UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE TRANSPORTES

ZONA DE INFLUÊNCIA DE UM MEIO DE TRANSPORTE

RICARDO BRASÍLICO PAES DE BARROS SCHROEDER

SÃO CARLOS
2021

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

ZONA DE INFLUÊNCIA DE UM MEIO DE TRANSPORTE

RICARDO B. P. B. SCHROEDER
Prof. Catedrático da cadeira nº 18

SÃO CARLOS
1965

Universidade de São Paulo
Escola de Engenharia de São Carlos

TÉCNICA E ECONOMIA DOS TRANSPORTES

ZONA DE INFLUÊNCIA DE UM MEIO DE TRANSPORTE

Professor Catedrático - Cadeira nº 18
Ricardo Brasílico Paes de Barros Schroeder

Departamento de Vias de Comunicações e Topografia
1 9 6 5

TÉCNICA E ECONOMIA DOS TRANSPORTES

ZONA DE INFLUÊNCIA DE UM MEIO DE TRANSPORTE

Para se fazer a previsão do tráfego de um meio de transporte em projeto, ou estabelecerem-se ligações com meios de transportes existentes, um dos métodos consiste em delimitar a zona de influência da região por êle servida.

Entretanto a determinação da zona de influência nem sempre é possível, dado que, a configuração hidro-oro-geográfica, tem grande influência no traçado, e portanto, no custo de estabelecimento e exploração do meio de transporte. Entrementes, dentro de certas condições, é possível estabelecerem-se critérios e princípios gerais para delimitação da zona de influência, e para escolha de direção de ligação e pontos de entrocamento ou embarque em meios de transportes existentes. Foram êstes tipos de problemas que WILHELM LAUNHARDT estudou na sua "THEORIE des TRASSIRENS", estabelecendo soluções racionais. Vejamos a solução da zona de influência, proposta por Launhardt:

Assim, seja P, figura nº 1, o centro de coleta de uma região produtora qualquer (agrícola, pecuária, industrial, etc.) e C o centro de distribuição de uma região consumidora dos produtos "exportados" por P. Usamos o têrmo exportado entre aspas, porque em transportes os têrmos exportação e importação (transporte doméstico de um País) têm mais um significado particular: exportação significa transportar produtos do interior para a capital, e importar significa transportar produtos da capital para o interior. Seja ainda, CA a direção geral de um meio de transporte organizado, passando por C e pelas proximidades de P, por exemplo, um tronco ferroviário, ou um tronco rodoviário, ou ainda uma grande via navegável, ou mesmo, o caminho de uma aerovia normal. A solução do problema - estudado por Launhardt, propõem, conhecendo-se as tarifas de transporte nos caminhos e estradas da região de P e na via Ca, ligar P a um ponto Q da estrada, tal que a despesa total do transporte, para transportar uma mercadoria de P a C, seja a menor possível. Sejam então:

t' = tarifa em Cr$/t.km. nos caminhos e estradas da região de P ;

t = tarifa em Cr$/t.km. na via CA.

De acôrdo com o problema e solução proposta, devemos ter:

$$D = t' . PQ + t . QC \qquad (1)$$

onde,

D = despesa total em Cr$, para transportar uma tonelada de mercadoria de P a C; PQ e QC, evidentemente, medidos em quilômetros.

A nossa tese é que:

$$D = \text{mínimo} \qquad (2)$$

Para facilitar a nossa demonstração, coloquemos, P e C em um sistema cartesiano plano, tal que C coincida com a origem dos eixos, C (0; 0) e que CA coincida com o eixo positivo dos "x". As coordenadas de P serão x, e y; P(x;y).

Seja ainda, α, o ângulo que a direção PQ forma com a normal- PN a CA, passando por P.

Vamos então na equação (1), substituir PQ e QC por expressões em função de α, pois será o ângulo, que nos vai dar a direção de PQ, para condição de despesa mínima.

Assim temos,

(Figura 1)

$$\cos\alpha = \frac{y}{PQ} \text{, portanto, } PQ = \frac{y}{\cos\alpha} \qquad (3)$$

e,

$$QC = x - QN$$

e $\tan\alpha = \dfrac{QN}{y}$, portanto, $QN = y.\ \tan\alpha$

ou,

$$QC = x - y.\ \tan\alpha \qquad (4)$$

Substituindo-se, pois, PQ e QC na equação (1), por seus valores dados nas expressões (3) e (4), respectivamente, vem:

$$D = t' . \frac{y}{\cos\alpha} + t . (x - y.\ \tan\alpha) \qquad (5)$$

A condição de D mínimo, será obtida, de acôrdo com teoria matemática das funções, pela equação:

$$\frac{d}{d\alpha} (D) = 0 \qquad (6)$$

Para efetuar a derivada, desenvolvemos a equação (5), e coloquemos y em evidência:

$$D = t' . \frac{y}{\cos\alpha} + t.x - t.y.\ \tan\alpha$$

e

$$D = (t' . \frac{1}{\cos\alpha} - t.\ \tan\alpha) y + t.x \qquad (7)$$

Finalmente, derivando D em relação a α, e lembrando que:

$$\frac{d}{d\alpha}\left(\frac{1}{\cos\alpha}\right) = \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos^2\alpha}$$

e

$$\frac{d}{d\alpha}(\tan\alpha) = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

vem,

$$\frac{dD}{d\alpha} = \left(t' \cdot \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos^2\alpha} - t \cdot \frac{1}{\cos^2\alpha}\right) y \qquad (8)$$

e como $y \neq 0$, vem:

$$t' \cdot \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos^2\alpha} - t \cdot \frac{1}{\cos^2\alpha} = 0$$

ou ainda,

$$t' \cdot \operatorname{sen}\alpha = t \cdot 1$$

de onde, tiramos a direção de PQ em relação PN, dada pelo ângulo, tal que:

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{t}{t'} \qquad (9)$$

Isto é, o ângulo α, é tal que o seu seno é dado pela relação entre as tarifas nos caminhos da região de P e na via CA.

FRENTE DE CHEGADA

Outra relação interessante, que Launhardt, definiu como consequência dessa solução proposta, é a FRENTE DE CHEGADA, isto é, uma reta que passando por C, forma com CA no lado opôsto a P, um ângulo igual a α, reta para a qual o custo total de transporte, D, também é proporcional a t' e a PS.

Com efeito, se na equação (1), puzermos t' em evidência e em seguida substituirmos t'/t pelo seu valor dado em (9), teremos:

$$D = t' \left(PQ + \frac{t'}{t} QC \right)$$

ou,

$$D = t' \left(PQ + \operatorname{sen} \alpha \, QC \right) \qquad (10)$$

Por outro lado, da figura nº 1 temos,

$$QC = \frac{QS}{\operatorname{sen} \alpha} \qquad (11)$$

que substituído em (10) nos dá:

$$D = t' \left(PQ + \operatorname{sen} \alpha \frac{QS}{\operatorname{sen} \alpha} \right) \qquad (12)$$

mas, $PQ + QS = PS$

portanto,

$$D = t' . PS \qquad (13)$$

conforme se mencionou.

A frente de chegada, nunca coincidirá a via CA, porque na prática, tem-se, sempre, $t' > t$, pois a tarifa - por caminhos será sempre maior do que a tarifa pela via mais perfeitamente, construída.

Agora, fica fácil determinar a zona de influência de um meio de transporte: suponhamos que temos o centro produtor P, situado entre dois troncos de vias principais, CA e CB, figura nº 2. Com relação a CA, a frente de chegada será dada por $\alpha = \text{arc sen } \frac{t}{t'}$; com relação a CB, a reta da frente de chegada será dada pelo ângulo, $\beta = \text{arc sen } \frac{T}{t'}$, onde T é a tarifa na via do tronco CB. Então, o tráfego de P para C se fará pela via que der menor D, isto é, por CA, se PS fôr menor que PR, pois a tarifa t' nos caminhos em tôrno de P é a mesma nos dois casos; e vice-versa, o transporte se fará por CB se PR fôr menor que PS. O transporte se fará indiferentemente por CA ou por CB, quando PS = PR ou seja quando P se encontrar sôbre a bissetriz do ângulo SCR. Como se observa pelas relações (9) e (13), a extensão da zona de influência não depende do valor absoluto das tarifas, mas tão sòmente da relação entre as mesmas. De fato, se se multiplicar o valor das tarifas por 10, por 100, etc., conservando as proporções entre as mesmas, a extensão da zona de influência será a mesma, pois os ângulos não serão modificados. Portanto, para concluir, na figura nº 2, o ponto P estará na zona de influência da via CA, se PS fôr menor do que PR ; ou, estará na zona de influência da via CB, se PR fôr menor do que PS ; e, estará na zona de influência das duas vias se PS = PR.

Pode, entretanto, suceder às vêzes, do centro P se situar do lado de dois troncos principais de transporte , como esquematiza a figura nº 3 ; para cálculo da zona de influência nêste caso procede-se da mesma maneira, pois inclusive pode acontecer que a via de transporte que passa mais distante do centro P, ser a mais conveniente do ponto de vista da despesa D mínima, como vamos verificar no exemplo simples a seguir dado.

EXEMPLO DE APLICAÇÃO

Seja figura nº 3, por exemplo, P um centro produtor, na região de São Carlos, Estado de São Paulo, do qual se pretende exportar para a cidade de São Paulo, uma determinada mercadoria. A região de P é servida por dois troncos de vias: um tronco rodoviário constituído pela Via Washington Luiz e pela Via Anhanguera, rodoviário, e um tronco ferroviário, constituído pela Cia. Paulista da E.F. e pela E.F. Santos a Jundiaí. Sendo as tarifas para o transporte dessas mercadorias para São Paulo, respectivamente, Cr$ 10/t.km pela ferrovia, Cr$ 15/t.km pela rodovia, e Cr$ 20/t.km pelas estradas municipais, pergunta-se se o centro P está na zona de influência da rodovia ou da ferrovia?

Para dar a resposta, basta, determinar as distâncias PR e PS das frentes de chegada da rodovia e da ferrovia. Outros dados do problema são:

Coordenadas de P, tomando a direção geral do tronco ferroviário como eixo das abcissas ; $x = 267$ km ; $y = 30$ km ;

Coordenadas de P, tomando a direção geral da rodovia como eixo das abcissas ; $x' = 228$ km ; $y' = 20$ km ; a origem dos dois sistemas cartesianos de coordenadas é a cidade de São Paulo:

$$x = x' = 0 \quad ; \quad y = y' = 0.$$

As expressões gerais que dão as distâncias PS e PR são: (que se podem obter, fàcilmente, das relações dadas no texto do artigo).

$$PS = \frac{y}{\cos\alpha} + (x - y .\ \tan \alpha).\ \text{sen}\ \alpha \qquad (14)$$

$$PR = \frac{y'}{\cos\beta} + (x' - y'\ \tan\beta)\ \text{sen}\,\beta \qquad (15)$$

Substituíndo-se pois, nas equações (14) e (15), as letras e funções pelos dados conhecidos do problema, se terá as distâncias PS e PR em quilômetros.

Antes porém precisaremos determinar os ângulos α e β:

$$\text{sen}\ \alpha = \frac{t}{t'} = \frac{10}{20} = 0{,}5\ ;\ \text{portanto}\ \alpha = 30^{\circ}$$

$$\text{sen}\,\beta = \frac{T}{t'} = \frac{15}{20} = 0{,}75\ ;\ \text{portanto}\,\beta = 48^{\circ}\ 40'$$

com os quais procuramos:

$$\cos\alpha = 0{,}866\ ;\quad \tan\alpha = 0{,}577$$

$$\cos\beta = 0{,}66\ ;\quad \tan\beta = 1{,}137$$

finalmente:

$$PS = \frac{3}{0{,}866} + (267 - 30 .\ 0{,}577)\ 0{,}5 = 159{,}45\ \text{km}\ ;$$

$$PR = \frac{20}{0{,}66} + (208 - 20 .\ 1{,}137)\ 0{,}75 = 184{,}30\ \text{km}.$$

Portanto, apesar da rodovia estar mais próxima de P, P entretanto, está na zona de influência da ferrovia ; será mais econômico pois, transportar a mercadoria pela Estrada de Ferro.

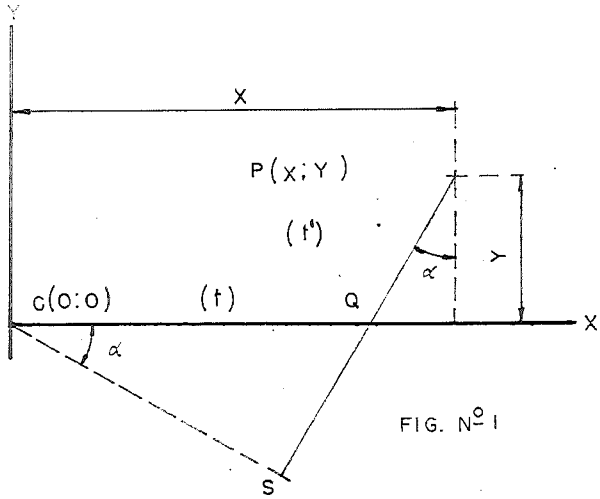

FIG. Nº 1

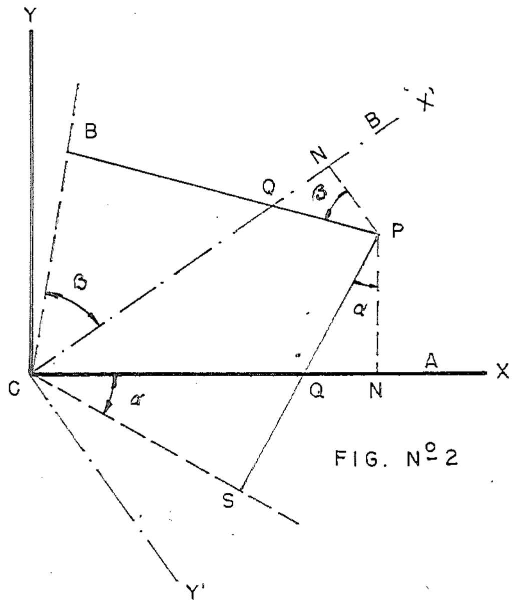

FIG. Nº 2

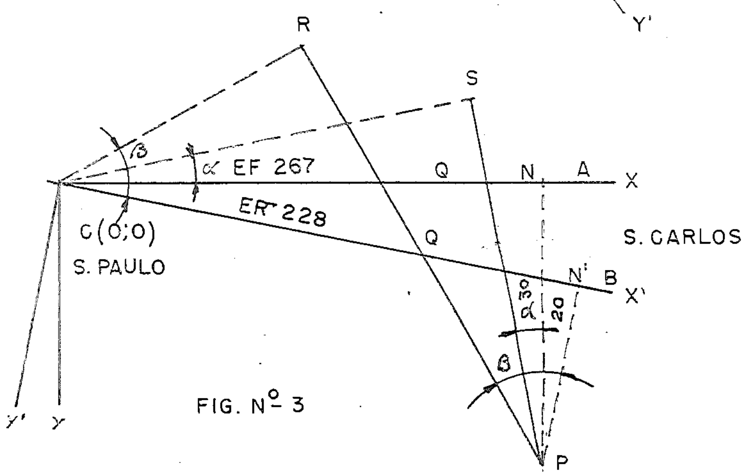

FIG. Nº 3