, quando se deseja determinar a armadura para o 1º tramo da viga contínua anterior, admitindo-se que a altura tenha sido fixada de acordo com o exemplo (1).

Da equação (7) obtêm-se o valor de  $y$ , pois os demais parâmetros são conhecidos.

$$\gamma_f M = 0,85 b_w \gamma f_{cd} (d-y/2) \rightarrow (y) \rightarrow (x)$$

Para entrar na equação (6) e determinar o valor de  $A_s$ , é preciso antes conhecer o valor de  $\sigma_s$ , o que pode ser feito através de  $x$ :

$$0 < x < x_{23} \rightarrow \text{domínio 2} \rightarrow \sigma_s = f_{yd}$$

$$x_{23} < x < x_{34} \rightarrow \text{domínio 3} \rightarrow \sigma_s = f_{yd}$$

$$x > x_{34} \rightarrow \text{domínio 4} \rightarrow \sigma_s < f_{yd}$$

Conhecido então o domínio através do valor de  $x$ , determina-se  $A_s$  pela equação (6).

$$0,85 b_w \gamma f_{cd} = A_s \sigma_s \rightarrow (A_s)$$

#### Exemplo 4

$$\text{Dados: } M = 333 \text{ tf/cm}$$

$$f_{cd} = 0,13 \text{ tf/cm}^2$$

$$b_w = 12 \text{ cm}$$

$$f_{yd} = 4,35 \text{ tf/cm}^2$$

$$d = 50 \text{ cm}$$

Calcular  $A_s$ .

$$1,4 \times 333 = 0,85 \times 12 \times y \times 0,13 (50-y/2)$$

$$y = 7,6 \text{ cm} \rightarrow x = 9,5 \text{ cm}$$

$$x_{23} = 0,259 \times 50 = 13 \text{ cm}$$

Portanto,  $x < x_{23}$ ,  $A_s$  será calculada no domínio 2

$$(6) \rightarrow 0,85 \times 12 \times 7,6 \times 0,13 = A_s \times 4,35$$

$$A_s = 2,32 \text{ cm}^2$$

### 3.2.5 - Problema (b.2)

Dados:  $f_{ck}$ ,  $f_{yk}$ ,  $\gamma_c$ ,  $\gamma_s$ ,  $\gamma_f$ ,  $b_w$ ,  $d$ , calcular qual o máximo momento que a seção ( $b_w, d$ ) pode receber com armadura simples, como peça sub-armada, e qual o valor da armadura.

$$\begin{array}{l}
 \text{equações de equilíbrio} \\
 \text{equação de compatibilidade}
 \end{array}
 \left\{
 \begin{array}{l}
 0,85 b_w y f_{cd} = A_s \sigma_s \\
 \gamma_f M = 0,85 b_w y f_{cd} (d-y/2) \\
 \gamma_f M = A_s \sigma_s (d-y/2) \\
 \frac{0,35\%}{x} = \frac{\epsilon_s}{d-x}
 \end{array}
 \right.$$

peça sub-armada  $\rightarrow$  domínio (3)  $\rightarrow \sigma_s = f_{yd}$

nº de equações = 3

nº de incógnitas = 4 ( $M, A_s, y$  ou  $x, \epsilon_s$ )  $\rightarrow$  infinitas soluções.

Arbitrada uma das incógnitas, por exemplo  $x$ , as demais são determinadas imediatamente.

Quando o valor arbitrado de  $x$  for  $x = x_{34}$ , o valor correspondente de  $M$  será o máximo que a seção pode receber com armadura simples e peça sub-armada. Daqui para a frente, chamar-se-á esse valor de  $M_{lim}$ .

Exemplo 5

$$\text{Dados: } f_{ck} = 180 \text{ kgf/cm}^2 \quad b_w = 12 \text{ cm}$$

$$f_{yk} = 5000 \text{ kgf/cm}^2 \quad d = 60 \text{ cm}$$

$$\gamma_c = 1,4$$

$$\gamma_s = 1,15 \quad M = ?$$

$$\gamma_f = 1,4 \quad A_s = ?$$

$$x_{34} (\text{CA-50B}) = 0,462 \text{ d}$$

$$y_{34} (\text{CA-50B}) = 0,370 \text{ d}$$

$$0,85 \times 12 \times 0,370 \times 60 \times 0,13 = A_s \times 4,35 \rightarrow A_s = 6,76 \text{ cm}^2$$

$$1,4 \times M = 6,76 \times 4,35 (60 - 0,370 \times 60/2) \quad M_{lim} = 1027 \text{ tf/cm}$$

3.2.6 - Problema (b.3)

Dados:  $f_{ck}$ ,  $f_{yk}$ ,  $\gamma_c$ ,  $\gamma_s$ ,  $\gamma_f$ ,  $b_w$ ,  $d$ , e  $M > M_{lim}$ , calcular a armadura.

É fácil ver que existe uma correspondência direta entre os problemas dos exemplos (1) e (5), Basta verificar que se se estivesse procurando a mínima altura para peça sub-armada (armadura simples) correspondente a  $M = 1027 \text{ t/cm}$  e mantendo os demais dados, encontrar-se-ia  $d_{min} = 60 \text{ cm}$ .

Significa que para qualquer momento solicitante maior que o limite, seria necessário aumentar a altura útil para manter a seção com armadura simples e sub-armada.

Sem alterar a altura útil ( $d$ ), que é o caso em apreço, existem duas saídas: utilizar armadura simples, mas obtendo-se peça superarmada, ou introduzir uma armadura de compressão (armadura dupla) para manter peça sub-armada.

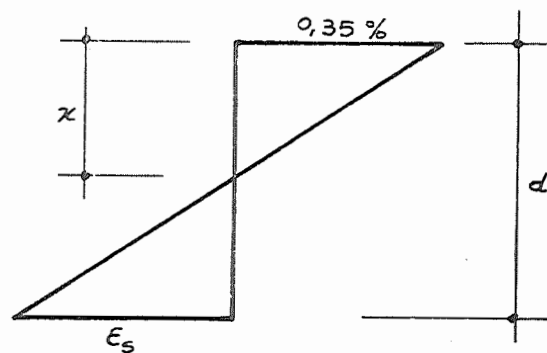
### 3.2.6.1 - Armadura simples, peça superarmada

Como no problema (b.1), o cálculo de  $y$ , e portanto de  $x$ , é feito através da equação:

$$\gamma_f M = 0,85 b_w y f_{cd} (d-y/2) \rightarrow (y) \rightarrow (x)$$

Se  $M > M_{lim}$ , com toda certeza obter-se-á  $x > x_{34}$  e, portanto,  $\sigma_s < f_{yd}$ .

Por outro lado, obtido o valor de  $x$ , a deformação  $\epsilon_s$  fica imediatamente determinada pelo diagrama de deformações.



A equação que liga  $\sigma_s$  com  $\epsilon_s$  depende do tipo de aço (A ou B), e do valor de  $\epsilon_s$  (Ver Fig. 9)

Determinando  $\sigma_s$ , o valor de  $A_s$  é facilmente obtido.



Exemplo 6

Dados: $f_{ck} = 180 \text{ kgf/cm}^2$	$b_w = 12 \text{ cm}$
CA-50B	$d = 60 \text{ cm}$
$\gamma_c = 1,4$	$M = 1500 \text{ tf/cm}$
$\gamma_s = 1,15$	$M_{lim} = 1027 \text{ tf/cm}$
$\gamma_f = 1,4$	$A_s = ?$

$$1,4 \times 1500 = 0,85 \times 12 \times y \times 0,13 (60-y/2)$$

$$y = 39,2 \text{ cm} \rightarrow x = 49 \text{ cm}$$

$$\left. \begin{array}{l} \epsilon_s = 0,078 \% \\ \epsilon_{yd} = 0,407 \% \\ \epsilon_{sp} = 0,145 \% \end{array} \right\} \epsilon_s < \epsilon_{sp} \rightarrow \sigma_s = E_s \epsilon_s$$

$$\sigma_s = 2100 \times 0,00078 = 1,64 \text{ tf/cm}^2 \quad (\sigma_s < f_{yd})$$

$$\gamma_f M = A_s \sigma_s (d-y/2)$$

$$1,4 \times 1500 = A_s \times 1,64 (60-39,2/2) \rightarrow A_s = 31,7 \text{ cm}^2$$

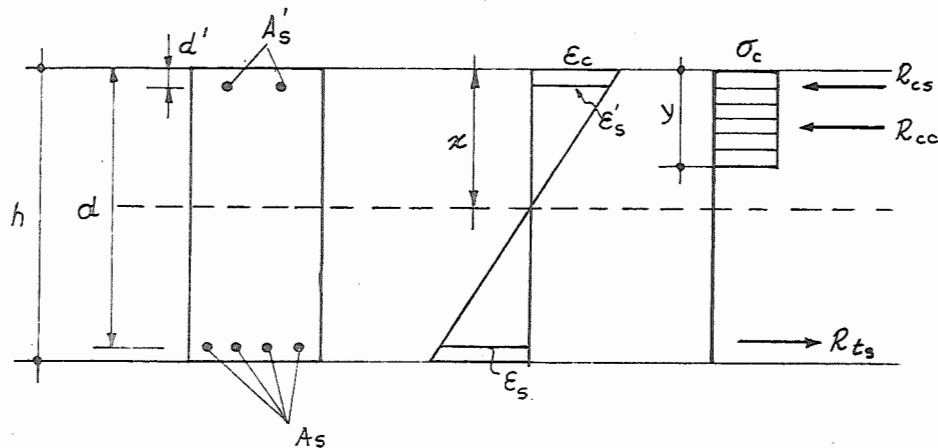
3.2.6.2 - Armadura dupla, peça sub-armada

Pelo exemplo anterior fica claro que peças superarmadas exigem uma quantidade excessiva de armadura, justamente porque o aço trabalha mal aproveitado ( $\sigma_s = 1,64 \text{ tf/cm}^2$ ) comparado à sua capacidade máxima ( $f_{yd} = 4,35 \text{ tf/cm}^2$ ), resultando uma peça anti econômica. Além do fator econômico, existe um problema de ordem funcional, isto é, se uma viga superarmada for levada até a ruptura, esta se dará bruscamente por emagamento do concreto, prá-

ticamente sem a ocorrência de fissuras que seriam o "aviso prévio".

Para evitar esses problemas, mesmo em situação como a do exemplo anterior, pode-se introduzir uma armadura de compressão. Com isso a zona comprimida do concreto será menor (pois para a mesma resultante das tensões de compressão tem-se, agora, o aço contribuindo); a linha neutra sobe, obtendo-se maiores deformações na armadura de tração, o que significa aproveitá-la melhor, pelo menos até que  $\epsilon_s = \epsilon_{yd}$ .

A abordagem desse problema será feita apenas no domínio 3, já que a utilização de armadura de compressão no domínio 2 não faz muito sentido, pois neste domínio o concreto comprimido nem mesmo atinge a ruptura.



$$0,85 b_w y f_{cd} + A'_s \sigma'_s = A_s \sigma_s$$

$$\gamma_f M = 0,85 b_w y f_{cd} (d-y/2) + A'_s \sigma'_s (d-d')$$

$$\gamma_f M = A_s \sigma_s (d-y/2) + A'_s \sigma'_s (y/2-d')$$

$$\frac{\epsilon_c}{x} = \frac{\epsilon_s}{d-x} = \frac{\epsilon'_s}{x-d'}$$

$$\text{domínio 3} \quad \begin{cases} \sigma_s = f_{yd} \\ \epsilon_c = 0,35\% \end{cases}$$

nº de equações: 4 independentes

nº de incógnitas: 6 ( $A'_S$ ,  $A_S$ ,  $\epsilon_S$ ,  $\epsilon'_S$ ,  $\gamma$ ,  $\sigma'_S$ )

A 5ª equação será aquela que liga  $\sigma'_S$  com  $\epsilon'_S$

Tem-se portanto 5 equações e 6 incógnitas; sistema que permite infinitas soluções. Para resolvê-lo basta arbitrar uma das incógnitas.

### Exemplo 7

Mesmos dados do exemplo 6, onde se procura  $A'_S$  e  $A_S$ , de tal modo a se ter a mínima armadura de compressão ( $A'_{Smin}$ ) e peça sub-armada.

Para que seja obedecida a condição de mínima  $A'_S$  é preciso que se tenha a máxima zona comprimida do concreto (é claro que nas condições de peça sub-armada). Desse modo está fixado o valor de  $x$  ( $x = x_{34}$ ), e portanto obter-se-á solução única para o problema.

$$x = x_{34} \text{ (CA-50B)} = 0,462 d = 27,72 \text{ cm}$$

$$\frac{0,35\%}{x} = \frac{\epsilon'_S}{x-d} \rightarrow \epsilon'_S = 0,325\% \quad ; \quad \epsilon_{sn} < \epsilon'_S < \epsilon_{yd}$$

$$< \epsilon'_S = \frac{\sigma'_S}{B_S} + \frac{1}{45} \left( \frac{\sigma'_S}{f_{ycd}} - 0,7 \right)^2$$

$$0,00325 = \frac{\sigma'_S}{2100} + \frac{1}{45} \left( \frac{\sigma'_S}{4,35} - 0,7 \right)^2$$

$$\sigma'_S = 4,065 \text{ tf/cm}^2$$

Agora é suficiente efetuar as substituições devidas e resolver o sistema:

$$A_S = 9,37 \text{ cm}^2 \quad A'_S = 2,79 \text{ cm}^2$$

Área total de armadura no exemplo 6:  $31,70 \text{ cm}^2$

Área total de armadura no exemplo 7:  $12,16 \text{ cm}^2$

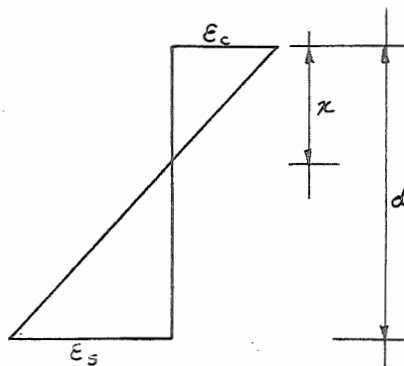
### 3.3 - Cálculo mediante tabelas

A abordagem dos problemas de dimensionamento, da maneira como foi exposta, reveste-se de fundamental importância para a compreensão do método de cálculo no estado limite último. Entretanto, para as aplicações práticas do dia a dia torna-se necessário dar àqueles mesmos problemas um outro enfoque, que permita cálculo mais expedito.

Várias são as maneiras que a literatura apresenta para o cálculo expedito mediante tabelas dos problemas de dimensionamento à flexão simples de peças de concreto armado. Entre nós, a experiência de vários anos tem consagrado a formulação que a seguir se expõe.

#### 3.3.4 - Seção retangular com armadura simples

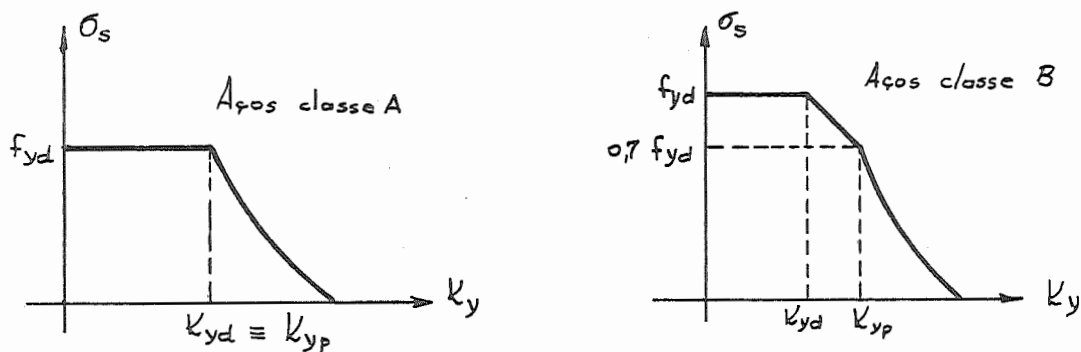
Pelo diagrama de deformações tem-se:



Chamando  $k_y = \frac{y}{d}$ , vem

$$k_y = 0,8 \frac{\epsilon_c}{\epsilon_c + \epsilon_s}$$

Observe-se que  $k_y$  varia inversamente com  $\epsilon_s$ . Os diagramas de  $\sigma_s k_y$  para os aços A e B assumem a forma:



$k_{yd}$  = valor de  $k_y$  correspondente à tensão  $f_{yd}$

$k_{yp}$  = valor de  $k_y$  correspondente à tensão  $0,7 f_{yd}$

Para os domínios (3) e (4), os valores de  $k_y$  serão:

$$\text{aços classe A} \quad \left\{ \begin{array}{l} k_{yp} = k_{yd} = 0,8 \frac{0,0035}{0,0035 + \frac{f_{yd}}{E_s}} \end{array} \right.$$

$$\text{aços classe B} \quad \left\{ \begin{array}{l} k_{yp} = 0,8 \frac{0,0035}{0,0035 + \frac{0,7f_{yd}}{E_s}} \\ k_{yd} = 0,8 \frac{0,0035}{0,0035 + 0,0020 + \frac{f_{yd}}{E_s}} \end{array} \right.$$

Aço	CA-25	CA-32	CA-40A	CA-40B	CA-50A	CA-50B	CA-60A	CA-60B
$k_{yd}$	0,617	0,580	0,543	0,391	0,503	0,370	0,468	0,351
$k_{yp}$	0,617	0,580	0,543	0,601	0,503	0,566	0,468	0,534

No diagrama  $\sigma_s \times k_y$  para os aços classe B, a curva assumida para valores  $k_{yd} < k_y < k_{yp}$  foi uma reta. Essa

simplificação foi sugerida pelo Prof. Lobo Carneiro, em face alterações praticamente desprezíveis que ela provoca no cálculo.

Nesse trecho, a equação que liga  $\sigma_s$  com  $k_y$  é:

$$\sigma_s = \left(1 + \frac{0,3 k_{yd}}{k_{yp} - k_{yd}} - \frac{0,3 k_y}{k_{yp} - k_{yd}}\right) \cdot f_{yd}$$

Com os valores do quadro anterior, obtêm-se:

$$\text{CA-40B: } \sigma_s = (1,559 - 1,428 k_y) f_{yd}$$

$$\text{CA-50B: } \sigma_s = (1,556 - 1,531 k_y) f_{yd}$$

$$\text{CA-60B: } \sigma_s = (1,575 - 1,639 k_y) f_{yd}$$

Até agora tratou-se da equação de compatibilidade, rearranjando-a de tal modo a simplificar sua aplicação através do valor  $k_y$ . Também para as equações de equilíbrio pode-se dar um outro arranjo:

$$\text{a) } \gamma_f M = 0,85 b_w y (f_{ck}/\gamma_c) (d-y/2)$$

$$\gamma_f M = 0,85 b_w d^2 (f_{ck}/\gamma_c) (1-k_y/2) k_y$$

$$\gamma_f M = b_w d^2 0,85 (f_{ck}/\gamma_c) (1-k_y/2) k_y$$

$$\frac{M}{b_w d^2} = 0,85 f_{ck}/(\gamma_f \cdot \gamma_c) \cdot (1-k_y/2) k_y$$

O inverso da expressão do 2º membro é convencionalmente chamada  $k_6$

$$k_6 = \frac{\gamma_c \cdot \gamma_f}{0,85 f_{ck} (1-k_y/2) k_y}$$

$$b) \quad \gamma_f M = A_s (f_{yk}/\gamma_s) (d-y/2)$$

$$\gamma_f M = A_s (f_{yk}/\gamma_s) d (1-k_y/2)$$

$$\frac{A_s \cdot d}{M} = \frac{\gamma_s \cdot \gamma_f}{f_{yk} (1-k_y/2)}$$

A expressão do 2º membro é convencionalmente chamada  $k_3$

$$\frac{A_s \cdot d}{M} = k_3 = \frac{\gamma_s \cdot \gamma_f}{f_{yk} (1-k_y/2)}$$

Esta expressão é válida apenas para os domínios 2 e 3 onde  $\sigma_s = f_{yd}$ . No domínio 4, onde  $\sigma_s < f_{yd}$ , pode-se chegar a um equacionamento semelhante com a utilização adequada da lei de Hooke ou das "equações Lobo Carneiro".

Os coeficientes  $k_3$  e  $k_6$  podem ser tabelados para cada  $k_y$  em função de  $f_{ck}$  e  $f_{yk}$ , admitindo-se que  $\gamma_s$ ,  $\gamma_c$  e  $\gamma_f$  são fixos.

Construídas as tabelas (fim do texto), a resolução dos problemas de dimensionamento torna-se bastante fácil e rápida, como se verá em seguida.

#### Observações:

Na tabela que fornece os valores de  $k_3$  estão demarcados os domínios 2,3 e 4.

No domínio 2 o parâmetro  $k_y$  pode variar desde 0 até 0,20, independente do aço utilizado.

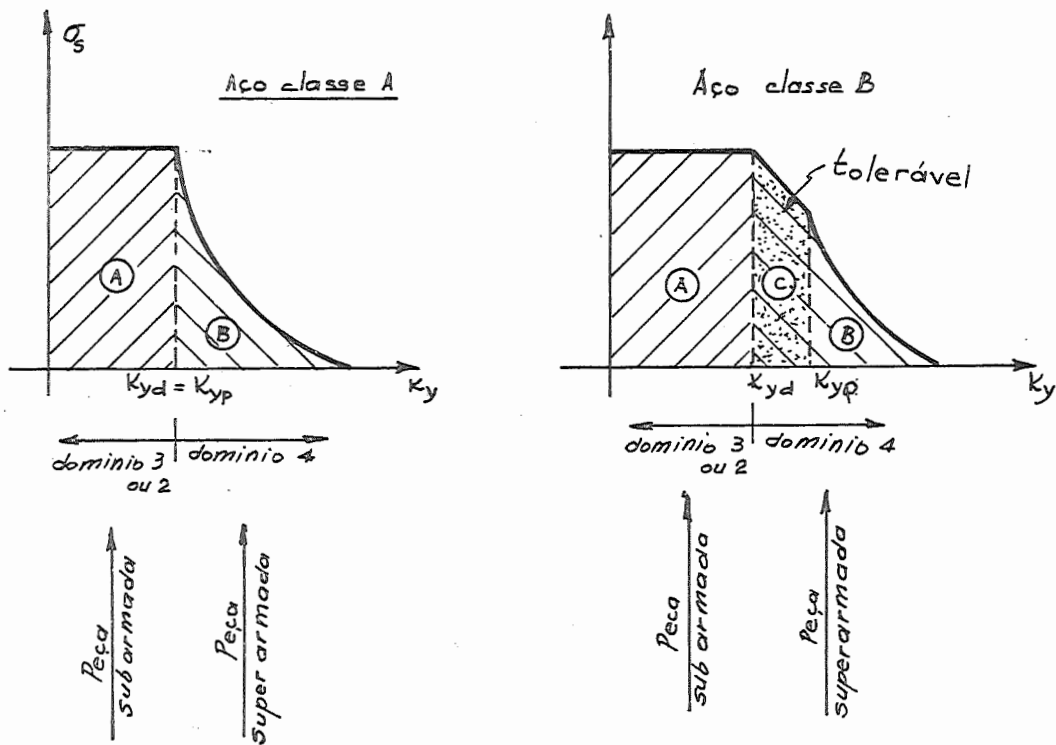
Nos domínios 3 e 4, o tipo de aço é que determina o intervalo de variação de  $k_y$ .

Nos diagramas da figura (20) vê-se que o valor  $k_{yd}$  marca o limite entre os domínios 3 e 4.

Nas tabelas, esse limite é indicado pelo traco contínuo colocado em baixo do  $k_3$  correspondente ao valor  $k_{yd}$  de cada tipo de aço.

O tracejado que aparece nos aços classe B indica os valores de  $k_3$  correspondentes aos valores de  $k_{yp}$ .

Valores de  $k_3$  maiores que os correspondentes a  $k_y = k_{yp}$  não foram tabelados, justamente para evidenciar que o dimensionamento da zona (B) (ver diagrama) coloca a



viga em condições extremamente indesejáveis. Mesmo na zona (C) (valores de  $k_3$  entre o traço contínuo e o tracejado), o dimensionamento deve ser evitado, embora "tolerável".

### 3.3.2 - Seção retangular com armadura dupla

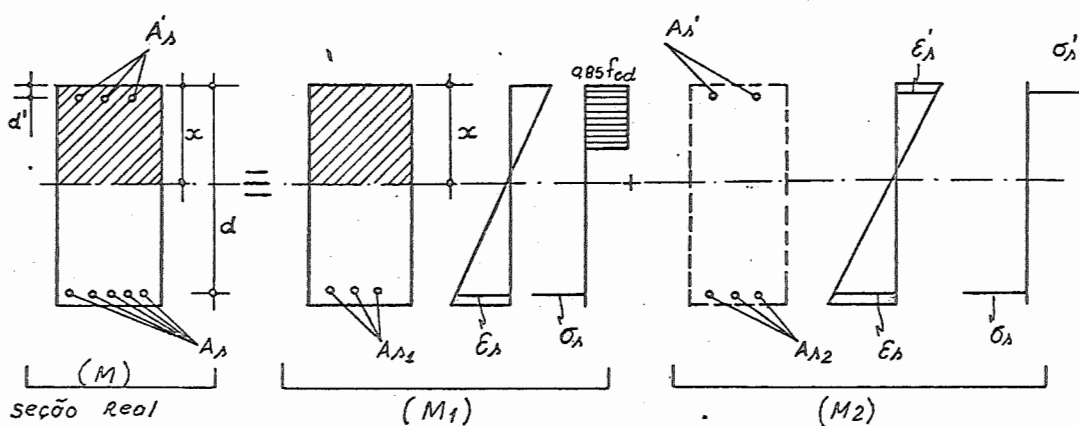
Já foi visto que o máximo momento que uma seção retangular com dimensões pré-fixadas pode suportar, com armadura simples, no domínio 3 é:

$$M_{lim} = \frac{b_w d^2}{k_{6lim}}$$



Nos casos onde  $M_{\text{solicitante}} > M_{\text{lim}}$ , pode-se utilizar armadura dupla como meio de evitar o dimensionamento com armadura simples no domínio 4.

Esta situação já foi estudada analiticamente no problema (1.3.2), e o que se procura agora é resolver o mesmo problema com o uso de tabelas. Para isso lança-se mão do artifício de decompor a seção real em duas outras (Figura 21).



Na primeira, as partes resistentes são a armadura tracionada ( $A_{s1}$ ) e a zona comprimida de altura igual à da seção real. Na segunda, as partes resistentes são constituídas apenas por armaduras:  $A_{s2}$  (tracionada) e  $A'_s$  (comprimida).

O momento solicitante na seção real ( $M$ ) será também decomposto nos valores  $M_1$  e  $M_2$ , respectivamente para as 1ª e 2ª seções fictícias.

A solução do problema em foco será encaminhada da mesma forma que no exemplo 7, isto é, a determinação das armaduras  $A_s$  e  $A'_s$  de tal modo que  $A'_s = A'_{s,\text{min}}$ , a fim de facilitar a execução das tabelas.

Esquemáticamente:

$$A'_s = A'_{s,\text{min}} \rightarrow x = x_{34} \rightarrow k_y = k_{yd}$$

$$\underline{1^a \text{ Seção:}} \quad k_y = k_{yd} \xrightarrow{f_{ck}} k_6 = k_{6,lim} \rightarrow M_1 = \frac{b_w d^2}{k_{6,lim}}$$

$$k_y = k_{yd} \xrightarrow{\text{aço}} k_3 \rightarrow A_{s1} = k_3 \frac{M_1}{d}$$

$$\underline{2^a \text{ Seção:}} \quad M_2 = M - M_1$$

Para resistir  $M_2$  tem-se o binário formado pelas resultantes  $A_{s2} f_{yd}$  (na armadura tracionada), e  $A'_s \sigma'_s$  (na armadura comprimida).

$$\gamma_f M_2 = A'_s \sigma'_s (d-d') = A_{s2} f_{yd} (d-d')$$

Note-se que com  $k_y = k_{yd}$ , as deformações nas armaduras  $A_{s1}$  e  $A_{s2}$  serão iguais a  $\epsilon_{yd}$ , e portanto as tensões correspondentes serão iguais a  $f_{yd}$ .

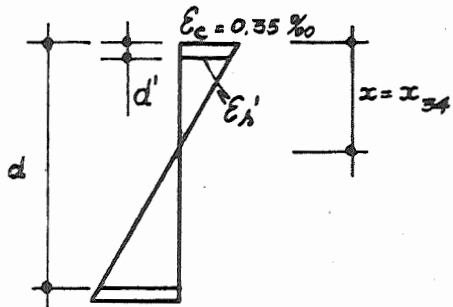
$$A_{s2} = \frac{\gamma_f}{f_{yd}} \frac{M_2}{d-d'} = k_7 \frac{M_2}{d-d'} \quad , \quad \text{com } k_7 = \frac{\gamma_f}{f_{yd}}$$

$$A'_s = \frac{\gamma_f}{\sigma'_s} \frac{M_2}{d-d'} = k_8 \frac{M_2}{d-d'} \quad , \quad \text{com } k_8 = \frac{\gamma_f}{\sigma'_s}$$

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} = k_3 \frac{M_1}{d} + k_7 \frac{M_2}{d-d'}$$

$$A'_s = k_8 \frac{M_2}{d-d'}$$

Na TABELA II, que fornece os valores de  $k_7$  e  $k_8$ , os valores de  $k_8$  aparecem em função do parâmetro  $d'/d$ , de vez que a tensão  $\sigma'_s$  varia com a posição de  $A'_s$  em relação à borda comprimida:



$$\frac{\epsilon'_s}{x-d'} = \frac{\epsilon_c}{x}$$

$$\epsilon'_s = 0,0035 \left(1 - \frac{d'}{x}\right)$$

$$x_{34} = 1,25 \quad y_{34} = 1,25 k_{yd} \cdot d$$

$$\epsilon'_s = 0,0035 \left(1 - 1,25 k_{yd} \frac{d'}{d}\right)$$

Com o valor de  $\epsilon'_s$  determina-se a tensão  $\sigma'_s$  e portanto, o coeficiente  $k_g$ .

Para efeito de comparação serão resolvidos agora os exemplos de (1) a (7), com a utilização de tabelas.

Exemplo (1')

A imposição de peça sub-armada com altura mínima, implica que  $x$  (ou  $y$ ) está fixado, e portanto  $k_y$  ( $k_y = k_{yd}$ ).

CA-50B       $k_{yd} = 0,37$        $k_3 = 0,40$

$f_{ck} = 180 \text{ kgf/cm}^2$

$k_y = 0,37 \rightarrow k_6 = 42$

$\frac{b_w d^2}{M} = k_6 \dots d = \sqrt{k_6} \sqrt{\frac{M}{b_w}} = 53 \text{ cm}$

$A_s = k_3 \frac{M}{d} \quad A_s = 0,40 \frac{806}{53} = 6,08 \text{ cm}^2$

Exemplo (2')

$k_y = 0,8 \frac{\epsilon_c}{\epsilon_c + \epsilon'_s} = 0,8 \frac{0,001}{0,001 + 0,01} = 0,07$

$\nearrow k_6 = 190$   
 $\searrow k_3 = 0,33$

$$d = \sqrt{k_6} \sqrt{\frac{M}{b_w}} = 110 \text{ cm}$$

$$A_s = 0,33 \frac{806}{110} = 2,42 \text{ cm}^2$$

### Exemplo (3°)

Quando é imposta a tensão na armadura, o jeito é determinar  $\epsilon_s$ , para depois calcular  $k_y$ . Como no exemplo (3),  $\epsilon_s = 0,191\%$ .

$$k_y = 0,8 \frac{0,0035}{0,0035 + 0,00191} = 0,52 \begin{cases} k_3 = 0,54 \text{ (CA-50B)} \\ k_6 = 33 \text{ (} f_{ck} = 180 \text{)} \end{cases}$$

$$d = \sqrt{33} \sqrt{806/12} = 47 \text{ cm}$$

$$A_s = 0,54 \frac{806}{47} = 9,26 \text{ cm}^2$$

### Exemplo (4°)

Estando fixadas as dimensões e o momento, o parâmetro  $k_6$  está fixado:

$$k_6 = \frac{b_w d^2}{M} = \frac{12 \times (50)^2}{333} = 90$$

Na tabela de  $k_6$  procura-se o valor 90 na coluna de  $f_{ck} = 180 \text{ kgf/cm}^2$ , e determina-se o correspondente  $k_y$

$$k_y = 0,16$$

Na tabela de  $k_3$ , procura-se na coluna CA-50B, o valor correspondente de  $k_3$ .

$$k_3 = 0,35$$

$$A_s = 0,35 \times \frac{333}{50} = 2,33 \text{ cm}^2$$

Exemplo (5°)

O valor de  $k_y$  está fixado como sendo o limite entre os domínios 3 e 4.

$$\text{CA-50B} \rightarrow k_y = k_{yd} = 0,37$$

$$k_y = 0,37 \rightarrow (f_{ck} = 180 \text{ kgf/cm}^2) \rightarrow k_6 = 42$$

Sendo conhecidos  $b_w$  e  $d$

$$k_6 = \frac{b_w d^2}{M} \rightarrow M = \frac{b_w d^2}{k_6} = \frac{12 \times (60)^2}{42} = 1028 \text{ tf/cm}$$

$$k_y = 0,37 \rightarrow (\text{CA-50B}) \rightarrow k_3 = 0,40$$

$$A_s = 0,40 \times \frac{1028}{60} = 6,86 \text{ cm}^2$$

Exemplo (6°)

São conhecidos  $b_w$ ,  $d$  e  $M$ , portanto  $k_6$  está fixado.

$$k_6 = \frac{12 \times (60)^2}{1500} = 29$$

A esse valor de  $k_6$  corresponderia um valor de  $k_y$  maior que 0,60. Como foi observado, nesse caso obter-se-ia uma armadura na zona (B) (francamente superarmada), não se encontrando incluído na tabela. Resolve-se como no exemplo (6).

Exemplo (7°)

Nesta situação recorre-se à armadura dupla, com a linha neutra fixada por  $k_y = k_{ylim} = 0,37$ . O valor de

$k_6$  correspondente é 42. Portanto:

$$M_1 = \frac{b_w d^2}{k_6} = \frac{12 \times (60)^2}{42} = 1028 \text{ tf/cm}$$

$$M_2 = M - M_1 = 1500 - 1028 = 472 \text{ tf/cm}$$

$$A_s = k_3 \frac{M_1}{d} + k_7 \frac{M_2}{d-d'} = 0,40 \times \frac{1028}{60} + \frac{0,32 \times 472}{60 - 2,5} = 9,49 \text{ cm}^2$$

$$A_s' = k_8 \frac{M_2}{d-d'} = 0,34 \frac{472}{60 - 2,5} = 2,79 \text{ cm}^2$$

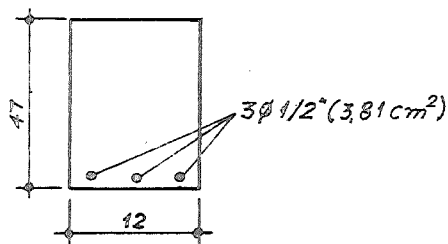
#### 4 - Cálculo de verificação

Seria perder-se em repetições, desenvolver o estudo analítico da verificação de seções de concreto armado. Por isso mesmo, preferiu-se efetuar este estudo através de exemplos numéricos, inclusive por ser de compressão mais fácil.

A verificação no estado limite último só permite determinar o estado em que se encontra a seção (tensões, deformações), quando a peça se encontra na iminência de atingir o estado limite correspondente. No estágio II, ao contrário, a verificação só é possível para o estado de serviço.

#### Exemplo (8)

Determinar o máximo momento que pode suportar u ma viga com a seção da figura abaixo.



#### Dados:

$$f_{ck} = 150 \text{ kgf/cm}^2$$

$$f_{yk} = 5000 \text{ kgf/cm}^2 \text{ (CA-50B)}$$

$$\gamma_c = 1,4 \quad \gamma_s = 1,15 \quad \gamma_f = 1,4$$

a) Supõe-se inicialmente que a seção se encontra no domínio 3

$$0,85 b_w y f_{cd} = A_s f_{yd} \rightarrow y = 15,15 \text{ cm}$$

$$k_y = y/d = 0,322 \text{ (domínio 3)} \rightarrow \sigma_s = f_{yd} \quad (\text{O.K.})$$

$$M_d = 0,85 b_w y f_{cd} (d-y/2)$$

$$M_d = 653 \text{ tf/cm} \rightarrow M_{adm} = 466 \text{ tf/cm}$$

Exemplo (9)

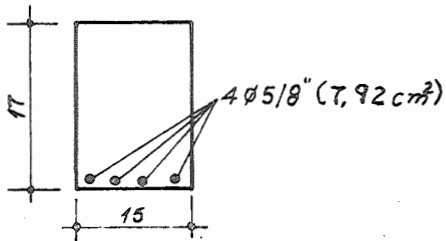
Determinar o máximo momento que pode suportar uma viga com a seção da figura abaixo.

DADOS:  $f_{ck} = 150 \text{ kgf/cm}^2$

$$f_{yk} = 2400 \text{ kgf/cm}^2 \text{ (CA-24)}$$

$$A_s = 4 \phi 5/8" \text{ (7,92 cm}^2\text{)}$$

$$\gamma_c = 1,4 \quad \gamma_s = 1,15 \quad \gamma_f = 1,4$$

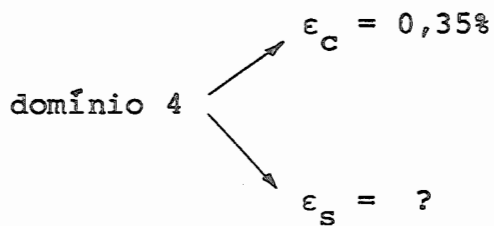


a) supõe-se inicialmente que a seção esteja no domínio 3

$$A_s f_{yd} = 0,85 b_w y f_{cd} \rightarrow y = 12,6 \text{ cm}$$

$$k_y = y/d = 0,74 \rightarrow k_y > k_{yd} \rightarrow \sigma_s < f_{yd}$$

Significa que a hipótese inicial está errada. A peça pode se encontrar no domínio 4.



b) Pelo diagrama de deformações tem-se:

$$\frac{0,0035}{x} = \frac{\epsilon_s}{d-x} \quad \epsilon_s = 0,0035 \frac{d-x}{x}$$

Por outro lado, sendo o CA-24 um aço classe A e sendo também  $\sigma_s < f_{yd}$ , pode-se escrever

$$\sigma_s = E_s \epsilon_s$$

$$\sigma_s = 2100 \times 0,0035 \frac{1-k_y/0,8}{k_y/0,8}$$

$$\sigma_s = 7,35 (0,8 - k_y)/k_y$$

Portanto,

$$0,85 b_w y f_{cd} = A_s \cdot 7,35 (0,8 - k_y)/k_y \rightarrow k_y = 0,637$$

$$y = 10,84 \text{ cm}$$

$k_y > k_{yd} \rightarrow$  domínio 4 realmente:

$$M_d = 0,85 b_w y f_{cd} (d-y/2) \rightarrow M_d = 171 \text{ tf/cm}$$

$$M_{adm} = 122 \text{ tf/cm}$$

Os valores de  $\sigma_s$  e  $\epsilon_s$ , no instante em que for atingido o estado limite último, serão:

$$\sigma_s = 7,35 (0,8 - 0,637)/0,637 = 1,88 \text{ tf/cm}^2$$

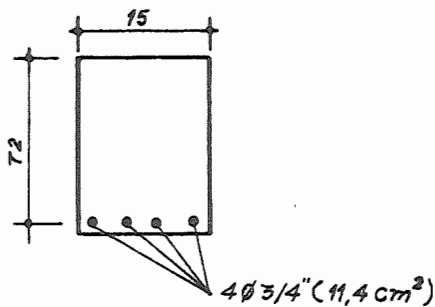
$$\epsilon_s = 0,0035 \frac{17-13,55}{13,55} = 0,009\%$$



Exemplo (10)

Determinar o máximo momento que pode suportar uma viga com a seção da figura abaixo.

Dados:



$$f_{ck} = 150 \text{ kgf/cm}^2$$

$$f_{yk} = 5,0 \text{ tf/cm}^2 \text{ (CA-50B)}$$

$$\gamma_c = 1,4 \quad \gamma_s = 1,15 \quad \gamma_f = 1,4$$

a) supõe-se inicialmente que a seção esteja no domínio 3

$$0,85 b_w y f_{cd} = A_s f_{yd} \rightarrow y = 36,28 \text{ cm}$$

$$k_y = 0,504 \rightarrow \begin{cases} k_{yd} = 0,37 \\ k_{yp} = 0,566 \end{cases} \rightarrow \sigma_s < f_{yd} \text{ (domínio 4)}$$

A esse valor de  $k_y$  (domínio 4) corresponde uma tensão no trecho curvo do diagrama  $\sigma \times \epsilon$ .

Utilizando a equação simplificada  $\sigma_s = f(k_y)$ , pode-se escrever:

$$\sigma_s = (1,566 - 1,531 k_y) f_{yd}$$

$$0,85 b_w k_y d f_{cd} = A_s (1,566 - 1,531 k_y) f_{yd} \rightarrow k_y = 0,445$$

$$y = 0,445 \times 72 = 32 \text{ cm}$$

$$\gamma_f M = 0,85 b_w y f_{cd} (d - y/2)$$

$$1,4 \cdot M = 0,85 \cdot 15 \cdot 32 \cdot 0,107(72-16) \rightarrow M = 1746 \text{ tf/cm}$$

$$\sigma_s = (1,566 - 1,531 \times 0,445) 4,35 \quad \sigma_s = 3,85 \text{ tf/cm}^2$$

Utilizando a equação do trecho curvo do diagrama  $\sigma \times \epsilon$  proposto pela NB-1, obtém-se:

$$0,85 b_w k_y d f_{cd} = A_s \sigma_s$$

$$k_y = 0,8 \frac{\epsilon_c}{\epsilon_c + \epsilon_s}$$

$$\epsilon_s = \frac{\epsilon_s}{E_s} + \frac{1}{45} \left( \frac{\sigma_s}{f_{yd}} - 0,7 \right)^2$$

$$0,85 b_w \frac{0,8 \epsilon_c}{\epsilon_c + \frac{\sigma_s}{E_s} + \frac{1}{45} \left( \frac{\sigma_s}{f_{yd}} - 0,7 \right)^2} d \cdot f_{cd} = A_s \sigma_s$$

$$13,4 \sigma_s^3 - 76,1 \sigma_s^2 + 163,0 \sigma_s - 275 = 0$$

$$\sigma_s = 3,9 \text{ tf/cm}^2$$

$$0,85 b_w y f_{cd} = A_s \sigma_s \quad \rightarrow \quad y = 32,6 \text{ cm}$$

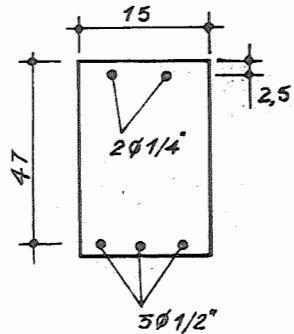
$$\gamma_f M = A_s \sigma_s (d - y/2) \quad \rightarrow \quad M = 1769 \text{ tf/cm}$$

Como se pode ver, tanto um como outro caminho leva a soluções bem próximas, indicando que a utilização das equações simplificadas não introduzem alterações sensíveis nos resultados.

#### Exemplo (11)

Determinar o máximo momento que pode suportar uma viga com a seção da figura.

DADOS:



$$f_{ck} = 150 \text{ kgf/cm}^2$$

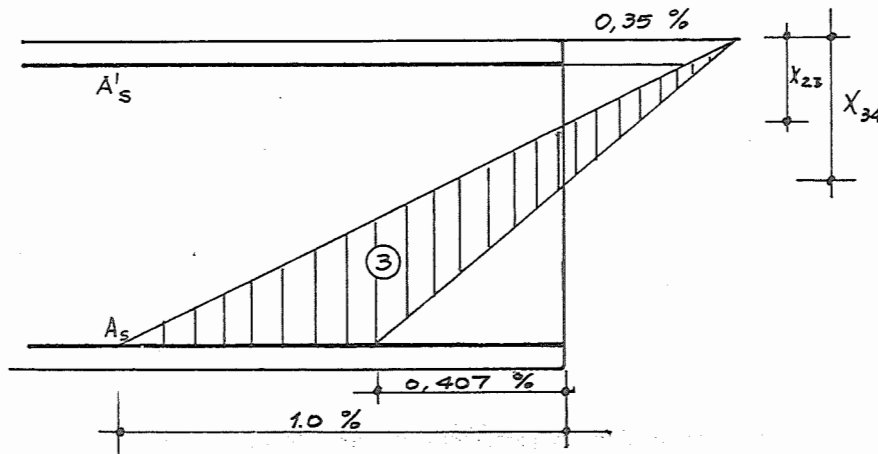
$$f_{yk} = 5,0 \text{ tf/cm}^2 \text{ (CA-50B)}$$

$$\gamma_c = 1,4 \quad \gamma_s = 1,15 \quad \gamma_f = 1,4$$

a) Supõe-se inicialmente que a seção foi dimensionada no domínio 3. Como já foi visto anteriormente, os valores de  $x_{23}$  e  $x_{34}$  indicados na figura são:

$$x_{23} = 0,259 d = 12,17 \text{ cm}$$

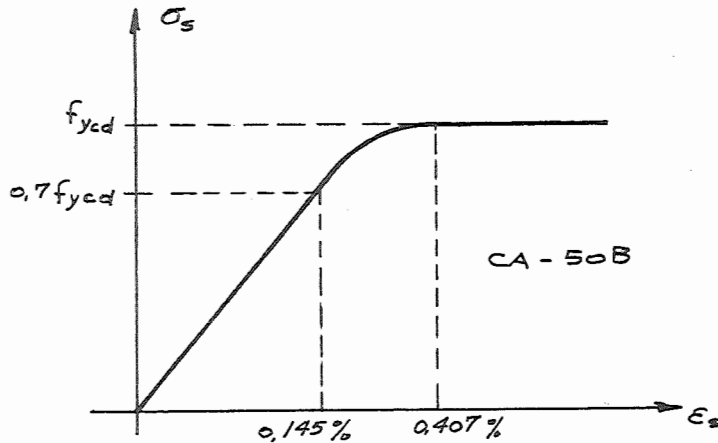
$$x_{34} \text{ (CA-50B)} = 0,462 d = 21,71 \text{ cm}$$



Significa que no domínio 3, para o problema em foco ( $d' = 2,5$ ,  $d = 47$ , CA-50B), a deformação na armadura comprimida estará variando entre:

$$\frac{0,0035}{x_{23}} = \frac{\epsilon'_s}{x_{23} - d'} \rightarrow \epsilon'_s = 0,278\%$$

$$\frac{0,0035}{x_{34}} = \frac{\epsilon'_s}{x_{34} - d'} \rightarrow \epsilon'_s = 0,310\%$$



Pelo diagrama acima observa-se que, no caso em questão, a armadura comprimida estará com tensões no trecho curvo do diagrama.

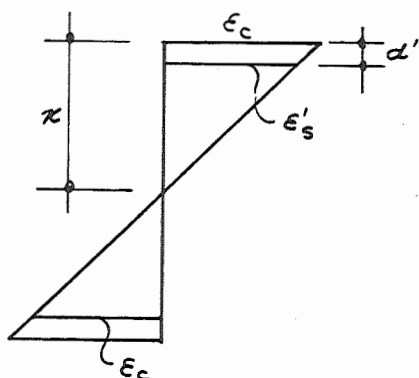
A equação de equilíbrio, admitindo o domínio 3, ficará:

$$0,85 b_w y f_{cd} + A'_s \sigma'_s = A_s f_{yd}$$

Para a armadura de compressão não valem as equações simplificadas  $\sigma \times k_y$ , pois as mesmas foram deduzidas para a armadura tracionada. No caso de armadura comprimida seria necessário buscar outras expressões, não em função de  $k_y = y/d$ , mas em função de um outro parâmetro, ou utilizar a expressão  $\epsilon_s = f(\sigma_s)$  dada pela NB-1:

$$\epsilon'_s = \frac{|\sigma'_s|}{E_s} + \frac{1}{45} \left( \frac{|\sigma'_s|}{|f_{y cd}|} - 0,7 \right)^2$$

Pela equação de compatibilidade, tem-se:



$$\frac{\epsilon_c}{x} = \frac{\epsilon'_s}{x-d'} \quad y = 0,8 \frac{\epsilon_c}{\epsilon_c - \epsilon'_s} d'$$

Entrando com a expressão de  $\epsilon'_s$  nesta última equação e levando o valor de  $y$  na equação de equilíbrio

$$0,85 b_w \cdot 0,8 \left[ \frac{\epsilon_c}{\epsilon_c - \frac{|\sigma'_s|}{E_s} - \frac{1}{45} \left( \frac{|\sigma'_s|}{|f_{ycd}|} - 0,7 \right)^2} d' \right] f_{cd} + A'_s \sigma'_s =$$

$$= A_s f_{yd} \quad (a)$$

que resolvida fornece o valor de  $\sigma'_s$ .

$$\sigma'_s = 3,94 \text{ tf/cm}^2 \quad \epsilon'_s = 0,282\%$$

$$y = 0,8 \frac{0,0035}{0,0035 - 0,00282} 2,5 = 10,2 \text{ cm} \rightarrow k_y = 0,22$$

$$k_{yd} < k_y < k_{yp} \rightarrow \text{domínio 3}$$

$$1,4 M = 0,85 \cdot 15 \cdot 10,2 \cdot 0,107 (47-5,1) + 0,63 \cdot 3,94 (5,1-2,5)$$

$$M = 421 \text{ tcm}$$

A resolução deste problema pode tornar-se mais simples por iteração:

$$0,85 b_w y f_{cd} + A'_s \sigma'_s = A_s f_{yd} \quad (a')$$

$$y = 0,8 \frac{\epsilon_c}{\epsilon_c - \frac{|\sigma'_s|}{E_s} - \frac{1}{45} \left( \frac{|\sigma'_s|}{|f_{ycd}|} - 0,7 \right)^2} \quad (b)$$

Arbitrando  $\sigma'_s$  em (b) calcula-se um valor de y que substituído em (a) deverá tornar iguais os dois membros quando for o valor correto.

## 5 - Estudo das Seções T Submetidas à Flexão Simples

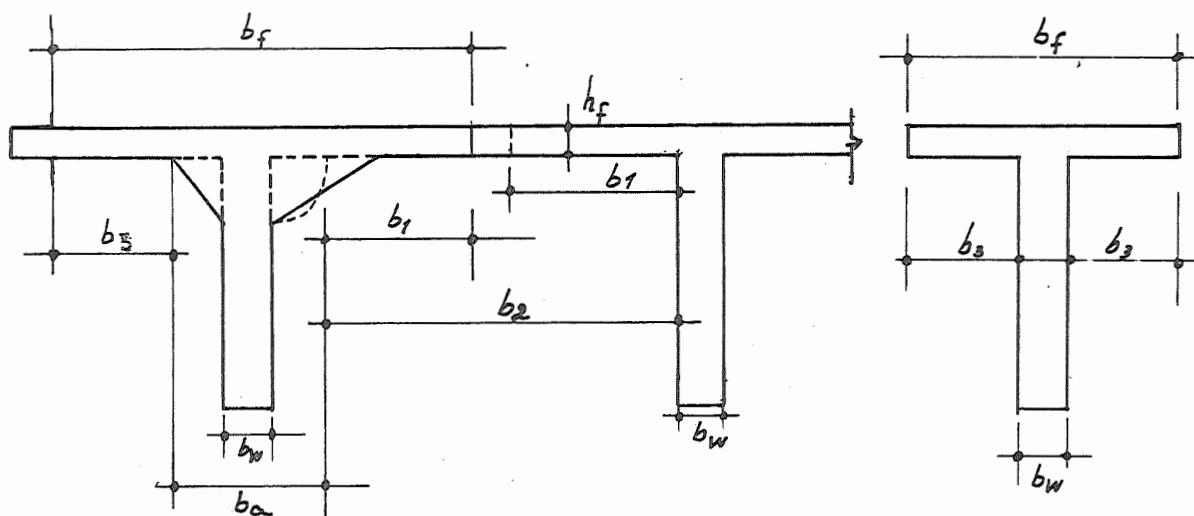
### 5.1 - Definição de largura colaborante ( $b_f$ )

De acordo com a NB-1, art. 3.2.2.2, "para o cálculo de resistência ou da deformação, a parte da laje a considerar como elemento da viga medida a partir da face da nervura fictícia, é conforme o caso:

$$b_1 < \begin{cases} 0,10 a \\ 8 h_f \\ 0,5 b_2 \end{cases} \quad b_3 < \begin{cases} 0,10 a \\ 6 h_f \end{cases}$$

em que a tem os seguintes valores:

Viga simplesmente apoiada	$a = \ell$
Tramo com momento em uma só extremidade	$a = \frac{3}{4} \ell$
Tramo com momentos nas duas extremidades	$a = \frac{3}{5} \ell$
Viga em balanço	$a = 2 \ell$



Na figura,  $b_w$  designa a largura real da nervura;  $b_a$  a largura fictícia obtida aumentando-se a largura real para cada lado de valor igual ao do menor cateto do triângulo da mísula correspondente;  $b_2$  a distância entre as faces de nervuras sucessivas.

Na realidade, segundo as recomendações do CEB, a largura colaborante não é constante ao longo da viga e depende:

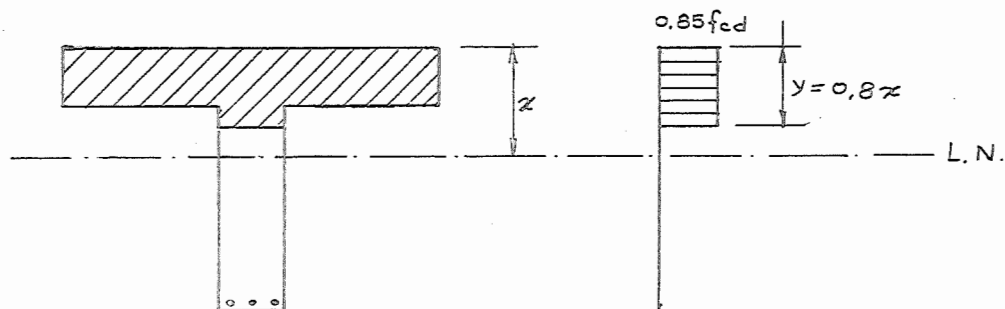
- do tipo de viga considerada (viga simplesmente apoiada nas extremidades, viga contínua, etc.);
- de serem as cargas distribuídas ou concentradas;
- da relação entre a altura da mesa ( $h_f$ ) e a altura da viga;
- da presença eventual de mísulas na seção transversal;
- da relação entre as distâncias dos pontos de momento nulo e a largura da alma ( $b_w$ );
- da relação entre as distâncias dos pontos de momento nulo e a distância entre almas de vigas contínuas.

Permite, entretanto, o C.E.B. simplificações semelhantes às aquelas da NB-1, observando ainda que para o

cálculo de  $M$ ,  $V$  e  $N$  nas estruturas hiperestáticas pode-se admitir a mesma largura colaborante em todas as seções de cada tramo, tomada igual àquela calculada para a seção central do tramo. No caso particular de vigas T de edifícios pode-se considerar, de maneira aproximada, uma largura colaborante para todos os tramos, desde que  $l_{\min} > 0,8 l_{\max}$  onde  $l_{\min}$  e  $l_{\max}$  são respectivamente o menor e o maior tramo da viga.

### 5.2 - Cálculo de dimensionamento

Como no caso de seções retangulares, será adotado o diagrama simplificado para a distribuição das tensões na seção (diagrama retangular).



O cálculo analítico segue o mesmo roteiro daquele feito para as seções retangulares tomando, porém, o cuidado de considerar corretamente o bloco de tensões correspondente. Por isso mesmo esse cálculo não será aqui repetido.

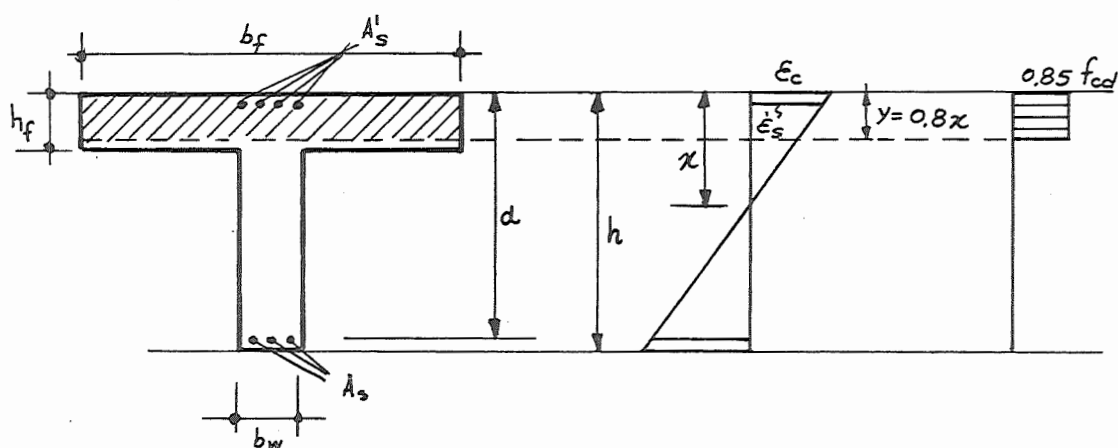
Quando a mesa estiver comprimida (aliás, somente nesta situação tem-se seção T), a posição da LN é que irá orientar o cálculo, da mesma forma estudada no método clássico (estádio II).

Vale a pena observar ainda, que nos problemas de dimensionamento de seções T, as dimensões da seção estão geralmente fixadas ( $b_f$  é determinado como em 1) e procura-se apenas a armadura (simples ou dupla).



5.2.1 - Caso em que a altura do bloco de tensões ( $y$ ) não ultrapassa a mesa ( $y < h_f$ ); armadura simples ou dupla.

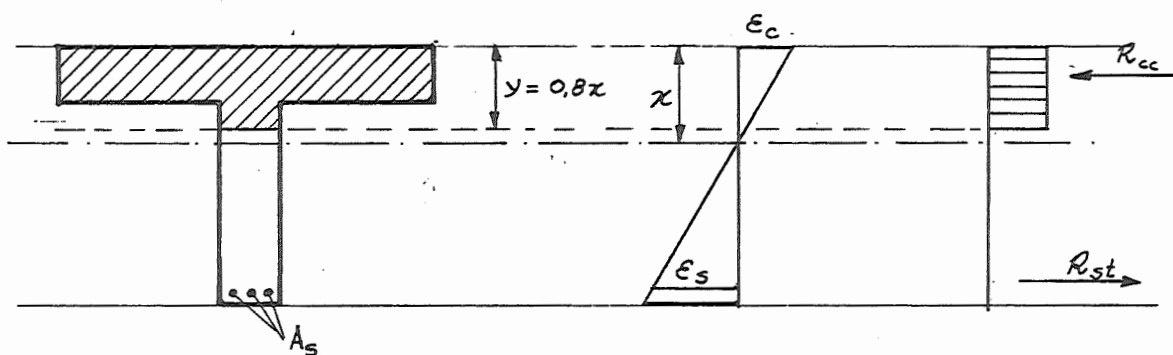
Nesse caso o dimensionamento será feito como se se tratasse de seção retangular ( $b_f \times h$ )



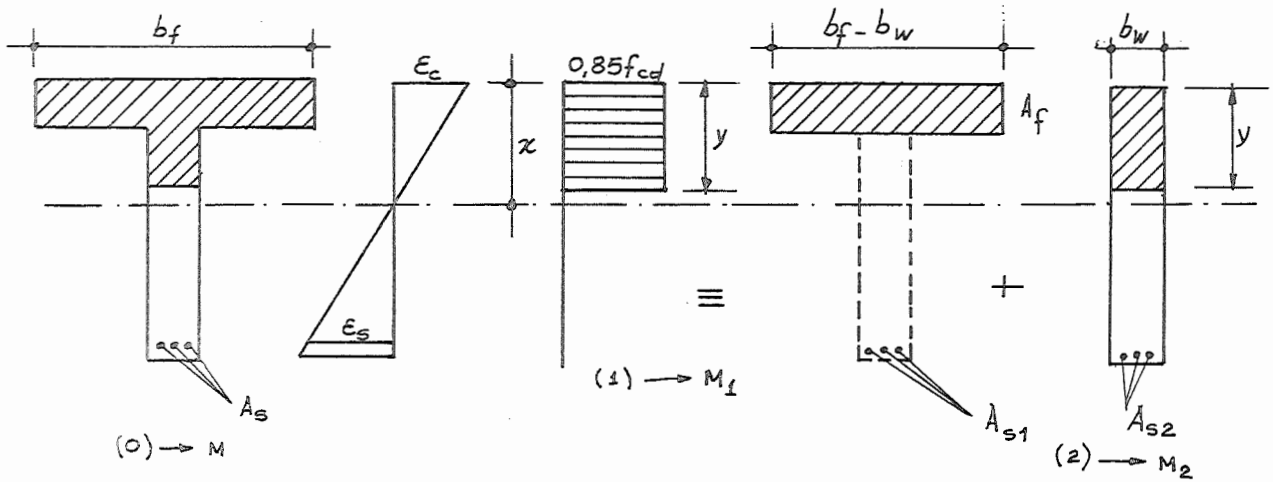
(inclusive podendo-se utilizar as tabelas), já que a zona tracionada não influi no cálculo.

5.2.2 - Caso em que  $y > h_f$

5.2.2.1 - Armadura simples, seções sub-armadas



Nesse caso, para que se possa aproveitar as tabelas feitas para o cálculo de seções retangulares, será empregado o artifício de decompor a seção T em duas outras, conforme indica a figura:



A seção (1) é tomada como tendo a altura do bloco de tensões coincidentes com a altura da mesa. Conhecendo-se portanto o valor  $y^* = h_f$ , através do qual pode-se determinar  $k_6^*$  e, então, o valor  $M_1$  corresponde à parcela de  $M$  que a seção (1) pode resistir.

$$M_1 = \frac{(b_f - b_w) d^2}{k_6^*}$$

Observe-se, entretanto, que o valor  $y^*$  é meramente um valor auxiliar, pois a verdadeira altura do bloco de tensões é  $y$ .

Obtido então o valor  $M$ , por diferença obtém-se o valor  $M_2$  correspondente à seção (2).

$$M_2 = M - M_1$$

De posse de  $M_2$  e com  $b_w$  e  $d$  fixados, pode-se calcular  $y$  e  $A_{s2}$

$$k_6(\text{real}) = \frac{b_w d^2}{M_2} \rightarrow k_3 \rightarrow A_{s2} = k_3 \frac{M_2}{d}$$

A armadura  $A_{s1}$  para a seção (1) é calculada como segue:

$$A_{s1} \sigma_{sd} (d - h_f/2) = \frac{\gamma_f M_1}{d}$$

$$A_{s1} = \frac{\gamma_f}{\sigma_{sd}} \frac{M_1}{d - h_f/2} \quad \text{ou} \quad A_{s1} = k_7 \frac{M_1}{d - h_f/2}$$

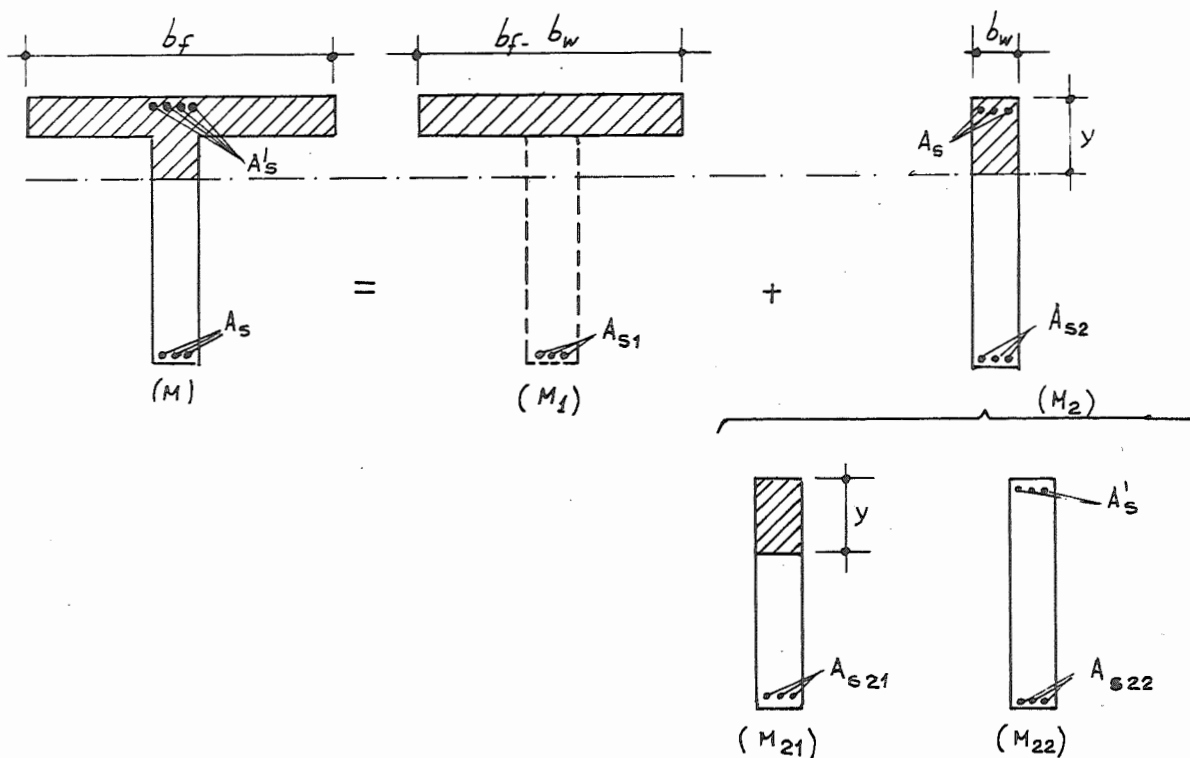
onde  $\sigma_{sd}$  é a tensão de cálculo na armadura  $A_{s2}$ , correspondente a valor  $y$  real (tirado da seção (2)) e não ao valor  $y^* = h_f$ . No caso de seções sub-armadas,  $\sigma_{sd} = f_{yd}$ , e portanto  $k_7$  pode ser tirado da Tabela II.

A armadura total será:

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} = k_7 \frac{M_1}{d - h_f/2} + k_3 \frac{M_2}{d}$$

#### 5.2.2.2 - Armadura dupla, seções sub-armadas

No caso de seção T com armadura dupla, a decomposição da seção é feita como segue:



O cálculo de  $M_1$  é feito como em 7.2.1, isto é, em função de  $y^* = h_f$  calcula-se  $k_6^*$  e então

$$M_1 = \frac{(b_f - b_w) d^2}{K_6^*}$$

Obtido  $M_1$ , calcula-se  $M_2$  por diferença

$$M_2 = M - M_1$$

A parcela  $M_2$  deverá ser resistida pela seção retangular com armadura dupla. Como anteriormente visto, e se problema admite infinitas soluções. Arbitra-se, pois, um valor de  $k_y$  e com ele determina-se o valor  $k_6$ , a partir do qual se pode calcular a parcela  $M_{21}$  e a armadura  $A_{s21}$ . Por diferença, obtêm-se a parcela  $M_{22}$ , e então calculam-se as armaduras  $A_s'$  e  $A_{s22}$ . Quando o valor de  $k_y$  arbitrado é aquele para o qual se tem  $A_{smin}'$ , essas armaduras poderão ser calculadas com auxílio dos valores  $k_7$  e  $k_8$  da Tabela II:

$$A_{s22} = k_7 \frac{M_{22}}{d - d'}$$

$$A_s' = k_8 \frac{M_{22}}{d - d'}$$

A armadura final será:

- Armadura tracionada

$$A_s = A_{s1} + A_{s21} + A_{s22}, \text{ onde } A_{s21} = k_3 \frac{M_{21}}{d}$$

- Armadura comprimida

$$A_s'$$

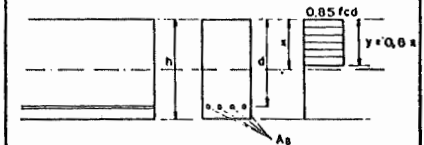
TABELA I

VALORES DE $K_6$										VALORES DE $K_3$							
$k_y$ $f_{ck}$	90	110	135	150	180	200	220	250	$k_y$ aço	CA25	CA32	CA40A	CA40B	CA50A	CA50B	CA60A	CA60B
0,02	1294	1059	863	776	647	582	529	466	0,02	0,65	0,51	0,41	0,41	0,33	0,33	0,27	0,27
0,04	653	535	436	392	327	294	267	235	0,04	0,66	0,51	0,41	0,41	0,33	0,33	0,27	0,27
0,06	440	360	293	264	220	198	180	158	0,06	0,66	0,52	0,41	0,41	0,33	0,33	0,28	0,28
0,08	334	273	222	200	167	150	136	120	0,08	0,67	0,52	0,42	0,42	0,34	0,34	0,28	0,28
0,10	270	221	180	162	135	121	110	97	0,10	0,68	0,53	0,42	0,42	0,34	0,34	0,28	0,28
0,12	227	186	151	136	114	102	93	82	0,12	0,69	0,54	0,43	0,43	0,34	0,34	0,29	0,29
0,14	197	161	131	118	98	89	81	71	0,14	0,69	0,54	0,43	0,43	0,35	0,35	0,29	0,29
0,16	174	142	116	104	87	78	71	63	0,16	0,70	0,55	0,44	0,44	0,35	0,35	0,29	0,29
0,18	156	128	104	94	78	70	64	56	0,18	0,71	0,55	0,44	0,44	0,35	0,35	0,29	0,29
0,20	142	116	95	85	71	64	58	51	0,20	0,72	0,56	0,45	0,45	0,36	0,36	0,30	0,30
0,21	136	112	91	82	68	61	56	49	0,21	0,72	0,56	0,45	0,45	0,36	0,36	0,30	0,30
0,22	131	107	87	79	65	59	54	47	0,22	0,72	0,57	0,45	0,45	0,36	0,36	0,30	0,30
0,23	126	103	84	76	63	57	51	45	0,23	0,73	0,57	0,45	0,45	0,36	0,36	0,30	0,30
0,24	121	99	81	73	61	55	50	44	0,24	0,73	0,57	0,46	0,46	0,37	0,37	0,30	0,30
0,25	117	96	78	70	59	53	48	42	0,25	0,74	0,58	0,46	0,46	0,37	0,37	0,31	0,31
0,26	113	93	76	68	57	51	46	41	0,26	0,74	0,58	0,46	0,46	0,37	0,37	0,31	0,31
0,27	110	90	73	66	55	49	45	39	0,27	0,74	0,58	0,47	0,47	0,37	0,37	0,31	0,31
0,28	106	87	71	64	53	48	44	38	0,28	0,75	0,59	0,47	0,47	0,37	0,37	0,31	0,31
0,29	103	85	69	62	52	47	42	37	0,29	0,75	0,59	0,47	0,47	0,38	0,38	0,31	0,31
0,30	100	82	67	60	50	45	41	36	0,30	0,76	0,59	0,47	0,47	0,38	0,38	0,32	0,32
0,31	98	80	65	59	49	44	40	35	0,31	0,76	0,60	0,48	0,48	0,38	0,38	0,32	0,32
0,32	95	78	64	57	48	43	39	34	0,32	0,77	0,60	0,48	0,48	0,38	0,38	0,32	0,32
0,33	93	76	62	56	46	42	38	33	0,33	0,77	0,60	0,48	0,48	0,39	0,39	0,32	0,32
0,34	91	74	61	54	45	41	37	33	0,34	0,78	0,61	0,48	0,48	0,39	0,39	0,32	0,32
0,35	89	73	59	53	44	40	36	32	0,35	0,78	0,61	0,49	0,49	0,39	0,39	0,33	0,33
0,36	87	71	58	52	43	39	36	31	0,36	0,79	0,61	0,49	0,49	0,39	0,39	0,33	0,33
0,37	85	70	57	51	42	38	35	31	0,37	0,79	0,62	0,49	0,49	0,40	0,40	0,33	0,34
0,38	83	68	55	50	42	37	34	30	0,38	0,80	0,62	0,50	0,50	0,40	0,40	0,33	0,35
0,39	82	67	54	49	41	37	33	29	0,39	0,80	0,63	0,50	0,50	0,40	0,41	0,33	0,35
0,40	80	66	53	48	40	36	33	29	0,40	0,81	0,63	0,50	0,51	0,40	0,42	0,34	0,36
0,41	79	64	52	47	39	35	32	28	0,41	0,81	0,63	0,51	0,52	0,41	0,43	0,34	0,37
0,42	77	63	51	46	39	35	32	28	0,42	0,82	0,64	0,51	0,53	0,41	0,44	0,34	0,38
0,43	76	62	51	46	38	34	31	27	0,43	0,82	0,64	0,51	0,54	0,41	0,44	0,34	0,38
0,44	75	61	50	45	37	34	31	27	0,44	0,83	0,65	0,52	0,55	0,41	0,45	0,34	0,39
0,45	73	60	49	44	37	33	30	26	0,45	0,83	0,65	0,52	0,56	0,42	0,46	0,35	0,40
0,46	72	59	48	43	36	33	30	26	0,46	0,84	0,65	0,52	0,57	0,42	0,47	0,35	0,41
0,47	71	58	48	43	36	32	29	26	0,47	0,84	0,66	0,53	0,58	0,42	0,48	0,35	0,42
0,48	70	57	47	42	35	32	29	25	0,48	0,85	0,66	0,53	0,59	0,42	0,49	0,35	0,43
0,49	69	57	46	42	35	31	28	25	0,49	0,85	0,67	0,53	0,60	0,43	0,51	0,35	0,45
0,50	68	56	46	41	34	31	28	25	0,50	0,86	0,67	0,54	0,62	0,43	0,52	0,35	0,46
0,51	67	55	45	40	34	30	28	24	0,51	0,86	0,68	0,54	0,63	0,43	0,53	0,35	0,48
0,52	67	54	44	40	33	30	27	24	0,52	0,87	0,68	0,54	0,64	0,43	0,54	0,35	0,50
0,53	66	54	44	39	33	30	27	24	0,53	0,88	0,68	0,55	0,66	0,43	0,56	0,35	0,52
0,54	65	53	43	39	32	29	27	23	0,54	0,88	0,69	0,55	0,67	0,43	0,58	0,35	0,54
0,55	64	53	43	39	32	29	26	23	0,55	0,89	0,69	0,55	0,69	0,43	0,60	0,35	0,56
0,56	64	52	42	38	32	29	26	23	0,56	0,89	0,70	0,55	0,71	0,43	0,62	0,35	0,58
0,57	63	51	42	38	31	28	26	23	0,57	0,90	0,70	0,55	0,73	0,43	0,64	0,35	0,60
0,58	62	51	41	37	31	28	25	22	0,58	0,91	0,71	0,55	0,75	0,43	0,66	0,35	0,62
0,59	62	50	41	37	31	28	25	22	0,59	0,91	0,71	0,55	0,77	0,43	0,68	0,35	0,64
0,60	61	50	41	37	31	27	25	22	0,60	0,92	0,72	0,55	0,79	0,43	0,70	0,35	0,66

OBSERVAÇÕES

1. Esta Tabela foi construída para resolução de problemas de flexão simples, seções retangulares, armadura simples.

2. Distribuição das tensões na seção:



3. Os coeficientes  $\gamma_c=1,4$ ,  $\gamma_s=1,15$  e  $\gamma_p=1,4$  já se encontram "embutidos" nos coeficientes tabelados.

4. Na resolução de seções retangulares com armadura dupla e seções em "T" com armadura simples ou dupla, deve-se usar as Tabelas I e II.

5. Nos "valores de  $K_3$ ", aparecem traços com a seguinte convenção:

- traço contínuo para  $K_y=0,20$  indica o limite entre os domínios 2 e 3.

- traço cheio indica o limite entre os domínios 3 e 4, significando que para valores de  $K_y$  maiores que os "grifados" em traço cheio, obter-se-ã peças superarmadas.

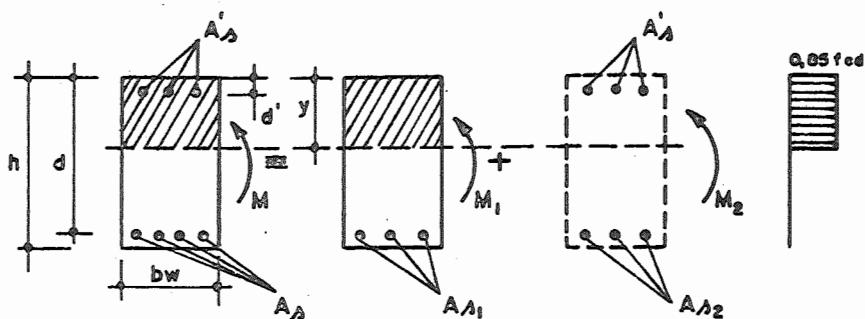
- o tracejado que figura nas colunas relativas aos aços classe B, indica valores de  $K_y$  no domínio 4 (peças superarmadas) mas com  $K_{yp} < K_y < K_{yd}$

6. Fórmulas

$$K_6 = \frac{b_w d^2}{H} + d = \sqrt{K_6} \sqrt{\frac{H}{b_w}}$$

$$A_s = K_3 \frac{M}{d}$$

**TABELA II**  
VALORES DOS COEFICIENTES  $K_7$  e  $K_8$



VALORES DE  $K_7$  PARA OS DOMÍNIOS (2) e (3)

$$K_7 = \gamma_f / f_{yd}$$

$$\gamma_f = 1,4$$

AÇO	CA-25	CA-32	CA-40A	CA-40B	CA-50A	CA-50B	CA-60A	CA-60B
$K_7$	0,70	0,55	0,40	0,40	0,32	0,32	0,27	0,27

VALORES DE  $K_8$  PARA  $K_y = K_{yd}$  ( $A'_s = \text{mínimo}$ )

$$K_8 = \gamma_f / \sigma'_s$$

$$\gamma_f = 1,4$$

$\frac{d'}{d}$	AÇO							
	CA-25	CA-32	CA-40A	CA-40B	CA-50A	CA-50B	CA-60A	CA-60B
0,03	0,70	0,55	0,40	0,41	0,32	0,34	0,27	0,30
0,05	0,70	0,55	0,40	0,42	0,32	0,34	0,27	0,30
0,08	0,70	0,55	0,40	0,42	0,32	0,35	0,27	0,31
0,10	0,70	0,55	0,40	0,43	0,32	0,36	0,27	0,32
0,12	0,70	0,55	0,40	0,44	0,32	0,36	0,27	0,32

$$M_1 = \frac{b_w d^2}{K_6}$$

$$M_2 = M - M_1$$

$$A_{s1} = K_3 \frac{M_1}{d}$$

$$A_{s2} = K_7 \frac{M_2}{d-d'}$$

$$A'_s = K_8 \frac{M_2}{d-d'}$$