

Universidade de São Paulo
Escola de Engenharia de São Carlos
Departamento de Engenharia Mecânica

ELEMENTOS DE MÁQUINAS
INTRODUÇÃO AO PROJETO DE
ENGRENAGENS CILÍNDRICAS

ODILSON COIMBRA FERNANDES



São Carlos, julho de 2001
reimpressão

ELEMENTOS DE MÁQUINAS

I - INTRODUÇÃO AO PROJETO DE ENGRENAGENS

As engrenagens, como podemos observar, aparecem em quase todas as máquinas e desta forma o projetista tem frequentemente a necessidade de projetá-las.

O que tem forçado o aperfeiçoamento das engrenagens é a exigência de engrenagens mais econômicas, mais silenciosas, mais leves e com maior capacidade de carga. Atualmente conhecemos uma grande quantidade de informações as sim como vários processos de cálculo, pois além de pesquisas em muitas instituições, várias firmas desenvolvem programas de testes e aperfeiçoamento de suas engrenagens.

Por outro lado os métodos de fabricação utilizados para as engrenagens dependem das exigências do projeto (Hp e rpm) propriamente e além disso das ferramentas disponíveis, quantidade solicitada, custo do material e um fator não técnico que é a tradição. Em cada campo particular de aplicação, certos métodos se consagram pelo uso. Estes métodos tendem a mudar de tempos a tempos, mas a tradição na indústria age como um freio procurando evitar um danças bruscas causadas pelos desenvolvimentos tecnológicos. Vamos passar em revista alguns desses campos de aplicação.

1- Engrenagens de baixo custo

Engrenagens para brinquedos.

Há um grande campo de aplicação de engrenagens onde a tensão nos dentes é desprezível. A velocidade é baixa e a vida que se deve exigir não é muita. Praticamente qualquer roda com dentes que possa transmitir o movimento rotativo pode ser usada. Nestas condições a principal preocupação do projetista deve ser o baixo custo e alta produção.

Os tipos mais simples destas engrenagens, tais como aquelas para brinquedos, são frequentemente estampadas. Os pinhões com pequeno número de dentes podem ser, por exemplo, fundidos. Se a carga é pequena e se desejamos que o funcionamento seja silencioso poderemos fundir estas engrenagens por injeção. Este é o caso de projetores, ventiladores, máquinas fotográficas, caixas registradoras, máquinas de calcular, etc.

De uma forma geral estas engrenagens são feitas de ligas de zinco, alumínio, latão, etc. Atualmente, está crescendo a utilização de plásticos.

2- Engrenagens para equipamento doméstico.

Muitas máquinas domésticas como: máquinas para lavar, batedores, ventiladores, utilizam grande quantidade de engrenagens. Devido à concorrência estas engrenagens devem ser de baixo custo, mas também devem ser silenciosas e durar por muitos anos com muito pouca ou nenhuma lubrificação, além da que recebe na fábrica.

O material normalmente utilizado é o aço-carbono, com porcentagem média de carbono, e a fabricação é pelos métodos normais em máquinas automáticas

de geração.

Modernamente está se fazendo com ferro fundido sinterizado. Estas engrenagens são de menor custo, silenciosas e se desgastam menos que as engrenagens usinadas. Sendo o material sinterizado poroso, ele pode ser impregnado com lubrificantes.

Quando o ruído é um problema, o uso de engrenagens feitas com resinas sintéticas, papelão ou mesmo papel, tem se mostrado uma boa solução. As engrenagens não metálicas mostram-se mais capazes de suportar as irregularidades dos dentes que as engrenagens metálicas. E neste caso tem destaque especial o NYLON. Além disso ele suporta muito bem velocidades de escorregamento altas, pois ele tem características de um lubrificante sólido.

3- Engrenagens para máquinas operatrizes.

As características mais importantes neste campo são: PRECISÃO e CAPACIDADE DE CARGA.

Os aço-ligas são normalmente utilizados devido às suas propriedades de boa usinabilidade e propriedades físicas. O ferro-fundido é também bastante utilizado pela sua usinabilidade e facilidade em fundir.

Os aumentos da velocidade de corte nas máquinas obrigaram os fabricantes a usar engrenagens mais precisas. A retificação e o "shaving" são processos de acabamento bastante utilizados.

O projetista de máquinas operatrizes tem bastante trabalho em calcular as engrenagens, pois as cargas variam bastante com os avanços, velocidades, tamanho do trabalho e o material que está sendo usinado. Além disso, é difícil imaginar como o operador irá usar a máquina.

4- Engrenagens para contrôles.

Em certos mecanismos temos a necessidade de fazer um certo deslocamento por meio de um trem de engrenagens, com a folga menor possível, isto é, com o menor erro possível. Nestes casos utilizamos engrenagens cilíndricas retas e helicoidais e as rêsas sem fim de grande precisão; são feitas geralmente em aço com meio teor de carbono e aço liga tratados por indução ou chama. Como acabamento é usado, no mínimo o "shaving". A lapidação e a retífica são bastante utilizados.

5- Engrenagens para automóveis.

Os automóveis utilizam engrenagens retas e helicoidais no câmbio e cônica no diferencial. Antigamente, elas eram feitas, em sua quase totalidade, de aço liga forjado, principalmente SAE 8620 ($C = .17-.23$, $M_n = .60-.95$, $S_i = .15-.30$, $N_i = .35-.75$, $C_r = .35-.65$, $M_o = .15-.25$) e SAE 8640 ($C = .37-.44$, $M_n = .70-.05$, $S_i = .15-.30$, $N_i = .35-.75$, $C_r = .35-.65$, $M_o = .15-.25$). A partir do final da década de 1960, iniciou-se a utilização de aço carbono - (SAE 1024, com 1.4% M_n), devido ao seu menor preço e desempenho satisfatório. No começo da década de 1980, devido à elevação violenta nos preços dos seus principais elementos de liga, iniciou-se a utilização de um aço liga, derivado do SAE 8620, com porcentagens menores daqueles elementos =

($N_i = .40$ Máx, $C_r = .25-.65$, $M_o = .10$ Min). Depois de usinadas elas são cementadas e temperadas sob pressão. Estas engrenagens são feitas pelos processos: Fellows, Hob, Maag, Shave, aumentando dia a dia o grau de automatização, diminuindo assim os tempos entre operações.

Estas engrenagens suportam cargas elevadas em relação às suas dimensões. Felizmente as grandes cargas têm um curto período de duração. Desta forma, estas engrenagens são projetadas para ter duração limitada quando trabalham com o máximo torque e uma boa duração para a carga média.

6- Engrenagens para transportes.

Ônibus, vagões para minas, vagões para estrada de ferro utilizam boa quantidade de engrenagens. Normalmente como as engrenagens são grandes, (75 cm ou mais, de diâmetro) e $M \geq 16$, elas são feitas com aço de alto carbono ou aço-liga e são cementadas. As cargas grandes, com período de aplicação prolongado, demandam suas grandes dimensões. Ex.: trens subindo grandes serras. Em muitos casos temos cargas com choques, quando então tem-se mostrado bastante boa a têmpera superficial - shallow-hardening - com núcleo mole, seja por indução ou por chama.

Os processos de fabricação são os convencionais, não havendo um grau elevado de automatização pois o volume de produção é pequeno.

7- Engrenagens para a marinha.

As engrenagens utilizadas nas transmissões de navios devem transmitir potências bastante elevadas, até mesmo 50 000 HP com velocidades bastante altas. Encontramos engrenagens até mesmo de 5 m de diâmetro. Devido a esta alta velocidade exige-se uma boa precisão no espaçamento (passo).

II - INTRODUÇÃO AO DIMENSIONAMENTO DAS ENGRENAGENS

O primeiro problema que surge é o de encontrar um par que seja capaz de transmitir a potência requerida. As engrenagens devem ser: GRANDES bastante, FORTES bastante e PRECISAS bastante para realizar o trabalho em questão.

Há diversos tipos de tensões presentes em um dente girando carregado. O projetista deve considerar todas as probabilidades, de tal maneira que as engrenagens sejam proporcionadas para manter todas as tensões dentro dos limites do projeto.

As tensões calculadas pelas formulas não são necessariamente tensões VERDADEIRAS. Exemplo: suponhamos que a tensão de tração na raiz de um dente tenha sido calculada em 30 kg/mm^2 usando a formula de uma barra engastada. Se o dente não for muito duro e houver um numero muito grande de CICLOS poderá haver um FATOR DE CONCENTRAÇÃO DE TENSÕES, da ordem de 2:1. Isto tenderá a aumentar a tensão para um VALOR EFETIVO de cerca de 60 kg/mm^2 . Por outro lado se o dente for CEMENTADO poderá haver uma tensão de COMPRESSÃO RESIDUAL nas fibras externas do perfil da raiz tão grande quanto a 15 kg/mm^2 . Admitindo que o perfil na raiz SEJA GRANDE e BEM POLIDO e que os CICLOS sejam POUCOS, o fator de concentração de tensões poderá ser bem menor do que 1. Neste caso a tensão poderá baixar para um VALOR EFETIVO de cerca de 15 kg/mm^2 !

Outros fatores tornam difícil o CÁLCULO CORRETO DAS TENSÕES: a carga que os dentes deverão transmitir poderá ser conhecida (geralmente o é). Entretanto, pode não ser sabido COMO esta carga é distribuída através da largura do dente e COMO esta carga é dividida por dois ou mais pares de dentes que estejam em contato ao mesmo tempo (grau de recobrimento maior do que 1).

Erros no passo não somente atrapalham a distribuição da carga entre os dentes mas também podem causar ACELERAÇÕES e DESACELERAÇÕES as quais causarão o aparecimento de uma SOBRECARGA DINÂMICA.

Podemos ver que é muito difícil fazer suposições, que considerem todas estas coisas o que nos leva a concluir que a TENSÃO CALCULADA é, provavelmente, uma tensão NÃO VERDADEIRA.

Outro problema que surge é que, depois que uma tensão é calculada, usualmente não há um caminho para saber como esta tensão é relacionada com as propriedades físicas do material. Ordinariamente as únicas propriedades conhecidas com alguma certeza para um material, são a tensão de ruptura e a tensão de escoamento. Entretanto, na prática, tem-se observado que a grande maioria dos dentes de engrenagens falham por fadiga. Os testes de fadiga, em laboratório, são feitos em pequenos corpos de prova com superfícies de teste uniformes e polidas. Em contraste, um dente de engrenagem é usualmente uma parte de uma peça grande de metal com uma estrutura mais ou menos NÃO UNIFORME. A seção crítica do dente pode ter RISCOS, ACABAMENTO ÁSPERO e possivelmente CORROSÃO na superfície. Estes fatos levam-nos a concluir pela pouca validade dos valores obtidos nos testes de laboratório.

Esta rápida análise é suficiente para nos mostrar que a MELHOR MANEIRA de saber QUANTA CARGA as engrenagens podem transmitir é CONSTRUI-LAS e TESTÁ-LAS. Então o projetista pode voltar atrás e CALCULAR QUAIS TENSÕES estarão presentes quando a engrenagem estiver trabalhando.

III - FORMULAS PARA TENSÕES EM ENGRENAGENS.

Apesar das considerações anteriores a respeito das TENSÕES VERDADEIRAS, as formulas para se obter as tensões calculadas são uma ferramenta de valor, necessária ao projetista, especificamente no caso da determinação do tamanho de engrenagens novas.

Quando materiais, qualidade de fabricação e tipo de projeto permanecem constantes, a formula é usada, essencialmente, como um roteiro (guia) para fazer com que o novo projeto seja um modelo em escala de um velho projeto o qual sabemos ser capaz de suportar uma certa carga com sucesso.

Quando não podemos contar com os tipos de informações acima, então a formula é usada para se obter o tamanho aproximado de engrenagem PROTÓTIPO. Esta engrenagem protótipo será então submetida a testes dos quais sairão os coeficientes que afetarão a fórmula inicial de modo a se conseguir a performance desejada. Em muitos casos tem sido possível AUMENTAR a relação de potência depois que suficiente quantidade de testes de campo foi realizada.

1- Fórmula de Lewis.

Um dente pode ser imaginado como uma viga engastada; no engastamento há esforços de tração no lado da carga e esforços de compressão no lado oposto.

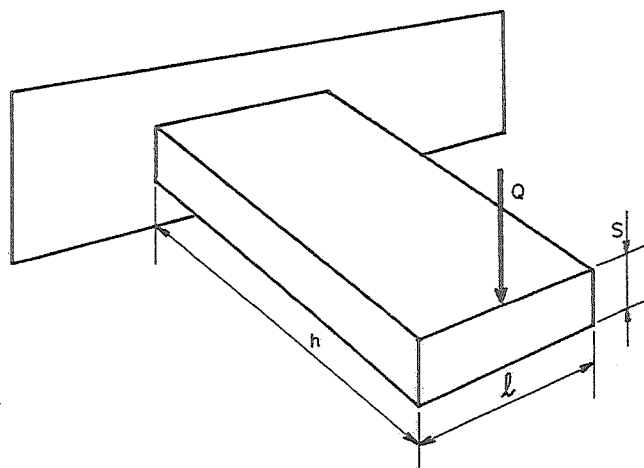


Fig. 1

Quando um dente quebra, usualmente é no lado do esforço de tração.

A habilidade do dente resistir à quebra é a sua chamada "resistência à flexão".

Esta "resistência à flexão" foi, primeiramente, calculada por Wilfred Lewis, em 1893. Ele concebeu a idéia de inscrever uma "parábola de resistência uniforme" dentro do dente.

Inscrivendo a maior parábola de igual resistência que caiba no dente, imediatamente localizamos a seção crítica: esta seção é no ponto onde a parábola torna-se tangente à superfície do dente (Fig. 2).

Considerando a viga, a fórmula de Lewis pode ser derivada simplesmente das fórmulas da resistência aplicada à raiz de uma viga engastada. Da figura 1 tiramos que:

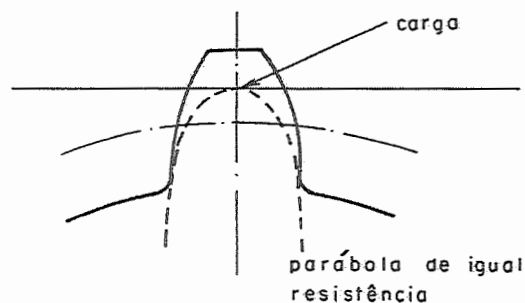


Fig. 2

$$\sigma = \frac{M f}{W} \quad \left\{ \begin{array}{l} \sigma = \text{tensão de tração na raiz} \\ W = \text{módulo de resistência} \\ Mf = \text{momento fletor na raiz} \end{array} \right.$$

$$W = \left(\frac{1}{6} l s^2 \right)$$

$$Mf = (Q h)$$

$$(I) \quad \sigma = \frac{6 Q h}{l s^2}$$

Voltando ao dente (fig. 3), para chegarmos à fórmula de Lewis devemos determinar a dimensão x

$$\triangle 1 \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{s}{2 h}$$

$$\triangle 2 \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{2 x}{s}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \frac{s^2}{4 h} \end{array} \right.$$

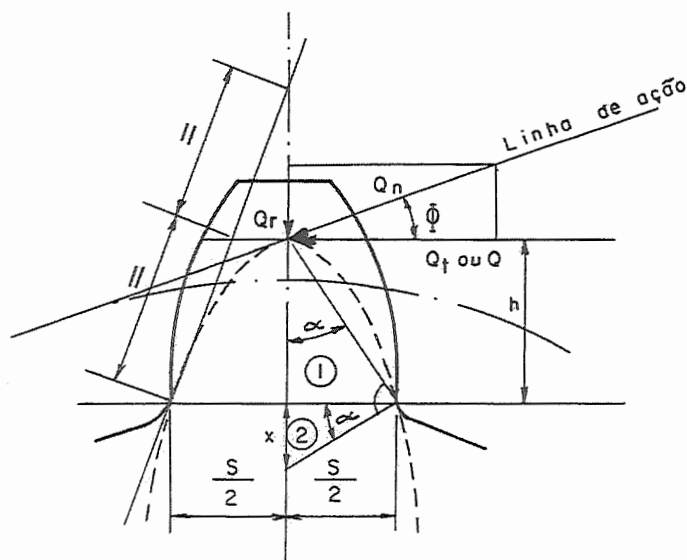


Fig. 3

ou

$$\boxed{s^2 = 4 h x} \quad (II)$$

Substituindo (II) em (I) vem:

$$\sigma = \frac{Q}{\frac{2}{3} x l}$$

Multiplicando numerador e denominador pelo passo circular p_c vem:

$$\sigma = \frac{Q p_c}{\frac{2}{3} x p_c l} \text{ ou}$$

$$\sigma = \frac{1}{\frac{2}{3} \frac{x}{p_c}} \cdot \frac{Q}{p_c l} \quad (\text{III})$$

O termo $\frac{2x}{3 p_c}$ foi chamado y por Lewis. Este é um fator que pode ser determinado por um layout do dente. Sendo y adimensional, pode ser tabelado e usado para qualquer "pitch" (ou módulo).

y é chamado "coeficiente de Lewis" ou "fator de forma" pois, apesar de não depender das dimensões do dente, depende de sua forma.

Substituindo y na (III) vem:

$$\sigma = \frac{Q}{p_c l y}$$

ou

$$Q = \sigma p_c l y$$

fórmula de Lewis

Se quisermos trabalhar com o "pitch" (P) ao invés do passo circular (p_c) fazemos a substituição de y por Y onde:

$$Y = \pi y \Rightarrow \sigma = \frac{Q}{\frac{\pi}{P} l \frac{Y}{\pi}} \rightarrow \sigma = \frac{Q P}{l Y} \quad \text{no sistema "pitch"}$$

(IV)

$$P = \frac{\pi}{p_c}$$

$$\sigma = Q/m l Y$$

no sistema "módulo"

2- Comentários e críticas à Fórmula de Lewis.

a) A fórmula original de Lewis foi deduzida para a componente tangencial da carga aplicada. Entretanto, existe também a componente radial que produz um pequeno esforço de compressão na raiz do dente. Quando esta componente é considerada o esforço de tração é reduzido e o esforço de compressão é aumentado em pequenas quantidades.

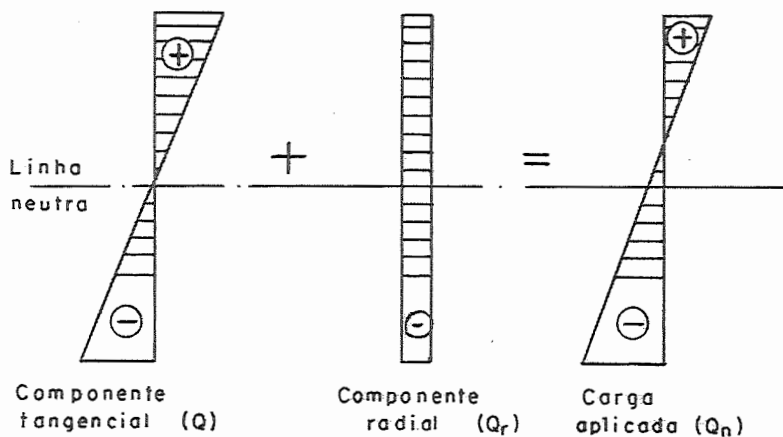


Fig. 4

Isto poderia indicar que o esforço mais crítico seja do lado da compressão.

Este não é o caso entretanto. Para a maioria dos materiais um esforço de tração é mais danoso que qualquer esforço muito maior de compressão.

Algumas formulas levam em conta a componente radial; isto complica sobremaneira as equações apresentando apenas pequeno aumento da precisão.

b) Outra consideração a respeito da fórmula de Lewis é que ela considera a carga aplicada no tampo do dente. No seu tempo, mesmo as melhores engrenagens não eram precisas; isto significa que a carga era usualmente carregada por apenas um par de dentes, ao invés de ser distribuída entre dois ou mais pares de dentes das engrenagens. Neste caso a condição crítica é a carga no tampo do dente. Nos projetos atuais, a relação de contato (grau de recobrimento) é grande bastante para colocar outro par de dentes em contato antes que o primeiro par tenha chegado à condição de carga crítica no tampo. A condição de carga crítica será então obtida no ponto imediatamente anterior àquele em que o segundo par de dentes entra em contato.

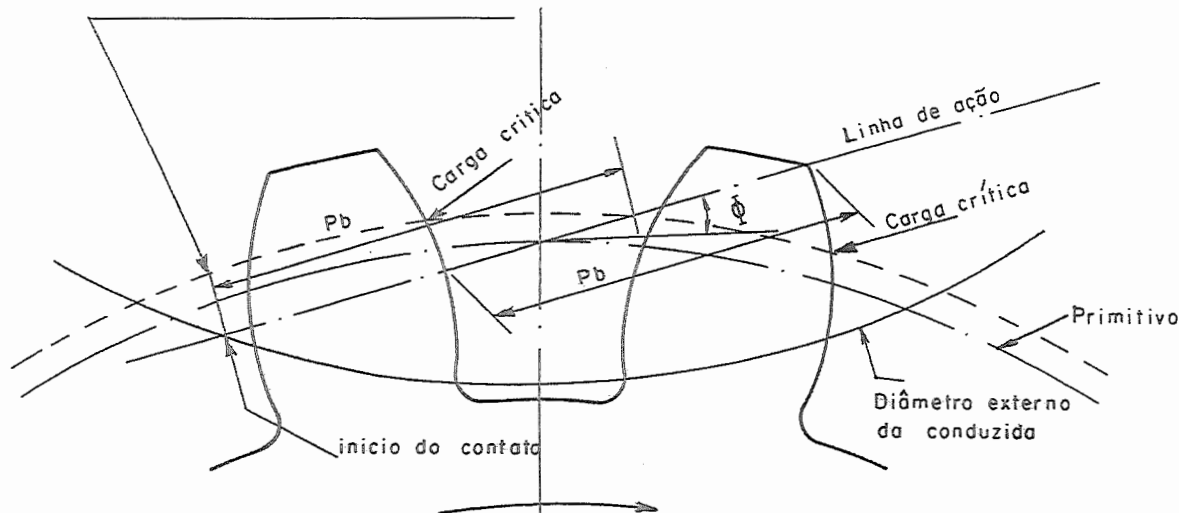
A Fig. 5 mostra como localizar o ponto de carga crítica em um pinhão reto. Note-se que o ponto de contato avança exatamente um p_b (passo circular na base) em relação ao primeiro ponto de contato.

Em engrenagens retas a condição de carga crítica pode ser usada na Fórmula de Lewis fazendo-se simplesmente o layout do dente com a carga aplicada no ponto crítico ao invés de no tampo. Isto fornece um Y maior (diminui o braço h).

A tabela seguinte mostra como isto afeta o Y para alguns pinhões retos com ângulo de engrenamento = 20° e altura total.

Em engrenagens helicoidais e em cônicas espirais, os dentes são precisos bastante para dividir a carga. A geometria do dente, entretanto, é tal que torna impossível encontrar uma posição da carga que possa ser tomada como posição crítica. Em todas as posições de contato é possível encontrar-se dois ou mais pares de dentes dividindo a carga. Esta situação é frequen

Circulo dos pontos até os quais o contato é feito entre um único par de dentes.



Sentido da rotação

Fig. 5



nº de dentes pinhão engrenagem		FATOR Y	
		carga topo	carga ponto crítico
20	20	0,287	0,527
20	60	0,287	0,577
20	120	0,287	0,600
25	25	0,310	0,583
25	60	0,310	0,657
25	120	0,310	0,693
30	30	0,332	0,640
30	60	0,332	0,673
30	120	0,332	0,740

temente superada multiplicando-se o fator Y para carga no tópo pela relação de contato (grau de recobrimento). Por exemplo, na tabela, um pinhão de 25 dentes engrenado com uma engrenagem de 60 dentes tem um fator Y para carga no tópo = 0,310. A relação de contato nestas condições é por volta de 1,70 o que fornece para Y o valor de 0,537 que é próximo do seu valor para carga no ponto crítico que é 0,657.

c) Outra observação a respeito da Formula de Lewis é que a largura do dente l usada por ela é a largura total. Entretanto, as engrenagens são raramente carregadas uniformemente através da largura do dente. Erros no alinhamento dos dentes e no ângulo de hélice tendem a aumentar a carga em uma ou outra das extremidades do dente. A prática é a de se usar uma largura EFFETIVA a qual é menor que a largura real.

d) Outra observação é que a carga aplicada ao dente é MAIOR que a carga transmitida baseada na potência. Em geral, quanto maior a velocidade, maiores serão os choques devidos aos erros nos dentes e maiores os efeitos dinâmicos devidos ao desbalanceamento e variações de torque nos elementos ligados quer às motoras, quer às conduzidas. Uma considerável quantidade de pesquisas têm sido feitas para determinar a grandeza das CARGAS DINÂMICAS nos dentes das engrenagens. O método de Buckingham, embora nem sempre dê respostas que concordem com os dados de testes, é ainda o melhor método disponível até o presente. Comparando diferentes projetos o método de Buckingham mostra claramente o efeito das massas, da elasticidade dos eixos e dos erros dos dentes na produção de sobrecargas dinâmicas.

Em alguns tipos de engrenagens o problema da carga dinâmica tem sido resolvido calculando-se uma POTÊNCIA DE SERVIÇO que é dada por:

$$\text{POT. DE SERVIÇO} = \text{POT. REAL} \times \text{FATOR DE SERVIÇO}$$

O FATOR DE SERVIÇO é estabelecido por acôrdo entre o fabricante de engrenagens e usuários. É um fator de aumento da carga para compensar as cargas dinâmicas. É baseado em experiências de campo e em considerações teóri

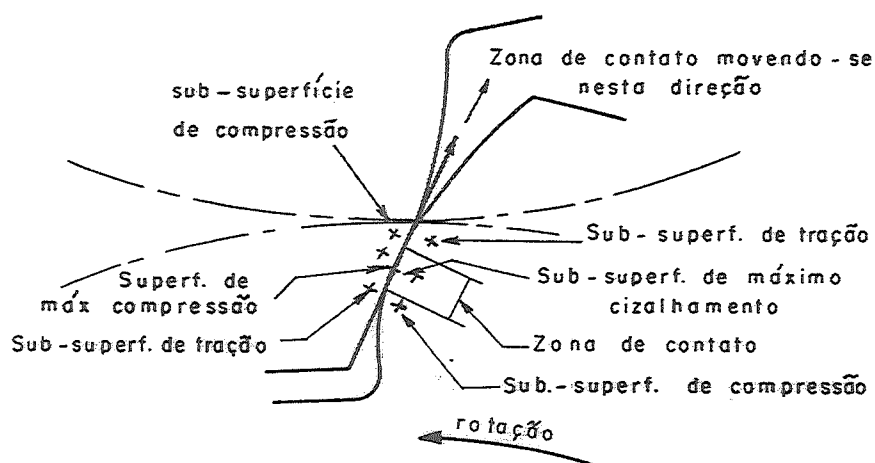
cas.

3- Pressão de Contato de HERTZ.

Além de falharem por flexão as engrenagens também falham por PITTING (cra-
teração) e desgaste. Geralmente são as condições de funcionamento que de-
terminam por qual tipo de falha os dentes serão destruídos.

Frequentemente as engrenagens desgastam-se até o ponto onde começam a
girar desigual. Então o aumento da carga dinâmica mais o efeito da concen-
tração de tensões na superfície gasta do dente, causam a sua falha.

A Fig. 6 mostra os tipos de tensões presentes na zona de contato.



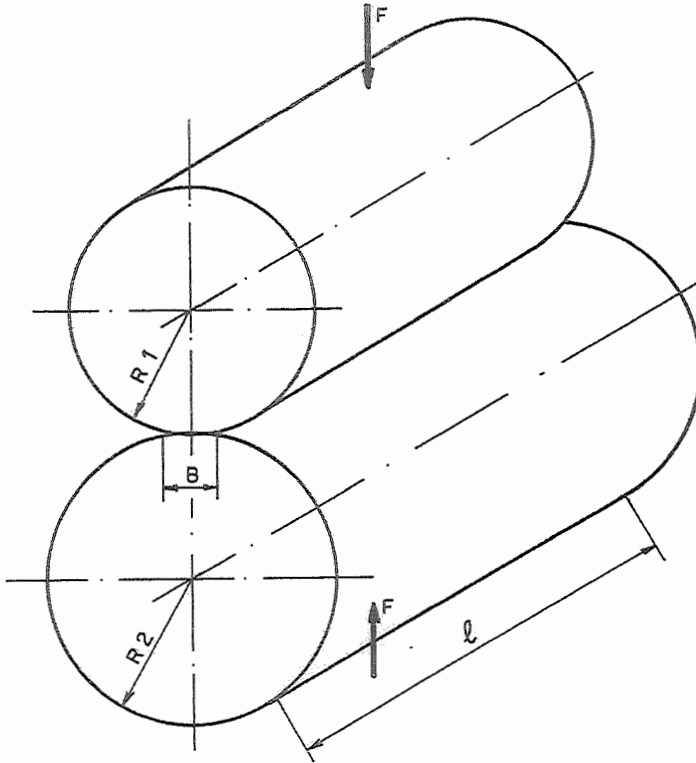
No centro da zona de contato há um ponto de máxima tensão de compres-
são. Diretamente abaixo deste na direção do núcleo do dente, há uma sub-su-
perfície de máximo cisalhamento.

As superfícies dos dentes movem-se, uma em relação à outra, com uma com-
binação de rolamento e escorregamento. O movimento de escorregamento mais o
coeficiente de fricção tendem a causar tensões adicionais nas superfícies.
Imediatamente à frente da zona de contato há uma limitada região de compres-
são. Imediatamente atrás da zona de contato há uma limitada região de tra-
ção.

Um pedaço de metal na superfície do dente passa por um ciclo de tração
e compressão toda vez que o dente engrena. Se a carga for severa bastante,
evidenciar-se-á, em ambas as superfícies, fendas e escoamento na superfície
de contato. Poderá haver mesmo ruptura do metal devido à sub-superfície de
cisalhamento.

Frequentemente estas tensões na superfície dos dentes são chamadas TEN-
SÕES DE HERTZ pois são usualmente, determinados por fórmulas derivadas dos
trabalhos de Hertz.

Hertz determinou a largura da zona de contato e a tensão padrão quando
várias formas geométricas são carregadas uma contra outra. De particular
interesse para projetos de engrenagens é o caso de dois cilindros, com eixos
paralelos, carregados um contra o outro.



F = fôrça aplicada (kg)

l = comprimentos dos cilindros (mm)

B = largura da zona de contato (mm)

R_1 e R_2 = raios de curvatura dos cilindros (mm)

A FÓRMULA DE HERTZ para a largura de zona de contato é:

$$B = \sqrt{\frac{16F (K_1 + K_2) R_1 R_2}{l (R_1 + R_2)}} \quad (V)$$

onde

$$K_1 = \frac{1 - \mu^2}{\pi E_1} \quad \text{e} \quad K_2 = \frac{1 - \mu^2}{\pi E_2}$$

sendo

μ = coeficiente de Poisson

E = módulo de elasticidade

A máxima tensão de compressão é:

$$\sigma_c = \frac{4F}{l \pi B} \quad (VI)$$

A máxima tensão de cisalhamento é:

$$\sigma_s = 0,295 \sigma_c$$

A profundidade do ponto de máximo cisalhamento é:

$$Z = 0,393 B$$

Como $\mu = 0,3$ para a maioria dos metais, podemos compor equações (V) e (VI), obtendo:

$$\sigma_c = \sqrt{0,35 \frac{F(1/R_1 + 1/R_2)}{\ell(1/\sqrt{r_1} + 1/\sqrt{r_2})}} \quad (\text{VII})$$

As fórmulas de Hertz podem ser facilmente aplicáveis às engrenagens re-
tas considerando-se que as condições de contato das engrenagens são equiva-
lentes àsquelas dos cilindros tendo os mesmos raios de curvatura no ponto de
contato, como as engrenagens têm. Isto é uma aproximação porque o raio de
curvatura de um dente com perfil envolvente mudará através da largura da zo-
na de contato. A mudança não é muito grande quando o contato é na região da
linha primitiva; entretanto, quando o contato é perto do círculo de base, a
mudança brusca e as tensões de contato calculadas pelas formulas de Hertz
para cilindros não são muito precisas.

Recordação: $\text{inv } \phi = \text{tg } \phi - \phi \text{ (rad.)}$

$$d_b = d_p \cos \phi = d_1 \cos \phi_1$$

Raio de curvatura na linha
primitiva.

$$\rho = \frac{d_p}{2} \text{sen } \phi$$

Raio de curvatura numa linha
qualquer.

$$\rho_1 = \frac{d_1}{2} \text{sen } \phi_1$$

$$\cos \phi_1 = \frac{d_p \cos \phi}{d_1}$$

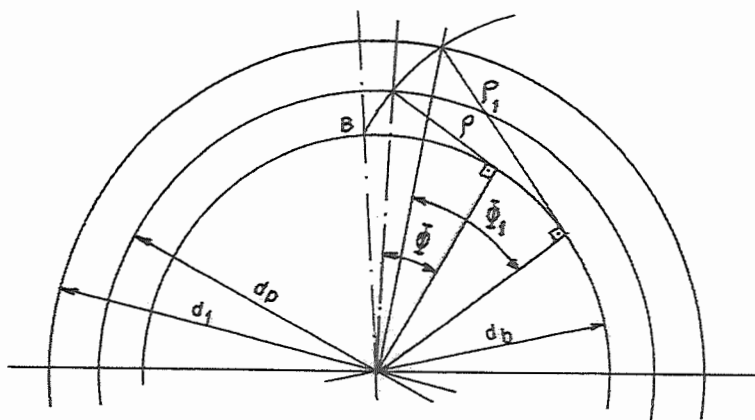


Fig. 8

O esforço de compressão na linha primitiva de um par de engrenagens re-
tas pode ser obtido fazendo as seguintes substituições na fórmula (VII):

$$F = \frac{Q}{\cos \phi} ; \quad (Q = \text{carga tangencial}) \quad [\text{kg}]$$

$$(\phi = \text{ângulo de engrenamento})$$

$$l = \ell ; \quad (\ell = \text{comprimento do dente no sentido do eixo})$$

$$(\rho) \rightarrow R_1 = \frac{d_p}{2} \sin \phi ; \quad (d_p = \text{diâm. primitivo do pinhão}) \quad [\text{mm}]$$

$$R_2 = i R_1 ; \quad (i = 1/c = \frac{\text{n}^\circ \text{ dentes coroa}}{\text{n}^\circ \text{ dentes pinhão}})$$

Q pode ser obtida dividindo o torque no pinhão pelo seu raio primi-
tivo.

Substituindo estes valores na formula (VII) vem, para Engrenagens Ci-
lindricas RETAS, Metálicas:

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{0,70}{\left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}\right) \cos \phi \sin \phi}} \sqrt{\frac{Q}{\ell d_p} \left(\frac{i+1}{i}\right)} \quad (\text{VIII})$$

Para engrenagens de aço

$$\begin{cases} E_1 = E_2 = 2,1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 \\ E_1 = E_2 = 3,0 \times 10^7 \text{ lb/in}^2 \end{cases}$$

Substituindo-se vem

$$\sigma_c = 10^2 \sqrt{\frac{0,73}{\sin \phi \cos \phi}} \sqrt{\frac{Q (i+1)}{\ell d_p i}} \quad \text{Kg/mm}^2$$

$$\sigma_c = 10^3 \sqrt{\frac{10,5}{\cos \phi \sin \phi}} \sqrt{\frac{Q}{\ell d_p} \left(\frac{i+1}{i}\right)} \quad \left(\frac{\text{lb}}{\text{in}^2}\right)$$

Alguns autores acham conveniente chamar a expressão sob a 2ª raiz de
fator K:

$$\sqrt{\frac{Q}{\ell d_p} \left(\frac{i+1}{i}\right)} = \sqrt{K}$$

donde

$$\sigma_c = 10^2 \sqrt{\frac{0,73}{\cos \phi \sin \phi}} \sqrt{K}$$

A tensão de compressão em dentes de ENGRENAGENS HELICOIDAIS pode ser obtida encontrando-se o raio de curvatura em uma seção normal à hélice primitiva. Esta seção tem uma elipse primitiva ao invés de um círculo primitivo. Usando a equação de uma elipse, nós podemos obter valores para R_1 e R_2 para a equações (VII).

No estudo cinemático deduzimos que o "raio equivalente", r_e , vale:

$$r_e = \frac{r_p}{\cos^2 \beta}$$

ou

$$\rho_{\text{elipse}} = \frac{\rho}{\cos^2 \beta}$$

$$r_p = \frac{dp}{2}$$

$$\text{onde, } \rho = r_p \sin \phi_n$$

ou que "o raio de curvatura da elipse no ponto primitivo é igual ao raio de curvatura do círculo dividido pelo cosseno ao quadrado do ângulo de hélice". Portanto:

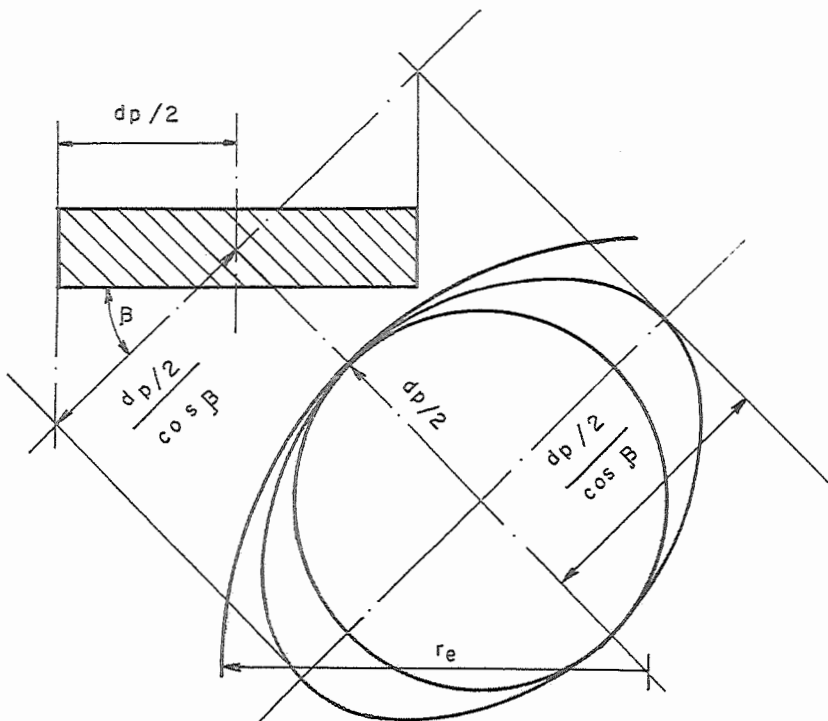


Fig. 9

$$R_1 = \frac{dp}{2} \operatorname{sen} \phi_n \cdot \frac{1}{\cos^2 \beta} \rightarrow$$

$$R_1 = \frac{dp \operatorname{sen} \phi_n}{2 \cos^2 \beta}$$

ϕ_n = âng. de engrenamento
no plano normal

$$R_2 = i R_1$$

Em engrenagens helicoidais de precisão a carga é dividida entre diversos pares de dentes. O comprimento médio de trabalho do dente é dado por:

$$l_t = \frac{l \times \epsilon_c}{\cos \beta}$$

(ϵ_c) = relação de contato transversal (ou frontal)

A carga tangencial no plano normal é igual à carga tangencial no plano transversal dividida pelo cosseno do ângulo de hélice. (vide fig. 10)

$$Q_{tn} = \frac{Q}{\cos \beta}$$

A carga aplicada na seção normal Q_n é igual à carga tangencial no plano normal, dividida pelo cosseno do ângulo de engrenamento no plano normal. (vide fig. 11).

$$Q_n = \frac{Q_{tn}}{\cos \phi_n}$$

ou

$$Q_n = \frac{Q}{\cos \beta \cos \phi_n}$$

Combinando as equações (VII) e (VIII) para estes valores de R_1 , R_2 , l_t e Q_n , teremos, para Engrenagens Cilíndricas HELICOIDAIS, Metálicas:

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{0,70 \cos^2 \beta}{\left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}\right) \cos \phi_n \operatorname{sen} \phi_n}} \sqrt{\frac{Q}{ldp \epsilon_c} \left(\frac{i+1}{i}\right)} \quad (\text{IX})$$

ou

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{0,70 \cos^2 \beta}{\left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}\right) \cos \phi_n \sin \phi_n}} \sqrt{\frac{K}{\epsilon_c}}$$

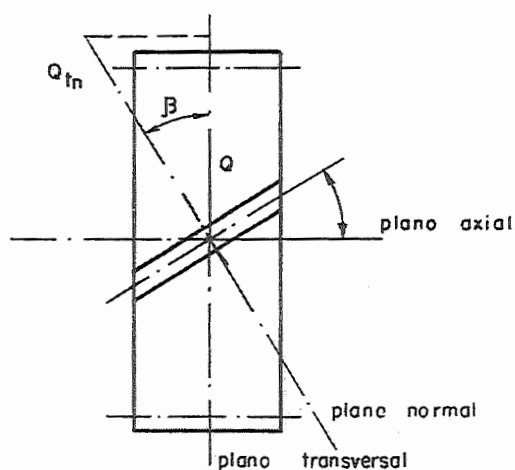


Fig. 10

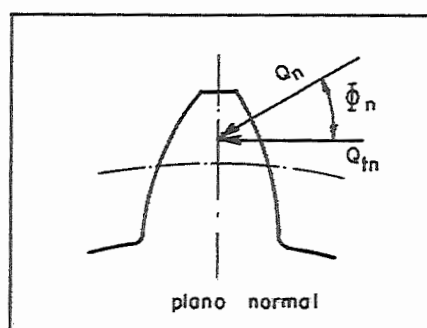


Fig. 11

Lembrar que:

$$\epsilon_c = \frac{\sqrt{re_1^2 - rb_1^2} + \sqrt{re_2^2 - rb_2^2} - (rp_1 + rp_2) \sin \phi}{\pi_m \cos \phi}$$

onde rb = raio de base
 re = raio externo

4- Comentários e críticas à fórmula de Hertz.

Em alguns casos a tensão de compressão em dentes retos é calculada no mais baixo ponto, no dente do pinhão, onde toda carga é carregada por um simples par de dentes. Teoricamente, se um par de dentes carrega toda a carga

e a posição de carregamento é a mais baixa possível, há uma condição de car-
ga crítica para a tensão de Hertz correspondendo à posição de carga crítica
para a resistência descrita na seção anterior. De um ponto de vista prático,
a maioria dos projetistas acha satisfatório calcular a tensão de compres-
são somente na linha primitiva porquanto sabem que, embora a tensão de com-
pressão não seja máxima nesse ponto, a EROSÃO frequentemente começa ali ou
imediatamente abaixo da linha primitiva. Aparentemente a mudança na dire-
ção de velocidade de escorregamento, faz uma dada tensão de compressão, mais
danosa ao dente, na linha primitiva.

Diferentes formulas para tensões de contato podem ter fatores para le-
var em conta o aumento da carga devido à velocidade e à imprecisão dos den-
tes. As mesmas questões de carga dinâmica e desalinhamento, através da lar-
gura dos dentes, estão presentes quer calculando tensões de contato, quer
calculando tensões na raiz. Fatores de serviço são frequentemente usados pa-
ra considerar os efeitos da imprecisão dos dentes e os efeitos das massas
dos demais elementos ligados às engrenagens. Fatores de serviço também con-
sideram as variações no torque e a extensão dos serviços requeridos das en-
grenagens.

IV - ESTIMATIVA PRELIMINAR DO TAMANHO DA ENGENHAGEM

As fórmulas obtidas são de ajuda para entender o problema do projeto de engrenagens mas elas não dão muita ajuda para saber o que fazer primeiramente no projeto de um par depois de haveremos escolhido o tipo de engrenagem.

Existem muitas maneiras de começar o projeto de um par. Talvez o caminho mais fácil seja pular todos os detalhes do projeto e imediatamente estimar quão grande as engrenagens devem ser. Se um tamanho próximo do correto puder ser escolhido no início, o projetista pode trabalhar através de cálculos dimensionais somente com a perspectiva de alguns pequenos ajustes quando ele "checar" o projeto final com as fórmulas apropriadas de avaliação.

Vejamos como estimar o tamanho da engrenagem.

1- Especificações de engrenagens.

Engrenagens são usadas para transmitir potência de um eixo para outro e para mudar de velocidade de rotação. O projetista necessita ter as especificações para:

- a) grandeza da potência a ser transmitida.
- b) a velocidade do pinhão (ou da coroa).
- c) a relação requerida entre as velocidades de entrada e saída (relação de transmissão).
- d) o tempo durante o qual as engrenagens deverão trabalhar (a vida).

Frequentemente é difícil descobrir quanta potência um par de engrenagens deve transmitir. Tomemos o exemplo de uma engrenagem acionada por um motor de 10 HP:

- em algumas aplicações o motor pode ser colocado a girar todos os dias do ano a 10 HP.
- em outros casos o motor pode girar somente intermitentemente e a potências bem abaixo de 10 HP.
- ainda em outros casos o motor pode ser ligado todos os dias e ter que fornecer, por exemplo, 20 HP por um pequeno período de tempo enquanto a máquina acionada estiver esquentando.

O exemplo citado mostra que o 1º problema do projetista de engrenagens pode ser estabelecer uma especificação de potência apropriada.

- onde potências e velocidades podem ser bastante variáveis o objetivo do projetista deve ser a redução das especificações a condições simples.
- primeiramente ele deverá estabelecer a máxima carga contínua que a engrenagem poderá aguentar.
- em seguida deverá determinar o torque máximo. Esta carga, provavelmente, durará somente um pequeno período de tempo.

Na maioria dos projetos é necessário fazer cálculos de tensões para somente estas duas condições. Entretanto, em alguns casos, poderá haver uma alta carga intermediária a qual é maior que a máxima contínua, mas não durará tanto quanto ela. Nestes casos é necessário calcular tensões também para a carga intermediária.



2- Considerações sobre a largura dos dentes.

Em engrenagens retas e helicoidais simples, nunca é aconselhável usar a largura do dente maior que o diâmetro primitivo do pinhão. Se isto acontecer os esforços de torção concentrarão a carga quase totalmente em uma das extremidades.

Em muitas aplicações é mesmo impossível usar uma largura tão grande quanto o diâmetro primitivo do pinhão; erros no alinhamento dos dentes e no alinhamento dos eixos, tornarão impossível obter-se o contato através de uma largura tão grande.

Normalmente, para estes tipos de engrenagens, usa-se uma largura por volta de três vezes o passo circular ($l \approx 3 p_c$).

Em engrenagens helicoidais duplas (espinha de peixe) a largura pode ser tão grande como duas vezes o diâmetro primitivo do pinhão antes que o problema de esforços de torção torne-se sério. Isto resulta do fato de que o pinhão espinha de peixe muda axialmente impelido pela carga para igualar o carregamento em cada hélice. Esta mudança compensa a maior parte do esforço torsional.

3- Considerações sobre o fator $K = \frac{Q}{l d p} \left(\frac{i + 1}{i} \right)$

O fator K para engrenagens retas e helicoidais é um índice conveniente para medir a intensidade de carga nos dentes. (Dimensionalmente falando, $K = \text{kg/mm}^2$). A tensão de compressão é uma função da raiz quadrada do fator K. Ele pode ser tomado como um índice da durabilidade superficial dos dentes.

Os dentes de engrenagens de aço de baixa e média dureza usualmente têm mais resistência à ruptura do que capacidade para resistir à crateração (pitting). Logo, o índice de durabilidade superficial torna-se o fator limite para a determinação da capacidade de carga das engrenagens.

Por outro lado, se um óleo muito fino for usado ou se não houver uma quantidade adequada para refrigerar o par, riscos radiais (scoring) podem ser a condição limite. Geralmente, entretanto, o projetista providenciará para que se use um óleo adequado e em quantidade suficiente para a refrigeração de modo a se obter toda a capacidade das engrenagens. Óleos e sistemas de refrigeração são usualmente mais baratos do que engrenagens grandes.

Os dentes de engrenagens de aço de alta dureza usualmente têm maior resistência ao desgaste do que resistência à ruptura. Mesmo nesses casos o projetista pode, frequentemente, proporcionar seu projeto de tal maneira que possa ser obtida uma resistência à ruptura que iguale a capacidade do dente em resistir à crateração (pitting).

Se a resistência à ruptura for mais limitante que o desgaste, uma redução adequada no Fator K pode ainda ajudar na obtenção de dentes de resistência adequada.

4- Dados para projetos de engrenagens.

Depois que o tamanho de um par de engrenagens tenha sido determinado, o projetista deve calcular todas as dimensões e tolerâncias necessárias para definir exatamente as engrenagens requeridas. Devem ser fornecidos também os dados referentes ao material e ao tratamento térmico (se existir).

Geralmente os dados, referentes aos dentes, que devem constar do desenho são os seguintes:

- número de dentes
- diâmetro primitivo
- ângulo de pressão normal
- módulo normal (ou "pitch")
- passo circular normal
- espessura do dente
- ângulo de hélice
- direção da hélice
- addendum
- altura total

O projetista de engrenagens para uma peça de máquina altamente desenvolvidas, como um aeroplano ou um automóvel, deve especificar dimensões e tolerâncias cobrindo todas as características das engrenagens, em detalhes.

Podem ser adicionadas notas ao desenho para especificar o tratamento térmico e definir os limites de precisão para inspeção dos dentes.

O projetista deverá considerar a qualidade requerida para engrenagem, juntamente com a responsabilidade que o fabricante assuma de produzir engrenagens que trabalhem satisfatoriamente. Se o fabricante assumir esta responsabilidade e entender as exigências do projeto, um desenho bem simples será suficiente. Muitas engrenagens de precisão são feitas a partir de desenhos bem simples.

O problema do projetista é determinar quão detalhado o projeto deve ser para dar ao fabricante a responsabilidade de produzir uma engrenagem que opere satisfatoriamente.

5- Tolerâncias para dentes.

É uma matéria difícil e controvertida - muito se tem escrito sobre tolerâncias para engrenagens e ainda não existem respostas precisas. De um ponto de vista geral, as tolerâncias para engrenagens devem reunir dois tipos de quesitos:

- 1) devem ser AMPLAS BASTANTE para serem satisfeitas pelo método de fabricação (homem-máquina).
- 2) devem ser APERTADAS BASTANTE para que as engrenagens trabalhem por um espaço suficiente de tempo e sem barulhos e vibrações objeccionáveis.

O projetista tem diversas fontes de informações em tolerâncias. Se seu produto está em produção ele pode estudar a precisão já obtida e a performan

ce no campo. Isto dará uma resposta a questões como o que pode ser feito e o que é necessário. Em produtos novos, podem ser requeridos estudos de carregamentos dinâmicos, efeitos de desalinhamento e efeitos do acabamento superficial.

A qualidade dos dentes de engrenagens poderá ser controlada desde que sejam especificadas tolerâncias apropriadas para os seguintes itens:

- a) PASSO
- b) PERFIL DO DENTE
- c) CONCENTRICIDADE DOS DENTES COM OS EIXOS
- d) ALINHAMENTO DO DENTE
- e) ESPESURA DO DENTE (ou BACKLASH)
- f) ACABAMENTO SUPERFICIAL

a) NO PASSO a maior precisão já obtida foi de 0,0025 mm. Para se conseguir esta precisão são necessárias máquinas muito caras. Felizmente ela só é necessária em um número muito reduzido de usos. Engrenagens comerciais geralmente tem precisão na faixa de 0,013 a 0,040 mm (fig. 12).

b) PERFIL - em alguns casos o perfil de involuta tem apenas 0,005 mm de variação (fig. 13).

Um bom número de engrenagens de precisão tem variação dentro de 0,013 mm.

A maioria das engrenagens comerciais apresenta variação de perfil dentro de 0,025 a 0,050 mm.

c) CONCENTRICIDADE - em muitas engrenagens de precisão a concentricidade está na faixa de 0,025 a 0,050 mm.

Em engrenagens comerciais a concentricidade está na faixa de 0,13 mm.

A concentricidade é ordinariamente tomada com duas vezes a excentricidade (fig. 14).

d) ALINHAMENTO DO DENTE - em aplicações muito críticas o alinhamento é mantido tão pequeno quanto 0,005 a 0,013 mm/mm.

Em engrenagens comerciais o alinhamento é mantido dentro de 0,013 a 0,025 mm/mm.

e) ESPESURA - engrenagens de potencia toleram de 0,050 a 0,13 mm de variação na espessura do dente. Esta variação, entretanto, não é dentro de uma só engrenagem, mas de uma engrenagem para outra. Todos os dentes de uma engrenagem estarão muito perto do mesmo tamanho se a tolerância para o passo for apertada.

f) ACABAMENTO SUPERFICIAL - muitas engrenagens de precisão têm o acabamento superficial mantido de 32 rms.

Engrenagens comerciais estão dentro de 50- 60rms.

Em muitos casos a qualidade das engrenagens pode ser medida por simples testes funcionais.

Em algumas aplicações um TESTE DE RUÍDO é suficiente para aprovar ou reprovar as engrenagens.

Algumas das engrenagens de potencia são testadas RODANDO A PLENA CAR-

GA E VELOCIDADE durante um período de tempo. Se elas ficarem polidas, sem desgaste, e girarem silenciosamente, pode ser garantido que elas trabalharão bem.

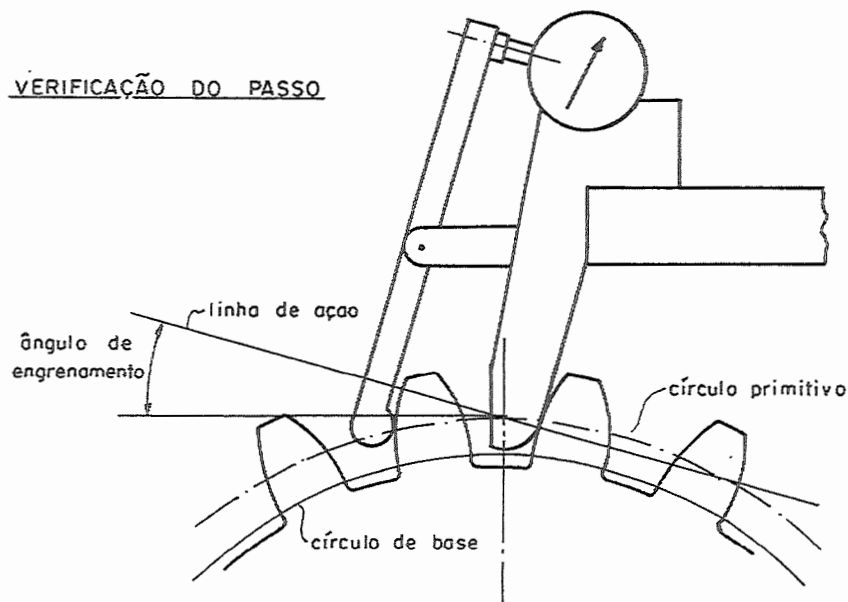
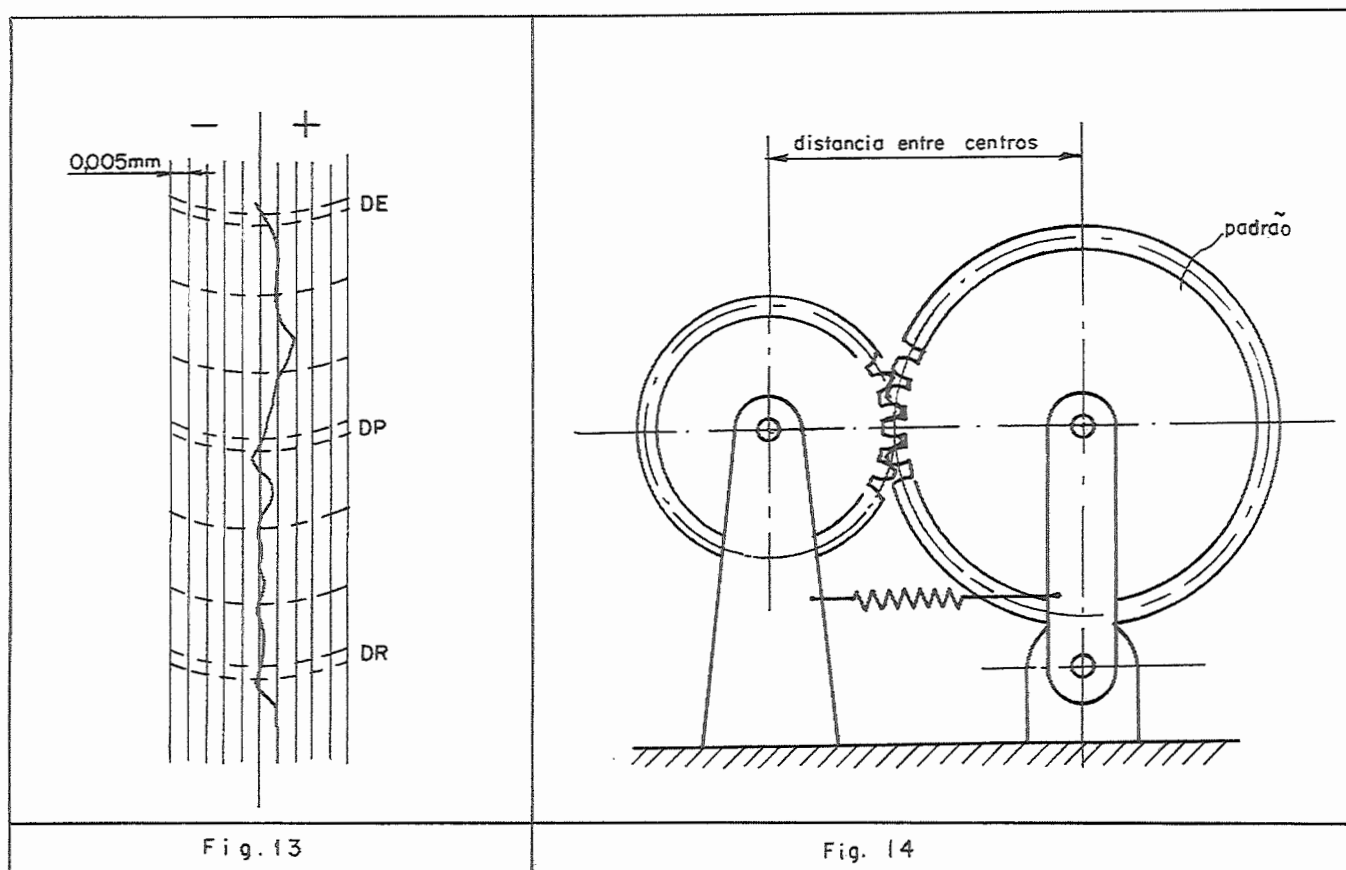


Fig. 12



Como custa muito submeter as engrenagens a todos os testes, o projetista geralmente escolhe o mais rápido e barato teste que garanta a boa qualidade e trabalha com ele.

V - FORMULAS PARA O DIMENSIONAMENTO

1- Equação de Lewis modificada:

Não existe uma formula para cálculo da resistência à flexão do dente que seja aceita por todos os projetistas de engrenagens. As formulas que serão aqui apresentadas são aquelas derivadas dos trabalhos de D.W. Dudley. A experiência do autor, no projeto e testes de engrenagens, lhe permitiu introduzir pequenas alterações, nas formulas originais, com a finalidade de simplificar as expressões tornando-as mais facilmente manipuláveis pelo iniciante, sem perda da sua generalidade.

À formula de Lewis deduzida anteriormente são acrescentados alguns coeficientes com o objetivo de compensar imprecisões que podem ocorrer nos dentes, e para compensar a concentração de tensões:

para engrenagens cilíndricas com dentes retos tem-se as expressões:

$$\sigma_t = \frac{Q^* P K_e K_f}{l_e Y_c C_v}$$

ou

$$\sigma_t = \frac{Q^* K_e K_f}{m l_e Y_c C_v}$$

Sistema "pitch"

sistema "módulo"

onde

Q^* = γQ , onde γ é um coeficiente que leva em conta sobrecargas que devem ser estimadas em função do órgão acionador do par de engrenagens.

K_e = coeficiente que leva em conta a "má distribuição da carga ao longo da largura do dente". Quando os dentes não estão corretamente alinhados ou quando os eixos não são exatamente paralelos, a carga não é uniformemente distribuída ao longo da largura dos dentes (Tabela 1).

l_e = largura "efetiva" do dente. Se o desalinhamento dos dentes ou dos eixos for acima de certos limites, a largura dos dentes em contato será "menor" do que aquela do menor membro do par (Tabela 1).

Y_c = coeficiente de Lewis para carga no ponto crítico.

$$Y_c = Y_t \cdot \epsilon_c \quad \begin{cases} Y_t = \text{fator de Lewis lido na Tabela 5} \\ \epsilon_c = \text{relação de contato transversal} \\ \quad \text{(ou frontal)} \end{cases}$$

C_v = fator de velocidade. Este fator leva em conta os pequenos choques entre os dentes, provenientes de sua imprecisão, quando estes giram a altas velocidades (Gráfico 1).

K_f = coeficiente que leva em conta a "efetiva" concentração de tensões na raiz do dente. Seu valor depende principalmente do raio do filete na raiz e dureza do material (v. Gráfico 2).

para engrenagens cilíndricas com dentes helicoidais tem-se as expressões:

$$\sigma_t = \frac{Q^* P_n K_e K_f}{l_e Y_c C_v}$$

ou

$$\sigma_t = \frac{Q^* K_e K_f}{m_n l_e Y_c C_v}$$

sistema "pitch"

sistema "módulo"

onde

os coeficientes K_e , K_f e C_v são exatamente os mesmos obtidos para dentes retos.

o coeficiente de Lewis para carga no ponto crítico é calculado usando-se a relação de contato total (\mathcal{E}_t) ao invés da relação de contato frontal (\mathcal{E}_c).

$$Y_c = Y_t \cdot \mathcal{E}_t$$

Lembrar que: $\mathcal{E}_t = \mathcal{E}_c + \mathcal{E}_f$

onde

$$\mathcal{E}_f = \frac{l \operatorname{tg} \beta}{p_c}$$

o efeito do ângulo de hélice é levado em conta usando-se o "pitch" normal (ou módulo normal) ao invés do "pitch" transversal (ou módulo circunferencial).

OBSERVAÇÃO: as tensões calculadas, quer para dentes retos, quer para dentes helicoidais devem ser comparadas com os valores admissíveis fornecidos pela tabela 2. Estes valores levam em conta a fadiga dos dentes. Serão representados por σ_t^1 .

Os valores da tabela 2 foram obtidos para dentes feitos com materiais de alta qualidade e segundo processos de fabricação altamente precisos.

Além da fadiga, devemos levar em conta também as particularidades dos órgãos acionadores das engrenagens e dos órgãos acionados por elas. O fator de aplicação (K_a) fornecido pela tabela 3 leva em conta estas particularidades. Os valores da tabela 3 são baseados na consideração de que não sejam requeridas grande segurança e regularidade de operação por parte das engrenagens. Se a vida humana estiver em risco (ex.: elevadores) ou algum outro fator da máxima importância estiver na dependência do funcionamento das engrenagens, os valores de K_a deverão ser multiplicados por 2.

O número de ciclos também deve ser considerado. Isto é feito pela introdução do fator de vida (L_f) que leva em conta tanto a mudança na tensão admissível, quanto a mudança na concentração efetiva de tensões, à medida que o número de ciclos aumenta. O gráfico 3 mostra algumas curvas de vida

baseadas em testes de fadiga dos dentes de engrenagens.

A fórmula para comparação da tensão calculada com a tensão admissível é:

$$\sigma_t' \geq \sigma_t \frac{K_a}{L_f}$$

2- Equação de Hertz modificada:

Analogamente ao que foi dito com respeito ao cálculo da resistência à flexão, não existe uma fórmula para o cálculo da durabilidade superficial (ou pressão específica) que seja aceita por todos os projetistas. Geralmente, uma sobrecarga na superfície do dente resulta em "pitting" (crateração). O pitting é uma falha por fadiga e resulta da combinação de tensões com alto número de ciclos.

Outro tipo de falha superficial é o "scoring" (riscos radiais). O scoring é causado pela falha do lubrificante o qual, submetido a tensões de compressão muito elevadas e a velocidades de escorregamento muito altas, tem sua "película" rompida, o que causa o contato metálico entre as superfícies. Tal contato metálico, nestas condições, causa uma micro-soldada instantânea entre as superfícies.

Continuando o movimento de rotação, após a soldadura, segue-se o arrancamento de porções da superfície quando os dentes se afastam. Estas porções arrancadas causam riscos radiais nos dentes (scoring).

A fórmula de Hertz, deduzida anteriormente, afetada pelos coeficientes fica:

para engrenagens cilíndricas metálicas com dentes retos:

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{0,70}{\left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}\right) \cos \phi \sin \phi}} \sqrt{\frac{Q K_e}{l_e d_p C_v} \left(\frac{i+1}{i}\right)}$$

ou para engrenagens de aço:

$$\sigma_c = 10^2 \sqrt{\frac{0,73}{\sin \phi \cos \phi}} \sqrt{\frac{Q K_e}{l_e d C_v} \left(\frac{i+1}{i}\right)}$$

Os coeficientes K_e , l_e e C_v são os mesmos usados na equação de Lewis modificada.

para engrenagens cilíndricas metálicas com dentes helicoidais.

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{0,70 \cos^2 \beta}{\left(\frac{1}{\psi_1} + \frac{1}{\psi_2}\right) \cos \phi_n \sin \phi_n \epsilon_c}} \sqrt{\frac{Q K_e}{l_e d_p C_v} \left(\frac{i+1}{i}\right)}$$

OBSERVAÇÃO: as tensões de compressão calculadas devem ser comparadas com os valores admissíveis através da fórmula:

$$\sigma'_c \geq \sigma_c \frac{\sqrt{K_a}}{Lf_c}$$

A tabela 4 mostra alguns valores de σ'_c para dentes de engrenagens; estes valores poderão ser aumentados se os dentes forem submetidos a métodos especiais de tratamento térmico.

O fator de vida Lf_c , em função do número de ciclos pode ser obtido pela tabela abaixo:

<u>nº de ciclos</u>	<u>Lf_c</u>
10^3	1,40
10^5	1,40
10^6	1,25
10^7	1,10
10^8	1,00
10^9	0,90

Módulo de Elasticidade para o Ferro Fundido	
Dureza Brinell	E [kgf/mm ²]
170 ~ 200	9000 ~ 13500
210 ~ 260	14000 ~ 20000

TABELA 1 - Largura efetiva do dente e coeficiente para a distribuição de carga em engrenagens retas e helicoidais de aço.

condições de montagem das engrenagens (α)	Q (kg) carga	50	
	largura l (mm)	l_e	K_e
êrro combinado no alinhamento dos dentes e paralelismo dos eixos = 0,002 mm por milímetro de largura	25	8,00	2,00
	100	32,00	2,00
	250	80,00	2,00
	500	160,00	2,00
êrro combinado no alinhamento dos dentes e paralelismo dos eixos = 0,001 mm por milímetro de largura.	25	11,25	2,00
	100	45,00	2,00
	250	112,50	2,00
	500	225,00	2,00
êrro combinado no alinhamento dos dentes e paralelismo dos eixos = 0,0005 mm por milímetro de largura.	25	15,80	2,00
	100	63,00	2,00
	250	158,00	2,00
	500	316,00	2,00
engrenagens lapidadas ou com acabamento dado de maneira a obter-se contato através de toda largura.	l	l	1,00
dentes submetidos a operação de crowning; 2/3 da largura em contato a plena carga.	l	$0,67 l$	1,5

OBSERVAÇÕES :

- 1) Para $l_e > l$, usar sempre l
- 2) Para cálculos de engrenagens para aplicações gerais, determinar l_e usando a expressão:

$$3) K_e = \frac{l_e^2 \mu \alpha}{2 Q l^2} + 1$$

$$1,0 \leq K_e \leq 2,0$$

TABELA 1 - Largura efetiva do dente e coeficiente para a distribuição de carga em engrenagens retas e helicoidais de aço.

200		500		2.500		10.000	
l_e	K_e	l_e	K_e	l_e	K_e	l_e	K_e
15,80	2,0	25,00	2,0	25,00	1,2	25,00	1,05
63,00	2,0	100,00	2,0	100,00	2,0	100,00	1,08
158,00	2,0	250,00	2,0	250,00	2,0	250,00	2,00
316,00	2,0	500,00	2,0	500,00	2,0	500,00	2,00
22,25	2,0	25,00	1,5	25,00	1,1	25,00	1,00
89,00	2,0	100,00	2,0	100,00	2,0	100,00	1,40
222,50	2,0	250,00	2,0	250,00	2,0	250,00	2,00
445,00	2,0	500,00	2,0	500,00	2,0	500,00	2,00
25,00	1,6	25,00	1,2	25,00	1,0	25,00	1,01
100,00	2,0	100,00	2,0	100,00	1,8	100,00	1,20
250,00	2,0	250,00	2,0	250,00	2,0	250,00	2,00
500,00	2,0	500,00	2,0	500,00	2,0	500,00	2,00
l	1,0	l	1,0	l	1,0	l	1,00
0,67 l	1,5	0,67 l	1,5	0,67 l	1,5	0,67 l	1,50

$$l_e = \sqrt{\frac{2Q}{\mu\alpha}} l \text{ onde}$$

μ = const. de rigidez =
 5×10^5 kg/mm de
 deflexão
 (para materiais ferrosos)
 α = erro combinado no alinhamento dos dentes e paralelismo dos eixos.



TABELA 2

- Tensões admissíveis de tração para dentes de engrenagens: σ'_t

MATERIAL	D u r e z a σ'_t (kgf/cm ²)			
	Brinell	Rockwell C	Retas ou Helicoidais	cônicas
FoFo	160-200		350	200
FoFc	210-245		500	300
Aço	160-200		1 400	700
Aço	210-245		1 550	800
Aço benef.	302-351	33-38	2 250	1 050
Aço temper.		48-53	2 500	1 250
Aço cement.		58-63	3 900	2 100

TABELA 3

- Fator de aplicação para engrenagens K_a

ÓRGÃO ACIONADOR	ÓRGÃOS ACIONADOS		
	Uniforme	c h o q u e s	
		moderados	severos
Uniforme	1,00	1,25	1,75
Choques pequenos	1,10	1,35	1,80
Choques médios	1,25	1,50	1,85

(vide Tabela 6)

TABELA 4

- Tensões admissíveis de compressão para dentes de engrenagens: σ'_c

M a t e r i a l	D u r e z a		σ'_c (kgf/cm ²)
	Brinell	Rockwell	
Bronze, bronze fosforoso			2.500
FoFo	160-200		3.500
FoFo	210-245		4.200
Aço	160-200		4.200
Aço	210-245		4.900
Aço benefic.	302-351	33-38	7.000
Aço temperado		48-53	11.200
Aço temperado		58-63	14.000

TABELA 5 - Valores do fator Y para vários sistemas de dentes

número de dentes	14 1/2 composto e involuta	20° altura total	pinhões pequenos 20° altura total	20° rebaixado
5			0.320	
6			0.301	
7			0.282	
8			0.264	
9			0.264	
10			0.264	
11			0.264	
12	0.211	0.245	0.264	0.312
13	0.223	0.261	0.270	0.324
14	0.236	0.277	0.277	0.340
15	0.245	0.290		0.350
16	0.254	0.296		0.362
17	0.264	0.303		0.368
18	0.270	0.309		0.378
19	0.277	0.314		0.388
20	0.283	0.322		0.394
21	0.289	0.328		0.400
22	0.292	0.331		0.406
24	0.299	0.337		0.416
26	0.308	0.346		0.425
28	0.314	0.353		0.432
30	0.318	0.359		0.438
34	0.327	0.371		0.447
38	0.333	0.384		0.457
43	0.340	0.397		0.463
50	0.346	0.409		0.476
60	0.355	0.422		0.485
75	0.361	0.435		0.497
100	0.367	0.447		0.507
150	0.374	0.460		0.520
300	0.383	0.472		0.535
Cremalheira	0.390	0.485		0.552

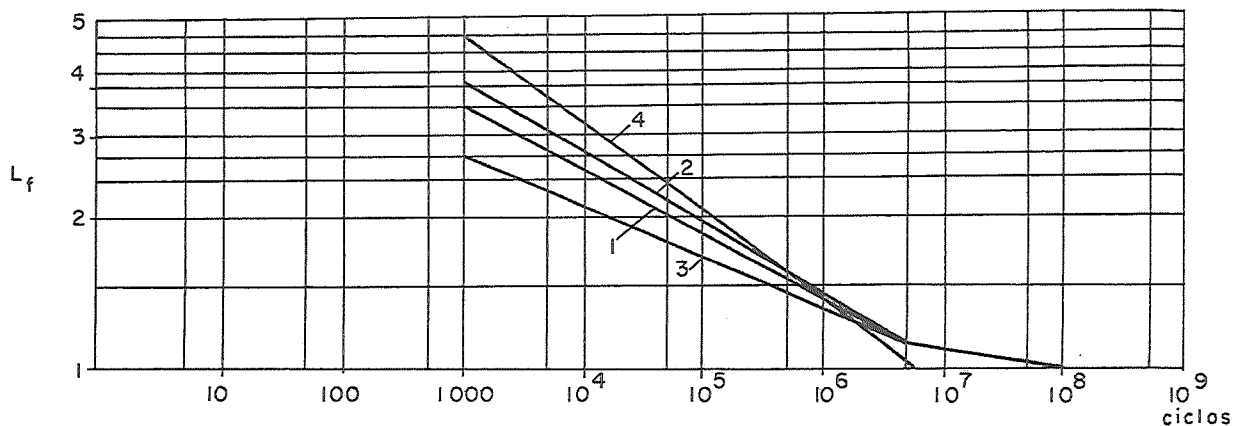
Sistema composto: a cremalheira básica combina curvas cicloidal e evolvente.

TABELA 6

- CARACTERÍSTICAS DE ÓRGÃOS ACIONADOS E ACIONADORES

CARACTERÍSTICAS DE ÓRGÃOS ACIONADOS E ACIONADORES	
- <u>Órgãos Acionados</u>	
<u>Uniforme</u>	- compressores centrifugos, agitadores de líquidos, correias transportadoras (avanço uniforme), sistema de translação de carrinhos, pontes e pórticos, sistema de rotação de guindastes.
<u>Choques moderados</u>	- Agitadores para sólido-líquido, correias transportadoras (avanço não uniforme), sistema de elevação de carga das pontes e guindastes, elevadores, máquinas operatrizes com arranque de cavaco.
<u>Choques severos</u>	- Compressores monocilindricos, transportadores alternativos, britadores, peneira vibratória.
- <u>Órgãos Acionadores</u>	
<u>Uniforme</u>	- Motores elétricos, turbinas.
<u>Choques pequenos</u>	- Motores de combustão interna multicilindros.
<u>Choques médios</u>	- Motores de combustão interna monocilindros.

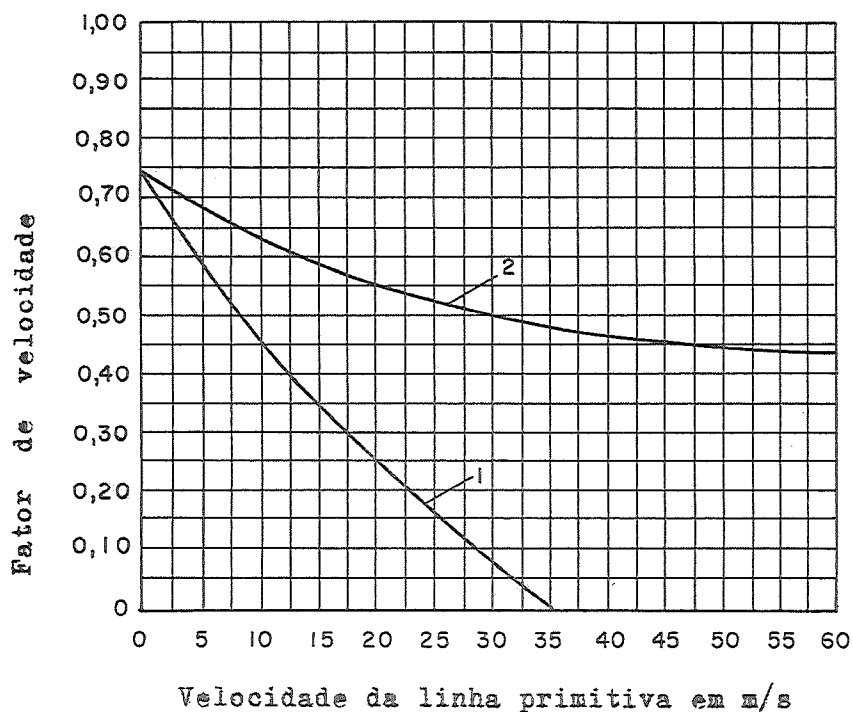
GRÁFICO 3

FATORES DE VIDA PARA O CÁLCULO DE ENGRENAGENS: L_f 

Retas e helicoidais

- Curva 1 - Aço - dureza Brinell = 210 ~ 245
 Curva 2 - Aço - dureza Brinell = 302 - 351
 Curva 3 - Aço - dureza Rockwell C = 58-63 (cementado)
 Curva 4 - Aço - todas as durezas

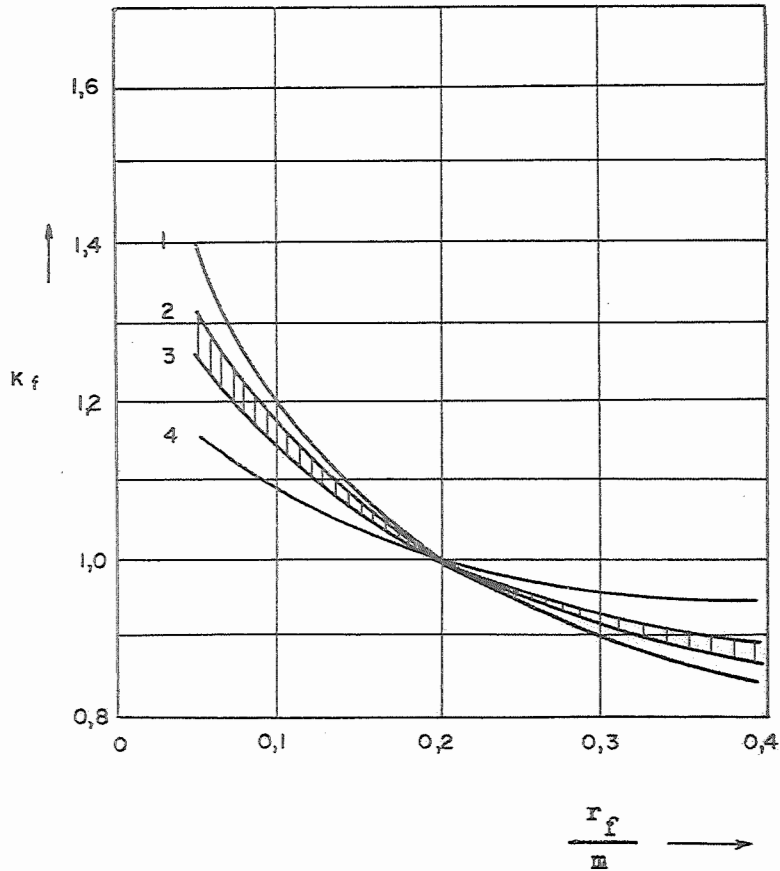
GRÁFICO 1

FATOR DE VELOCIDADE: C_v 

curva 1 - Engrenagens retas de boa precisão comercial.

curva 2 - Engrenagens helicoidais de média qualidade.

GRÁFICO 2

VALORES DO COEFICIENTE K_f  r_f r_f = raio do filete na raiz m = módulo

- curva 1) = material submetido a tratamento térmico especial (alta resistência)
- " 2) = [material cementado
- " 3) = [
- " 4) = aço SAE 1045 a 1050 sem tratamento.