

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA  
Área de Engenharia de Produção

MATEMÁTICA FINANCEIRA E ENGENHARIA ECONÔMICA

EM ECONOMIA INFLACIONÁRIA

Curso Introdutório

Solival Silva e Menezes

31100106550



DEDALUS - Acervo - EESC

MATEMÁTICA FINANCEIRA E ENGENHARIA ECONÔMICA

EM ECONOMIA INFLACIONÁRIA

Curso Introdutório

Solival Silva e Menezes

---

É proibida a reprodução total ou parcial deste material sem autorização expressa e escrita do autor. Os infratores estão sujeitos às penalidades legais.



O A U T O R

Solival Silva e Menezes

- .Economista formado pela FEA/USP e Administrador pela FGV-SP
- .Bacharel em Direito pela USP (Largo de S.Francisco)
- .Doutorando em Economia no Instituto de Pesquisas Econômicas da Universidade de São Paulo (IPE/USP)
- .Mestrado em Economia no IPE/USP
- .Mestrando em Finanças na FGV-SP e em Controladoria na FEA/USP
- .Experiência acadêmica junto à Escola Politécnica da USP e faculdades particulares de Economia, Administração e Engenharia de São Paulo
- .Experiência profissional como consultor e auditor de grandes empresas
- .Professor da Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo.

MATEMÁTICA FINANCEIRA E ENGENHARIA ECONÔMICA

EM ECONOMIA INFLACIONÁRIA

Curso Introdutório

Este material foi concebido com o objetivo primeiro de simplificar os conceitos teóricos e os meios de operação' do cálculo econômico e financeiro visando a favorecer o aprendizado de alunos com ou sem habilidade matemática. É ' mais uma oportunidade em que as técnicas e os métodos de am pla aplicação empresarial são transmitidos e ensinados sem mitificação. Nas próximas páginas serão abordados importan tes tópicos procurando tornar familiar, ao participante do curso ou da leitura, o uso da matemática financeira e da en genharia econômica como instrumental auxiliar nas decisões e na solução dos problemas cotidianos.

Para um pleno aproveitamento do que será apresenta do ao longo do material, o autor recomenda que cada partici pante acompanhe o desenvolvimento do tema, não apenas rece bendo informações, mas participando ativamente do questiona mento e discussão dos temas com o professor e colegas e, so bretudo, realizando os exercícios práticos durante as aulas e fora delas.

A apresentação de cada tópico será seguida de exer cícios em classe a serem resolvidos pelo participante com a ajuda do professor.

Ao final de cada aula serão sugeridos exercícios pa ra casa, cujo gabaritos e solução de dúvidas serão apresenta dos nas aulas seguintes.

Recomenda-se que os participantes estudem com ante cedência os assuntos a serem desenvolvidos em aula.

ORIENTAÇÃO PARA ACOMPANHAMENTO E APROVEITAMENTO DO CURSO

- . Acompanhe as explicações do professor utilizando a apostila.
- . As explicações sobre a HP-12C encontram-se no apêndice B.
- . Anote as informações que julgar importantes.
- . Utilize lápis na resolução dos exercícios, para que possa corrigir seus enganos (é uma forma recomendável de aprender).
- . Faça, fora das aulas, os exercícios recomendados pelo professor ("homeworks").
- . Se possível, examine fora da classe e antes das aulas os assuntos a serem abordados pelo professor.
- . Insista na resolução algébrica dos problemas. Você não se arrepende no futuro.
- . Esteja preparado para a avaliação final.

Í N D I C E

1. A Matemática Financeira e a Calculadora	
Eletrônica .....	pág. 09
2. A Matemática Financeira e as Fórmulas .....	pág. 10
3. Módulo Introdutório .....	pág. 11
O Mundo em que Vivemos .....	pág. 11
Lado Real e Lado Monetário da Economia .....	pág. 11
As Transações Financeiras .....	pág. 12
A Manifestação dos Juros nas Transações Financeiras .....	pág. 12
Definição de Juros .....	pág. 13
Definição de Taxa de Juros .....	pág. 13
O Mercado Financeiro: Esquema Básico de Funcionamento .....	pág. 14
Economia Inflacionária. Definição .....	pág. 14
Algumas Causas da Inflação .....	pág. 15
O Cálculo da Inflação .....	pág. 15
A Inflação e a Administração Financeira .....	pág. 16
4. O Conceito de Equivalência de Capitais .....	pág. 17
5. Notações Básicas .....	pág. 17
O Diagrama de Datas .....	pág. 17
Valor Presente (VP) .....	pág. 18
Valor Futuro (FV) .....	pág. 18
Número de períodos (n) .....	pág. 18
Taxa de juros (i) .....	pág. 18
Prestações (P) .....	pág. 18
6. Matemática Financeira .....	pág. 19
Juros Simples .....	pág. 20
A Fórmula dos Juros Simples .....	pág. 21
Os Juros Simples e a Calculadora HP-12C .....	pág. 25

Juros Compostos .....	pág. 26
A Fórmula dos Juros Compostos .....	pág. 28
Os Juros Compostos e a Calculadora HP-12C .....	pág. 33
Juros Simples X Juros Compostos .....	pág. 36
7. Programação na HP-12C .....	pág. 41
8. Séries de Pagamento .....	pág. 42
Séries Uniformes de Pagamento .....	pág. 43
. Séries para Capitalização .....	pág. 43
. Séries para Amortização .....	pág. 50
As Séries de Amortização e a Calculadora HP-12C.	pág. 55
Séries Não Uniformes .....	pág. 58
9. A Inflação e os Problemas Financeiros .....	pág. 62
Relação entre Juros e Inflação .....	pág. 62
10. Engenharia Econômica .....	pág. 66
Principais Fundamentos da Engenharia Econômica..	pág. 66
A Técnica do Pay Back .....	pág. 67
A Técnica do Custo Periódico Uniforme .....	pág. 69
A Técnica do Valor Presente Líquido .....	pág. 72
A Técnica da Taxa Interna de Retorno .....	pág. 76
APÊNDICES .....	pág. 97
BIBLIOGRAFIA .....	pág. 98

## 1. A MATEMÁTICA FINANCEIRA E A CALCULADORA ELETRÔNICA

As calculadoras eletrônicas, sejam as mais simples ou as financeiras e científicas, são um instrumento bastante difundido em nossa sociedade, fazendo parte do cotidiano dos estudantes, profissionais, executivos e mesmo de uma criança.

Seu uso, entretanto, ainda se faz com muito amadorismo, sendo comum encontrarmos proprietários de calculadoras que se utilizam apenas de 10 ou 20% do seu potencial de cálculo.

Para a matemática financeira, a calculadora eletrônica é um instrumento essencial. Essa essencialidade, contudo, não significa colocar a matemática financeira a serviço da calculadora, mas, pelo contrário, significa tornar a calculadora um INSTRUMENTO DE AGILIZAÇÃO DOS CÁLCULOS FINANCEIROS.

Acreditamos que o profissional e o estudante interessados em dominar a matemática financeira deve, antes de tudo, dominar os conceitos algébricos fundamentais para depois lançar mão da calculadora.

As calculadoras eletrônicas que elegemos como mais avançadas e dinâmicas para o cálculo financeiro são a HP-12C e a HP-18C, fabricadas pela Hewlett-Packard. Isto não significa que as demais calculadoras, mesmo as mais simples, não sirvam para o cálculo financeiro.

Para que uma calculadora sirva como INSTRUMENTO DE AGILIZAÇÃO DOS CÁLCULOS FINANCEIROS ela NÃO PRECISA ser programável, ter memória ou apresentar módulo financeiro. Basta que faça as quatro operações matemáticas básicas e que possa calcular raízes, exponenciais e logaritmos.



## 2. A MATEMÁTICA FINANCEIRA E AS FÓRMULAS

Os cursos tradicionais de matemática financeira de curta ou longa duração sempre enfatizaram o uso de fórmulas para o cálculo das variáveis desejadas.

Nosso curso rompe com essa tradição. Aqui quem desenvolve as fórmulas são os participantes, se assim o desejarem.

Vamos partir dos conceitos matemáticos mais simples e desenvolver algumas poucas fórmulas que servirão para o uso geral em qualquer situação que exija o cálculo financeiro.

### Recomendação Importante:

- acreditamos que um modo correto de aprender a utilizar a matemática financeira seja fazendo exercícios.
- tais exercícios, sempre que possível, devem ser feitos manualmente, usando os cálculos algébricos e não a calculadora.
- o participante verá que, após algum tempo de prática, terá dominado esse importante instrumental e conseguirá "pensar financeiramente".

3. MÓDULO INTRODUTÓRIO

O Mundo Econômico Onde Vivemos

Lado Real e Lado Monetário da Economia

# As Transações Financeiras

## A Manifestação dos Juros nas Transações Financeiras

Definição de Juros

Definição de Taxa de Juros

# O Mercado Financeiro: Esquema Básico de Funcionamento

Economia Inflacionária. Definição.

.7.

Algumas Causas da Inflação.

O Cálculo da Inflação.

# A Inflação e a Administração Financeira

4. O CONCEITO DE EQUIVALÊNCIA DE CAPITAIS

5. NOTAÇÕES BÁSICAS

O Diagrama de Datas



Valor Presente (VP)

Valor Futuro (FV)

Número de Períodos (n)

Taxa de Juros (i)

Prestações (P)

Observações:

1) É muito importante compatibilizar a taxa de juros (i) com o número de períodos (n). Exemplos:

a)  $n = 5$  meses             $i = 10\%$  ao mês

b)  $n = 2$  anos             $i = 20\%$  ao ano

2) No cálculo algébrico, a taxa de juros deve ser expressa na forma decimal. Exemplos:

$10\% = 0,10$

$230\% = 2,30$

$5\% = 0,05$

$100\% = 1,0$

$83\% = 0,83$

$0,5\% = 0,05$

Atenção: recomendamos que, no início, o participante que tiver dificuldade em encontrar a forma decimal das taxas de juros, use a calculadora. Para isso, basta dividir por 100 (cem) a expressão natural da taxa.

Exemplo:  $98\% = \frac{98}{100} = 0,98$

6. MATEMÁTICA FINANCEIRA

Em todas as transações financeiras, uma análise quantitativa requer o uso de métodos matemáticos. A matemática financeira possui duas abordagens para o tratamento dos problemas financeiros, quais sejam:

1) JUROS SIMPLES

2) JUROS COMPOSTOS

## Juros Simples

Os juros simples ou juros bancários são a forma mais simples e primitiva de tratamento quantitativo das transações financeiras.

É conhecido também por "juros bancários" por ter sido desenvolvido pelas antigas casas bancárias européias e por ser muito utilizado ainda hoje pelos bancos modernos, sobretudo devido à sua simplicidade.

Vamos entendê-los através do seguinte exemplo:

Mariazinha era uma grande amiga e precisou, certa vez, de um empréstimo de \$ 100.000,00 por um período de 3 meses. Como bom amigo, você resolveu cobrar apenas 10% de juros ao mês, calculados de forma simples. Mariazinha concordou, porém pediu que você demonstrasse de que modo seriam computados os juros.

(Acompanhe a solução com o professor)

A Fórmula dos Juros Simples

Portanto, a única fórmula que devemos lembrar para o cálculo de juros simples é:

Utilizando esta fórmula, poderemos calcular quaisquer das 4 variáveis, partindo das outras três.

Exercícios de Aplicação

Acompanhe com atenção a solução dos exercícios abaixo. Para isso, basta que você conheça a fórmula de juros simples demonstrada acima:

$$VF = VP( 1 + i.n )$$

1. Quanto Cristina deverá receber ao fim de três meses por um investimento de \$1.000,00 à taxa de juros de 5% ao mês?

2. Qual a taxa de juros correspondente a uma operação em que é aplicada a quantia de x cruzados e obtido um retorno três vezes e meia maior ao fim de cinco meses?

3. Quanto deverei aceitar hoje por um pagamento de \$3.000,00 que vencerá em 2 anos, sabendo que a taxa de juros é de 8% a.m.?

4. Quantos meses levarei para receber \$ 5.000,00 se emprestei \$ 2.000,00 há 4 meses, à taxa de 2% a.m.?

5. Qual o valor dos juros em um empréstimo de \$ 200.000,00 à uma taxa de 18% ao mês? ( $n = 6$  meses)

### Exercícios Extras

1. O que são juros?

2. Defina taxa de juros.

3. Defina taxa de juros de mercado.

4. Conceitue equivalência.

### Os Juros Simples e a Calculadora HP-12C

Já percebemos que o cálculo de juros simples não requer uma calculadora eletrônica avançada. Qualquer calculadora que tenha as 4 operações resolve todos os problemas.

Entretanto, as calculadoras financeiras avançadas trazem módulos programados para o cálculo de juros.

Na calculadora HP-12C, os cálculos são feitos utilizando-se a tecla INT e tem uma capacidade extremamente limitada. Para começar, o período tem de ser necessariamente em dias (e não em meses, anos, etc.).

#### Exemplos:

a) Qual o valor dos juros em um empréstimo de \$ 100.000,00 por 143 dias, a uma taxa de 20% ao mês?



(VISOR)

100.000	CHS	PV	- 100.000,00
240		i	240,00
143		n	143,00
f		INT	95.333,33

b) No problema anterior, se desejarmos saber o valor futuro, basta pressionarmos a tecla . Portanto,

Também há duas teclas para converter juros mensais em anuais e vice-versa.

Exemplos:

juros de 120% ao ano

120   10% ao mês

juros de 8% ao mês

8   96% ao ano

Juros Compostos

Na prática diária das transações financeiras, os juros compostos são os verdadeiros instrumentos de trabalho.

O uso de juros simples é muito limitado e só serve para facilitar a negociação financeira. Os bancos, por exemplo, usam os juros simples em algumas operações, como no desconto de duplicatas, mas, na verdade, raciocinam em termos de juros compostos e sempre levam vantagem!

Portanto, recomenda-se que toda análise financeira seja feita com base em juros compostos.

Vamos entender os juros compostos através do nosso exemplo da Mariazinha:

Nossa amiga Mariazinha precisa novamente de \$ 100.000,00 por um período de três meses. Você concorda em cobrar apenas 10% ao mês de juros, como da vez passada, mas insiste em demonstrar para sua amiga que agora há uma diferença fundamental . Vejamos a demonstração:

## A Fórmula dos Juros Compostos

Portanto, a única fórmula com a qual devemos trabalhar nas análises compostas é:

Com esta fórmula, seremos capazes de encontrar qualquer variável, conhecidas as demais. Acompanhe, com o expositor, a resolução dos exercícios abaixo.

### Exercícios

Sempre tendo em mente a fórmula  $VF = VP (1+i)^n$  esteja atento para os seguintes pontos:

- a) como se processa o cálculo das diferentes variáveis;
- b) como se faz a conversão de taxas de juros de um período menor para um período maior e vice-versa.

Os exercícios abaixo servirão como um manual sempre que você se deparar com problemas práticos que não conseguir resolver.

1. Lúcia empresta \$ 400,00 a Mário por um período de 2,5 anos e deseja saber qual o montante que receberá de volta, uma vez que a taxa de juros no período é de 50%. Qual seria este valor?

2. Um banco empresta dinheiro a 6% ao ano. Se você deseja em prestar \$ 100,00 por um período de 8 meses, quanto terá que devolver ao banco? (cuidado com a conversão da taxa de juros)

3. Qual a taxa de juros mensal correspondente a um investimento onde você aplica  $Y$  cruzados e retira  $3Y$  ao final de 4 anos?

4. Qual a taxa de juros equivalente a um período anual, se sua expressão mensal é de  $1,2\%$  a.m.?

5. Um título com valor de resgate de \$ 5.000,00 foi comprado prevendo renda de 6% ao mês. Como o resgate ocorrerá dentro de 18 meses, qual o valor a ser pago hoje ao portador?

6. Márcia tomou emprestados \$ 20.000,00 de Abel a serem pagos em 15 meses, a uma taxa de 5% ao mês. Hoje faz 8 meses que ocorreu esta transação e Abel propôs que ela quitasse sua dívida por \$ 29.600,00. Você recomendaria ou não esta proposta a Márcia?

7. Caso Márcia aceite a proposta de Abel, qual a taxa mensal efetivamente cobrada?

8. Em quantos meses Joseph obteria \$ 15.000,00 aplicando hoje \$ 5.000,00 a uma taxa anual de 27% ?

Os Juros Compostos e a Calculadora HP-12C

Mesmo as calculadoras mais modestas são úteis para agilizar os cálculos com juros compostos.

A HP-12C, porém, foi especialmente programada para fazer esses cálculos de forma completa. Em outras palavras, tudo o que acabamos de aprender foi colocado em um programa e inserido na calculadora. Assim, o papel da HP-12C se resume em agilizar os cálculos, não eximindo o usuário do conhecimento da matemática financeira.

As teclas importantes para os cálculos são:

PV        (valor presente)

FV        (valor futuro)

n        (nº de períodos)

i        (taxa de juros)

Obs.: a taxa de juros pode ser inserida na forma natural, pois a HP-12C está programada para convertê-la à forma decimal.

Exemplos:

- a) Cláudio tomou um empréstimo bancário no valor de \$ 6.000 e pretende resgatá-lo em 8 meses, à taxa de 5% ao mês. Quanto pagará ao banco?  
(Atenção à solução dada pelo professor)



b) Em quantos meses será resgatada uma dívida de \$ 12.000,00 cujo valor final no vencimento é de \$23.000,00, à taxa de 9,5% ao mês? (Muita atenção ao cálculo do número de períodos. Observe que a calculadora é inadequada para isso.)

c) Qual a taxa de juros de uma transação bancária onde o valor atual é \$ 22.000,00 e o valor futuro será \$ 44.000,00 após 3 anos?

- d) Antonio deve pagar \$ 13.000,00 ao banco dentro de 14 meses. Se a taxa de juros é de 17% ao mês, qual o valor original do empréstimo?

## Juros Simples X Juros Compostos

Na vida real, em nossas atividades pessoais e profissionais, devemos sempre considerar os juros compostos como base para as análises financeiras.

Quando alguém se dispuser a fazer uma transação a juros simples, ou será alguém ingênuo ou alguém muito esper-to (os bancos, por exemplo). Assim, convém refazer os cálculos com base nos juros compostos.

Vejamos uma operação bancária típica onde se utilizam juros simples.

### Desconto de Duplicatas

Examinaremos o assunto através de exemplos:

- 1) Uma duplicata de 60 dias (2 meses) é descontada em um banco. Sabendo-se que seu valor nominal é de \$ 10.000,00 e que a taxa de desconto comercial é de 5% a.m. e o IOF é 0,3% a.m., calcular:
  - a) o desconto comercial e o valor líquido recebido pela empresa.

.29.

b) a taxa de juros mensal do ponto de vista do banco.

c) a taxa de juros do ponto de vista da empresa que emitiu a duplicata.

2) Resolver o problema anterior supondo que a duplicata tenha prazo de um mês e meio e IOF de 02,% a.m.

- 3) Uma empresa necessitando urgentemente de dinheiro resolveu descontar uma duplicata de 30 dias no valor de \$ .... 100.000,00. A taxa de desconto comercial era de 10% a.m. e o IOF 0,8% a.m. . O banco exigia como reciprocidade o recolhimento do ICM da empresa no valor de \$ 50.000,00. Sabendo-se que o ICM permaneceria no banco por 7 dias (antes de ser repassado ao Estado), calcule:
- a) o desconto comercial e o valor recebido pela empresa.

b) a taxa de juros no período do ponto de vista da empresa.

c) a taxa de juros do período do ponto de vista do banco.  
(atenção para a explicação sobre o cálculo utilizando a HP-12C)

## 7. PROGRAMAÇÃO NA HP-12C

Aproveitando que aprendemos a utilizar a HP-12C para cálculos financeiros e que concluímos que a calculadora eletrônica é apenas um instrumento de agilização, vamos examinar o que significa programar a HP-12C.

A programação da HP-12C requer apenas que se deduza uma fórmula (como deduzimos as dos juros simples e dos juros compostos) e que se escolha uma tecla para cada variável. O resto é pressionar corretamente cada tecla e obter o resultado.

### Exemplo:

Desejamos determinar uma fórmula para o cálculo do valor do desconto comercial. Esta fórmula pode ser:

$$Dc = VP (i.n)$$

Agora basta inseri-la na HP-12C:

- 1º) entramos no módulo de programação da máquina pressionando as teclas  f  P/R
- 2º) limpamos o módulo de programação pressionando  f  PRGM
- 3º) escolhemos uma tecla para cada variável e inserimos os dados:

Para VP escolheremos  PV

Para i escolheremos  i

Para n escolheremos  n



<u>Teclas</u>	<u>Visor</u>
RCL n	01 - 45 11
RCL i	02 - 45 12
x	03 - 20
RCL PV	04 - 45 13
x	05 - 20
R/S	06 - 31
f P/R	

Qual o valor do desconto para uma duplicata de 60 dias (2 meses), no valor de \$ 128.000,00, em um banco que cobra 18% de juros ao mês?

Basta inserirmos

2	n
0,18	i
128.000	PV
R/S	O resultado será \$ <u>46.080,00</u>

Experimente fazer outros programas.

O Manual da HP-12C traz explicações detalhadas sobre o assunto.

## 8. SÉRIES DE PAGAMENTOS

As séries de pagamentos são ocorrências bastante comuns em nosso cotidiano.

Em primeiro lugar porque facilitam a manipulação das variáveis em operações como o crédito ao consumidor, os empréstimos bancários, a compra da casa própria, o financiamento de um bem, etc.

Há basicamente dois tipos de séries de pagamento:

- as séries uniformes;
- as séries não uniformes.

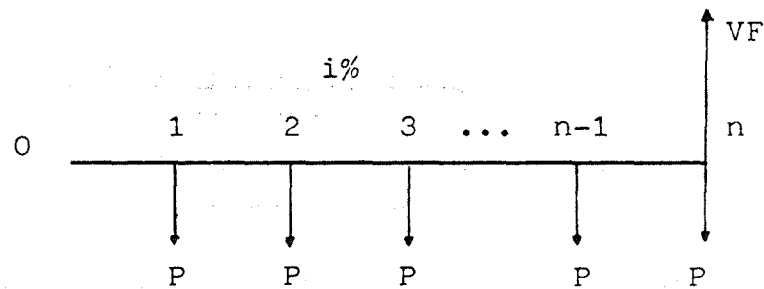
### Séries Uniformes de Pagamento

As séries uniformes de pagamento, muito conhecidas como Sistema price de Amortização ou Sistema Francês, são as mais utilizadas nas operações de negócios.

Podemos dividir as séries uniformes em dois tipos:

#### . Séries para Capitalização

São aquelas onde fazemos depósitos idênticos durante vários períodos (prestações) para, no final, termos um certo montante de valor futuro.



- As prestações são todas iguais.
- A primeira prestação começa no fim do primeiro mês.
- No último mês, coincidindo com a última prestação, temos o montante de VF acumulado.

Os exemplos mais comuns desse tipo de série são:

- . poupança programada;
- . investimentos fixos para retirada de um VF para viajar, etc.

Vamos deduzir uma fórmula para as séries uniformes no caso de capitalização.

$$VF = VF_1 + VF_2 + VF_3 + \dots + VF_{n-1} + VF_n$$

$$VF_1 = P (1+i)^{n-1}$$

$$VF_2 = P (1+i)^{n-2}$$

$$VF_3 = P (1+i)^{n-3}$$

⋮

$$VF_{n-1} = P (1+i)^1$$

$$VF_n = P (1+i)^0 = P$$

Assim, somando todas as expressões, teremos:

$$VF = P (1+i)^{n-1} + P (1+i)^{n-2} + P (1+i)^{n-3} + \dots + P (1+i)^1 + P \quad (1)$$

Multiplicando (1+i) dos dois lados da igualdade, teremos:

$$VF (1+i) = \left[ P(1+i)^{n-1} + P(1+i)^{n-2} + \dots + P(1+i)^1 + P \right] (1+i)$$

Simplificando:

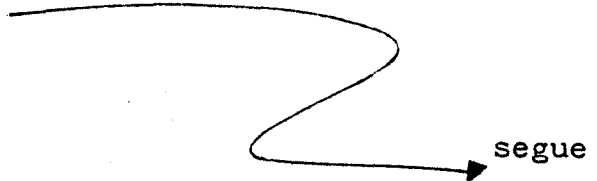
$$VF (1+i) = P(1+i)^n + P(1+i)^{n-1} + P(1+i)^{n-2} + \dots + P(1+i)^2 + P(1+i) \quad (2)$$

Agora, subtraindo a equação 2 da equação 1, ficamos com

$$VF (1+i) - VF = P (1+i)^n - P \quad (2 - 1)$$

Simplificando a expressão:

$$VF [(1+i)-1] = P [(1+i) - 1]$$



Logo,

$$VF = P \left[ \frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right]$$

Esta é a única fórmula a que devemos recorrer para solucionar nossos problemas de CAPITALIZAÇÃO em Séries Uniformes de Pagamento.

Vamos assimilá-la através de exercícios:

(resolva sempre de forma algébrica)

- 1) Quanto devo guardar por 6 meses para que disponha de US \$ 8,000 que me permitam viajar a Miami, sabendo que a aplicação disponível rende 5% ao mês?

2) Cassio deseja comprar um Escort XR3 que custará \$ .....  
800.000,00 dentro de 6 meses. Seu carro atual está valendo \$ 240.000,00 hoje e terá uma valorização média mensal de 3% ao mês, quando então será vendido para a aquisição do novo carro. Quanto Cassio deverá depositar mensalmente em uma poupança que rende 8% ao ano para que possa adquirir o veículo na data prevista?

3) Em quantos meses poderei acumular \$ 18.000,00 se pretendo guardar \$ 1.000,00 por mês, à taxa anual de 40% ?

- 4) Um banco anuncia que pagará \$100.000 para quem fizer 3 pagamentos mensais iguais e consecutivos à taxa de 15% a.m. Como você não foi informado sobre o valor das prestações, faça o cálculo utilizando o instrumental conhecido.

### A Capitalização e a HP-12C

A HP-12C está programada para solucionar automaticamente os problemas de capitalização de séries uniformes.

As teclas correspondentes a cada variável são:

VF	<input type="text" value="FV"/>	valor futuro
P	<input type="text" value="PMT"/>	prestação
n	<input type="text" value="n"/>	número de períodos
i	<input type="text" value="i"/>	taxa de juros

### Atenção:

Nunca esqueça de compatibilizar a taxa de juros com o número de períodos.

## Exercícios

Vamos resolver os exercícios anteriores usando a HP-12C

1) Viagem a Miami.

2) Compra do Escort XR3.

3) Acumulação de capital.

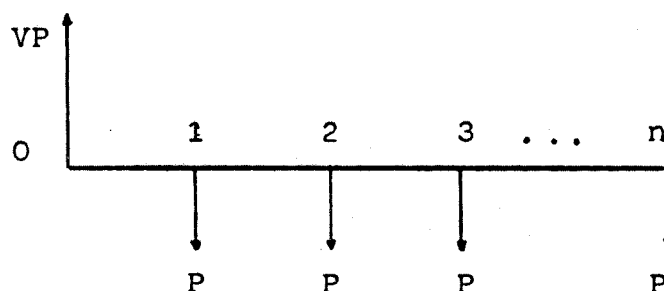
4) Operação bancária.

- 5) Qual a taxa de juros que um banco está utilizando em uma operação na qual são feitos 11 depósitos de \$ 2.500,00 e se retira a quantia de \$ 37.500,00 no final ?



## . Séries para Amortização

Mais comuns que as anteriores são as séries para amortização. Muitas vezes nos deparamos com compras a crédito, obtenção de financiamento, etc., que são calculados pelo sistema Price.



- As prestações são todas iguais (mesmo valor nominal).
- A primeira prestação começa no fim do primeiro mês.
- O VP está sempre na data zero.

Vamos deduzir uma fórmula para os casos de amortização em séries uniformes de pagamento.

Sabemos que  $VF = VP (1+i)^n$  (juros compostos)

e que  $VF = P \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$  (capitalização em séries uniformes)

Podemos igualar as duas fórmulas:

$$VP (1+i)^n = P \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

Agora basta isolar o VP:

$$VP = P \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \cdot i} \right]$$

Esta é a única fórmula a que devemos recorrer para a solução de problemas de AMORTIZAÇÃO em Séries Uniformes de Pagamento.

### Exercícios

Vamos fixar os casos de amortização, resolvendo os seguintes exercícios:

- 1) Você pode comprar uma calculadora por \$ 25.880,00 à vista ou em 24 prestações de \$ 3.890,00. Um outro plano, com o mesmo prazo, exige o pagamento da primeira prestação após três meses. Como as taxas de juros são iguais em todos os planos, qual seria o valor da prestação no segundo plano?

2) Qual a prestação que deverei pagar durante 18 meses ao comprar uma bicicleta que custa \$ 3.000,00 em uma loja que cobra 38% de juros ao ano?

3) Qual o valor de uma dívida que poderia ser paga em 15 prestações mensais iguais de \$ 300,00, sabendo-se que a taxa vigente é de 7% ao mês?

4) Em quantos meses poderei pagar um produto que custa \$ ..  
7.190,91 à vista em prestações mensais iguais de \$1000,00  
se a taxa de juros empregada for de 10% a.m.?

5) Qual a taxa de juros utilizada em um plano semestral de  
financiamento bancário cujo valor financiado é \$10.151,38  
e as prestações são de \$ 2.000,00 em 6 vezes?

Resolução do problema anterior por fórmulas conhecidas.

Fórmula de Mathias e Gomes

$$i = \frac{1 - \frac{VP}{P}}{\frac{VP}{P} \cdot n^2}$$

$$i = \frac{1 - \frac{10.151,38}{2.000}}{\frac{10.151,38}{2.000} \cdot 6^2}$$

$$i = 5,6026\%$$

Fonte: Mathias, W.F. e Gomes, J.M.

Matemática Financeira (Ed. Atlas, 1981, 5ª ed. p.246)

Fórmula de Miller

$$i = \frac{\left[ \frac{P}{VP} \cdot (n-1) \right] \cdot 1.000}{(n+1) \cdot 5}$$

$$i = \frac{\left[ \frac{2.000}{10.151,38} \cdot (6-1) \right] \cdot 1.000}{(6+1) \cdot 5}$$

$$i = 5,202\%$$

Fonte: Miller de Oliveira, C.H.

Matemática Financeira Facilitada (Editor: CHM Oliveira,  
RS, 1985) p.93

As Séries de Amortização e a HP-12C

Utilizando as teclas já conhecidas e tomando-se o cuidado de inserir os valores no sentido correto, podemos calcular os problemas de amortização mediante o uso dos programas financeiros da HP-12C.

Vamos resolver os problemas já vistos.

1) Compra da calculadora.

2) Compra da bicicleta.

3) Financiamento de dívida.

4) Número de meses.

5) Taxa de juros.

#### A Tecla AMORT

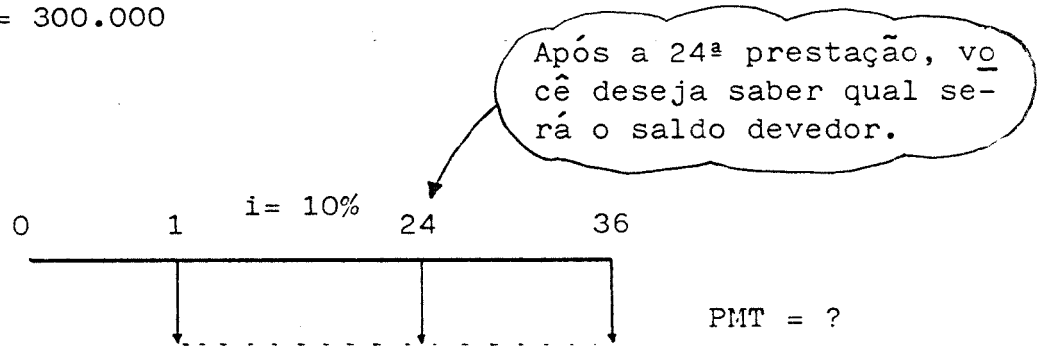
A tecla AMORT da HP-12C permite a solução de problemas de amortização pelo Sistema Price ( série uniforme) .  
Veremos no problema abaixo:

Você toma emprestados \$ 300.000,00 para serem pagos em 36 meses em prestações iguais. Ao fim do segundo ano, você deseja eliminar a dívida e gostaria de saber qual o valor a ser pago ao seu credor. Qual seria este montante considerando uma taxa de atratividade de 10% ao mês?

Solução algébrica

Vamos trabalhar em termos mensais.

VP = 300.000

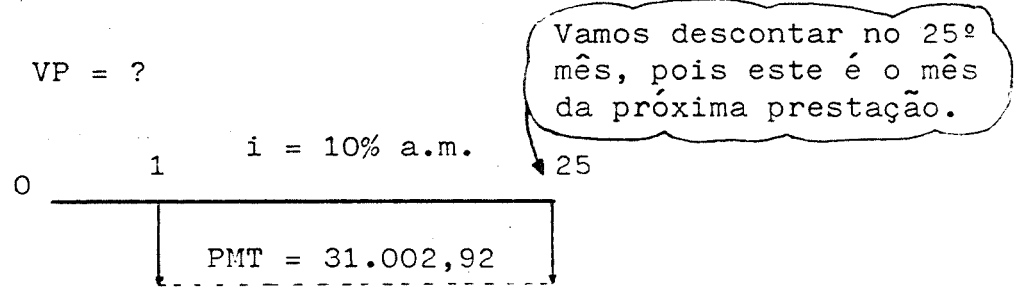


Pela HP-12C descobrimos o valor de cada prestação:

$PMT = \$ 31.002,92$

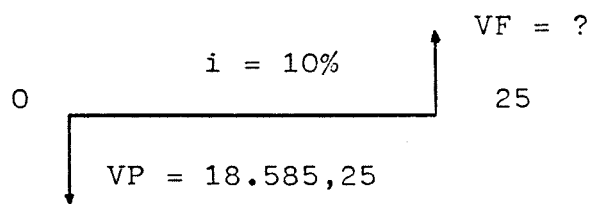
O procedimento algébrico exige algum trabalho, como veremos em seguida.

O 1º passo é descobrir o valor presente das prestações de \$ 31.002,92 pagos até o 24º mês. Podemos fazer isso com a HP-12C.



O VP é \$ 281.414,75

Isto significa que a dívida após o 24º pagamento é \$18.585,25 ( $300.000 - 281.414,75$ ), porém podemos levá-la ao 24º mês.





Pela HP-12C descobrimos que a dívida a ser paga após a 24ª prestação será de:

$$VF_{24} = 201.365,72$$

### Solução utilizando a tecla AMORT

Usando a tecla AMORT, podemos descobrir não só a parcela a amortizar, quanto os juros e o valor principal já pagos na transação.

$$PV = 300.000$$

$$n = 36$$

$$i = 10$$

$$PMT = 31.002,92 \quad (\text{valor da prestação})$$

24 f **AMORT** 655.314,41 (juros pagos nas 24 primeiras prestações)

1 f **AMORT** 21.124,43 (juros referentes à 24ª prestação)

**X >= Y** 9.878,49 (parcela de amortização da 24ª prestação)

**RCL** **PV** 201.365,84 (valor da dívida após a 24ª prestação)

\* Os sinais dados pela calculadora indicam o sentido do fluxo (entradas ou saídas).

### As Séries Não Uniformes

Séries não uniformes são aquelas que apresentam parcelas não homogêneas ao longo do tempo, relacionadas a um VF ou VP.

A solução algébrica dos problemas é quase sempre muito trabalhosa (mas é interessante tentar).



A forma mais objetiva é utilizar o módulo financeiro da HP-12C, especialmente o fluxo de caixa (teclas Cfo, Cfj e Nj).

Vejam os dois problemas:

- 1) Jorge pretende viajar com Carlos Alberto e Célia e combinou que durante 4 meses todos deveriam contribuir com parte dos seus respectivos salários que seriam depositados em uma conta remunerada que renderia 19% ao mês. Os valores a serem depositados seriam \$ 42.500,00 no primeiro mês, \$ 48.200,00 no segundo, \$ 16.300,00 no terceiro mês e \$ 61.000,00 no último. Qual o montante obtido no final do período?

2) Qual a taxa de juros vigente em um financiamento de uma máquina que custa \$ 18.000,00 à vista e que será paga em prestações de \$ 4.000,00, \$ 10.000,00, \$ 6.000,00 e \$ 4.000,00 ao longo de 4 meses?

### As Prestações que Começam na Data Zero

Muitas vezes nos deparamos com propostas de financiamentos em que se exige que a primeira prestação seja na data zero. É comum irmos a uma loja e encontrarmos o seguinte caso:

Um refrigerador custa \$ 25.000,00 à vista e pode ser paga em 10 prestações, sendo a primeira paga no ato da compra, a juros de 18% ao mês. Qual o valor da prestação?

### Solução algébrica

Solução pela HP-12C MÓDULO "BEGIN"

Em qualquer problema de séries uniformes com a primeira prestação antecipada, podemos utilizar o módulo Begin da HP-12C.

## 9. A INFLAÇÃO E OS PROBLEMAS FINANCEIROS

Até agora trabalhamos sob a hipótese de ausência ' de inflação.

Entretanto, sabemos que estamos em uma ECONOMIA INFLACIONÁRIA, onde o fenômeno da variação de preços é a grande preocupação dos profissionais e das pessoas que realizam transações financeiras.

As CAUSAS da inflação e a FORMA DE CÁLCULO dos índices de variação dos preços (IPC, URP, INPC, FIPE, FGV, etc) nem sempre estão ao alcance das pessoas comuns (vide apêndice D desta apostila).

Todavia, geralmente temos acesso ao índice já calculado, bastando escolher aquele que consideramos mais adequado.

ESCOLHIDO UM ÍNDICE, resta saber como incluí-lo na análise financeira.

### Relação entre Juros e Inflação

Acompanhe com atenção a explicação do professor.

Portanto, a fórmula que relaciona a INFLAÇÃO, os juros nominais e os juros reais é:

$$i_n = i_r + I + i_r \cdot I$$

Onde:

$i_n$  = taxa de juros nominais

$i_r$  = taxa de juros reais

$I$  = taxa de variação da inflação

(utilizar as taxas sempre na forma decimal).

Veamos alguns exemplos:

- 1) Qual a taxa de juros reais em um empréstimo no valor de \$ 1.000,00, tomado por três meses, a ser devolvido no total de \$ 1.300,00, sabendo-se que a inflação no período foi de 10% ?

2) Um gerente garante que se você depositar \$ 500,00 hoje receberá \$ 700,00 em 6 meses. Como a expectativa de inflação é de 6,5% a.m., seria vantajoso tal investimento?

3) Você é diretor de uma empresa que necessita de um empréstimo público. Um banco estatal oferece \$ 1.000.000,00 à sua empresa a serem devolvidos em 12 prestações de \$ .. 100.000,00, período em que a inflação seria de 5% ao mês. Seria vantajosa tal operação? Qual a taxa efetiva de juros "paga" por sua empresa?

4) Um terreno comprado em janeiro de 1980 por \$ 5.000,00 foi vendido por \$ 14.500,00 em fins de 1984. Considerando uma inflação média anual de 50%, qual teria sido a taxa real de retorno anual? Qual seria o lucro real?

5) A que prestação anual pode ser vendida uma máquina em 10 pagamentos iguais, sendo o primeiro no ato da venda, sabendo-se que a taxa de inflação estimada é de 30% ao ano e a taxa real desejada é de 15% ao ano (o preço da máquina à vista é de \$ 100.000,00)?

Nas análises que fazemos na vida real, devemos SEMPRE considerar os efeitos da inflação, sobretudo no Brasil.



## 10. ENGENHARIA ECONÔMICA

A ENGENHARIA ECONÔMICA pode ser entendida como um conjunto de técnicas que permitem comparar alternativas de investimento, facilitando a tomada de decisões.

É também conhecida como ORÇAMENTAÇÃO DE CAPITAL ou como PROCESSO DE TOMADA DE DECISÕES COM ALTERNATIVAS DE INVESTIMENTOS.

As técnicas que compõem o conjunto da ENGENHARIA E CONÔMICA são:

- o "PAY-BACK"
- o Custo Periódico Uniforme
- o Valor Presente Líquido
- a Taxa Interna de Retorno

### Princípios Fundamentais da Engenharia Econômica

Antes de examinarmos cada técnica, convém lembrarmos alguns princípios que devem orientar a avaliação de alternativas de investimentos durante o processo de tomada de decisões.

#### 1º) NÃO SE TOMAM DECISÕES DIANTE DE UMA ALTERNATIVA ISOLADA

É preciso, no mínimo, duas alternativas para que as técnicas da Engenharia Econômica sejam válidas.

Exemplos: - investir em CDB ou na caderneta de poupança;  
- comprar uma máquina nova ou continuar com a antiga.

#### 2º) AS ALTERNATIVAS ANALISADAS DEVEM SER HOMOGÊNEAS

Não podemos comparar, por exemplo, a compra de um apartamento para morar em São Paulo com um apartamento no Guarujá. São óbvias as diferenças, pois morar em São Paulo não é a mesma coisa que morar no Guarujá, ainda que os apartamentos sejam idênticos.

- 3º) A DECISÃO SERÁ TOMADA CONSIDERANDO-SE A DIFERENÇA VANTAJOSA ENTRE AS ALTERNATIVAS
- 4º) OS VALORES CONSIDERADOS NAS ALTERNATIVAS DEVEM ESTAR CONVENIENTEMENTE DATADOS
- 5º) NÃO PODEMOS ESQUECER OS LIMITES DE CAPITAL DISPONÍVEL
- 6º) DEVEMOS SEMPRE CONSIDERAR UM CERTO GRAU DE INCERTEZA EM CADA ALTERNATIVA
- 7º) AS INFLUÊNCIAS NÃO QUANTIFICÁVEIS TAMBÉM DEVEM SER CONSIDERADAS NA ANÁLISE
- 8º) TODOS OS DADOS ECONÔMICOS, FINANCEIROS E GERENCIAIS DEVEM SER LEVADOS EM CONTA PELO TOMADOR DE DECISÃO

#### A Técnica do "PAY BACK"

Trata-se de uma técnica sem muito rigor científico e que consiste em comparar alternativas com base no tempo de retorno do capital investido.

Não considera juros nem os efeitos da inflação.

Tem larga aplicação em países de inflação reduzida como os EUA, e é utilizado no Brasil por pessoas que não dominam o instrumental financeiro.

Vejamos um exemplo:

A alternativa que apresentar o menor tempo para recuperar o capital investido será a escolhida.

	<u>Capital</u> <u>Investido</u>	<u>Retornos</u>			
		<u>1º ano</u>	<u>2º ano</u>	<u>3º ano</u>	<u>4º ano</u>
Alternativa A	10.000	3.000	2.000	5.000	1.000
Alternativa B	10.000	1.000	3.000	5.000	5.000

A alternativa A é a preferida, pois leva 3 anos para devolver o capital investido, enquanto que a alternativa B leva aproximadamente 3 anos e 3 meses.

### Exercício

Considerando a técnica do "Pay Back", qual das alternativas de investimento seria a mais vantajosa, sendo que ambas envolvem a aplicação de \$ 100.000,00, com a primeira oferecendo, no primeiro ano, \$ 10.000,00 de retorno, \$ 50.000,00 no segundo ano e \$ 70.000,00 no terceiro ano e a segunda não oferecendo retorno no primeiro, porém oferecendo \$101.000,00 no segundo ano e nada mais nos períodos seguintes?

Obs: a principal falha deste método é não considerar o valor do dinheiro no tempo e não levar em conta a inflação.

A Técnica do Custo Periódico Uniforme

O CPU é também conhecido impropriamente como CUSTO ANUAL. A denominação correta, entretanto, é Custo Periódico Uniforme, pois consiste em considerar o volume de dispêndios na aquisição, manutenção e operação de um certo bem (convenientemente datados) e transformá-lo em parcelas periódicas (que podem ser anuais, mensais, etc.). A alternativa que apresentar o menor custo periódico será a preferida.

Fórmula Exata do CPU

$$\text{CPU} = \left[ \begin{array}{c} \text{VP (convertido} \\ \text{em P)} \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} \text{soma dos custos} \\ \text{operacionais} \\ \text{de cada período} \end{array} \right] - \left[ \begin{array}{c} \text{valor} \\ \text{residual} \\ \text{convertido P} \end{array} \right]$$

O VP é o valor gasto na data zero (investimento na compra do equipamento) e Valor residual é o montante que resta, do bem adquirido, no fim da sua vida útil. Tanto o VP quanto o Valor residual devem ser transformados em prestações no número de períodos considerados na análise.

O cálculo da fórmula exata do CPU pode muito bem ser feito pela HP-12C.

Se desejarmos expressá-la algebricamente, teremos:

$$\text{CPU} = \text{VP} \left[ \frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1} \right] + \text{custos operacionais} - \text{VR} \left[ \frac{i}{(1+i)^n - 1} \right]$$

Vejamos alguns exercícios.

1) Uma empresa vai comprar um equipamento e tem como alternativas os equipamentos A e B, ambos com vida útil de 15 anos. Considerando uma taxa de juros de 10% a.a. e o esquema abaixo, ajude-a a decidir qual o equipamento a ser adquirido.

	<u>Equip. A</u>	<u>Equip. B</u>
Custo Inicial	2.500	4.000
Valor Residual estimado	-	1.000
Custo anual de bombeam.	550	400
Custo anual de reparos	250	120

2) A compra de uma estrutura metálica de cobertura para utilização durante 10 anos foi feita comparando-se duas alternativas, ambas com valor residual negativo e sujeitas à taxa de atratividade de 15% a.a. . Qual das duas foi a preferida?

	<u>Estrut. A</u>	<u>Estrut. B</u>
Custo Inicial	9.000	13.000
Valor Residual	-3.000	-1.000
Custo manut. anual	800	300

Obs.: Há variantes na técnica do CPU que podem ser encontradas em bibliografia específica.

## A Técnica do Valor Presente Líquido

A técnica do VPL consiste em calcular o valor presente de todos os gastos e de todas as rendas de uma alternativa, subtraindo um do outro e encontrando o valor líquido.

O valor presente líquido de uma alternativa será comparado com o de outra(s), decidindo-se por aquela que apresentar VPL mais favorável.

### Fórmula Geral do VPL

$$\text{VPL} = (\text{VP dos Retornos}) - (\text{VP dos Gastos})$$

Obs.: A HP-12C possui um programa especial para a solução do VPL.

### Exercícios

- 1) Uma organização aprovou um orçamento anual para melhorias. Os quatro departamentos da empresa forneceram propostas de redução de custos via modernização de ativos.

<u>Depto</u>	<u>Investimento</u>	<u>Red. anual custos</u>	<u>Valor residual</u>
A	200.000	50.000	-
B	300.000	100.000	50.000
C	500.000	150.000	-
D	60.000	200.000	120.000

A vida útil de cada proposta é de 7 anos. Considerando uma taxa de atratividade de 15% ao ano, determinar o pacote orçamentário a ser selecionado usando o método do valor presente líquido.

Solução algébrica

Solução pela HP-12C



2) Duas alternativas são consideradas para uma construção. Compare os valores presentes dos custos para uma utilização durante 36 meses a uma taxa de 5% de juros ao mês.

	<u>Construção X</u>	<u>Construção Y</u>
Custo inicial	4.500	10.000
Vida estimada	18 meses	36 meses
Valor residual	-	1.800
Gastos anuais	1.000	720

Solução algébrica

Solução pela HP-12C

Observação:

Quando as alternativas analisadas pela técnica do VPL ultrapassarem um número superior à vida humana (90, 100 anos), então diz-se que a alternativa tende ao infinito.

Assim, o cálculo do VPL se reduz a dividir o valor datado no futuro pela taxa de juros.

Ex.: certo valor datado no 98º ano será levado ao VP da seguinte forma:

$$VP = \frac{\text{valor no 98º ano}}{\text{taxa de juros}}$$

Este procedimento vem sendo eliminado com o avanço das calculadoras, como as HP.

## A Técnica da Taxa Interna de Retorno

A Taxa Interna de Retorno (TIR) é uma taxa de juros que permite igualar o valor presente dos desembolsos em um projeto de investimento com o valor presente dos recebimentos.

Podemos simplificá-la em uma fórmula geral como:

$$\left[ \begin{array}{c} \text{VP dos Retornos} \\ \text{à taxa } i \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c} \text{VP dos Gastos} \\ \text{à taxa } i \end{array} \right]$$

ou ainda,

$$\sum \left[ \frac{\text{Retornos}}{(1+i)^n} \right] - \sum \left[ \frac{\text{Gastos}}{(1+i)^n} \right] = 0$$

onde  $i$  é a Taxa Interna de Retorno procurada.

Obs.: a solução algébrica é trabalhosa, sendo necessário, às vezes, trabalhar por "tentativa" e "erro" ou com interpolações.

A HP-12C já traz programada a forma de cálculo do TIR.

Vejamos exemplos e exercícios.

Exemplo:

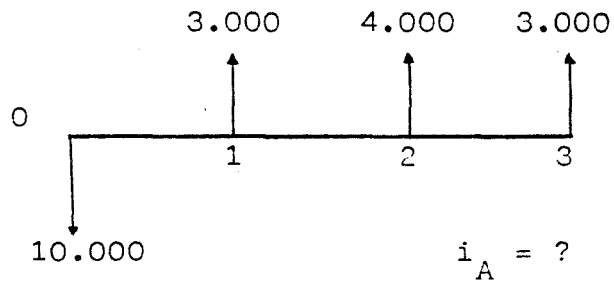
Dois projetos de investimento, A e B, apresentam a seguinte configuração:

	<u>Projeto A</u>	<u>Projeto B</u>
Investimento	10.000	10.000
Retornos	1º ano	4.000
	2º ano	4.000
	3º ano	4.000

As expressões algébrica e gráfica para o cálculo das taxas de retorno são as seguintes:

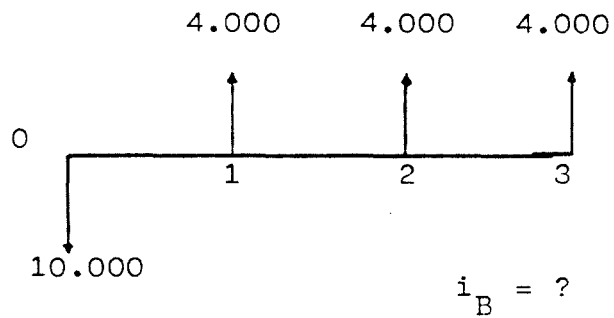
Projeto A

$$\frac{6.000}{(1+i_A)^3} + \frac{4.000}{(1+i_A)^2} + \frac{3.000}{(1+i_A)^1} - 10.000 = 0$$



Projeto B

$$\frac{4.000}{(1+i_B)^3} + \frac{4.000}{(1+i_B)^2} + \frac{4.000}{(1+i_B)^1} - 10.000 = 0$$



$i_A$  e  $i_B$  são as taxas internas de retorno de cada projeto

Observe que o projeto B também poderia ser calculado da seguinte forma (sempre com  $i_B$  como incógnita):

$$4.000 \left[ \frac{(1+i_B)^3 - 1}{(1+i_B)^3 \cdot i_B} \right] - 10.000 = 0$$

O cálculo algébrico se faz com a ajuda de interpolação linear ou da aplicação de geometria, sendo fácil encontrar a solução, apesar de trabalhosa.

Usando o módulo financeiro da HP-12C, encontramos:

$$i_A = 12,71\% \quad e \quad i_B = 9,70\%$$

Portanto: o projeto A é preferido ao projeto B.

### Exercícios

- 1) Uma empresa vende peças a crédito a \$ 3.500,00 a unidade, sendo \$ 800,00 de entrada e o restante pago em 4 prestações mensais de \$ 800,00. Uma outra empresa oferece a mesma peça por \$ 3.750,00 à vista. Sabendo-se que a compra à prestação implica um gasto de mais de \$ 50,00 de despesas de contrato e que a primeira empresa só vende a crédito, qual das duas alternativas você prefere?

- 2) A S/A Indústria e Comércio recebe \$ 8.750,00 como resultado da emissão de \$ 10.000.000,00 em debêntures resgatáveis em 30 anos. Se as despesas anuais de administração forem de \$ 25.000,00, qual a taxa de juros que exprime o custo verdadeiro do dinheiro emprestado? (os juros são pagos anualmente)

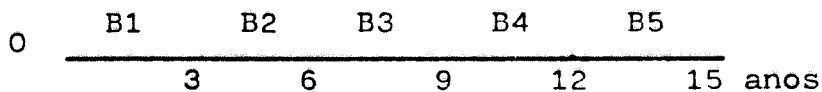
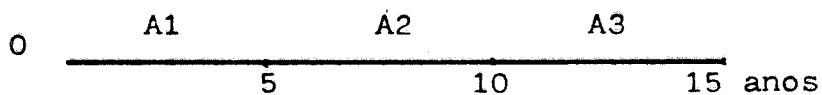
### Atenção

Quando nos deparamos com alternativas de investimentos que a apresentam vida útil diferente entre si, a comparação tem que se fazer através de uma composição do mínimo múltiplo comum dos prazos de vida.

Exemplo: Projeto A com duração de 5 anos.

Projeto B com duração de 3 anos.

A comparação entre ambos se dará assim:



Repetem-se os projetos até que se iguale a vida útil ao MMC.

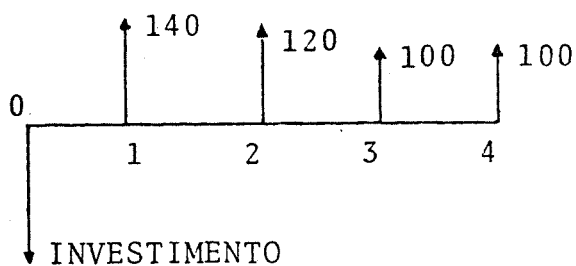
### TIR X VPL

É comum pretendermos empregar mais de um método para reforçar a decisão na escolha de alternativas de investimentos. Vejamos um exemplo onde usaremos a TIR e o VPL simultaneamente (nada impede que se usem os outros métodos em conjunto, mas devemos ser cautelosos).

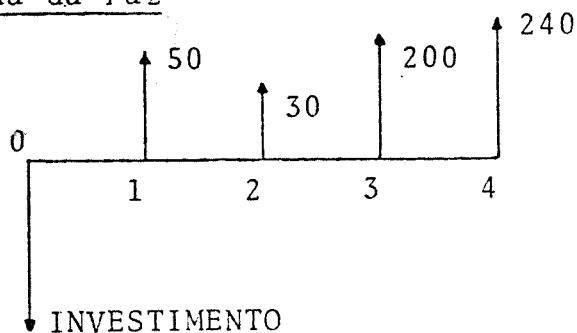
COMPANHIA APROVEX

A Companhia Aprovex está "pensando" em investir US\$ 200 milhões em um projeto imobiliário e dispõe de duas alternativas mutuamente exclusivas que oferecem os seguintes fluxos de retorno, ao longo de 4 anos (em milhões de US\$):

Projeto "Residencial Alegria"



Projeto "Morada da Paz"



A) Calcule o Valor Presente Líquido (utilizando  $i = 10\%$  ao ano) e a Taxa Interna de Retorno dos dois projetos de investimento e preencha a tabela abaixo:

	P R O J E T O S	
	Resid. Alegria	Morada da Paz
Valor Presente Líquido $i = 10\% \text{ a.a.}$		
Taxa Interna de Retorno		



B) Assinale em qual projeto deve a Cia. Arovex investir e justifique a sua resposta no espaço reservado (máximo: 5 linhas):

Residencial Alegria ( )

Morada da Paz ( )

Justificativa: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

C) Utilizando o plano cartesiano abaixo, trace as curvas representativas dos dois projetos relacionando o Valor Presente Líquido e a Taxa Interna de Retorno:

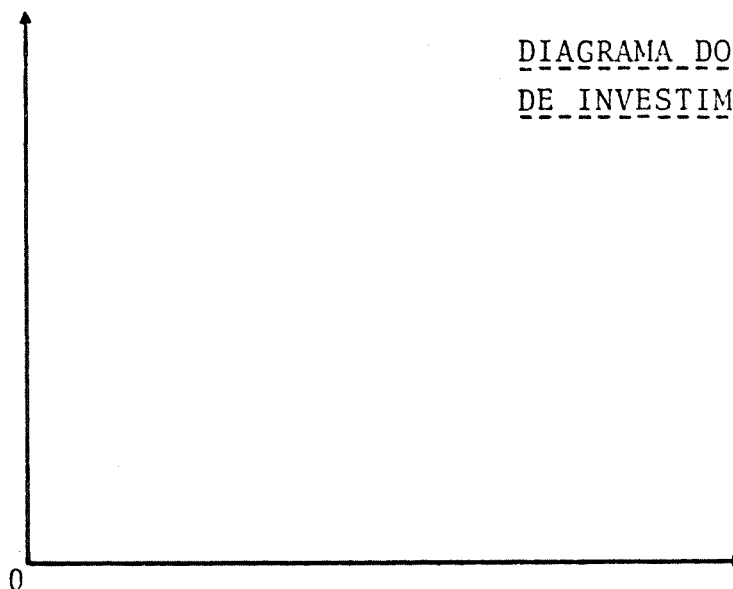


DIAGRAMA DOS PROJETOS DE INVESTIMENTO

D) Interprete o diagrama acima comentando o significado dos segmentos situados à direita e à esquerda da taxa de retorno comum aos dois projetos (Máximo: 5 linhas): \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Exercícios Extras1) CIA. AMERICAN THOUGHTS

Phantasy é um país do Terceiro Mundo que, não obstante apresentar os problemas comuns do subdesenvolvimento, como inflação, dívida externa, etc..., vem atraindo o interesse de empresas multinacionais que desejam fazer investimentos produtivos de longo prazo.

A Cia American Thoughts é uma dessas empresas e dispõe de US\$ 18 milhões para investir, sendo que sua primeira opção é aplicar em seu próprio país de origem onde obterá um retorno de 5,31% ao ano (ou, em termos monetários, um retorno líquido de US\$ 6,32 milhões) para um investimento com duração de 5 (cinco) anos. Sua outra opção é aplicar em Phantasy, onde há dois projetos, A e B, que lhe parecem interessantes.

Você, como habitante nativo de Phantasy, foi contratado como consultor e deverá ajudar a empresa a decidir onde fazer o seu investimento. Para tanto, utilizará o quadro abaixo e responderá às questões formuladas, dando a justificativa no espaço reservado.

TABELA 1  
INVESTIMENTOS INTERNACIONAIS EM "PHANTASY"  
PRAZO: 5 ANOS

PROJETOS	TAXA DE RETORNO REAL (% AO ANO)	VALOR PRESENTE LÍQUIDO NOMINAL (US\$ MILHÕES A 6% A.A.)
A	5,985	6,489
B	5,996	6,303

Obs.: Nesta situação, por hipótese, não existe inflação.

A) Considerando a realidade apresentada, onde você recomendaria que a American Thoughts investisse?

Justifique sua resposta indicando com detalhes os elementos que fundamentaram sua decisão.

RESPOSTA:

JUSTIFICATIVA: (MÁXIMO 10 LINHAS)

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

B) Vamos incluir, agora, um novo elemento na análise: os efeitos da inflação. A taxa média anual de inflação prevista para o período é de 1,21%. Recalcule as taxas de retorno real a partir da tabela 1 e complete a tabela 2 abaixo:

TABELA 2  
INVESTIMENTOS INTERNACIONAIS EM "PHANTASY"  
PRAZO: 5 ANOS

PROJETOS	TAXA DE RETORNO REAL (% AO ANO)	VALOR PRESENTE LÍQUIDO NOMINAL (US\$ MILHÕES A 6% A.A.)
A		6,489
B		6,303

Obs.: Não foram calculados os efeitos da inflação sobre o VPL nominal. Por isso, os valores são os mesmos da Tabela 1.

Após preencher a Tabela 2 e diante deste novo quadro, qual investimento seria recomendado à American Thoughts? Justifique sua resposta cuidadosamente.

RESPOSTA:

JUSTIFICATIVA: (MÁXIMO 10 LINHAS)

---

---

---

---

---

---

---

---

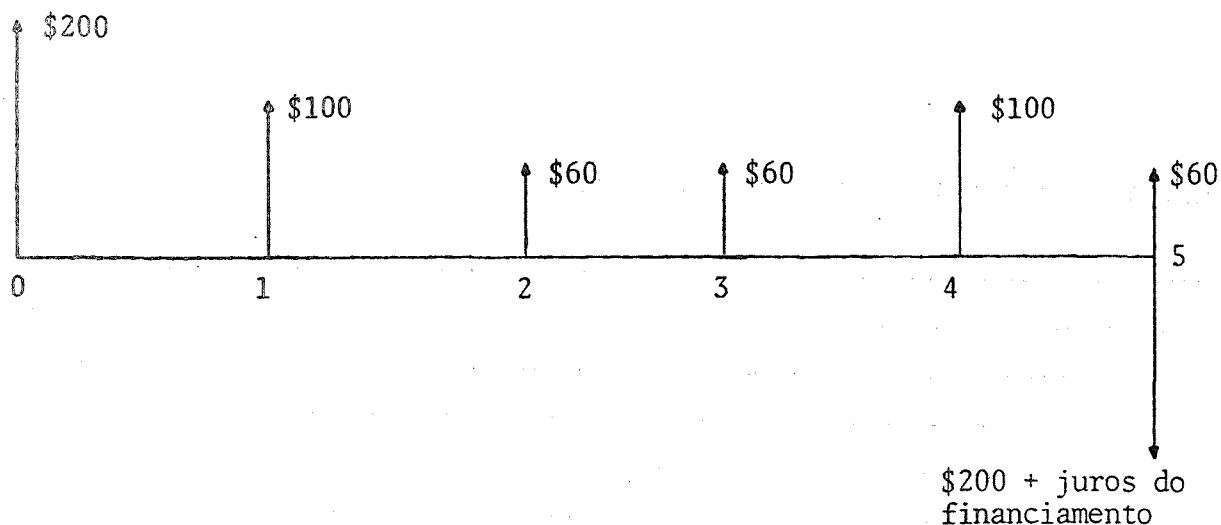
---

---

---

2) COMPANHIA PRODUTIVA

A Cia Produtiva tomou, junto a um banco oficial, a quantia de \$ 200 bilhões para investir em um projeto de plantação de mandiocas no Estado de Pernambuco. Durante 5 (cinco) anos obteve entradas líquidas de caixa e, no final do período, liquidou o empréstimo pagando juros de 12% ao ano à instituição financiadora mais o valor inicial do empréstimo. O fluxo de caixa esquematizado graficamente pelo Diretor Financeiro da empresa foi o seguinte:

FLUXO DE CAIXA INTEGRADO "FINANCIAMENTO E INVESTIMENTO"Convenções

1) Valores em bilhões de unidades monetárias

2) ↑ Entradas de caixa

3) ↓ Saídas de caixa

A) SITUAÇÃO INICIAL

Imaginando a completa ausência de inflação, calcule a taxa interna de retorno do projeto da Cia Produtiva e faça uma análise do seu significado no espaço reservado abaixo.

Sugestão: Analise distintamente as decisões de financiamento e de investimento.

RESPOSTA:

ANÁLISE: (MÁXIMO 10 LINHAS)

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

B) SEGUNDA SITUAÇÃO

Considerando agora uma situação inflacionária, analise o que ocorre com o projeto em termos reais de retorno, considerando que as taxas de inflação no período foram:

- 1º ano: 9,81%
- 2º ano: 13,30%
- 3º ano: 18,89%
- 4º ano: 12,20%
- 5º ano: 15,10%

RESPOSTA: (DEMONSTRE OS CÁLCULOS)

ANÁLISE: (MÁXIMO 10 LINHAS)

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

Você é o novo controller da Companhia Limitada, empresa do ramo turístico que se caracteriza por apresentar volumosas sobras de caixa que correm o risco de sofrer os efeitos da corrosão inflacionária. Como primeira tarefa, você deverá orientar os dirigentes da organização na aplicação de \$ 67.000.000,00, que se encontram disponíveis e sem fim específico.

Suas opções são:

a) aplicar 50% do valor em CDB nominal de 60 dias, com rendimento de 640% a.a., ao fim do que aplicará no Open por 28 dias, à taxa de 27% a.m. (suponhamos que as aplicações no Over e no Open impliquem em 40% de IR sobre os rendimentos).

Os outros 50% serão direcionados para outro banco, onde a aplicação será feita em Letras de Câmbio ao portador pós-fixada, rendendo 19,5% ao mês mais a variação das LBC que deverá acompanhar a inflação neste período de 88 dias (a inflação prevista por um importante órgão do governo é de 45% no período).

b) comprar dólares no câmbio negro, sabendo-se que somente é possível adquirir 1.500 dólares com segurança em um cambista, ao preço de \$ 27,00 por 1. O restante do dinheiro seria aplicado em RDB nominal, à taxa de 680%, pelo prazo de 88 dias.

Quanto ao rendimento do dólar, sabe-se que renderá a inflação brasileira mais a inflação americana, prevista em 0,3% ao mês, mais um ágio de 200 dólares a ser pago pelo cambista na data do resgate (88 dias). Usar a inflação do item anterior.

c) comprar um lindo apartamento no Guarujá, gastando 30% do total disponível, esperando vendê-lo com um ágio de 80% no período. O restante do dinheiro seria aplicado em "overnight" durante 88 dias, a uma taxa de 28% ao mês (vide detalhes do IR no item 1).

Você deverá se preocupar em montar corretamente os fluxos de dinheiro (diagrama de datas), assinalando as entradas e saídas e os fluxos líquidos correspondentes a cada opção. Depois, convém mostrar como o problema seria resolvido algebricamente, se possível, escrevendo a sequência de teclas da HP para a resolução eletrônica.



Retorno sobre o Investimento Adicional

Esta é uma outra forma de aplicar a taxa de retorno nas decisões de alternativas.

Se tivermos mais que uma alternativa, uma delas pode exigir a aplicação de uma parcela adicional de recursos . Neste caso, estuda-se a taxa de retorno desta parcela adicional, como fazemos no exemplo seguinte:

Vamos comprar uma calculadora e temos duas alternativas:

. Calculadora I

Custo inicial de 3.000 e valor residual nulo após 4 anos de uso.

Custos anuais de operação:

- tempo do operador: 400
  - energia ..... : 280
  - manutenção ..... : 300
- 
- 980

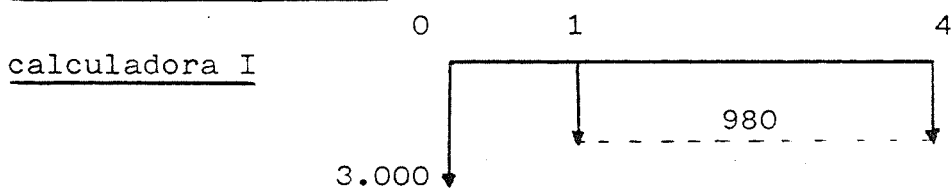
. Calculadora II

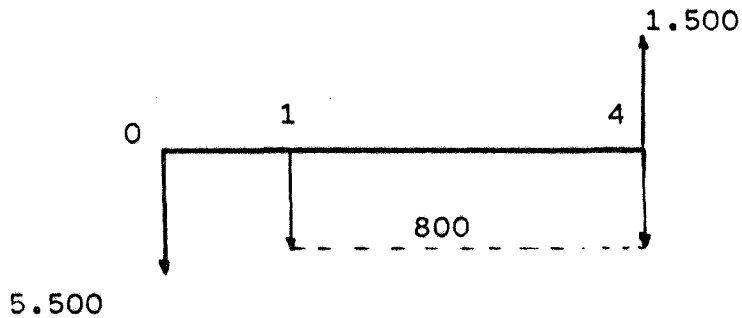
Custo inicial de 5.500 e valor residual de 1.500 após 4 anos de uso.

Custos anuais de operação:

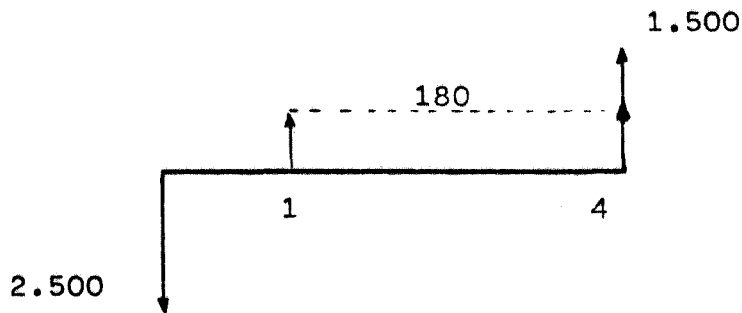
- tempo de operador: 400
  - energia ..... : 300
  - manutenção ..... : 100
- 
- 800

Graficamente, temos:



calculadora II

Considera-se a diferença adicional entre uma máquina e outra. Por exemplo, na compra vamos gastar 2.500 a mais entre uma e outra; os custos anuais representam uma redução de 180, enquanto teremos um valor residual de 1.500. Logo, o novo fluxo será:



Calculando com a HP-12C, temos uma taxa interna de retorno de -3,31%. Ou seja, entre a calculadora I e a calculadora II, há um acréscimo de dispêndios que, em termos quantitativos, pode mostrar não ser viável a decisão de comprar a segunda máquina.

Obs: Os métodos de Engenharia Econômica examinados aplicam-se também a decisões perante alternativas múltiplas.

Os procedimentos são semelhantes aos vistos em nosso curso, bastando-se construir adequadamente os fluxos, sempre sob uma perspectiva gráfica.

Há, entretanto, que se observar se os casos são de alternativas mutuamente exclusivas técnica e financeiramente e se não há restrição de capital para empreender cada projeto.

### Substituição de Equipamentos

Na administração, além da análise de alternativas de investimentos, há frequentemente a necessidade de se tomar decisões no tocante à substituição ou compra de novos equipamentos.

As técnicas de matemática financeira e os métodos de Engenharia Econômica são largamente utilizadas neste processo de decisão, o qual se embasa ainda nas seguintes razões:

- 1º) um equipamento só é substituído quando existe alternativa tecnicamente melhor;
- 2º) ou quando o existente se tornou obsoleto;
- 3º) ou ainda se se tornou inadequado ao processo a que vinha sendo destinado;
- 4º) a substituição também ocorre devido à obsolescência funcional (o produto fabricado não é mais demandado);
- 5º) há, por fim, a possibilidade de arrendamento ou "leasing" de novo equipamento, mais barato que o existente.

Os tipos de problemas geralmente são:

- 1) Problema onde não há reposição do equipamento, porém deseja-se saber se vale a pena dar baixa do equipamento em uso.

Exemplo (Hummel e Taschner - adaptado)

Um equipamento em uso já há 3 anos pode ser vendido hoje por \$1.000,00 ou, alternativamente, continuar sendo usado por mais dois anos.

	<u>Retorno previsto</u>	<u>Custos oper.</u>	<u>Valor res.</u> <u>fim ano</u>
4º ano	1.500,00	1.100,00	200,00
5º ano	1.000,00	700,00	

Usando o método do Valor Presente Líquido, podemos verificar se é preferível vender o equipamento já, daqui a um ano ou daqui a dois anos.

Obs.: tente montar o problema e conclua você mesmo.

2) Problema onde há reposição do equipamento antigo por equipamento idêntico.

Exemplo (Hummel e Taschner)

Compra de um grupo de novas máquinas de tecelagem em substituição a antigas. A decisão implica saber quando devemos vendê-las, considerando seu custo inicial, os custos operacionais e o valor de venda no mercado ao final de cada ano (valor residual).

<u>Ano</u>	<u>custo de aquisição</u>	<u>custos operacionais</u>	<u>valor merc. fim ano</u>
0	3.000	-	-
1	-	10	2.000
2	-	20	1.800
3	-	30	1.600

Deve-se montar o problema graficamente, estudando-se a possibilidade de vender máquinas no fim do 1º, do 2º ou do 3º ano (experimente).

- 3) Problema de substituição de equipamento usado por um equi  
pamento diferente.
  
- 4) Problema de substituição devido a mudanças nas exigências  
de serviço.
  
- 5) Considerações sobre a influência do Imposto de Renda pago  
pela empresa em relação aos custos de depreciação de equi  
pamentos.
  
- 6) Decisão entre alugar ("leasing") ou comprar o equipamento.

o . o . o . o

A P Ê N D I C E S

APÊNDICE A

RESUMO DAS FÓRMULAS UTILIZADAS NO CURSO

Juros Simples

$$VF = VP (1 + i.n)$$

Juros Compostos

$$VF = VP (1 + i)^n$$

Séries Uniformes - Capitalização

$$VF = P \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

Séries Uniformes - Amortização

$$VP = P \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \cdot i} \right]$$

Inflação e taxas de juros

$$i_n = i_r + I + i_r \cdot I$$



Custo Periódico Uniforme

$$\text{CPU} = \text{VP} \left[ \frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1} \right] + \left[ \text{custos operacionais} \right] - \text{VR} \left[ \frac{i}{(1+i)^n - 1} \right]$$

Valor Presente Líquido

$$\text{VPL} = (\text{VP dos Retornos}) - (\text{VP dos Gastos})$$

Taxa Interna de Retorno

$$\sum \left[ \frac{\text{Retornos}}{(1+i)^n} \right] - \sum \left[ \frac{\text{Gastos}}{(1+i)^n} \right] = 0$$

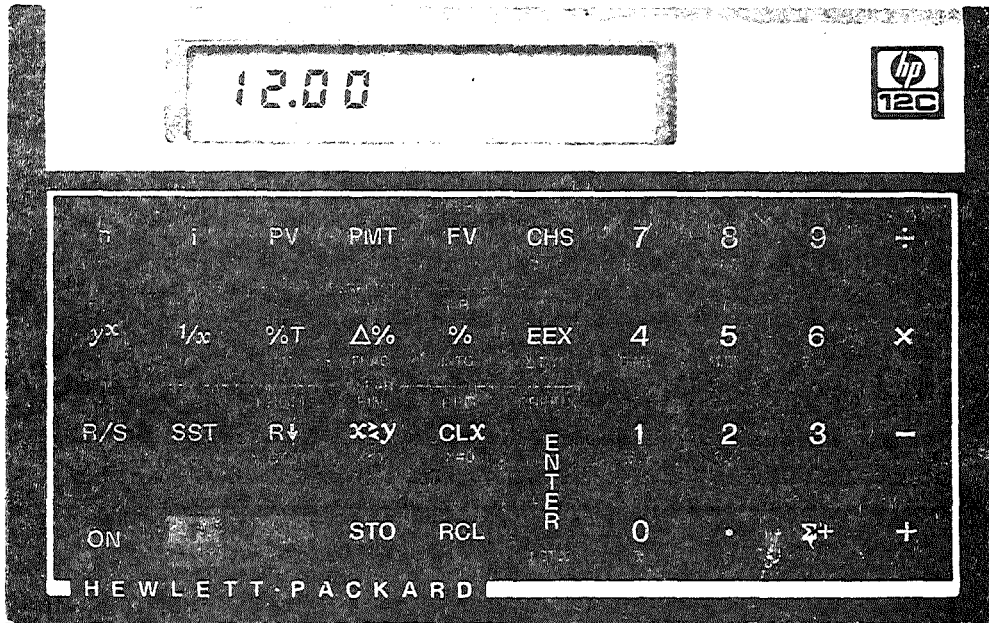
onde i é a taxa interna de retorno.

SUMÁRIO PARA UTILIZAÇÃO DA CALCULADORA HP-12C

Profº Solival Menezes

TECLADO

# HP-12C



1. TESTES OPERACIONAIS

TECLADO

Desligue a máquina e pressione a tecla **+**. Ligue a máquina ainda pressionando a tecla e depois solte-a. Irão aparecer alguns caracteres. Pressione todas as teclas, da esquerda para a direita, de cima para baixo, até a tecla **+**. Durante a sequência, os caracteres irão se modificando e, após a última tecla pressionada, aparecerá o número 12. Isso indica que o teclado está OK.

Obs.: A tecla **ENTER** deve ser pressionada duas vezes (na penúltima e na última fileira).

## FUNÇÕES

Com a máquina desligada, pressione a tecla **X**. Ligue a máquina e solte a tecla indicada. No visor aparecerá piscando a inscrição "running", finalizando com uma sequência de números 8 e com as principais funções. Significa que todas as funções estão OK.

### 2. DIMENSÕES BRANCA, DOURADA E AZUL

O teclado da HP-12C pode desempenhar até 3 funções, indicadas pelas cores branca, dourada e azul. Ligando a máquina, o acesso às funções brancas é automático. Caso se deseje usar uma função azul (exemplos: BEG, END, FRAC), deve-se, antes, pressionar a tecla **g** de cor azul. Do mesmo modo, qualquer função indicada em dourado (exemplos: clear, depreciation) deve ter seu uso precedido da tecla **f** de cor dourada.

### 3. LIMPEZA GERAL

Para limpar todos os registradores, programas, memória, etc, deve-se pressionar a tecla **-** com a máquina desligada, soltando-a após ligar o equipamento. Aparecerá a inscrição PR ERROR, indicando que a máquina está absolutamente limpa.

### 4. PONTO OU VÍRGULA

A HP-12C está programada para usar a notação americana, colocando o ponto no lugar da vírgula e vice-versa. Para passar para a notação utilizada no Brasil, aperte a tecla **.** (ponto). Com a máquina desligada. Ligue a máquina e pronto.

### 5. CASAS APÓS A VÍRGULA

Para definir o número de casas após a vírgula, basta apertar , com a máquina ligada, a tecla **f** e, em seguida, o número desejado. Ex.: **f** 4 (aparecerá 4 dígitos após a vírgula).

### 6. MUDANÇA DE SINAL

A tecla branca **CHS** é utilizada para mudança de sinal (change sign), bastando pressioná-la após o número desejado.

## 7. PILHAS OPERACIONAIS/LÓGICA POLONESA

A HP-12C utiliza a lógica polonesa RPN (Reverse Polish Notation) ao invés da lógica comum das demais calculadoras. Uma calculadora comum soma 2  $+$  3  $=$  5. A HP-12C soma assim 2  $\boxed{\text{ENTER}}$  3  $+$  aparecendo 5 no visor.

A tecla  $\boxed{\text{ENTER}}$ , além de separar os dígitos significa que se está iniciando uma sequência contínua de cálculo.

A lógica polonesa funciona através de um conjunto de pilhas operacionais acumuladoras, conhecidas por X, Y, Z e T. A pilha X corresponde ao visor e as demais são ocultas, como se fossem "caixinhas" ou "arquivo" para acumular dados.

### PILHAS OPERACIONAIS

Ocultas	}	T
		Z
		Y
Visor		X

Ao pressionar 2, o número 2 fica registrado na pilha X (ou registrador X). Após pressionar  $\boxed{\text{ENTER}}$  o número 2 fica registrado também na pilha Y.

Ao pressionar 3, este número aparece no visor significando que está no registrador ou pilha X (enquanto isso o número 2 continua no Y desaparecendo do X).

Quando apertamos a tecla  $+$ , o número 2 "desce" da pilha Y e soma-se ao 3 na pilha X, aparecendo o número 5 no visor.

O número 2 após esta operação continua na pilha Y. Se inserirmos outros números, ele vai subindo até chegar no registrador T quando então se perde e não pode ser recuperado.  
(siga o exemplo com o professor)

## 8. TECLA $\boxed{\text{R}\downarrow}$ "ROLL DOWN"

Esta tecla permite ler o conteúdo das pilhas operacionais, fazendo também descer para a pilha X o número desejado. Experimente, após o exemplo acima, pressionar seguidamente esta tecla e observe o que acontece.

## 9. TROCA DE X COM Y

A tecla  $\boxed{\text{X}\leftrightarrow\text{Y}}$  permite trocar os conteúdos das pilhas X e Y, fazendo o número que está em X ir para o registrador Y e vice-versa. Experimente.

10. CÁLCULOS

Os cálculos na HP-12C devem ser executados tendo sempre em mente as pilhas operacionais e tomando-se o cuidado de não deixar escapar os valores da pilha T.

Exemplo:

$$\frac{(0,95 + 4,50) \times 5}{3,20 - 5,40 \times 9}$$

T								0,95	0,95	27,25
Z				0,95		0,95		0,95	27,25	9
Y			0,95	0,95	0,95	5,45	0,95	27,25	9	9
X		0,95	0,95	4,50	5,45	5	27,25	9	9	5,40
	0,95	ENTER	4,50	+	5	x	9	ENTER	5,40	x

(cont.) →

27,25	27,25	27,25	27,25	27,25	9	9
27,25	27,25	9	27,25	9	-45,40	9
9	9	-48,60	9	-45,40	-0,022	-45,40
48,60	-48,60	3,20	-45,40	-0,022	27,25	-0,6002
CHS	3,20	+	1/x	27,25	x	

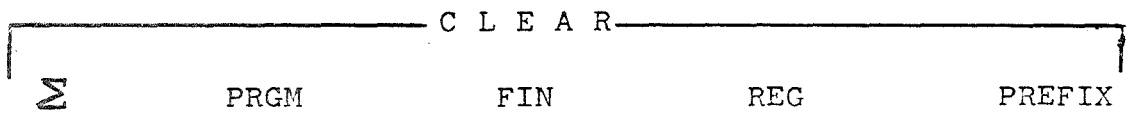
Há outras formas de se fazer o mesmo cálculo.

11. LIMPEZA DO VISOR

A limpeza do visor é feita pela tecla branca CLx (Clear X). Ela não movimentam as demais pilhas, apenas coloca zero no visor.

12. LIMPEZA EM GERAL

Podemos notar que a HP-12C traz a seguinte expressão em dourado:



"Clear" significa limpar, de modo que todas as vezes que estivermos usando uma das funções acima podemos efetuar a limpeza dos registradores respectivos sem alterar outros dados na máquina, localizados em outras memórias.

Limpeza das Funções Estatísticas

Quando desejarmos limpar os registradores estatísticos, basta executarmos **f** **Σ**

Limpeza do módulo de programação

Quando estivermos interessados em limpar programas (estando a máquina no módulo de programação), basta digitarmos **f** **PRGM**

Limpeza do Módulo Financeiro

Operando com as teclas financeiras e desejando limpá-las (o que é obrigatório quando se passa de um cálculo para outro, sob pena de misturar dados), devemos executar **f** **FIN**

Limpeza dos Registradores em Geral

Pressionando **f** **REG** estaremos limpando todos os registradores, inclusive estatísticos, financeiros e memória, com exceção do módulo de programação.

Obs.: quando desejarmos limpar tudo, devemos proceder conforme o item 3 desta apostila.

Prefix

Esta tecla é utilizada quando desejamos conhecer todas as decimais após a vírgula até a última casa no visor. Para tanto, apertamos **f** **Prefix** e, momentaneamente, todas as casas ficam aparentes, apagando-se em seguida.

13. ERROS

Todas as vezes que cometermos algum tipo de erro, aparecerá a mensagem ERROR no visor da HP-12C. Alguns erros, como os cometidos em operações financeiras, merecem explicações, ocasião em que a mensagem ERROR aparecerá especificada por um número. Para conhecê-lo, basta procurar no apêndice C (condições de Erro) do Manual da HP-12C.

#### 14. ÚLTIMO X

Se apertarmos as teclas  $\boxed{g}$   $\boxed{LSTx}$ , o valor que foi utilizado na pilha X, antes da última operação, aparecerá no visor, podendo ser utilizado em novo cálculo.

Exemplo: 5  $\boxed{ENTER}$  2  $\boxed{+}$  7  
 $\boxed{g}$   $\boxed{LSTx}$  o número 2 volta a aparecer no visor.

#### 15. EXPONENCIAL

Quando estivermos trabalhando com números de elevado número de casas (muito grandes ou muito pequenos), podemos recorrer ao exponencial de 10 através da tecla  $\boxed{EEX}$

Exemplo: 15,56 bilhões  
seria escrito 15.560.000.000  
isto é o mesmo que  $15,56 \times 10^9$   
logo, colocamos 15,56  $\boxed{EEX}$  9

Quando o número da base for negativo, basta apertarmos  $\boxed{CHS}$  antes de  $\boxed{EEX}$ . Se o expoente for negativo, apertamos  $\boxed{CHS}$  após a inserção.

#### 16. FUNÇÕES PERCENTAGENS

Há 3 formas de se utilizar de percentagens na HP-12C.

##### Cálculo Regular

Se desejarmos calcular 10% de 20.000, basta colocarmos

20.000  $\boxed{ENTER}$  10  $\boxed{\%}$  2.000

Para acrescentar ou diminuir o resultado do número original, basta apertar, respectivamente, as teclas  $\boxed{+}$  ou  $\boxed{-}$  após o cálculo.

##### Variação percentual

Um número variou de 13,50 para 18,00 e desejamos saber qual foi o aumento percentual. Basta colocarmos:

13,50  $\boxed{ENTER}$  18,00  $\boxed{\Delta\%}$  33,33%

Porcentagem do Total

Se temos um total (por exemplo 5.000) e desejamos saber quanto um número menor representa em porcentagem do total basta fazer mos:

5.000  $\boxed{\text{ENTER}}$  100  $\boxed{\%T}$  2%  
 $\boxed{\text{CLX}}$  1.200  $\boxed{\%T}$  24% e assim por diante.

17. FUNÇÕES MATEMÁTICAS

A HP-12C traz as funções matemáticas elementares mais utilizadas, tais como:

Raiz quadrada  $\boxed{\sqrt{x}}$  (em azul)  
 Exponencial neperiano  $\boxed{e^x}$  (em azul)  
 Exponencial comum  $\boxed{y^x}$  (em azul)  
 Inverso de um número  $\boxed{1/x}$  (em branco)  
 Raiz maior que 2 (associando as teclas  $\boxed{1/x}$  e  $\boxed{y^x}$ )  
 Fatorial  $\boxed{n!}$  (em azul)  
 Logaritmo neperiano  $\boxed{\text{LN}}$  (em azul)

Exemplos:

$\sqrt{90}$	$\Rightarrow$	90	$\boxed{g}$	$\boxed{\sqrt{x}}$	9,49
$e^5$	$\Rightarrow$	5	$\boxed{g}$	$\boxed{e^x}$	148,41
$8^4$	$\Rightarrow$	8	$\boxed{\text{ENTER}}$	4 $\boxed{y^x}$	4.096
$1/5$	$\Rightarrow$	5	$\boxed{1/x}$		0,20
$\sqrt[5]{8}$	$\Rightarrow$	8	$\boxed{\text{ENTER}}$	5 $\boxed{1/x}$ $\boxed{y^x}$	1,52
$4!$	$\Rightarrow$	4	$\boxed{g}$	$\boxed{n!}$	24
$\text{LN } 5$	$\Rightarrow$	5	$\boxed{g}$	$\boxed{\text{LN}}$	1,6

Obs.: Se desejarmos calcular o logaritmo comum (de base 10), basta calcularmos o logaritmo natural ou neperiano (de base e) e fazermos:

10  $\boxed{g}$   $\boxed{\text{LN}}$   $\boxed{\div}$



18. FUNÇÕES ESTATÍSTICAS

A HP-12C possibilita o uso de somatória de dados (negativos e positivos) através da qual pode-se calcular a média  $\bar{x}$ , o desvio padrão da amostra  $s$  e a estimação por mínimos quadrados.

Exemplos:

Vendas	100	200	500	600	300	400
Mês	1	2	3	4	5	6

Se desejarmos calcular o volume médio de vendas, basta inserirmos os valores de vendas na tecla  $\Sigma$ . Depois, é só apertar  $\bar{x}$ . Para o desvio padrão, basta apertar  $g$   $s$ .

Se o objetivo é estimar uma função que relacione vendas e o período do ano, o procedimento é saber qual é a variável dependente e qual a variável independente. No caso, vendas é função de tempo. A introdução dos dados se faz assim:

100	$\text{ENTER}$	
1	$\Sigma+$	
200	$\text{ENTER}$	
2	$\Sigma+$	etc., até o último par.

Se houver erros, basta eliminá-los através da tecla  $\Sigma-$  (vide exemplo do professor).

A reta estimada será do tipo  $Y = f(x)$  ou  $Y = ax + b$ , onde  $a$  é o coeficiente angular e  $b$  o coeficiente linear.

- pressionando o  $g$   $\hat{Y},r$  obteremos o coeficiente linear  $b = 160$ .
- trocando X por Y  $\text{X} \rightleftharpoons \text{Y}$  descobrimos o valor do coeficiente de correlação  $r = 0,5429 = 54\%$  (correlação não muito boa).
- fazendo 1  $g$   $\hat{Y},r$  160  $-$  obtemos o valor de  $a = 54,28$ , logo, a função é  $Y = 54,28 + 160$

A previsão de vendas para o mês 7 será:

7	$g$	$\hat{Y},r$	540
---	-----	-------------	-----

Se quisermos saber em que mês as vendas poderão atingir 1.000 basta fazermos:

1.000	$g$	$\hat{x},r$	15,47	(aproximadamente no mês 15 daquela série).
-------	-----	-------------	-------	--

Os valores médios de X e Y são dados por:

$\boxed{g} \boxed{\bar{x}}$  3,50

$\boxed{X \sum Y}$  350

A média ponderada das vendas tendo como peso os meses é:

$\boxed{g} \boxed{xw}$  395,23

### 19. FUNÇÕES CALENDÁRIO

Podemos usar as datas na forma americana (mês, dia, ano), através da tecla  $\boxed{M.DY}$ , ou na forma brasileira (dia, mês, ano), através da tecla  $\boxed{D.MY}$ . Para uma ou outra, basta pressioná-la precedida da tecla  $\boxed{g}$ .

#### Tempo decorrido

João nasceu em 06/nov/1963 e deseja saber quantos dias se passaram até o dia 28/dez/1987.

Se estiver usando o formato  $\boxed{D.MY}$  (brasileira), aparecerá no visor esta inscrição.

Assim, pressionará 06.111963  $\boxed{ENTER}$   
28.121987  $\boxed{g} \boxed{\Delta DYS}$  = 8.818 dias

#### Data esperada

Um título de 183 dias foi comprado em 30/06/1987. Em que dia será feito o resgate?

30.061987  $\boxed{ENTER}$   
183  $\boxed{g} \boxed{DATE}$  = 30/12/1987 (quarta-feira)

O número que aparece no canto do visor indica o dia da semana:

- 1 = segunda,
- 2 = terça, etc...

### 20. MEMÓRIAS

A HP-12C oferece 20 registradores de memória.

Ao executarmos  $\boxed{g} \boxed{MEM}$  (segurando a tecla), vemos quantas memórias estão disponíveis (P-08 indica até 8 linhas de programação e r-20 até 20 memórias contínuas).



Para guardar um número (algarismo, telefone, etc.) devemos entrar com o número e pressionar a tecla **STO** (store) seguida do número 0 até 9 ou seguida de .0 até .9 (ponto zero até ponto nove).

Exemplo: desejo guardar o número 2532  
faço 2532 **STO** 5  
(o número será guardado no registrador 5)

As memórias 0, 1, 2, 3 e 4 permitem operações acumulativas.

Exemplo: meu saldo bancário vem sendo guardado no registrador 2, onde tenho o número 26.321,45. Desejo expressar a saída de um cheque de \$ 500,00.

Faço:

\$ 500,00 **STO** 2 -

automaticamente fica registrado o saldo de \$ 25.821,45.

## 21. ARREDONDAMENTO, FRAÇÃO E PARTE INTEIRA

### Arredondamento

Quando tenho um número fracionário e desejo arredondamento, uso

**f** **RND** (arredondamento)

Exemplo: 1,235432 Faço: f2 1,24  
fRND 1,24  
f5 1,24000

### Parte fracionária

Se tenho um número e desejo apenas a parte fracionária, executo **g** **FRAC**. Exemplo: 63,25 **g** **FRAC** 0,25

Parte inteira exemplo: 63,25 **g** **INTG** 63,00

## 22. DEPRECIÇÃO

A HP-12C permite executar funções de depreciação.

### Depreciação por linha reta

Veículo no valor de \$ 20.000,00, vida útil de 5 anos (60 meses)

20.000	$\boxed{PV}$	
60	$\boxed{n}$	(nº de meses)
1 f $\boxed{SL}$		333,33 (valor da depreciação no 1º mês)
$\boxed{XZY}$		19.666,67 (quanto resta p/ depreciar)

### Depreciação por soma dos dígitos

(mesmo exemplo)	20.000	$\boxed{PV}$	
	6.000	$\boxed{FV}$	(valor residual)
	5	$\boxed{n}$	(nº de anos)
	1 f $\boxed{SOYD}$		4.666,67 (deprec. 1º ano)
	$\boxed{XZY}$		9.333,33 (saldo a deprec)

### Declínio em dobro

(mesmo exemplo)	20.000	$\boxed{PV}$	
	6.000	$\boxed{FV}$	
	5	$\boxed{n}$	
	200	$\boxed{i}$	(armazena a percentagem da parcela linear)
	1 f $\boxed{DB}$		8.000 (depreciação no 1º ano)
	$\boxed{XZY}$		6.000 (saldo a depreciar)

## 23. FUNÇÕES FINANCEIRAS

As funções financeiras da HP-12C serão devidamente exploradas ao longo do Curso de Matemática Financeira e Engenharia Econômica. São elas:

INT, 12X, 12+	(juros simples)
BOND (PRICE e YTM)	(serão apenas mencionadas)
AMORT	(amortização)
n	(nº de períodos)
i	(taxa de juros)
PV	(Valor Presente)
PMT	(prestação uniforme)
FV	(Valor Futuro)
NPV	(valor presente líquido)
IRR	(taxa interna de retorno)
CFj, NJ, CFo	(fluxo de caixa)
BEG	(prestação no início do mês)
END	(prestação no fim do mês)

Obs.: Serão desenvolvidas algumas noções de programação. Demais informações podem ser obtidas no Manual do Proprietário da HP-12C.

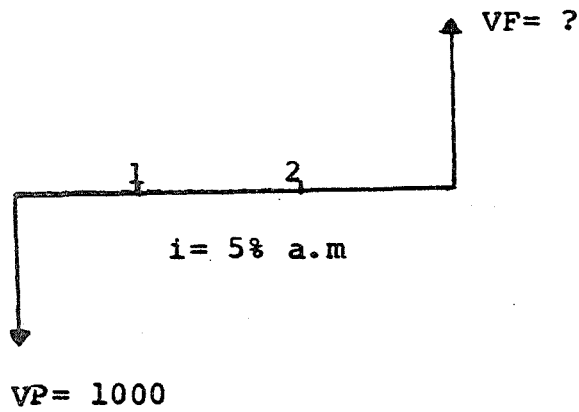
APÊNDICE C

GABARITO DOS EXERCÍCIOS

\* Os exercícios da apostila que não possuem resposta neste gabarito deverão ser solucionados em aula pelo professor.

Exercício JS 1

Resolução algébrica

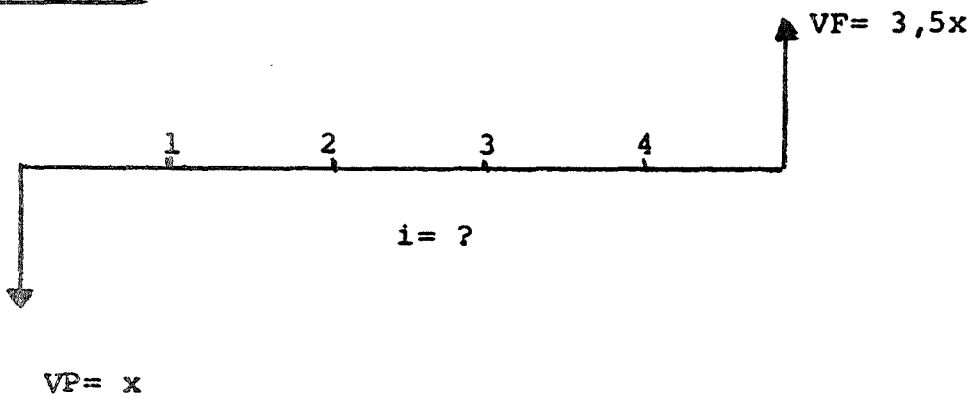


$VF = VP (1 + in)$

$VF = 1000 (1 + 0,05 \cdot 3) \rightarrow$

$VF = 1150$

Exercício JS 2



$VF = VP (1 + in)$

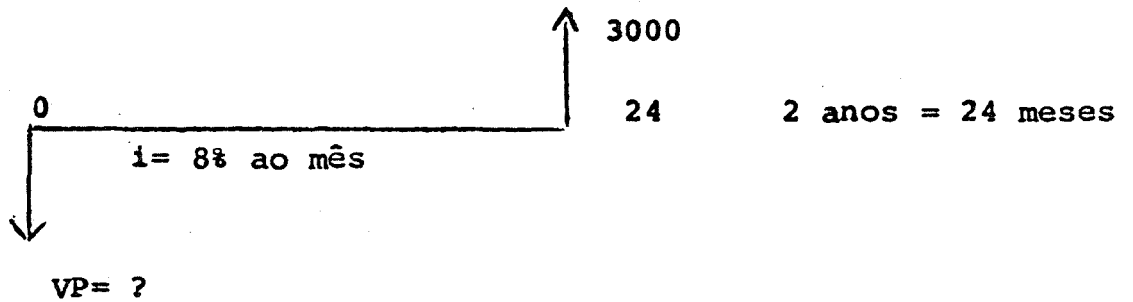
$3,5 x = x (1 + i \cdot 5) \rightarrow$

$\frac{3,5x}{x} = 1 + 5i \rightarrow 3,5 = 1 + 5i \rightarrow \frac{3,5 - 1}{5} = i \rightarrow$

$i = 0,5 \rightarrow$

$i = 50\% \text{ a.m.}$

Exercício JS 3



VP = ?

VF = 3000

i = 8% a.m.

n = 24 meses

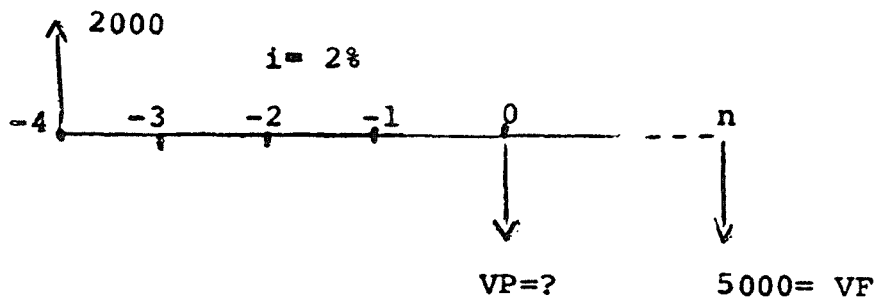
VF = VP (1 + i.n)

3000 = VP (1 + 0,08.24)

3000 = VP (2,92)

$\frac{3000}{2,92} = VP \rightarrow VP = 1027,40$

Exercício JS 4



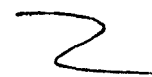
O primeiro passo é utilizar a formulação conhecida para descobrir o n.

O diagrama acima indica que, a partir de um valor de \$2000 há 4 meses, chega-se a um valor de \$5000 na data n. Portanto, podemos dizer que o valor inicial se transformará em \$5000 na data n + 4.

Lembrando que a fórmula para os juros simples é:

VF = VP (1 + i.n)

Vamos utilizá-la para calcular em quanto tempo (n) teremos \$5.000.

 segue

$$VF = VP (1 + i.n)$$

$$5000 = 2000 (1 + 0,02.(4 + n))$$

No lugar de n colocamos n + 4 ou 4 + n (a ordem não importa) e ficamos com uma única incôgnita: n

Logo:

$$\frac{5000}{2000} = 1 + 0,08 + 0,02n$$

$$2,50 = 1 + 0,08 + 0,02n$$

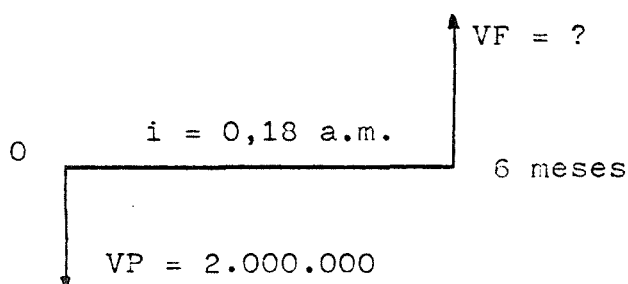
$$2,50 - 1 = 0,08 + 0,02n$$

$$1,50 - 0,08 = 0,02n$$

$$\frac{1,42}{0,02} = n \quad n = 71$$

Como  $n = 71$  e o nosso problema envolve  $n + 4$ , podemos concluir que o período total que vai dos \$2000 aos \$5000 é de 75 meses. Para comprovar basta partir dos \$2000, usando  $n = 75$  e  $i = 0,02$ , e chegar aos \$5000. Tente!

### Exercício JS 5



$$VF = 2.000.000 (1 + 0,18 \cdot 6)$$

$$VF = 4.160.000$$

$$\text{Valor dos juros} = VF - VP$$

$$\text{Valor dos juros} = 4.160.000 - 2.000.000$$

Valor dos juros = 2.160.000
-----------------------------



### Exercícios Extras

1. Juros é o valor pago pelo uso de valor emprestado.  
Em sentido estrito, ao se utilizar recursos (dinheiro) de uma pessoa ou instituição, deve-se pagar por isso uma certa quantia de recursos (dinheiro).  
Em sentido amplo, juros é o retorno obtido pelo investimento de certo volume de capital.

2. Taxa de juros é a razão entre o valor dos juros e o volume de capital empregado na transação durante um certo período de tempo (dia, semana, mês, ano, etc...).

Exemplo: Por um empréstimo de Cz\$ 100,00 paga-se Cz\$ 6,00 de juros em um mês.

A taxa de juros no caso é:  $\frac{6,00}{100,00} = 0,06$

Multiplicando por 100 (cem por cento), tem-se que a taxa de juros é 6% (seis por cento).

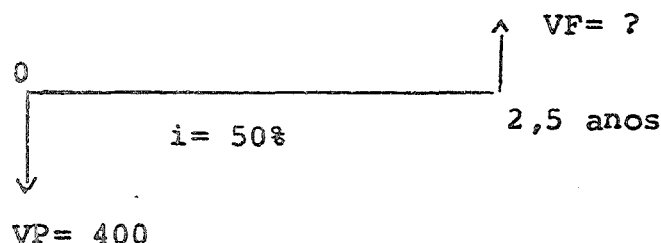
3. Taxa de juros de mercado é aquela escolhida como referência para as transações do nosso interesse ou aquela obtida por uma média de todas ou de algumas taxas de juros vigentes no mercado. Uma empresa do setor siderúrgico, por exemplo, vai se basear em uma taxa específica que diga respeito à sua atividade, ao passo que uma empresa construtora vai trabalhar com taxas referentes ao setor construtor. Por sua vez, um investidor individual terá como referência as taxas de juros dos CDB, RDB, Caderneta de Poupança, etc..., conforme seu interesse ou seu grau de visão sobre o mercado financeiro.

4. Há inúmeras definições de equivalência, porém, do ponto de vista financeiro, equivalência ocorre quando dois valores colocados em datas diferentes apresentam a mesma magnitude real (valor real), considerando sempre uma taxa de juros vigente no período entre eles. Para ilustrar, podemos recorrer ao seguinte exemplo: CZ\$ 1.000,00 hoje são equivalentes a Cz\$ 1.150,00 daqui a trinta dias, se a taxa de juros considerada como referência para a transação for de 15% ao mês.

Um outro modo de entender equivalência ocorre quando o investidor se depara com possibilidades diferentes de aplicar o seu dinheiro, todas elas oferecendo a mesma e exata rentabilidade (independentemente das séries diferentes ou não de pagamentos presentes e futuros). Neste caso, dizemos que há equivalência entre as alternativas. Como bem lembra um especialista em engenharia econômica (Grant, cap.3), a equivalência depende da taxa de juros usada. Séries equivalentes a uma certa taxa de juros poderão não ser equivalentes quando escolhida uma outra taxa como referência.

# Exercícios de Juros Compostos

## Exercício JC 1



### - Resolução algébrica

$$VF = VP (1 + i)^n \Rightarrow VF = 400 (1 + 0,50)^1 \Rightarrow \boxed{VF = 600}$$

### - Resolução pela tabela

VF = VP (fator de VP → VF) n = 2,5 anos i = 50%

VF = 400 (1,50) ⇒ VF = 600

*1 período*

### - Resolução pela HP-12c

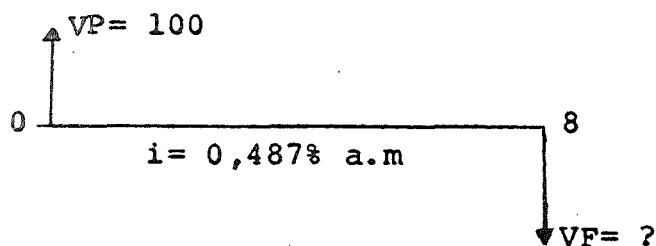
n = 1      i = 50      PV = 400      FV = ?      ⇒      FV = 600

## Exercício JC 2

- O primeiro passo é converter a taxa de juros anual para taxa de juros mensal, usando o processo estudado:

$$\sqrt[12]{1 + 0,06} - 1 = \text{taxa mensal}$$

taxa mensal = 0,00487 = 0,487% a.m.



### - Resolução algébrica

$$VF = VP (1 + i)^n$$
$$VF = 100 (1 + 0,00487)^8 \Rightarrow VF = 100 (1,0396306) \Rightarrow \boxed{VF = 103,96}$$

- Resolução pela tabela

Como não temos tabela de 0,487% a.m., calculamos o fator por: INTERPOLAÇÃO LINEAR.

0,487 -- x ?			
0,5% -- 1,051	$\frac{1 - 0,5}{1,083 - 1,051}$	$= \frac{0,5 - 0,487}{1,051 - x}$	$\Rightarrow x = 1,03963$
1% -- 1,083			

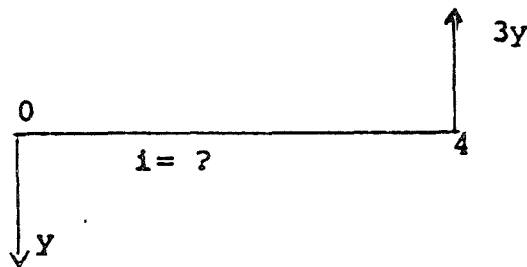
VF = VP (fator de VP → VF)  $\Rightarrow$  VF = 100 (1,03963)  $\Rightarrow$  VF = 103,96

- Resolução HP-12C

PV = 100    i = 0,487    n = 8    FV = ?    FV = 103,96

Exercício JC 3

- Taxa de juros mensal?



$$VF = VP (1 + i)^n$$

$$3y = y (1 + i)^4 \Rightarrow \frac{3y}{y} = (1 + i)^4 \Rightarrow 3 = (1 + i)^4$$

$$\Rightarrow 1,316074 = 1 + i \Rightarrow \boxed{i = 31,60\%}$$

tiramos a raiz 4ª de ambos os lados

A Resolução pela tabela é possível, mas trabalhosa.

O professor poderá dar explicações particulares aos alunos interessados.

- Resolução pela HP-12C

PV = -1    FV = 3    n = 4    i = ?    i = 31,60%

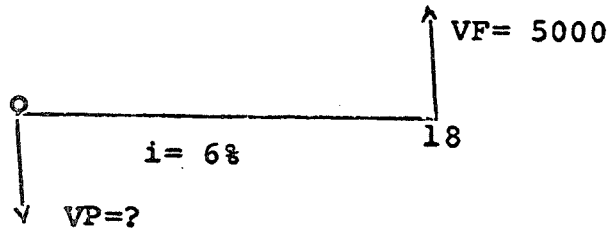
- Devemos usar o processo estudado para transformar a taxa mensal em taxa anual.

$$(1 + 0,012)^{12} - 1 = \text{taxa de juros anual}$$

$$i \text{ anual} = 15,39\%$$

### Exercício JC 5

- Deseja-se saber o valor do título na data de hoje.
- Os títulos com valor nominal são adquiridos com deságio (por um valor menor) para serem resgatados pelo seu valor escritural.



$$VF = VP (1 + i)^n \Rightarrow 5000 = VP (1 + 0,06)^{18} \Rightarrow VP = 1.751,74$$

- Resolução pela tabela

$$VP = VF (\text{fator de VF} \rightarrow VP) \quad n = 18 \quad i = 6\%$$

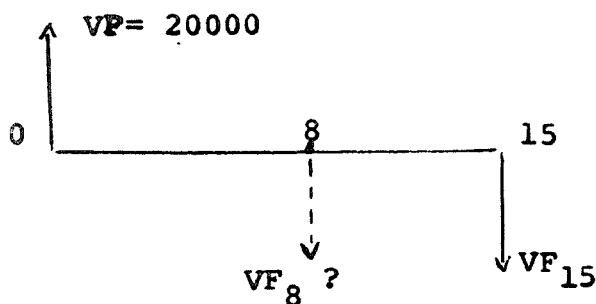
$$VP = 5000 (0,3503) \Rightarrow VP = 1.751,50$$

- Resolução pela HP-12C

$$FV = 5000 \quad i = 6\% \quad n = 18 \quad PV = ?$$

$$VP = 1751,72$$

### Exercício JC 6



$$VF_8 = VP (1 + i)^n$$

$$VF_8 = 20000 (1 + 0,05)^8 \Rightarrow VF_8 = 29.549,11$$

Resposta: a transação não seria vantajosa para Márcia.

- Resolução pela Tabela

$$VF_8 = VP (\text{fator de VP} \rightarrow VF) \quad i = 5\% \quad n = 8$$

$$VF_8 = 20000 (1,477) = 29.540,00$$

- Resolução pela HP-12C

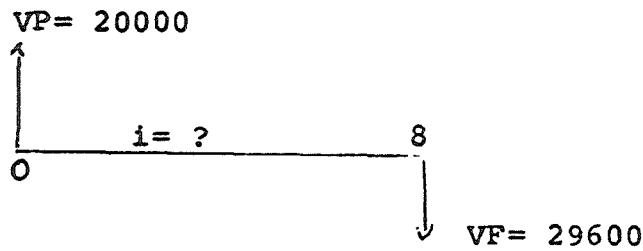
$$PV = 20000$$

$$n = 8$$

$$i = 5\%$$

$$FV = 29.549,11$$

Exercício JC 7



Aplicamos raiz 8ª dos dois lados.

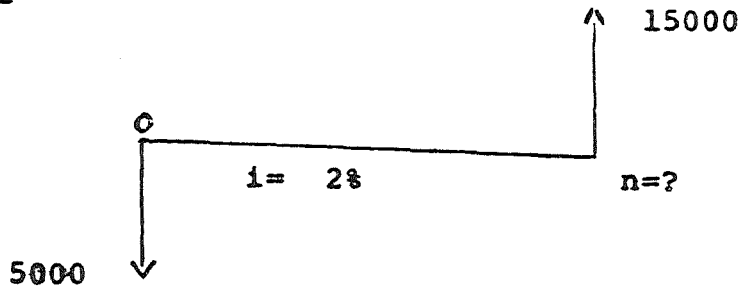
- Resolução Algébrica

$$VF = VP (1 + i)^n$$

$$29600 = 20000 (1 + i)^8 \Rightarrow \sqrt[8]{\frac{29600}{20000}} = \sqrt[8]{(1 + i)^8} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1,0502 = 1 + i \Rightarrow \boxed{i = 5,02\%}$$

Exercício JC 8



- Resolução algébrica

$$VF = VP (1 + i)^n \Rightarrow 15000 = 5000 (1 + 0,02)^n \Rightarrow \frac{15000}{5000} = (1 + 0,02)^n$$

Vamos recorrer a uma propriedade dos logaritmos.

$$\ln 3 = n \ln (1,02) \Rightarrow 1,0986 = n 0,0198 \Rightarrow \boxed{n = 55,48 \text{ meses}}$$

Para expressar a parte decimal em dias, nós simplesmente devemos multiplicá-la por 30 (mês comercial).

Assim:  $0,48 \times 30 \text{ dias} = 14,40 \text{ dias}$ .

A resposta final será  $n = 55 \text{ meses e } 14 \text{ dias}$

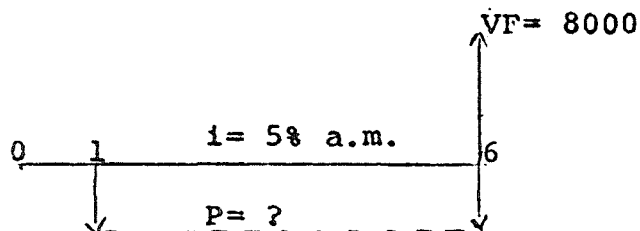
- Resolução pela HP-12C

$$FV = -15000 \quad PV = 5000 \quad i = 2 \quad n = ?$$

Pela HP-12C o prazo aparece arredondado. É recomendável, então, estudar os prazos através da aplicação de logaritmos.

Exercícios de Séries Uniformes - Capitalização

Exercício SUC 1



A formação algébrica seria  $VF = P \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$  bastando substituir os elementos conhecidos e descobrir que:  $P = 1.176 \text{ dólares}$

Usando a tabela de juros, vamos consultar a coluna 5 da tabela de 5% e substituir na expressão:  $P = VF$  (fator de  $VF \rightarrow P$ ).

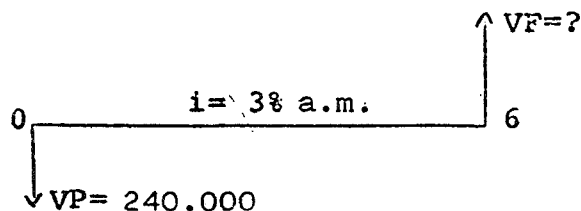
Assim  $P = 8000 (0,14702) \Rightarrow P = 1176 \text{ dólares}$

Pela HP-12C bastaria entrar com os dados disponíveis:

$i = 5$        $n = 6$        $FV = 8000$        $PMT = ?$        $PMT = 1176,14 \text{ dólares}$

Exercício SUC 2

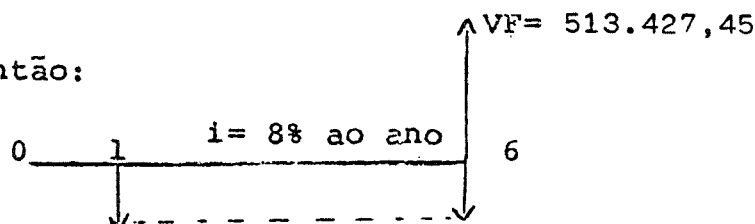
Primeiro vamos examinar quanto Cássio obterá com seu carro velho daqui a 6 meses.



Pela HP-12C, verificamos que  $VF = 286.572,55$

Cássio terá, portanto, 286.572,55 para comprar seu carro novo, faltando ainda 513,427,45.

Nosso fluxo será, então:



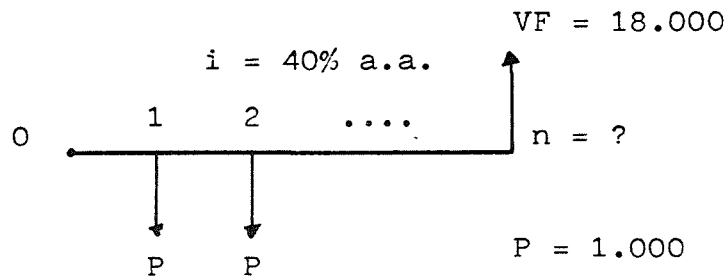
Atenção, devemos converter a taxa de 8% ao ano para taxa mensal.

$$\sqrt[12]{1 + 0,08} - 1 = 0,64\% \text{ ao mês}$$

Na HP-12C       $i = 0,64$        $n = 6$        $FV = 513.427,45$        $PMT = ?$

$PMT = 84.212,29$

Exercício SUC 3



Devemos primeiramente converter a taxa anual para a taxa mensal.

$$\sqrt[12]{1 + 0,40} - 1 = 2,84\% \text{ a.m.}$$

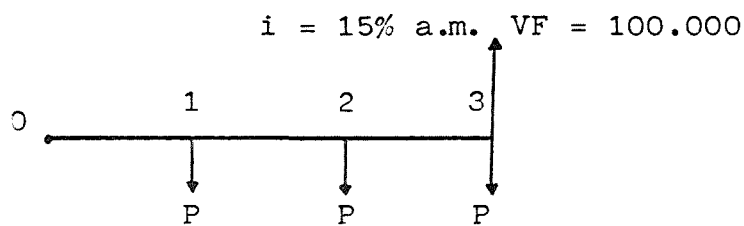
Sabemos que o cálculo pela HP-12C, no caso de número de períodos, tem imperfeições; logo:

$$18000 = 1000 \left[ \frac{(1,0284)^n - 1}{0,0284} \right] \quad 1,5112 = (1,0284)^n$$

Aplicando ln dos dois lados, temos  $n = \frac{0,4129}{0,0284} = 14,74$  meses

Resposta: n = 14 meses e 22 dias.

Exercício SUC 4



$$100.000 = P \left[ \frac{(1,15)^3 - 1}{0,15} \right] \quad P = 28.797,69$$

Exercício SUC 5 (pela HP-12C)

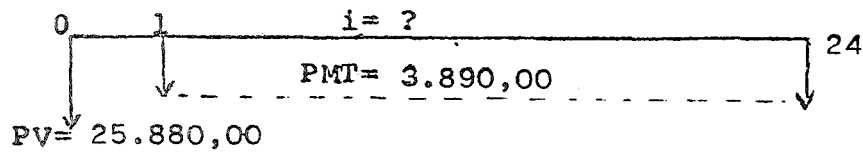
PMT = 2.500,00      n = 11      VF = 37.500,00      i = ?

Logo, i = 6,03% ao mês.

# Exercícios de Séries Uniformes - Amortização

## Exercício SUA 1

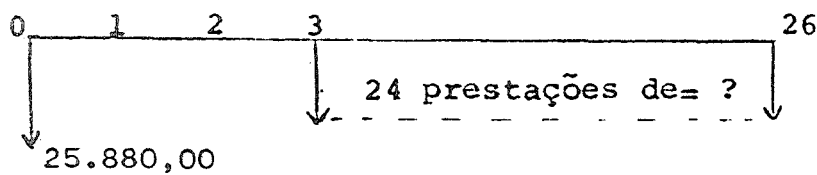
### 1º Plano



Pela HP-12C descobrimos que a taxa mensal do 1º plano é:

$i = 14,44\% \text{ a.m.}$  a qual deve ser usada no 2º plano.

### 2º Plano



Podemos calcular o valor de Cz\$ 25.880,00 na data de 2 (como se esta fosse a data zero) e, então, descobrir o valor da prestação.

$$VF = VP (1 + i)^n$$

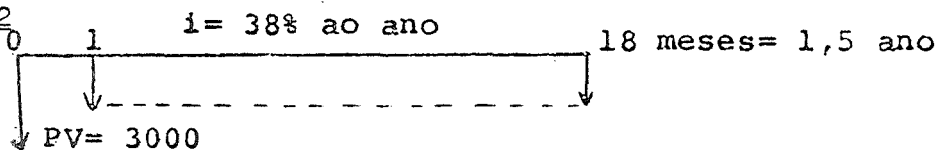
$$VF_2 = 25.880,00 (1 + 0,1444)^2 \rightarrow \text{Pela HP-12C} = \boxed{FV = 33.893,77}$$

Vamos usar este valor num fluxo uniforme na HP-12C

$$PV = 33.893,77 \quad n = 24 \quad i = 14,44\% \quad PMT = ?$$

Descobrimos que o valor da prestação no 2º plano será =  $\boxed{\text{Cz\$ } 5.094,34}$

## Exercício SUA 2



Vamos passar a taxa de juros anual para mensal

$$\frac{12}{\sqrt{1 + 0,38}} - 1 = 2,72\%$$

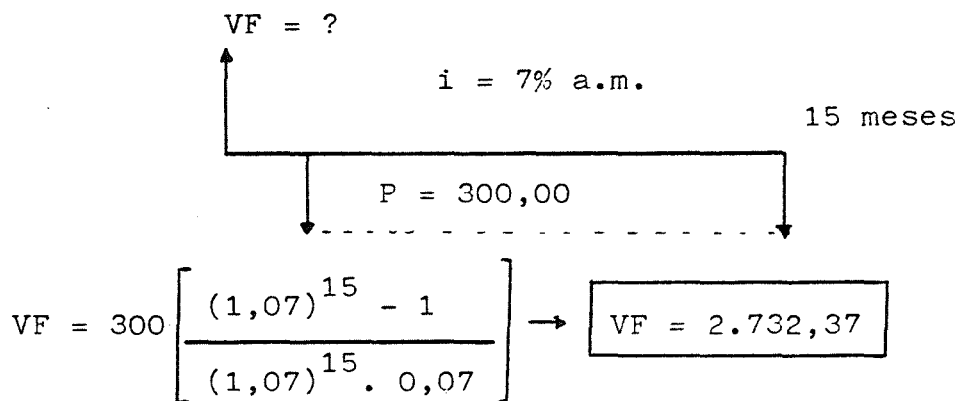
Então, aplicando na HP-12C

$$PV = 3000 \quad i = 2,72\% \quad n = 18 \text{ meses} \quad PMT = ?$$

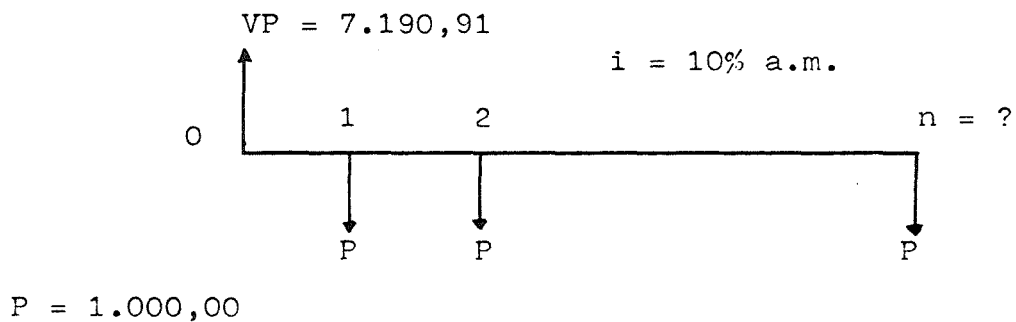
A prestação será de  $\boxed{\text{Cz\$ } 212,99.}$



Exercício SUA 3



Exercício SUA 4



$$7.190,91 = 1.000 \left[ \frac{(1,10)^n - 1}{(1,10)^n \cdot 0,10} \right]$$

$$0,7191 (1,10)^n = (1,10)^n - 1$$

$$0,2809 (1,10)^n = 1$$

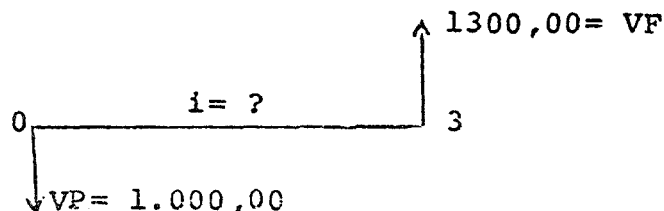
$$(1,10)^n = 3,5599$$

Aplicando ln dos dois lados,

$n = 13 \text{ meses e } 10 \text{ dias.}$

## Exercícios de Economia Inflacionária

### Exercício EI 1



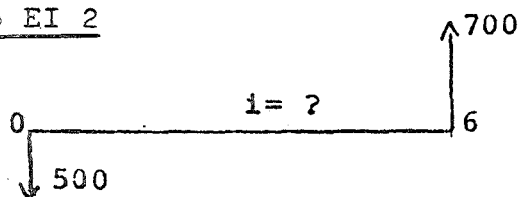
- Pela HP-12C, a taxa nominal =  $9,14\%$

Aplicando a conhecida fórmula  $i_n = i_R + I + i_R I$

$$0,0914 = i_R + 0,10 + 0,10 i_R \Rightarrow i_R = -0,78\%$$

Quem tomou emprestado ganhou dinheiro.

### Exercício EI 2



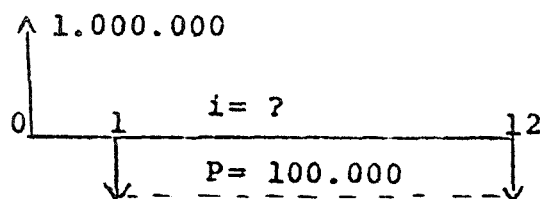
- Pela HP-12C, a taxa nominal de juros será  $i_n = 5,77$

Aplicando na fórmula:  $0,0577 = i_R + 0,065 + 0,065 (i_R)$

$$\therefore i_R = -0,6854\%$$

Se você aplicou neste banco, perdeu dinheiro, pois a remuneração foi negativa devido a inflação.

### Exercício EI 3



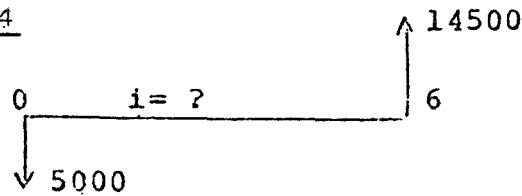
- Calculando pela HP-12C descobrimos que  $i_n = 2,93\%$  a.m.

Aplicando nossa fórmula, temos

$$0,0293 = i_R + 0,05 + 0,05 i_R \Rightarrow i_R = -0,0197 = -1,97\% \text{ a.m.}$$

Logo, foi muito vantajoso o negócio feito pelo diretor da empresa, pois a taxa foi negativa.

Exercício EI 4

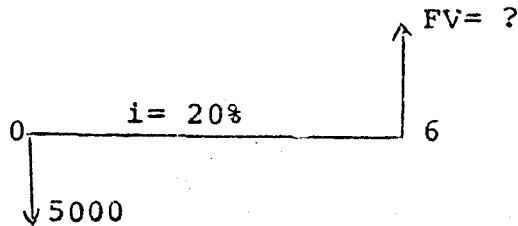


- Pela HP-12C , o inominal é: 19,42% ao ano

Calculando  $0,1942 = i_R + 0,50 + 0,50 i_R \Rightarrow i_R = -20\%$   $i_R = -20\%$

Houve, na verdade, prejuízo de 20% ao ano.

O montante do "lucro" negativo (perda) ao longo dos 6 anos pode ser calculado assim:



∴ a perda foi de 14.929,92

Como ele vendeu o terreno por CZ\$ 14.500,00, arcou com um prejuízo de CZ\$ 429,92.

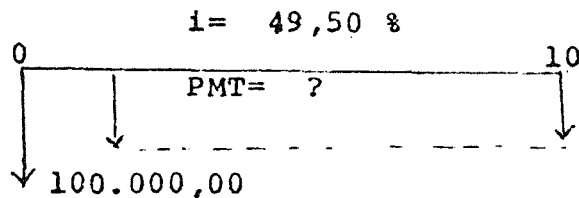
Exercício EI 5

- Deseja-se um  $i_R = 15\%$  ao ano, então:

$i_n = 0,15 + 0,30 + 0,30 (0,15)$

$i_n = 49,50\%$

Com esta taxa, calculamos a prestação:



O valor da prestação será: CZ\$ 50.403,75

Exercícios de Engenharia Econômica

A Técnica do "Pay Back"

Exercício

	<u>ALTERNATIVA 1</u>	<u>ALTERNATIVA 2</u>
Ano 0	- 100.000	- 100.000
Ano 1	10.000	-
Ano 2	50.000	101.000
Ano 3	70.000	-

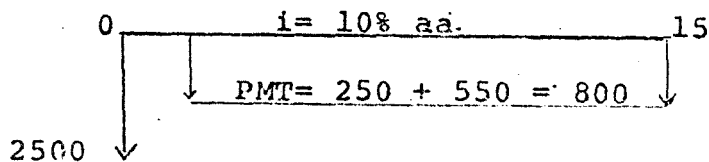
Método de decisão: Pay back

- Por este método, a alternativa preferida é a segunda, pois considera como melhor aquela opção onde o capital retorna mais rápido às mãos do investidor (não leva em conta inflação ou juros).

A Técnica do Custo Periódico Uniforme

Exercício CPU 1

- Equipamento A



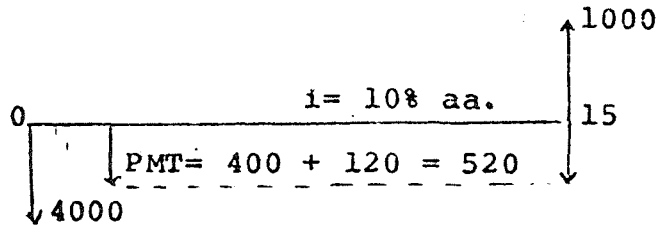
$CPU_A = 2500 (VP \rightarrow P) + 800$

- Podemos usar a HP-12C

$CPU_A = 328,68 + 800$

$CPU_A = \boxed{1128,68}$

- Equipamento B



$$CPU_B = 4000 (VP \rightarrow P) - 1000 (VF \rightarrow P) + 520,00$$

Podemos usar a HP-12C

$$CPU_B = 525,89 - 31,47 + 520,00$$

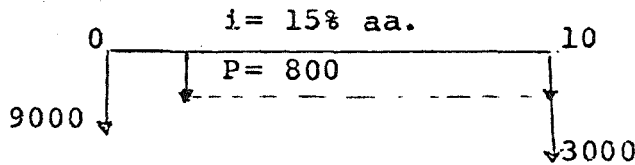
$$CPU_B = \boxed{1014,42}$$

∴ O Equipamento B é melhor sob o ponto de vista do custo anual.

Atenção: o valor residual é um valor positivo para o empreendedor.

Exercício CPU 2

Estrutura A



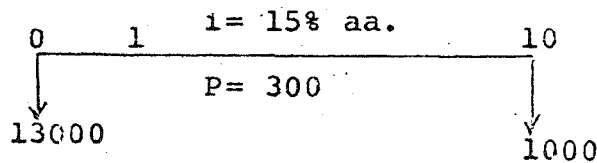
Atenção: o Valor residual é negativo

$$CPU_A = 9000 (VP \rightarrow P) - (-3000) (VF \rightarrow P) + 800$$

$$CPU_A = 1.793,27 + 147,76 + 800$$

$$CPU_A = \boxed{2.741,03}$$

Estrutura B



$$CPU_B = 13000 (VP \rightarrow P) - (-1000) (VF \rightarrow P) + 300$$

$$CPU_B = 2.590,28 + 49,25 + 300$$

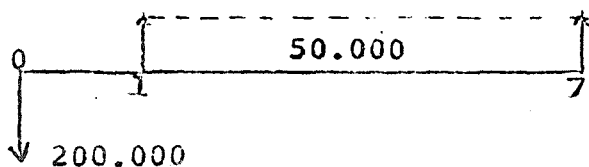
$$CPU_B = \boxed{2.939,53}$$

∴ sob o ponto de vista do custo anual a estrutura B é preferida.

A Técnica do Valor Presente Líquido

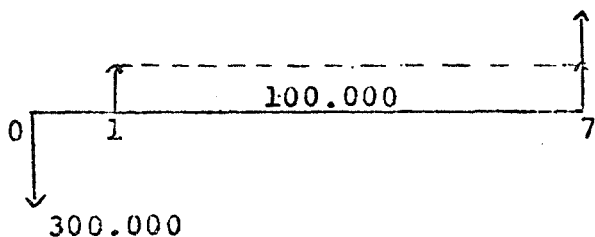
Exercício VPL 1

Dept? A



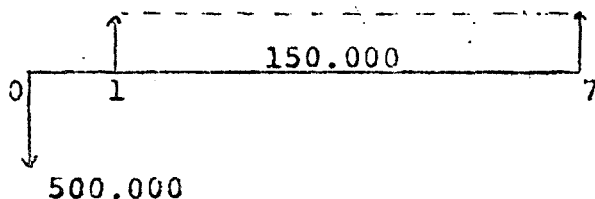
VPL= 8.020,99

Dept? B



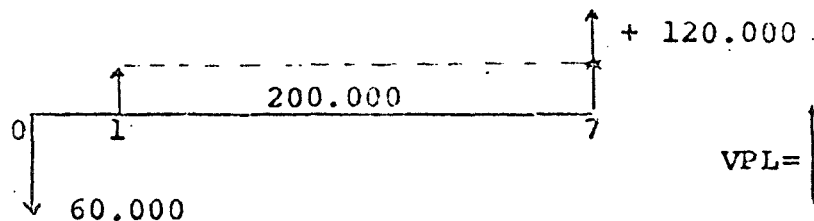
VPL= 134.838,83

Dept? C



VPL= 124.062,96

Dept? D

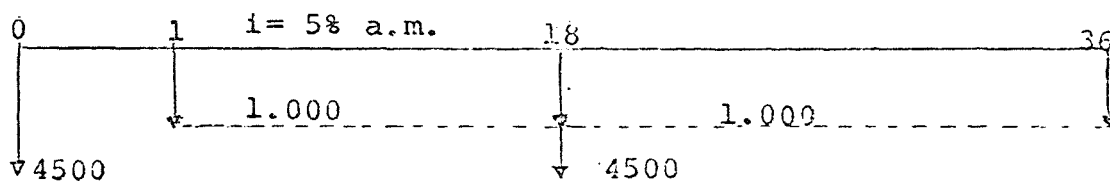


VPL= 817.196,39

RESPOSTA: Como a empresa dispõe de verba suficiente, ela pode investir em todos os departamentos, pois todos apresentam VPL positivo.  
Em ordem decrescente de preferência, temos os deptos: D, B, C e A.

Exercício VPL 2

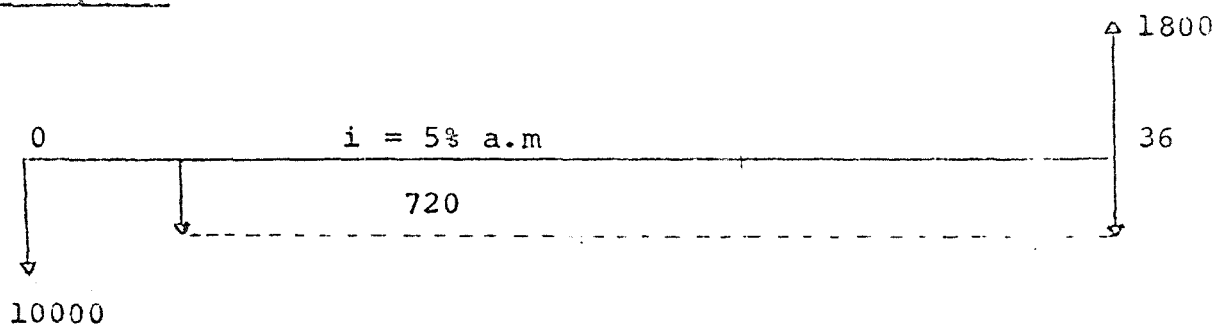
Construção X



- É necessário uma duplicação da construção X para podermos comparar com a construção Y.

Somente podemos comparar alternativas homogêneas

Construção Y



CÁLCULO DO VPL

CONSTRUÇÃO X	CONSTRUÇÃO Y
- 4500 gco	-10000 gco
- 1000 gcfj	- 720 gcfj
17 gnj	35 gnj
- 5500 gcfj	1080 gcfj
- 1000 gcfj	5 i
18 gnj	f.NPV = -21.602,95
5 i	
f.NPV = -22.916,69	

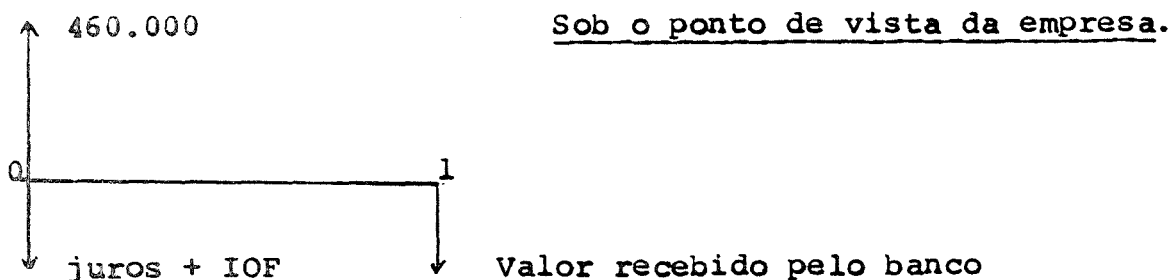
Portanto, a melhor opção é construção Y, pois oferece custo menor (em termos de VPL).

Os demais exercícios serão resolvidos pelo professor, durante as aulas.

AVALIAÇÃO FINALG A B A R I T O

1. Valor Líquido: Cz\$ 460.000

Valor Líquido = Valor Bruto - (desconto comercial + imposto)



Juros + IOF = 8%

460.000 = Valor bruto - valor bruto 8%

460.000 = VB (1 - 0,08)

$$VB = \frac{460.000}{0,92} = 500.000 \quad \boxed{\text{Valor recebido pelo banco}} = \boxed{500.000}$$

2. 1ª Aplicação: Rendeu  $\frac{15.000}{50.000} = 0,30 = 30\%$  no período

2ª Aplicação: Rendeu  $\frac{20.000}{60.000} = 0,33 = 33\%$  no período

(I) Inflação no período =  $(1,08) \times (1,10) \times (1,11) - 1 = 0,3187 = 31,87\%$

Usando a relação  $\boxed{I_n = i_r + I + i_r(I)}$ , concluímos que:

$i_r$  (1ª aplicação) = -1,42% no período

$i_r$  (2ª aplicação) = 0,86% no período

∴  $\boxed{\text{a 2ª aplicação é a preferida}}$



APÊNDICE D

NOTAS SOBRE A FORMA DE CÁLCULO DOS ÍNDICES DE INFLAÇÃO

Em julho/87, o Índice de Preços ao Consumidor (IPC) apontou uma inflação de 3,05%. O Índice Nacional de Preços ao Consumidor (INPC) indicou 9,5%. Já o Dieese afirmou que o aumento de preços, neste mesmo mês, foi de 14,84%. Nesta barafunda de siglas e percentuais, o consumidor fica naturalmente perdido. Afinal, quem está com a razão? As diferenças verificadas entre os índices devem-se, basicamente, à metodologia empregada, envolvendo o número de produtos incluídos na amostra, o período e os locais de coleta e o peso de cada grupo na composição do indicador. Este peso é determinado, basicamente, pela faixa de renda. Assim, na pesquisa realizada pela Fipe, o item alimentação pesa 37,67%. Para a classe média, com índice medido pela Ordem dos Economistas, este peso é de 23,69%. Mas a longo prazo, todos os indicadores apontam para uma mesma direção.

IPC

Índice de Preços ao Consumidor: oficialmente ele mede a inflação e serve como indexador da economia. Por ele é calculada a Unidade de Referência de Preços (URP), cuja média trimestral serve para reajustar os salários. O período de coleta é de 15 a 15 de cada mês e são pesquisados 13.300 locais, onde se levantam 212 mil preços. A faixa de renda é de um a cinco salários mínimos e ele é válido para todo o Brasil. Os preços são apurados em dez regiões metropolitanas e divulgados pelo IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística).

### INPC

Índice Nacional de Preços ao Consumidor: o período de coleta é feito entre os dias 1º e 30 de cada mês e ele é válido para todo o Brasil. Sua divulgação é feita pelo IBGE e ele já foi o índice que media a taxa oficial da inflação. Hoje serve apenas como referência histórica. São pesquisados 212 mil preços, em 13.300 locais, de dez regiões metropolitanas. Ele é válido para uma faixa de renda de um até 30 salários mínimos e vale para todo o Brasil.

### FIPE

Índice de Preços ao Consumidor no Município de São Paulo: é levantada pela Fundação Instituto de Pesquisas Econômicas (Fipe), da Universidade de São Paulo. Serve para uma faixa de renda de dois a seis salários mínimos e restringe-se ao município. Leva em conta um período de oito semanas. Os preços médios das últimas quatro semanas são comparados aos preços médios das quatro semanas anteriores. São pesquisados semanalmente 1.780 locais, onde se levantam 46.864 preços.

### DIEESE

Índice do Custo de Vida do Departamento Intersindical de Estatísticas e Estudos Sócio-Econômicos: é válido para a Grande São Paulo. O período de coleta é de 1 a 30 de cada mês e abrange três faixas de renda até quatro salários mínimos; de cinco a sete salários mínimos e acima de sete salários. O Dieese pesquisa 450 locais, levantando 35 mil preços. Para a faixa de rendas até quatro salários; o item alimentação, por exemplo, tem um peso de 48%.

ICVM

Índice do Custo de Vida da Classe Média: é pesquisado mensalmente pela Ordem dos Economistas de São Paulo. Leva em consideração a faixa da população que tem uma renda entre seis e 30 e três salários mínimos. É válido para o Município de São Paulo. Neste índice, o grupo alimentação tem um peso de 23,69%. Para esta faixa de renda a importância das despesas pessoais - com a participação de 23,75% - é equivalente à de alimentação. Para a classe média, os maiores gastos são com transporte, habitação e vestuário.

A Fundação Getúlio Vargas também produz índices de preços que serviram de parâmetro oficial durante muitos anos. São encontrados na Revista de Conjuntura Econômica editada pelo IBRE-FGV.

# Empresas descubrem as vantagens de calcular seu índice de inflação

Da Reportagem Local

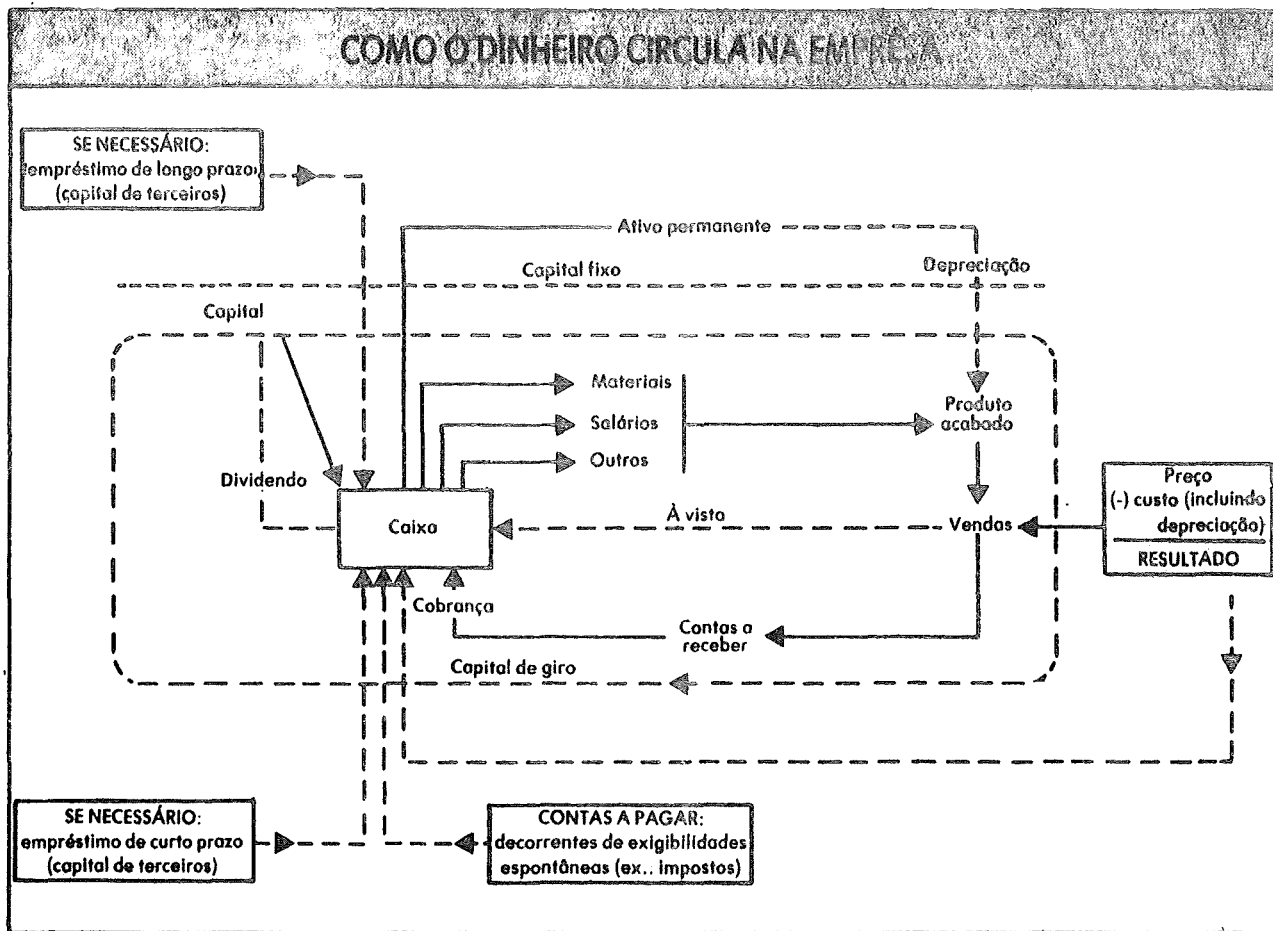
A presença da inflação numa economia livre e competitiva acaba por ofuscar a percepção do real desempenho operacional das empresas brasileiras. A inflação em geral pode ser considerada como um fenômeno, que se caracteriza por aumentos generalizados nos preços de bens e serviços.

Profissionais de administração financeira não raro desconfiam dos índices oficiais de inflação, quando mesmo aplicando as Obrigações do Tesouro Nacional para corrigirem preços e custos detectam ao final do mês — que terão de pedir dinheiro emprestado ou desembolsar recursos de lucros acumulados — para poderem continuar comprando as mesmas quantidades de matérias-primas do mês anterior ou realizar pagamentos de salários, ou seja, manter a empresa em operação.

Numa economia de ampla variação de preços, nem todo negócio ou segmento de mercado ou produto sofre o mesmo impacto corrosivo da inflação. Os exemplos de distorções são frequentes. O cidadão não fumante que apura ganho real, quando seu salário é corrigido por um índice de reajuste puxado pelo aumento nos preços do cigarro. A empresa que se descapitaliza, quando a correção de seu balanço é feita por um índice que reflete o aumento no preço do chuchu, enquanto o que pesa nos custos da empresa naquele momento são as despesas de manutenção de computadores, as quais não foram consideradas no cálculo dos índices oficiais de inflação

## Olho no índice

O diretor de planejamento e controle da S.A. Indústrias Reunidas F. Matarazzo, Rubens Famá, 49, resume as desvantagens de se usar os índices genéricos médios usados na economia "eles só servem para quem está na média". Esses índices genéricos apresentam, também, va-



riações das mais diferentes, calibrados quer por problemas políticos, quer por aspectos de metodologia de apuração. No período de cinco anos, entre dezembro de 1979 e dezembro de 1984, a Obrigação Reajustável do Tesouro Nacional (ORTN) cresceu 47,2 vezes; o salário mínimo 56,8 vezes, o Índice Nacional de Preços ao Consumidor (INPC) 61,2 vezes, a variação cambial (taxa do dólar) 74,9 vezes e o Índice Geral de Preços - disponibilidade interna - da Fundação Getúlio Vargas evoluiu 82,5

vezes. O dirigente observa, então, que o indexador dos balanços das empresas - a ORTN (hoje, OTN) foi o de menor variação no período. Além disso, a ORTN desde que foi instituída em janeiro de 1965 até maio de 1985, portanto em vinte anos sofreu doze alterações na sua fórmula de cálculo diz Famá

Alguns executivos financeiros já se debruçaram sobre o assunto e firmaram estaca para demarcar nova rota fazendo constar em seus balan-

ços suas considerações sobre o assunto. A Pirelli considera que o que melhor representa a sua inflação é a variação dos preços do cobre. A metodologia que a Pirelli utiliza para manter o controle das variações de preços do cobre é a LIFO - "last in first out", ou seja, o último que entra é o primeiro que sai. A Souza Cruz em alguns exercícios sociais manifestou em mensagem da presidência que o livro distribuído deveria ter sido ajustado por um índice mais próximo da realidade da empresa

## Como fazer o cálculo do índice

A empresa é uma sucessão de transações, que podem ser decompostas em preços e quantidades, que são variáveis econtráveis nos documentos de contabilidade. A definição é do professor de administração financeira da Faculdade de Economia e Administração, da Universidade de São Paulo, Rubens Famá.

Os manuais de estatística para economistas costumam trazer o capítulo sobre números-índices. Famá observa que desembrulhando esse pacote estatístico pode-se chegar ao cálculo da inflação interna da empresa.

De posse dos documentos contábeis dissecados em preços e quantidades (consumo de materiais, custo de salários) aplica-se inicialmente o índice de preços de Laspeyres. Para isso, mantém-se a quantidade de ontem (período anterior) e verifica-se a variação de preços entre hoje e ontem. O índice de preços de Laspeyres informa, então, quanto se gastaria hoje para consumir a mesma quantidade de ontem. Por questões de preços e quantidades relativos, os estatísticos demonstram que o índice de Laspeyres superestimam preço

O índice de preços de Paasche segue trilha paralela e mede a variação de preços entre ontem e hoje se fosse consumida a mesma quantidade de hoje. O índice de Paasche subestima preços

O economista norte-americano Irving Fisher (1867-1947) eliminou essas distorções ao estabelecer que o índice ideal é o obtido pela raiz quadrada da multiplicação entre o índice de preços de Laspeyres e o de Paasche

Famá considera que o índice de Fisher é o mais adequado para o



Rubens Famá é professor da FEA/USP

cálculo da inflação interna da empresa. O especialista diz que com a aplicação da técnica de desenvolvimento do indexador interno da empresa, identifica-se claramente como cada item (matéria-prima, mão-de-obra, custo do dinheiro) tem se comportado ao longo de dois períodos; com que velocidade tem se alterado e, principalmente, como as receitas de vendas se comportaram

O professor observa que o cálculo da inflação pela empresa elimina a interferência de fatos externos como os efeitos tradicionais das chamadas inflação do chuchu ou do carro usado.

O índice de eficiência interna da empresa é obtido pela relação entre o índice de Fisher de vendas e de custos, diz Famá. Esse índice demonstra os esforços que estão sendo feitos por cada unidade fabril ou departamento para minimizar os custos e maximizar as receitas

## Melhor análise do desempenho

A preocupação com o cálculo do índice próprio da inflação nas empresas deixou de ser uma preocupação unicamente acadêmica e passou para a vida prática. O professor de administração financeira da Faculdade de Economia e Administração, da Universidade de São Paulo e diretor de planejamento e controle do grupo Matarazzo, Rubens Famá, desamarrou o nó dessa questão em maio último, em sua tese de doutorado: "Análise do desempenho operacional das empresas com a utilização de números-índices"

O objetivo do cálculo do índice de inflação próprio da empresa é basicamente gerencial, ou seja, para conhecer o real desempenho operacional, diz Famá. Em segundo lugar, o executivo ou empresário precisa conhecer a inflação "importada" (a de custos) para formular adequadamente o preço de venda (inflação "exportada") de seus produtos: para evitar que a empresa seja ineficiente no repasse de custos ou que o preço de seu produto gere uma margem de lucro, que fatalmente atrairá a concorrência e afete o seu mercado. Um terceiro objetivo é resgatar a função informativa da contabilidade.

O professor afirma que a contabilidade tradicional perde em qualidade, pois trabalha com valores nominais, não representando com rigor o desempenho operacional. A contabilidade aproveita, de forma inadequada, os documentos por questão de tradicionalidade. A preocupação se concentra no valor das notas e, sem exercitar a criatividade, deixa-se de utilizar informações relevantes como preços e quantidades, para se construir o índice de eficiência ou de inflação da empresa, diz Famá

O objetivo da administração financeira é maximizar a riqueza dos sócios ou acionistas. Tudo começa quando o empresário resolve formar a empresa com um capital inicial, que se transforma imediatamente em caixa. Parte do dinheiro é utilizado para a aquisição do ativo permanente (máquinas, móveis) e, por isso, é chamado de capital fixo. Outro montante é redividido e destinado a adquirir materiais, pagar salários, contas de luz, telefone, energia elétrica e outras.

Após o processamento do bem, a venda do produto ou serviço à vista recupera imediatamente o caixa. Se a venda foi feita a prazo entra no ativo circulante em contas a receber e depois de cobrada recupera o dinheiro colocado no ciclo operacional. O capital necessário para movimentar esse ciclo é chamado de capital de giro. O preço de venda deve embutir uma margem de lucro acima dos custos e contabilizar, também, a depreciação do capital fixo (máquinas e equipamentos). A meta de obtenção de lucro, distribuição de dividendos e reinvestimentos seria, assim, alcançada, se não houvesse inflação.

Numa economia de variações expressivas na velocidade de crescimento dos preços dos diversos insumos, o administrador precisa estar alerta para não deixar a empresa se descapitalizar. O sinal de alarme toca quando os recursos gerados nas vendas não suprem o caixa em montante suficiente para manter o giro das operações da empresa, o que provoca erosão dos lucros acumulados, necessidades de empréstimos e mesmo compromete os investimentos futuros

APÊNDICE E

MANIPULAÇÃO DE TAXAS

Quando nos deparamos com taxas de juros compostas expressas em um período, porém desejamos obtê-las em período diferente, o nosso procedimento deverá ser o seguinte:

1. DE UM PERÍODO MAIOR PARA UM PERÍODO MENOR

Para passar de ano para mês, de mês para semana, etc..., deve-se calcular o contrário do exponencial:

$$(1 + i)^{1/n} - 1 = \text{taxa menor}$$

onde n é o nº de períodos menores dentro do período maior

$$\sqrt[n]{(1 + i)} - 1 = \text{taxa menor}$$

Exemplo: taxa de 30% ao mês, desejo expressá-la em semanas.

$$(1 + 0,30)^{1/4} - 1 = \sqrt[4]{1 + 0,30} - 1 = 0,0678 = 6,78\%$$

n = 4 (há 4 semanas em 1 mês)

Na HP-12C

0,30 **ENTER**; 1 **+**; 4 **1/x**; **Y<sup>x</sup>**; 1 **-** (no visor aparece:0,0678)

2. DE UM PERÍODO MENOR PARA UM PERÍODO MAIOR

Neste caso, utilizo a exponenciação, sempre considerando n como sendo o nº de períodos menores dentro do período maior.

$$(1 + i)^n - 1 = \text{taxa maior}$$

Exemplo: Taxa de 10% ao mês, desejo expressá-la em ano.

$$(1 + 0,10)^{12} - 1 = 2,14 = 214\% \text{ ao ano}$$

n = 12 (há 12 meses em 1 ano)

.....

Observação: se eu tenho uma taxa expressa em anos e quero calcular um período em dias, como no exemplo abaixo, eu não preciso calcular em etapas. Posso calcular direto:

1) Taxa de 45% ano. Desejo expressá-la para um período de 85 dias:

$$(1 + 0,45)^{85/365} - 1 = 0,0904 = 9,04\%$$

n = 85/365 = 0,2329 = nº de períodos menores dentro do período maior. Isto é, 85 dias é 23,29% de um ano.

\* Na HP-12C entro com os dados da forma usual.

0,45 **ENTER**; 1 **+**; 85 **ENTER**; 365 **+**; **Y<sup>x</sup>**; 1 **-**;

2) Tenho um VP= 1000 e quero saber quanto será meu VF em 95 dias, conhecendo a taxa mensal de 10%.

$$VF = 1000 (1 + 0,10)^{95/30} = 1.352,31$$

n = 95/30 é o nº de períodos menores no período maior.

### CÁLCULO A JUROS COMPOSTOS ENTRE PERÍODOS

Quando temos um problema no qual exige-se que o cálculo seja feito considerando o número de períodos em termos fracionários, a HP-12C realiza operações a juros compostos entre os períodos regulares e operações a juros simples na parte fracionária.

#### Exemplo:

Qual o VF para um VP de 3.000, a juros de 10% a.a., durante 3,5 anos?

Se efetuarmos o cálculo pela HP-12C a resposta será VF = \$ 4.192,65. Todavia, a resposta certa é \$ 4.187,89.

Isso ocorre porque, na parte referente ao 0,5 ano, a HP considera juros simples e não juros compostos.

Solução: Para evitar este problema, devemos apertar, sequencialmente, as teclas **STO** **EEX**. Assim, aparecerá a letra "c" no visor, indicando que o cálculo será na forma composta em qualquer período.

Refaça os cálculos e comprove.

## AVALIAÇÃO FINAL

Esta avaliação pretende medir, sobretudo, a compreensão do conceito de equivalência e a montagem do diagrama de datas. (fluxo gráfico)

1. Um banco desconta uma duplicata de 30 dias e paga ao cliente a quantia líquida de \$ 460.000,00. Sabendo que a taxa de juros simples mensal é de 7% a.m. e que o IOF é de 1% ao mês, qual é o valor recebido pelo banco no vencimento da duplicata?



2. Uma aplicação financeira rendeu líquido \$ 15.000,00 nos últimos três meses, a partir de um valor de \$ 50.000,00 , enquanto que outro investimento proporcionou um ganho de \$ 20.000,00, a partir da aplicação de \$ 60.000,00 pelo mesmo período. Considerando que a inflação no primeiro mês foi de 8%, no segundo mês de 10% e 11% no terceiro e último mês, qual dos investimentos foi o melhor?

3. Faça um breve comentário sobre o método de decisão conhecido por Pay Back.

ARMAZENAGEM DE PROGRAMAS MÚLTIPLOS

Para maiores esclarecimentos sobre programação, consulte o Manual do Proprietário da HP-12C.

ISOLAMENTO

Para isolar um programa já existente na calculadora de outro que se pretende inserir, basta:

- 1) f **P/R** entrar no módulo de programação
- 2) g **GTO** **.** \* \* informar a última linha do programa anterior
- 3) Ao iniciar a inserção do novo programa, pressione g **GTO** 00  
Assim, o programa seguinte estará isolado do anterior.

EXECUÇÃO

Para executar um programa que não se inicia na linha 01, faça:

- 1) Saia do módulo de programação
- 2) Pressione g **GTO** e, em seguida, o número (de dois dígitos) que inicia a linha do programa que se deseja executar
- 3) Entre com os dados e pressione **R/S** para a execução.

SUGESTÕES

- 1) Crie um programa para calcular raiz quadrada pela fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4aC}}{2.a}$$

para funções/equações da forma  $x^2 \pm bx \pm C$  onde C é Real.

- 2) O seu fornecedor de matéria prima está oferecendo um desconto de 40% para vários produtos. Faça um programa para calcular o preço após o desconto e acrescente 5% de impostos sobre o preço líquido.
- 3) Calcule o preço de um produto em certo dia do mês, considerando que sua política de desconto consiste em oferecer 15% sobre o preço de

BIBLIOGRAFIA

- . GRANT, E.L. e IRESON, W. Principles of Engineering Economy  
(RPC, N. York, 5ª edição)
  
- . FARO, C. Matemática Financeira (Atlas, SP, 1982)
  
- . HUMMEL, P.R.V. e TASCHNER, M.R.B. Curso de Engenharia Econômica (Apostila EAESP/FGV, 1975)
  
- . MACHLINE, C. et alii Manual de Administração da Produção  
(FGV, RJ, 1987) cap. 3
  
- . VIEIRA SOBRINHO, J.D. Manual de Aplicações Financeiras HP-12C (Atlas, SPaulo, 1985)

Manual do Proprietário e Guia para Solução de Problemas  
(HP-Brasil, 1981)

APOSTILA

APOSTILA

M543mf  
e.2

Menezes, Solival Silva e  
Matemática financeira e engenharia econômica em economia inflacionária: curso introdutório.

Data Retirada	Assinatura	Data Devolução
10/10/81		19/10/81

APOSTILA

M543mf  
e.2

Universidade de São Paulo  
CAMPUS DE SÃO CARLOS  
Escola de Engenharia de São Carlos

Biblioteca Central