

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS

RESULTADOS EXPERIMENTAIS
SOBRE A RUÍNA DAS LIGAÇÕES LAJE-PILAR
EM CANTOS E BORDAS DE LAJES-COGUMELO

DANTE A.O. MARTINELLI
TOSHIAKI TAKEYA
JASSON R. FIGUEIREDO F.
JORGE C. FERREIRA
IRINEU DA SILVA

SÃO CARLOS, MARÇO DE 1982

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Telemaco van Langendonck, que originou a pesquisa, os autores agradecem o contínuo e estimulante apoio.

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), agradecem a concessão de quatro Auxílios para Pesquisa (PTI-72/1209), 73/1223, 74/1342, 79/253), cinco Bolsas de Iniciação Científica e três de Mestrado (PTI-72/1208, 73/1068, 74/1388, 79/261, 79/338, 73/1379, 74/1127, 75/1045).



ÍNDICE

1. INTRODUÇÃO

1.1 - O problema da punção nas lajes-cogumelo	1
1.2 - Lajes sem armadura de punção	5
1.3 - Lajes com armadura de punção	12
1.4 - Casos assimétricos	16
1.5 - Especificações e Regulamentos	22

2. ESTUDO EXPERIMENTAL DAS PUNÇÃO NO LE-EESC

2.1 - Generalidades	37
2.2 - Casos considerados	39
2.3 - Experimentação para os cantos	55
2.4 - Experimentação para as bordas	66
2.5 - Conclusões	81
2.6 - Prosseguimento da pesquisa	84

BIBLIOGRAFIA	86
--------------------	----

AGRADECIMENTOS	95
----------------------	----

1. INTRODUÇÃO

1.1 - O PROBLEMA DA PUNÇÃO NAS LAJES-COGUMELO

Pavimentos sem vigas nos quais as lajes se apoiam diretamente sobre os pilares, as chamadas lajes-cogumelo, têm-se popularizado cada vez mais, desde a sua introdução feita por TURNER (1905)* nos Estados Unidos.

Além de atender às exigências dos arquitetos no que concerne aos forros lisos e à reduzida altura dos pisos, quando bem dimensionadas, essas lajes podem resultar também econômicas em relação aos pavimentos com vigas, pela simplificação das fôrmas e a facilidade na execução das armaduras.

Naturalmente, a maior simplicidade desse sistema estrutural obtida com a eliminação das vigas, implica em alguns problemas no projeto. Provavelmente os dois grandes problemas são:

- a) pouca rigidez desse sistema estrutural em relação às ações horizontais;
- b) a punção da laje na região da ligação com o pilar.

O problema a) pode ser solucionado na maioria dos casos, vinculando-se a laje em paredes estruturais ou em núcleos rígidos (como poços de elevador e de escada).

Quanto ao problema da punção que surge quando cargas ou reações de apoio concentradas atuam em lajes, pode ser solucionado com o reforço da laje junto ao pilar por meio do engrossamento da própria laje (capitel), ou de placa metálica rígida (Figura 1.1.1). Modernamente, por razões de estética e também com a evolução das pesquisas so

(*) Autor e data identificam as referências bibliográficas ordenadas alfabeticamente no Capítulo 3.

bre esse problema, o reforço tem sido feito por meio de armadura de barras ou de perfis metálicos ("shearheads") embutidos na laje (Figura 1.1.2).

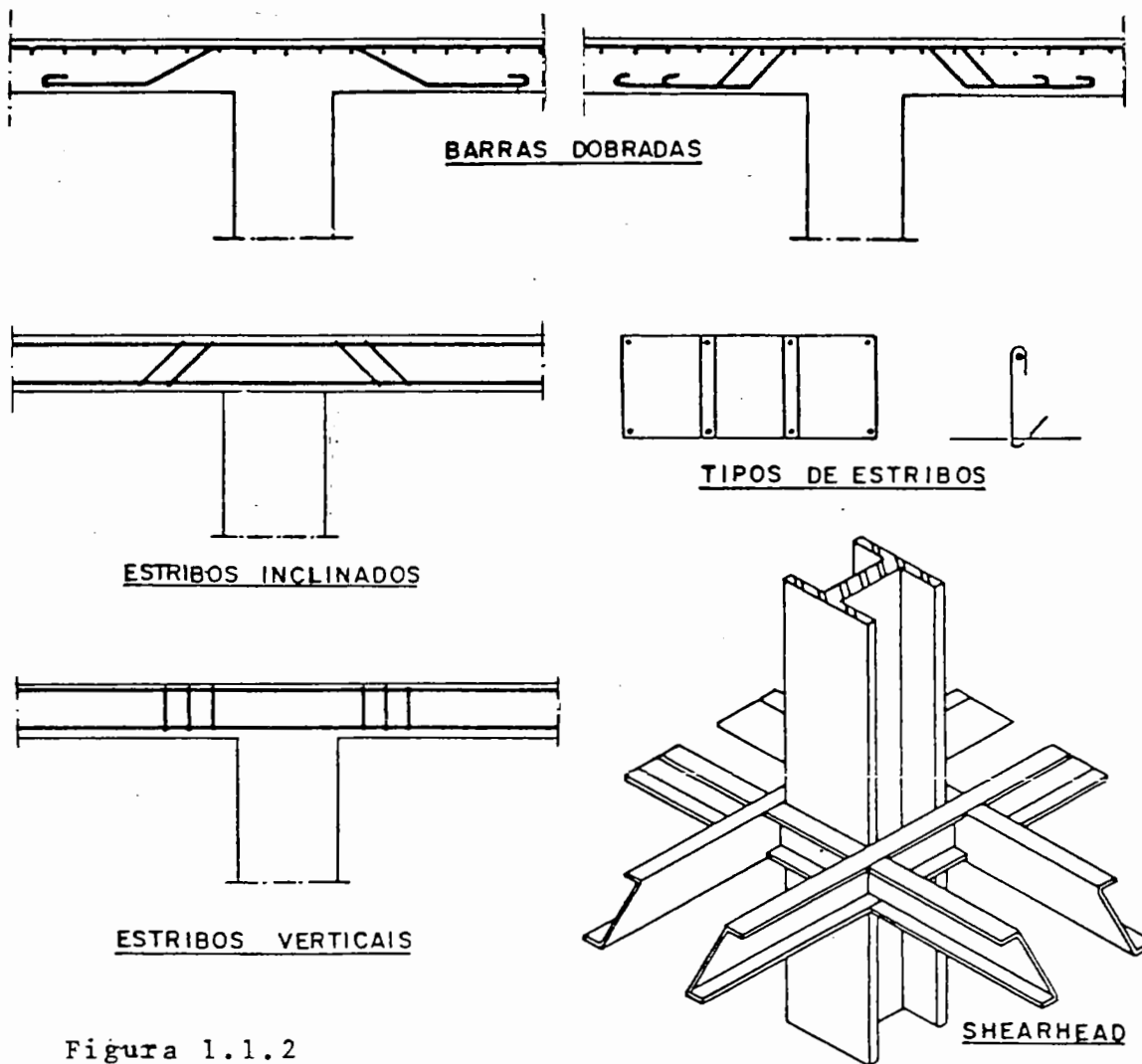
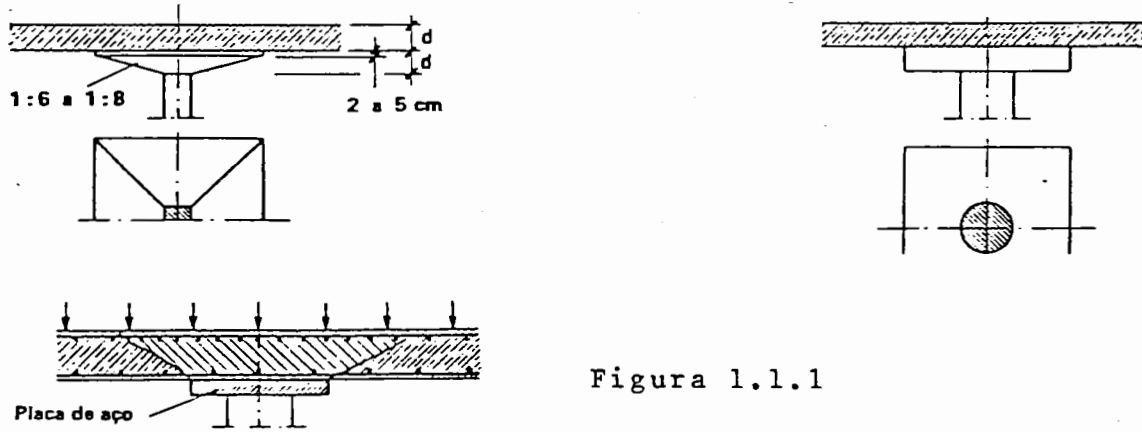


Figura 1.1.2

As pesquisas realizadas mostram que a ruína por punção ocorre com predominância do deslocamento vertical da laje ao longo da superfície de ruptura inclinada de 30° a 35° em relação ao plano da laje, como se indica na figura 1.1.3.

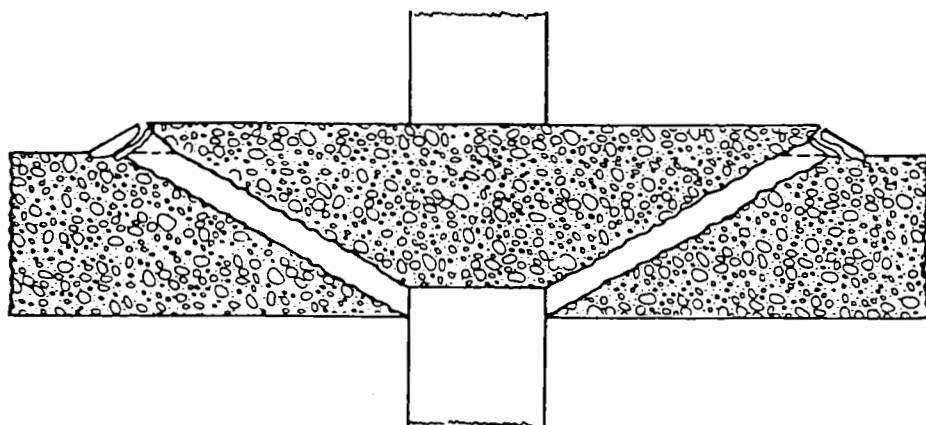


Figura 1.1.3

Dentre os vários parâmetros que influenciam a resistência das lajes à punção pode-se destacar: a espessura da laje, as dimensões e a forma da seção transversal do pilar, a qualidade do concreto, a relação momento fletor/força cortante na ligação laje-pilar, a armadura de flexão da laje e a armadura transversal.

É um problema bastante complexo, com grande número de pesquisas já dedicadas ao assunto, principalmente nos casos simétricos, isto é, lajes sobre pilares interiores com simetria de forma e carregamento.

A complexidade do problema aumenta nos casos assimétricos quando há transferência de momentos da laje para o pilar. Como casos assimétricos podem ser citados os casos de pilares interiores com carregamentos assimétricos oriundos de ações horizontais, de painéis de laje diferentes ou diversamente carregados, de recalques diferenciais, etc., e os casos de pilares de contorno (bordas e cantos), onde o problema da punção pode se agravar pois a seção da

ligação laje-pilar fica reduzida pela presença das bordas livres.

Nos parágrafos seguintes faz-se breve retrospecto das principais pesquisas já realizadas sobre o problema da punção, podendo-se observar que na maioria delas os ensaios têm sido feitos sobre "elementos-de-laje", nos quais é reproduzida apenas a parte da laje, em torno do pilar, delimitada pela circunferência de raio $r \approx 0,22\ell$ dos pontos de momento nulo, sendo ℓ o vão dos painéis de laje, quadrados, adjacentes ao pilar (Figura 1.1.4).

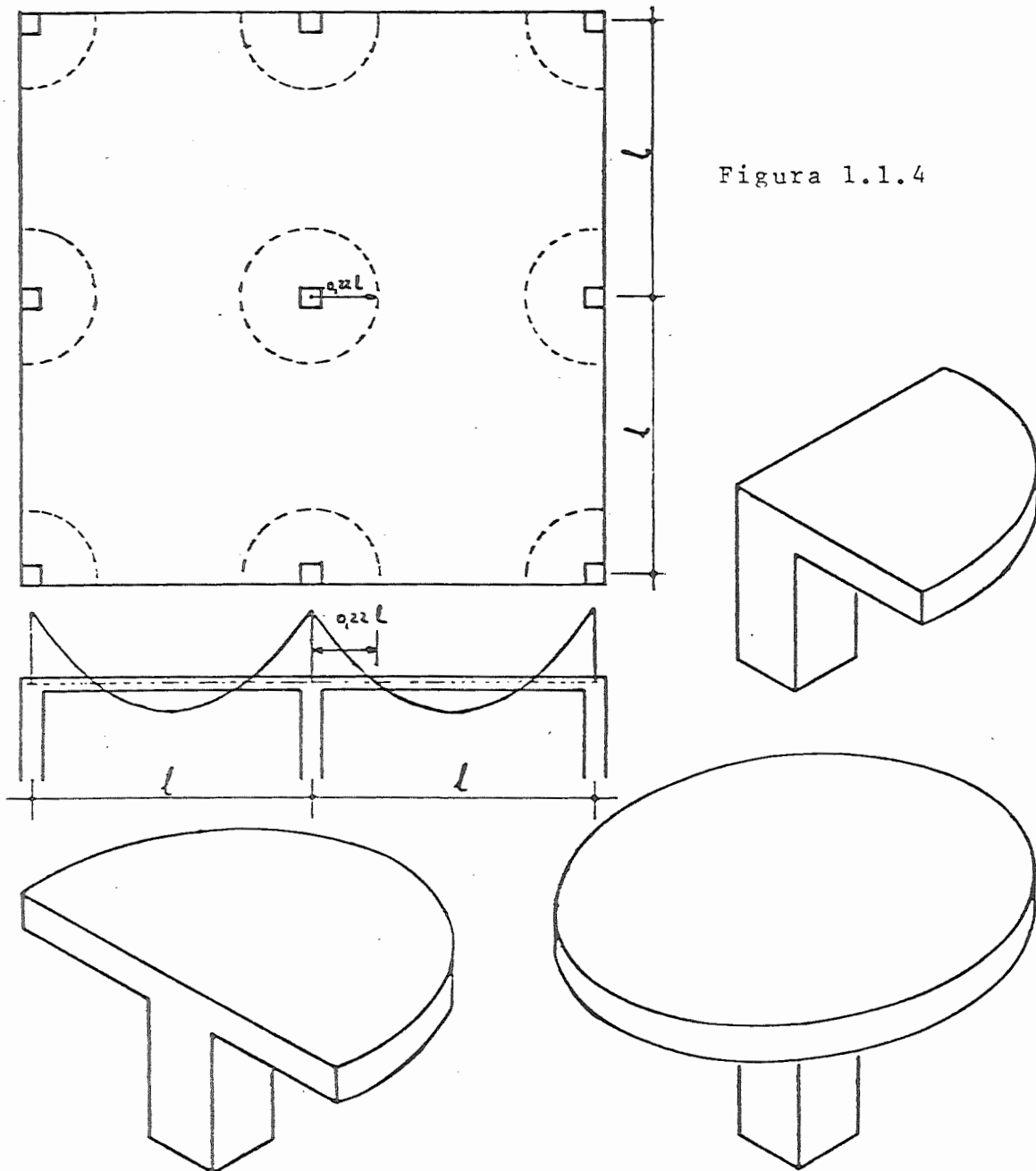


Figura 1.1.4

1.2 - LAJES SEM ARMADURA DE PUNÇÃO

O início do estudo pode ser atribuído a TALBOT (1913), que apresentou extensa pesquisa sobre o problema da resistência à força cortante em 197 sapatas (114 sob muro e 83 sob pilar) ensaiando-as até a ruptura, das quais a proximadamente vinte romperam por punção. Nessas, Talbot observou que a punção ocorreu segundo um tronco de cone com geratriz inclinada de $\sim 45^\circ$ em relação à horizontal, e que os maiores valores da resistência foram encontrados nas sapatas mais armadas à flexão, talvez por contribuição dessa armadura e por menor desenvolvimento da fissuração. A tensão "convencional" ou "nominal" τ de cisalhamento foi calculada pela expressão:

$$\tau = V/ud \quad \dots (1)$$

onde V é a carga

d é a altura útil da sapata

u é o perímetro do contorno crítico paralelo ao do pilar e dele distante d

Esse método, que separa o cálculo à força cortante do cálculo à flexão, é a base do método que se pode chamar de "clássico", e que ainda hoje faz parte da maioria dos regulamentos. Em suas conclusões, Talbot se limitou a considerar a resistência ao cisalhamento como função exclusiva da resistência do concreto, não considerando o estado de fissuração (ou deformação) da laje devido à flexão.

GRAF e BACH (1915) ensaiando várias lajes para estudar a resistência à flexão, notaram que algumas delas romperam por punção e, conforme já assinalara Talbot, segundo um tronco de cone.

Estudando lajes sob cargas concentradas, GRAF (1933) realizou uma série de ensaios e observou que a resistência à força cortante aumentava muito pouco com o au

mento da resistência do concreto, provavelmente devido à fissuração provocada pela flexão.

RICHART e KLUGE (1939) constataram, em um estudo de lajes de pontes rodoviárias, que nas lajes pouco armadas à flexão, as resistências ao cisalhamento eram excessivamente baixas, também em razão das fissuras causadas pela flexão.

Através do ensaio de 164 sapatas (24 sob muro e 140 sob pilar), RICHART (1948) observou que a resistência ao cisalhamento aumentava quando se diminuía a altura útil d ; verificou-se, posteriormente, que a porcentagem da armadura de flexão aumentava ao se diminuir d , passando esta a dar maior contribuição à resistência ao punção.

Embora todos esses autores tenham constatado que, de alguma forma, a resistência à força cortante era influenciada pela resistência à flexão, foi HOGNESTAD (1953) quem, reanalisando os resultados obtidos por Richart, tentou pela primeira vez determinar quantitativamente essa influência; propôs então a seguinte expressão:

$$\frac{V_p}{ud} = 8 + \left(0,03 + \frac{0,06}{V_p/V_f}\right) f_c \quad \dots (2)$$

onde: V_p é a carga de ruína por punção,

V_f é a carga de ruína calculada com a teoria das charneiras plásticas,

f_c é a resistência à compressão do concreto medida em corpos de prova cilíndricos,

u é a perímetro do contorno do pilar

as unidades são daN e cm.

Após ensaios realizados juntamente com ELSTNER (1956), cujos resultados indicaram que os valores da resistência última à cortante, calculados pela expressão (2), eram inseguros para concretos de alta resistência,

Hognestad a modifica para:

$$\frac{V_p}{ud} = 20 + 0,04 \frac{f_c}{V_p/V_f} \dots (3)$$

Essa experimentação mostrou ainda que a concentração de armadura de flexão sobre o pilar não causa influência na resistência última à cortante, e confirmou a interferência da resistência à flexão no comportamento ao puncionamento pois, nas lajes com maior armadura de flexão, a redução das fissuras levou a um aumento da resistência à punção.

MOE (1961) relatou extensa pesquisa que inclui o ensaio de 43 lajes e um estudo estatístico dos resultados de 260 lajes e sapatas obtidos por outros autores. Moe chegou a uma série de conclusões, das quais seguem-se as principais referentes a casos simétricos e sem armadura de punção:

- a seção crítica, que governa a resistência última à força cortante de lajes e sapatas, deve ser medida ao longo do perímetro do pilar;
- a resistência à força cortante de lajes e sapatas depende da resistência à flexão;
- a concentração de armadura de flexão em faixas próximas ao pilar não aumentou a resistência à força cortante;
- a resistência última à força cortante pode ser determinada pela equação

$$\frac{V_p}{ud} = \frac{4(1-0,075 a/d)}{1+1,4 ud\sqrt{f_c}/V_f} \sqrt{f_c} \dots (4)$$

onde a é o lado do pilar de seção quadrada ou o diâmetro do pilar de seção circular, as unidades são da N e cm.

KINNUNEN e NYLANDER (1960), KINNUNEN (1963) e NYLANDER (1964), após observações e medidas efetuadas em ensaios de lajes circulares, desenvolveram uma teoria baseada em um modelo mecânico que procurou definir melhor a influência da flexão na capacidade ao puncionamento; esse modelo representa, esquematicamente, o complexo estado de tensões nas vizinhanças do pilar.

De acordo com o modelo, a laje é decomposta em setores circulares, devido às fissuras radiais e às circulares; os setores se apoiam embaixo, no topo do pilar, em uma casca cônica delgada (zona comprimida na flexão), e na parte superior a junção com o cone de puncionamento é feita pela armadura de flexão.

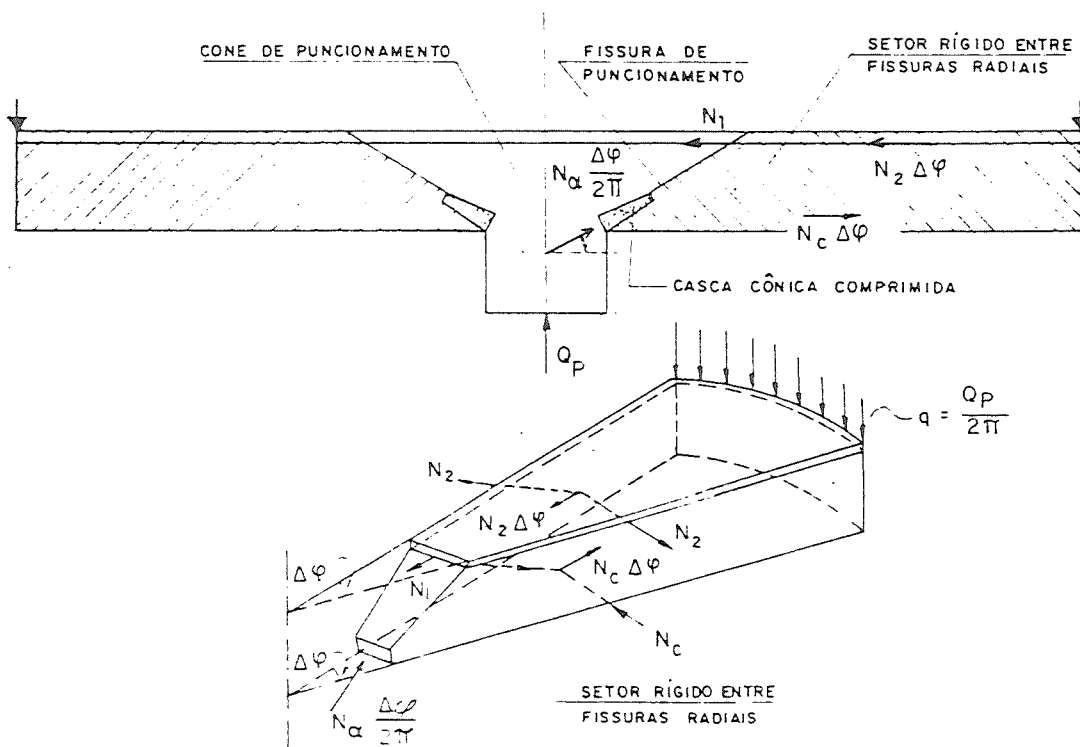


Figura 1.2.1

Cada setor está sujeito a um carregamento externo q e, internamente, aos seguintes esforços (Figura (1.2.1)):

- N_1 - resultante dos esforços de tração das armaduras que cruzam as fissuras circulares;
- N_2 - resultante dos esforços de tração das armaduras que cruzam as fissuras radiais;
- N_c - resultante dos esforços de compressão no concreto;
- N_α - força de compressão sobre o elemento de casca cônica.

Das condições de geometria e equilíbrio de um setor determina-se a carga de punção. A teoria desenvolvida por KINNUENEN e NYLANDER é a base do Regulamento Sueco com respeito à punção.

YITZHAKI (1966) apresentou um método de cálculo onde fica estabelecida claramente a correlação entre resistência à punção e resistência à flexão. Nele, mostra-se que a resistência à punção depende principalmente do produto ρf_y - taxa de armadura multiplicada pela tensão de escoamento do aço, e que o efeito da resistência do concreto é pequeno, da mesma ordem que seu efeito na resistência à flexão. Foram ensaiadas 28 lajes circulares, das quais 16 sem armadura de punção, e os resultados obtidos estavam coerentes com os teóricos determinados pela expressão:

$$V_p = V_f (0,164 + 10,45 / \rho f_y) (1 + 0,5 a/d) \dots (5)$$

onde ρ é a taxa de armadura de flexão,

a é o lado do pilar de seção quadrada,

f_y é a resistência de escoamento da armadura,

as unidades são daN e cm.

Analisando diversos métodos de cálculo, LANGENDONK (1966) concluiu que o método sueco é muito complicado, e seu uso só se justificaria se os resultados por ele obtidos fossem mais exatos que os determinados por outras teorias; isso não ocorre, como evidenciam os resultados a baixo, frutos da análise de 172 ensaios:

	MOE	YITZHAKI	SUECO	ACI-318/63
$V_{obs}/V_{calc} =$	1,01	1,03	1,05	1,38
$s =$	0,092	0,135	0,152	0,167

onde V_{obs} é a carga medida nos ensaios,

V_{calc} é a carga calculada segundo os métodos analisados,

s é o desvio padrão.

Langendonk observou então que a fórmula de Moe, embora bastante simples, forneceu resultados mais próximos dos experimentais em relação às outras teorias.

LONG (1975) apresentou um método de cálculo que leva em consideração a interação dos efeitos da flexão e cisalhamento para lajes quadradas apoiadas em pilares quadrados centrais, mas que, por sua base analítica pode ser estendido a outros tipos de lajes e apoios. O método se fundamenta no fato de que são dois, basicamente, os modos de ruptura: o primeiro quando a armadura atinge a tensão de escoamento antes da ruptura do concreto, e o segundo quando primeiro ocorre a ruptura do concreto. Assim, obtêm-se as duas expressões abaixo que correspondem às situações de ruptura indicadas anteriormente, sendo a resistência de ligação dada pelo menor dos dois valores calculados por essas expressões:

$$V_{p1} = \frac{\rho f_y d^2 (1 - 0,59 \rho f_y / f_c)}{0,2 - 0,9 a/\ell} \quad \dots (6.a)$$

$$V_{p2} = \frac{1,66(a+d)d(100)^{0,25} \sqrt{f_c}}{0,75 + 4 a/\ell} \quad \dots (6.b)$$

onde ℓ é o vão dos painéis de laje quadrados em cm,

a e d devem ser dados em cm,

f_y e f_c devem ser dados em MPa,

V_{p1} e V_{p2} são obtidos em Newtons.

1.3 - LAJES COM ARMADURA DE PUNÇÃO

A resistência à punção em lajes-cogumelo pode ser aumentada por meio de uma armadura de punção (estribos verticais, estribos inclinados, barras dobradas, "shear heads", etc - figura 1.1.2); esse aumento pode ser de tal ordem que eleve a resistência à punção a um valor maior que a resistência à flexão, passando esta última a determinar o comportamento da laje.

A pequena quantidade de dados experimentais disponíveis e a dificuldade de se ancorar a armadura de punção em lajes de espessura reduzida, fizeram com que as prescrições do ACI até 1971, limitassem o seu uso a lajes de espessura maior que 25 cm; mesmo nessas, só poderiam ser considerados acréscimos de no máximo 50% na resistência à punção.

O avanço das pesquisas nesse campo fez com que o ACI-318/71 permitisse o uso de armadura de punção, desde que efetivamente ancorada, em lajes de qualquer espessura, embora ainda sua contribuição esteja limitada a 50%; esse limite, mantido no código do ACI de 1977, é de 60% nas recomendações do CEB-FIP-1978.

Como em lajes finas a zona comprimida é bastante reduzida, a ancoragem de barras dobradas é bem difícil, sendo mais conveniente o uso de estribos, pois podem ser facilmente ancorados na armadura longitudinal superior e inferior, com seus extremos circundando as barras dessa armadura.

GRAF (1938) ensaiou seis lajes quadradas bastante espessas (entre 305 e 508mm) e com forte armadura de punção. Posteriormente, calculou-se a resistência dessas lajes, desprezando a contribuição da armadura de punção, com a equação (4) de Moe; verificou-se que houve um acréscimo médio em torno de 86% na resistência dessas lajes, pela presença da armadura de punção.

A determinação da contribuição, na carga de ruína, da armadura de punção, foi proposta primeiramente por ELSTNER e HOGNESTAD (1956) pela adição do termo abaixo à expressão (3):

$$\frac{V_{pt}}{ud} = A_t f_y \operatorname{sen} \alpha / ud - 0,044 f_c \dots (7)$$

onde A_t é a área total da seção de armadura transversal, α é o ângulo entre as barras da armadura transversal e o plano da laje.

MOE (1961) em seus ensaios também observou um a cr ê s c i m o na resistência devido à armadura de punção, e n t a n ã o recomendando o seu uso em lajes muito finas pela dificuldade de ancoragem. Sua contribuição é determinada pelo termo abaixo que deve ser adicionado à equação (4):

$$\frac{V_{pt}}{ud} = \frac{V_t / ud - 0,08 \sqrt{f_c}}{1 + 1,4 \operatorname{ud} \sqrt{f_c} / V_f} \dots (8)$$

onde V_t é a força vertical correspondente à resultante das funções na armadura transversal suposta no limite de sua resistência.

FRANZ (1964) ensaiou uma série de lajes circulares, tendo como armadura de punção, na vizinhança do pilar, barras dobradas e estribos. Esses ensaios conduziram a a l g u m a s con cl u s õ e s importantes:

- a configuração de ruína tem a forma de um tronco de cone;
- as fissuras, que surgiram com cargas elevadas, são ra d ia i s;
- a utilização de uma armadura transversal dimensionada

para suportar a totalidade da força cortante conduz a uma resistência pouco superior à que se obtém para u ma armadura dimensionada para resistir a 2/3 da força cortante;

- os estribos produziram um aumento de aproximadamente 25% na resistência em relação às lajes sem armadura de punção, ao passo que as barras dobradas produziram um acréscimo em torno da metade daquele conseguido com os estribos;
- um aumento da armadura de flexão conduz, dentro de certos limites, a um acréscimo da resistência à punção.

Ensaando lajes com armadura de punção constituída de barras dobradas, YITZHAKI (1966) também observou um aumento, na carga de ruína, provocado por essa armadura. E le propos então que, quando a carga limite calculada com a equação (5) for menor que a carga limite na flexão, seja colocada na região do pilar uma armadura de seção

$$A_t = V_f / f_y \text{ sen } \alpha$$

que evita a ruptura por puncionamento, com a carga limite sendo agora determinada pela flexão.

Em seu trabalho, LANGENDONCK (1966) ressalta que para as lajes com armadura de punção os resultados são afetados por uma grande dispersão, e que nenhuma das teorias têm apresentado vantagens sobre as outras. Nessas condições ele sugere que se adicione à expressão (4) de Moe, que fornece bons resultados para as lajes sem armadura de punção, uma parcela V_{pt} que considere a contribuição dessa armadura, sendo

$$V_{pt} = \frac{3}{4} \frac{\sqrt{A_t}}{d} f_y A_t \text{ sen } \alpha \quad \dots (9)$$

Calculando a carga de punção desse modo, em 55 ensaios disponíveis Langendonck obteve para a relação V_{obs}/V_{calc} o valor médio de 1,08 com $s = 0,17$; com o método sueco, para esses mesmos 55 ensaios, os valores encontrados foram 1,22 e 0,26 respectivamente. A média 1,08 poderia ser melhorada suprimindo-se o coeficiente $3/4$ da fórmula (9), passando ao valor ideal 1,00 com $s = 0,16$; isto não é aconselhável, pois acarretaria para a relação V_{obs}/V_{calc} muitos valores inferiores à unidade, ou seja, resultados encontrados em ensaios menores que os calculados. Esses resultados indicam que a proposta é bastante satisfatória, e o posterior estudo de WANTUR (1969), tanto em precisão quanto em simplicidade, não apresentou vantagens em relação a ela.

Tem sido bastante usada, principalmente nos EUA, uma armadura de punção denominada "shearhead", que é constituída de perfis metálicos que cruzam o pilar na região da ligação laje-pilar (figura 1.1.2). Ensaios relatados por CORLEY e HAWKINS (1968) acusaram, em lajes com "Shearheads", acréscimos da ordem de 75% na resistência à força cortante em relação às lajes sem "Shearheads".

LANGOHR, GHALI e DILGER (1976) e SEIBLE, GHALI e DILGER (1980) estudaram alguns tipos especiais de armadura de punção previamente montados: pequenos segmentos de perfil metálico I soldados em fios, barras providas de cabeça em forma de pregos e soldadas a pequenas chapas, e telas soldadas dobradas.

1.4 - CASOS ASSIMÉTRICOS

Relativamente aos casos assimétricos (carregamentos assimétricos, pilares de bordas e de cantos), onde há transferência de momentos da laje para o pilar, são poucos os trabalhos existentes.

DI STASIO e VAN BUREN (1960) propuseram o cálculo da ligação laje-pilar submetida à ação combinada da força cortante e do momento fletor, supondo variação linear das tensões de cisalhamento ao longo da seção crítica situada à distância d do contorno do pilar.

Partindo de hipóteses simplificadas sobre o mecanismo de transferência de momentos entre a laje e o pilar, MOE deduziu a expressão (10) que determina a carga de punção V_p para uma laje sujeita a um carregamento com excentricidade e em relação ao pilar (suposto de seção quadrada de lado a), em função da carga de punção V_{po} de uma laje idêntica mas submetida a um carregamento simétrico:

$$V_p = \frac{V_{po}}{1+e/a} \quad \dots (10)$$

Analisando os resultados de 12 lajes sem armadura transversal e com carregamento excêntrico, MOE encontrou média de 1,026 e desvio-padrão $s = 0,103$ para a relação V_{obs}/V_{calc} , com V_{calc} determinado com a expressão acima.

WHITTING (1962) ensaiou duas lajes, uma com pilar de canto e outra com pilar de borda, chegando à conclusão de que se a armadura de flexão for adequadamente ancorada além do plano de ruptura, todo o momento admitido no cálculo pode ser transferido para o pilar.

FRANZ (1965) realizou uma série de ensaios em lajes circulares e com armadura de punção, carregadas excêntrica em relação ao pilar, central e também circular. Para uma excentricidade da carga igual a um quarto do diâmetro do pilar, a resistência da laje foi reduzida, em re

lação à laje sob carregamento central, em 10%. Segundo Franz, a redução obtida por Moe nas mesmas condições, mas em lajes sem armadura de punção, foi em torno de 25%.

Modelos de ligações laje-pilar de borda foram ensaiados por ANDERSON (1966). Além das fissuras radiais e tangenciais, Anderson observou fissuras de torção na borda livre da laje. Nas ligações submetidas a carga com grande excentricidade a ruína se deu por punção, com alguma semelhança com o caso de ligações em pilares interiores. Nas ligações submetidas a carga com pequena excentricidade foi observada a ruína por flexão.

HANSON e HANSON (1968) ensaiaram 17 lajes, 16 reangulares com pilar central e uma quadrada com pilar na rda. O carregamento foi aplicado de três formas:

- a) duas linhas de carga ao longo de dois lados opostos da laje, sendo a carga de um lado de sentido oposto à do outro lado, para avaliar o efeito da transferência apenas do momento fletor para o pilar;
- b) duas linhas de carga como anteriormente mas com o mesmo sentido, para avaliar o efeito da transferência apenas da força cortante para o pilar;
- c) uma linha de carga ao longo de um lado da laje, para avaliar o efeito combinado da transferência do momento fletor e da força cortante para o pilar.

Analisando os resultados obtidos nos ensaios e também os anteriormente relatados por Moe, esses autores concluíram, após comparação com vários métodos de cálculo, que o de Moe determina com maior precisão a resistência última da ligação, além de ser de fácil aplicação.

Quatro painéis quadrados, as lajes construídas monoliticamente com pilares quadrados nos cantos, foram ensaiadas por ZAGHLOOL, PAIVA e GLOCKNER (1970), para estudar o comportamento da ligação laje-pilar sob a ação de força cortante e momento fletor. Os resultados mostraram que os

métodos existentes para a determinação da resistência da ligação no caso de pilares interiores, quando extrapolados para pilares em cantos, fornecem resultados muito abaixo dos encontrados nos ensaios; foi proposta então a seguinte equação, desenvolvida a partir de uma análise simplificada da resistência à tração do cone de ruptura, para o cálculo da carga última:

$$\frac{V_p}{ud} = (5,6 + 2,00 \frac{d}{a}) \sqrt{f_c} \quad \dots (11)$$

(as unidades são libra e polegada)

Comparando os resultados dos ensaios com os fornecidos por essa equação, os autores obtiveram para a relação V_{obs} / V_{cal} média de 1,034 e desvio-padrão $s = 0,088$.

GESUND e DIKSHIT (1971) analisando dados experimentais disponíveis na literatura observaram que, em muitos casos, é a flexão quem governa a resistência à punção na ligação laje-pilar. Esta situação foi por eles examinada, para lajes carregadas uniformemente, pela teoria das charneiras plásticas e, comparando os resultados obtidos com os experimentais disponíveis e com os determinados pelas prescrições do ACI, concluíram que a ruptura à punção governada pela flexão é possível em todos os casos - pilares interiores ou em bordas e cantos; assim, de acordo com os autores, todas as lajes-cogumelo podem ser analisadas por essa teoria.

Fazendo uma avaliação crítica dos métodos de análise e resultados existentes sobre a resistência à punção em lajes sem armaduras de punção sujeitas a transferência de momentos da laje para o pilar, HAWKINS (1974) alinhou algumas conclusões abaixo resumidas:

- os dados experimentais existentes são poucos, e a resistência calculada de acordo com o ACI 318-71 fre

quentemente é bastante cautelosa, principalmente para valores altos de $\rho f_y / f_c$;

- para concretos de resistência acima de 28 MPa e relação a/d maior que 3,0, a resistência dada pelo ACI pode deixar de ser segura, o mesmo ocorrendo quando se tem taxa de armadura menor que 1%;
- resistências determinadas por analogia com viga estão mais próximas dos resultados experimentais do que as resistências de acordo com o proposto pelo comentário do ACI 318-71.

LONG (1975) em seu método já citado anteriormente considerou também lajes sob a ação combinada de momento-fletor e força-cortante, sugerindo que neste caso a resistência da ligação seja determinada pela equação abaixo, sendo V_{po} o menor valor entre V_{p1} e V_{p2} dados pelas equações (6.a) e (6.b):

$$V_p = \frac{V_{po}}{1+15 e/\ell} \quad \dots (12.a)$$

A expressão (12.a) é válida para painéis de laje quadrados de vão ℓ , mas quando isso não ocorre, pode-se empregar a mesma fórmula adotando para ℓ o menor dos vãos, ou então utilizar a fórmula:

$$V_p = \frac{V_{po}}{1+0,9 e/a} \quad \dots (12.b)$$

Em dois trabalhos, um teórico e outro experimental, PARK e ISLAM (1976) analisaram lajes com e sem armadura de punção e carregadas assimetricamente, concluindo principalmente o seguinte:

- a) as ligações laje-pilar sem armadura de punção têm poucas ductilidade, que provoca a sua ruptura brusca;
- b) o uso de barras dobradas aumenta a resistência da li

- gação laje-pilar, porém não aumenta a sua ductilidade;
- c) o uso de "shearhead" aumenta a resistência da ligação laje-pilar, e também dentro de certos limites, a sua ductilidade;
 - d) o uso de estribos fechados ancorados nas barras de flexão provoca aumento da resistência da ligação laje-pilar e também um considerável aumento da sua ductilidade;
 - e) o cálculo de acordo com o ACI 318-71 no caso de lajes sem armadura de punção é seguro, mas em muitos casos extremamente cauteloso;
 - f) melhor indicação da resistência da ligação laje-pilar sem armadura de punção pode ser obtida mediante a analogia com vigas;
 - g) no caso de ligações laje-pilar com armadura de punção, a parcela da resistência correspondente a essa armadura pode ser calculada e adicionada à resistência da laje sem armadura, levando-se em conta que há uma redução da resistência do concreto pela presença da armadura de punção.

HAWKINS e CORLEY (1970) propuseram para o caso de ligações laje-pilar submetidas à ação da força cortante e do momento fletor, um método de cálculo em que se supõe que a ligação é composta de vigas isoladas ligadas às faces do pilar, considerando-se os efeitos de flexão, do cisalhamento e da torção

O método de cálculo proposto por LONG (1973) supõe que a ruína da ligação laje-pilar sob a ação da força cortante e do momento fletor, pode se dar de quatro maneiras:

- ruptura do concreto comprimido,
- cisalhamento,

- escoamento da armadura de flexão,
- cisalhamento e escoamento da armadura de flexão si multâneamente.

Como resultado do estudo do problema segundo esse método, o autor alinha as seguintes conclusões:

- considerando as lajes ensaiadas por Moe, o método proposto fornece melhores previsões das cargas de ruína, do que o método do código ACI;
- a resistência à punção da laje é fortemente dependente da resistência à flexão, especialmente em lajes com quantidades realistas de armadura de flexão;
- em uma larga faixa de valores da taxa de armadura de flexão e da resistência do concreto, o método proposto é muito mais preciso do que os métodos propostos pelo ACI.

No método de cálculo proposto por REGAN (1974), admite-se a distribuição linear das tensões de cisalhamento ao longo do contorno crítico, e a resistência da ligação é determinada dividindo-se a resistência da ligação sem transferência de momento fletor, por

$$1 + 2,5 M/VR$$

onde $R = 0,2\ell$

ℓ é o vão dos painéis da laje.

1.5 - ESPECIFICAÇÕES E REGULAMENTOS.

A) ACI 318-77

As indicações para a verificação da punção segundo o ACI 318-77 são dadas nos itens 11.11 e 11.12 que são transcritas parcialmente a seguir:

Item 11.11 - Prescrições especiais para lajes e sapatas

11.11.1 - A resistência à força cortante de lajes e sapatas na vizinhança de cargas ou reações concentradas é determinada pela mais desfavorável das duas condições seguintes:

11.11.1.1 - Comportamento como viga, com a seção crítica estendendo-se em um plano transversal em toda a largura e localizada à distância d do contorno da carga ou reação concentradas.

11.11.1.2 - Ação em duas direções, com a seção crítica perpendicular ao plano da laje, com perímetro b_o e localizada à distância $d/2$ do contorno da carga ou reação.

11.11.2 - O cálculo de lajes ou sapatas com ação em duas direções deve ser feito utilizando a expressão

$$V_u \leq \phi V_n$$

onde

V_u é a força cortante atuante na seção considerada

$\phi = 0,85$ (coeficiente de redução da resistência)

V_n é a força cortante resistente, que não deve ser maior que o valor V_c dado pela expressão abaixo, a menos que uma armadura de cisalhamento seja determinada de acordo com os itens 11.11.3 ou 11.11.4.

$$V_c = \left(2 + \frac{4}{\beta_c}\right) \sqrt{f'_c} b_o d$$

onde

$(2 + \frac{4}{\beta_c})$ não deve ser maior que 4.

β_c é a razão entre o lado maior e o lado menor da área da carga ou reação.

f'_c é a resistência do concreto à compressão em psi

11.11.3 - Armadura de cisalhamento composta de barras ou fios pode ser usada em lajes ou sapatas obedecendo as seguintes prescrições:

11.11.3.1 - A força cortante resistente V_n deve ser calculada por

$$V_n = V_c + V_s$$

com V_c calculado segundo o item 11.11.3.4 ,

e V_s calculado segundo o item 11.11.3.5

11.11.3.2 - A força cortante resistente V_n não deve ser maior que $6\sqrt{f'_c} b_o d$, onde b_o é o perímetro da seção crítica definida no item 11.11.3.3.

11.11.3.3 - A força cortante resistente deve ser verificada na seção crítica definida no item 11.11.1.2 e em seções sucessivamente mais distantes do contorno da área carregada.

11.11.3.4 - A força cortante resistente V_c em qualquer seção não deve ser maior que $2\sqrt{f'_c} b_o d$, onde b_o é o perímetro da seção crítica definida no item 11.11.3.3.

11.11.3.5 - Quando a força cortante atuante V_u excede a força cortante resistente ϕV_c indicada no item 11.11.3.4, a área A_v e a força cortante resistente V_s da armadura de cisalhamento devem ser calculadas de acordo com o item 11.5.

11.11.4 - Armadura de cisalhamento composta de perfis metálicos ("shearheads") pode ser usada em lajes. As indica -

ções para o cálculo desse tipo de armadura são dadas nos itens 11.11.4.1 a 11.11.4.9.

11.11.5 - Aberturas em lajes

Quando aberturas em lajes estão localizadas a uma distância menor que 10 vezes a espessura da laje, a seção crítica definida nos itens 11.11.1.2 e 11.11.4.7 deve ser modificada da seguinte maneira:

- a) Para lajes sem "shearheads", a parte do perímetro da seção crítica que está contida entre as retas traçadas do centro de gravidade da área da carga ou reação, e tangentes às bordas da abertura, deve ser considerada sem efeito.
- b) Para lajes com "shearheads", a parte sem efeito do perímetro é a metade daquela definida em a).

Item 11.12 - Transferência de momentos para o pilar

11.12.2 - Prescrições especiais para lajes

11.12.2.1 - Quando forças de gravidade, vento, terremoto ou outras forças "laterais" provocam transferência de momentos entre lajes e pilares, uma fração do momento não balanceado deve ser transferida pela excentricidade da força cortante de acordo com os itens 11.12.2.3 e 11.12.2.4.

11.12.2.2 - A fração desse momento que não é transferida pela excentricidade da força cortante, deve ser transferida pela flexão de acordo com o item 13.3.4.

11.12.2.3 - A fração do momento não balanceado da

da por

$$\gamma_v = 1 - \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{c_1 + d}{c_2 + d}}}$$

onde

c_1 é o lado do pilar retangular medido na direção do vão para o qual são determinados os momentos,

c_2 é o lado do pilar retangular medido na outra direção,

deve ser transferida pela excentricidade da força cortante em relação ao centro de gravidade da seção crítica perpendicular ao plano da laje e localizada à distância $d/2$ do contorno do pilar.

11.12.2.4 - As tensões de cisalhamento resultantes do momento transferido pela excentricidade da força cortante devem ser supostas com variação linear em relação ao centro de gravidade da seção crítica definida no item 11.12.2.3. A máxima tensão de cisalhamento devida às forças cortantes e momentos atuantes não deve ultrapassar

$$\phi (2 + 4\beta_c) \sqrt{f'_c}$$

e nem

$$\phi 4 \sqrt{f'_c}$$

B) Código Modelo CEB-FIP de 1978

As indicações para a verificação da punção segundo o Código Modelo CEB-FIP são dadas no capítulo 13 e são válidas para lajes de espessura constante e para sapatas de fundação.

Segundo o artigo 13.1 o puncionamento pode ocorrer devido a uma carga ou a uma reação concentradas sobre uma pequena área (chamada área carregada) de lajes ou sapatas.

São considerados os casos de áreas carregadas:

a) de forma

- circular com diâmetro no máximo igual a $3,5d$,
- retangular com perímetro no máximo igual a $11d$, e razão entre o lado maior e o lado menor não maior que 2,
- qualquer com dimensões limites fixadas por analogia com as formas precedentes;

b) não situadas na vizinhança de outras forças concentradas nem dentro de zonas de esforços cortantes importantes de outras origens.

O estado limite último é caracterizado pela formação de um tronco de cone de puncionamento onde a diretriz é o contorno da área carregada e as geratrizes são inclinadas em relação ao plano da laje de ângulo compreendido entre 30° e 35° ; no caso de sapatas o ângulo de inclinação é de 45° .

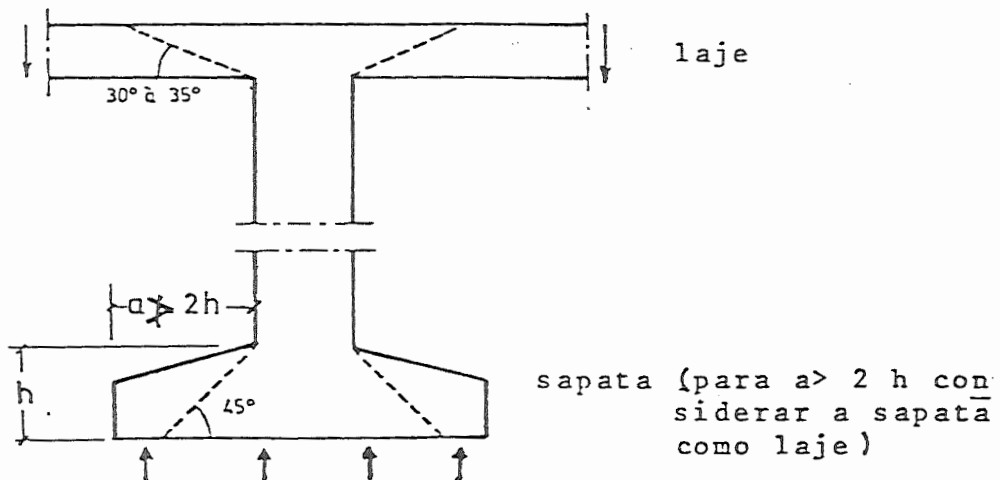


Figura 1.5.1

Os esforços cortantes atuantes e resistentes por unidade de comprimento do contorno da seção crítica definida no artigo 13.2 devem satisfazer a condição

$$v_{Sd} \leq v_{Rd}$$

com os valores determinados segundo os artigos 13.3 e 13.4

Segundo o artigo 13.2, a seção crítica é perpendicular ao plano médio da laje, e se estende na altura útil d da laje. O seu contorno é definido da seguinte maneira:

Artigo 13.2.1 - Caso de área carregada afastada de aberturas ou de bordas livres.

O contorno da seção crítica é formado pelo perímetro mínimo em torno da área carregada a uma distância nunca inferior a $d/2$.

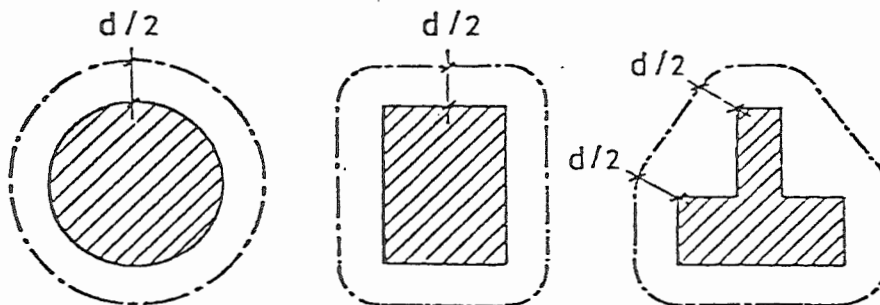


Figura 1.5.2

Se a área carregada é grande ou alongada, a seção crítica não corresponde senão a parte do contorno anterior (por exemplo para uma área retangular, a seção crítica não se estende senão à vizinhança dos cantos). Para as outras partes da seção crítica faz-se a verificação do esforço cortante como em vigas.

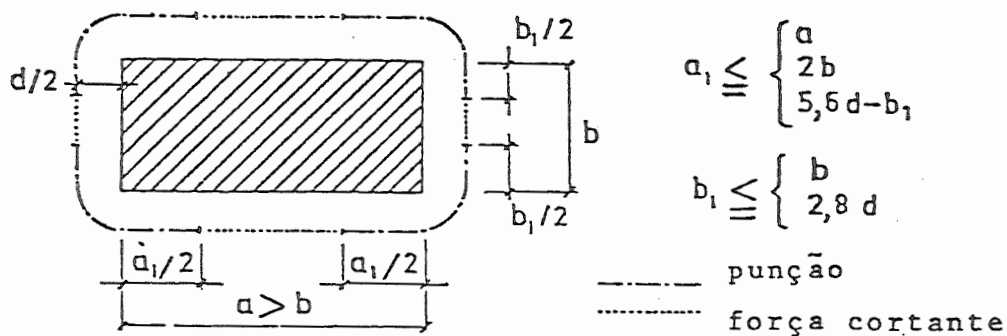


Figura 1.5.3

Artigo 13.2.2 - Caso de área carregada próxima de aberturas.

Se a menor distância entre o contorno da área carregada e o da abertura é no máximo igual a $5d$, é deduzida do contorno crítico determinado no artigo anterior, a parte contida entre as duas tangentes ao contorno da abertura e que partem do centro de gravidade da área carregada.

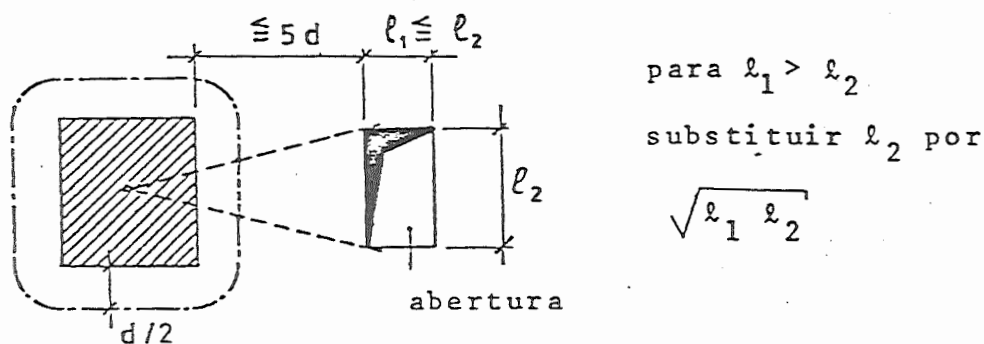


Figura 1.5.4

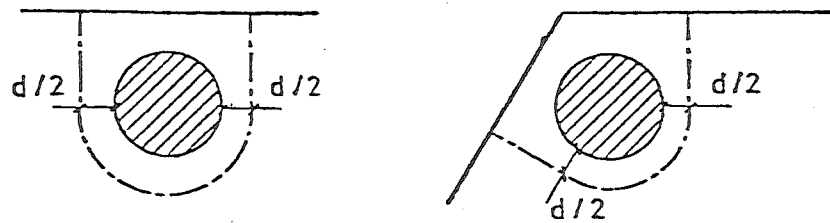
Artigo 13.2.3 - Caso de área carregada próxima de bordas livres.

- a) Na vizinhança de bordas livres, deve-se substituir certas partes do contorno definido no artigo 13.2.1 por perpendiculares a essas bordas, se o contorno assim obtido for menor que o contorno que envolve totalmente a área carregada.

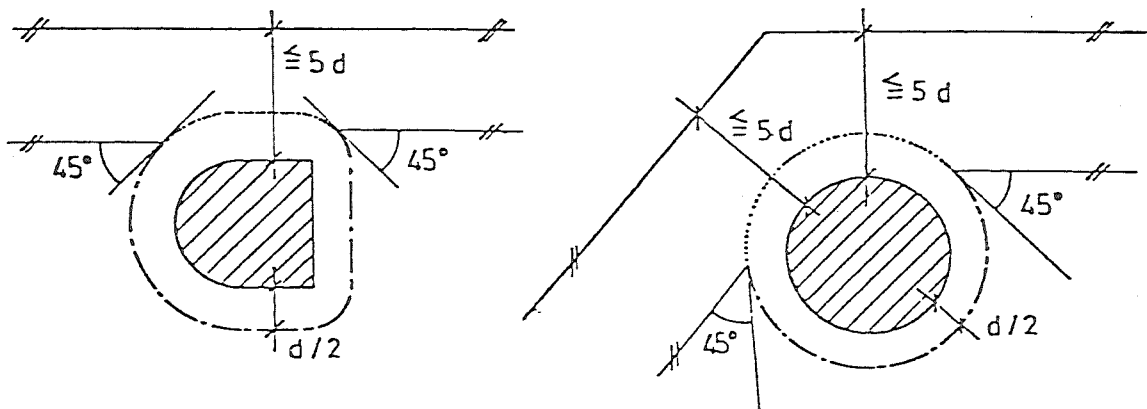
b) Se a menor distância entre o contorno da área carregada e a borda livre é no máximo igual a $5d$, adotar como contorno crítico o mais desfavorável dos dois contornos seguintes:

- contorno determinado conforme o parágrafo anterior,
- contorno determinado conforme o artigo 13.2.1, suprimindo-se a parte vizinha da borda livre e delimitada por duas tangentes ao contorno e que formam um ângulo de 45° com a borda.

c) Na vizinhança de cantos formados por duas bordas livres, o contorno da seção crítica é determinado segundo princípios análogos aos dos parágrafos anteriores.



Seções críticas próximas de bordas livres (casos a e c)



Seções críticas próximas de bordas livres (casos b e c)

Figura 1.5.5

Segundo o artigo 13.3, a solicitação atuante no caso de carga ou reação centrada é dada por

$$v_{Sd} = V_{Sd}/u$$

sendo

V_{Sd} : a resultante da força cortante ao longo do perímetro u no caso de lajes, e ao longo do perímetro da base maior do tronco de cone de punção no caso de sapatas;

u : o perímetro da seção crítica conforme o artigo 13.2.

No caso de carga excêntrica, v_{Sd} é determinado supondo distribuição plana das tensões tangenciais, podendo $v_{Sd,m\acute{a}x}$ ser determinado por:

$$v_{Sd,m\acute{a}x} = \frac{V_{Sd}}{u} + \eta \frac{V_{Sd} \cdot |e|}{W} d$$

sendo

e : excentricidade da carga ou reação em relação ao centro de gravidade da seção crítica;

W : módulo de resistência da seção crítica, correspondente à direção de e ;

$$\eta = \frac{1}{1 + \sqrt{b_2/b_1}}$$

onde b_1 e b_2 são os lados do retângulo circunscrito ao contorno u , com b_1 paralelo à direção da excentricidade e .

A fórmula anterior para cálculo de $v_{Sd,m\acute{a}x}$ não é válida quando $b_2 \geq 0,7 b_1$

Para os casos de áreas carregadas afastadas de bordas livres a fórmula para cálculo de $v_{Sd,m\acute{a}x}$ pode ser simplificada para:

- no caso de áreas carregadas circulares

$$v_{Sd, \text{m\acute{a}x}} = \frac{V_{Sd}}{u} \left(1 + \frac{2 \cdot |e|}{d+d_0} \right)$$

sendo d_0 o di\^ametro da \^area carregada

- no caso de \^areas carregadas retangulares

$$v_{Sd, \text{m\acute{a}x}} = \frac{V_{Sd}}{u} \left(1 + 1,5 \frac{|e_x| + |e_y|}{\sqrt{b_x \cdot b_y}} \right)$$

sendo b_x e b_y as dimens\^oes do contorno u medidas nas dire\^oes x e y paralelas aos lados da \^area carregada.

A \^ultima express\^ao pode ser aplicada tamb\^em nos seguintes casos:

- na vizinhan\^ca de borda livre, se esta for paralela a uma das dire\^oes x ou y ;
- na vizinhan\^ca de canto, se as bordas forem paralelas \^as dire\^oes x e y .

Quando se tratar de pilares em bordas ou cantos de lajes, os Complementos do C\^odigo Modelo (Bull. CEB n\^o 137) indica uma maneira mais simples de se verificar a pun\^c\^ao, pois nesses casos a for\^ca cortante fica praticamente concentrada na face interior do pilar de borda ou no canto interior do pilar de canto. A simplifica\^ao consiste em se admitir a distribui\^ao uniforme da for\^ca cortante no per\^imetro reduzido indicado na figura abaixo.

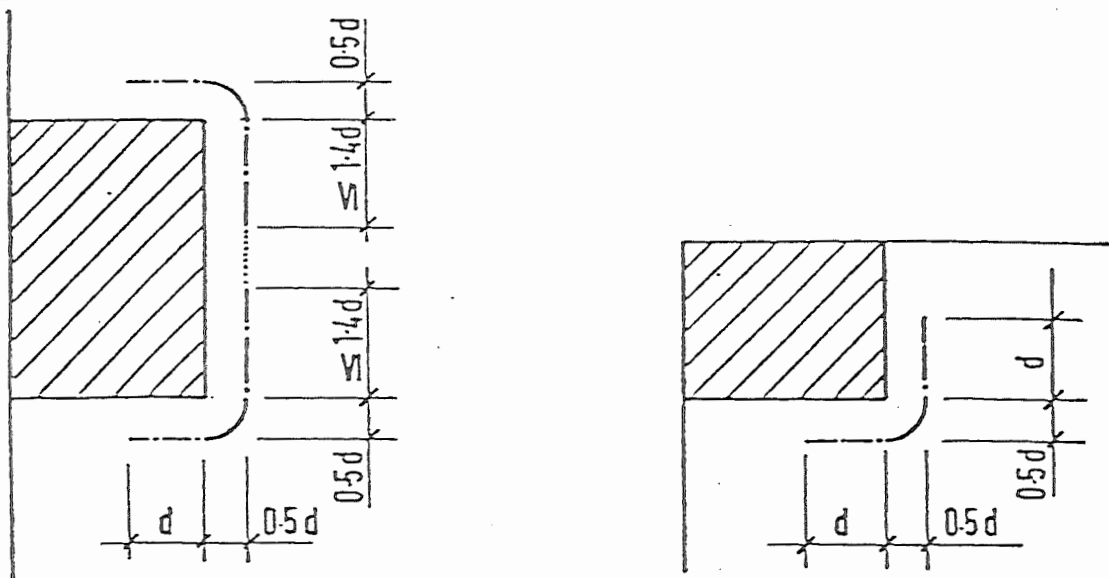


Figura 1.5.6

Segundo o artigo 13.4, a solicitação resistente é determinada da seguinte maneira:

Artigo 13.4.1 - Lajes ou sapatas sem armadura de punção

$$v_{Rd1} = 1,6 \tau_{Rd} \kappa(1 + 50\rho_l)d$$

onde τ_{Rd} (em MPa) é dado na tabela a seguir em função de f_{ck} (em MPa)

f_{ck}	12	16	20	25	30	35	40	45	50
τ_{Rd}	0,18	0,22	0,26	0,30	0,34	0,38	0,42	0,46	0,50

$$\kappa = 1,6 - d \leq 1,0 \text{ (com } d \text{ em metros)}$$

$$\rho_l = \sqrt{\rho_{lx} \rho_{ly}} \leq 0,008$$

ρ_{lx} e ρ_{ly} são as taxas das armaduras longitudinais paralelas às direções x e y

$$d = (d_x + d_y)/2$$

d_x e d_y são as alturas úteis para as direções x e y

Artigo 13.4.2 - Lajes ou sapatas com armadura de punção

$$v_{Rd2} = 1,6 v_{Rd1}$$

A armadura de punção deve ser determinada para que a componente vertical da força equilibrada por essa armadura seja no mínimo igual a $0,75 v_{Rd2} \cdot d$, adotando como tensão na armadura o menor valor entre f_{yd} e 300 MPa

Segundo o artigo 18.1.2.3.3 somente podem ser consideradas como armadura de punção:

- as armaduras contidas na zona delimitada por

contorno situado a uma distância no máximo igual a $1,5d$ ou 800 mm do contorno da área carregada;

- as barras dobradas que passam pela área definida pelo contorno situado a distância $d/4$ do contorno da área carregada.

C) NB-1/78 .

O procedimento para a verificação da punção segundo a NB-1/78 está indicado no parágrafo 4.1.5 dessa norma.

De acordo com o item 4.1.5.1, pode-se supor que a carga provoca tensão tangencial uniformemente distribuída na área $u d$, sendo

d = altura útil da laje ao longo do contorno C da área de aplicação da carga

u = perímetro de um contorno C' externo ao contorno e deste distante $d/2$ no plano de laje (figura 1.5.7).

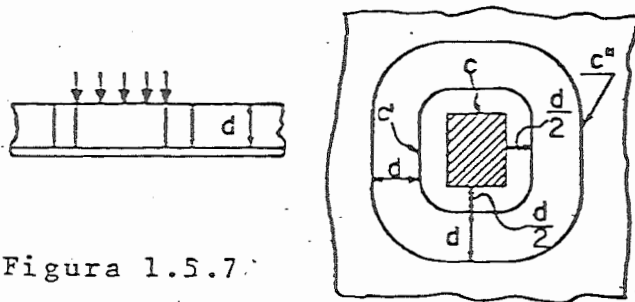


Figura 1.5.7.

A tensão determinada com a carga de cálculo não poderá ultrapassar o valor último $0,63\sqrt{f_{ck}}/\gamma_c$ (MPa), dado no item 5.3.1.2b, mesmo quando for colocada armadura.

Se o contorno C apresentar reentrâncias (fig.1.5.8) o contorno C' será paralelo ao polígono convexo circunscrito ao contorno C .

No caso em que o maior lado a do mais estreito retângulo circunscrito ao contorno C (figura 1.5.9) for maior que 3 vezes o lado b desse retângulo, não serão considerados os segmentos do contorno C' contidos entre as 2 paralelas aos lados menores b e destes distantes $1,5b$.

Se existir na laje uma abertura situada a menos de $2d$ do contorno C , não será considerado o trecho

do contorno C' entre as 2 retas que passam pelo centro de gravidade da área de aplicação da carga e tangenciam o contorno da abertura (fig. 1.5.10).

Em qualquer caso, os segmentos do contorno C' situados a uma distância inferior a $3d$ de uma borda livre da laje não serão considerados no valor de u .

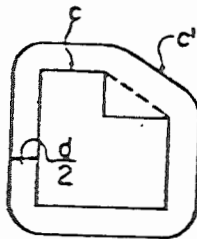


Figura 1.5.8

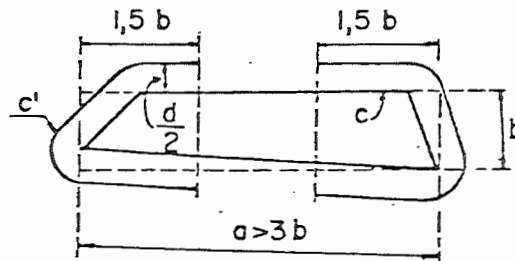
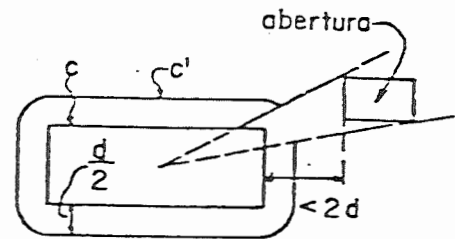


Figura 1.5.9

Figura 1.5.10

Com relação à armadura, de acordo com o item 4.1.5.2., deverá ser calculada e colocada na face tracionada armadura de flexão que atravessa a projeção da área em que se aplica a carga e que seja suficientemente ancorada além do perímetro C'' (fig.1.5.7.) . Além disso, sempre que a tensão no concreto, calculada de acordo com o item 4.1.5.1, for igual ou inferior ao valor último dado em 5.3.1.2b mas superior à metade desse valor, dever-se-á dispor uma armadura transversal tal que a componente dos esforços que ela absorva, perpendicular à laje, corresponda no mínimo a 75% do valor de cálculo da força concentrada aplicada à laje. Essa armadura será calculada com a resistência de cálculo f_{yd} ,

não se tomando valores superiores a 300 MPa, e será constituída por estribos distribuídos na faixa contida pelos perímetros C' e C'' da figura 1.5.7..

Quando se tratar de lajes-cogumelo, cabe ainda lembrar as dimensões mínimas de lajes e pilares exigidas pela NB-1/78, embora essas prescrições não decorram apenas de preocupação com o problema da punção.

Segundo o item 6.1.1.1, em lajes-cogumelo calculadas como pórticos múltiplos a espessura das lajes não deve ser menor que

12 cm em lajes de cobertura não em balanço

15 cm em lajes de piso e lajes em balanço

Segundo o item 6.1.3.1, a menor dimensão dos pilares que suportam lajes-cogumelo não deve ser inferior a 30 cm, nem a 1/15 da sua altura livre, devendo ainda a espessura em cada direção não ser inferior a 1/20 da distância entre eixos dos pilares nessa direção; no caso do pilar ser cintado a menor dimensão não deve ser inferior ainda a 1/10 da sua altura livre.

2. ESTUDO EXPERIMENTAL DA PUNÇÃO NO LE-EESC

2.1 - GENERALIDADES

Sugerido pelo Prof. Telemaco van Langendonck, iniciou-se em 1972 no Laboratório de Estruturas da EESC-USP, um amplo projeto de pesquisa visando o estudo experimental da resistência de ligações laje-pilar em cantos e bordas de lajes-cogumelo sem capitêis ou, em outras palavras, da punção em cantos e bordas de lajes-cogumelo.

Faz-se a seguir um sumário de toda a experimentação realizada, cuja apresentação pormenorizada é feita em MARTINELLI (1974), FIGUEIREDO Fº (1981) e TAKEYA (1981).

A experimentação projetada até o momento tem como objetivos principais:

- a) caracterizar a configuração de ruína e a eventual predominância da punção ou da flexão;
- b) determinar as cargas de ruína para diversas combinações dos parâmetros em jogo:
 - tipo de ligação (canto ou borda);
 - porcentagem da armadura de flexão;
 - porcentagem da armadura transversal;
 - espessura da laje;
 - relação momento fletor/força cortante;
 - plano de atuação do momento fletor.

Principalmente por não se dispor, quando do início da experimentação, de estrutura de reação suficientemente grande que permitisse o ensaio de painéis completos de lajes, optou-se pelo ensaio de "elementos-de-laje", que representam apenas a porção da laje próxima do pilar, suficiente para a observação do comportamento da ligação laje-pilar e para a simulação do carregamento. Essa orientação, que foi e que será adotada em todas as fases da pesquisa planejadas até agora, é a seguida na maioria dos trabalhos

realizados a respeito desse problema.

Embora interessasse trabalhar com elementos-de-laje de dimensões reduzidas, fixou-se espessura de 10cm, a fim de permitir instrumentação abundante da armadura sem perturbação sensível na relativamente reduzida região de ruína; quanto aos pilares, adotou-se seção quadrada de 20 cm de lado. Se, com FERRY BORGES e ARGA E LIMA (1961), se admitir que uma redução do protótipo até 1/4 ainda assegura muito boa reprodução dos fenômenos fortemente dependentes da fissuração, essas peças podem corresponder a toda a gama de dimensões encontradas na prática. De outra parte, consideradas como elementos-de-laje em verdadeira grandeza, as peças permitem examinar a possibilidade de se reduzir a espessura mínima das lajes-cogumelo exigida por diversos Regulamentos (a NB-1, por exemplo, exige um mínimo de 15 cm), o mesmo podendo dizer-se quanto às dimensões transversais dos pilares (embora essas prescrições não decorram apenas de preocupação com as ligações entre as lajes e os pilares).

2.2 - CASOS CONSIDERADOS

A Tabela apresentada a seguir contém os dados essenciais para a caracterização dos modelos ensaiados no LE-EESC desde 1972. Os casos 1 a 14 foram analisados na primeira fase da experimentação por MARTINELLI (1974); os casos 15, 16 e 17 constituem a segunda fase e foram analisados por TAKEYA (1981); os casos 18, 19 e 20 que constituem a terceira fase foram analisados por FIGUEIREDO Fº (1981); os casos 22, 27 e 28 que constituem a quarta fase serão relatados pelo Engº Irineu da Silva.

São características comuns a todos os casos:

- concreto com $f_{ck} = 30$ MPa;
- aço CA-50A para as armaduras de flexão;
- aço CA-25 para as armaduras transversais;
- pilar de seção quadrada de $20 \times 20 \text{ cm}^2$ com chanfros de 2 cm nos cantos.

Os casos 1, 2 e 5 correspondem a andares únicos ou últimos, estando porém no momento suspensa essa experimentação, em favor do estudo do caso de andares intermediários, correspondentes a todos os outros elementos-de-laje.

Na experimentação dos casos 5 a 14, reproduziu-se cada elemento-de-laje quatro vezes, como amostra mínima para o controle da homogeneidade de construção e ensaio e para a obtenção de valores médios. Já nos casos seguintes em vista da coerência plenamente satisfatória dos resultados, inclusive quanto aos desvios das cargas de ruína dessa primeira fase, decidiu-se reproduzir cada elemento-de-laje apenas três vezes, com a convicção de poder manter a uniformidade já conseguida.

Na primeira fase, os quatro modelos de cada elemento-de-laje foram abundantemente instrumentados; nas fases seguintes optou-se por uma instrumentação ainda mais abundante, mas em apenas um modelo de cada elemento-de-

EdL	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(i)
1	C	I	AT ₂	G	10,0	1,37	U	PBC	1
2						P			
3			U						
4						AT ₁			
5							T		
6 (A ₁)		AT ₁		G					
7 (B ₁)			T						
8 (A ₂)		AT ₂		G					
9 (B ₂)			T						
10 (A ₃)		AT ₃		G					
11 (B ₃)			T						
12 (A ₄)		AT ₄		G					
13 (B ₄)			T						
14 (A ₅)		II		AT ₁		G			
15	AT ₃								
16			AT ₄						
17				AT ₃	S				
18	0,5								
19			1,75						
20	AT ₀					S			
21			AT ₃	G					
22	AT ₀				S				
23			M	AT ₃		G			
24	C				III				
25			IV	7,5					
26	M				III	10,0			
27			IV	7,5					
28	C	III			10,0				
			IV	7,5					

- EdL - elemento-de-laje ou protótipo; a nomenclatura entre parêntesis foi a utilizada por MARTINELLI (1974);
- (a) - tipo de elemento-de-laje: cantos (C) e bordas (M);
- (b) - tipo de armadura de flexão da laje:
- I - ϕ 3/8" (10 mm) em malhas de 8,5 x 7,3 cm²;
 - II - idem em malhas de 5,7 x 4,5 cm²;
 - III - ϕ 5/16" (8 mm) em malhas de 5,7 x 4,5 cm²;
 - IV - idem em malhas de 5,3 x 4,2 cm²;
- (c) - tipo de armadura transversal da laje:
- AT₀ - sem nenhuma armadura transversal
 - AT₁ - armadura transversal constituída somente pelos ganchos de ancoragem das barras de flexão da laje;
 - AT₂ - com ganchos e com estribos nos nós centrais da "região crítica";
 - AT₃ - com ganchos e com um estribo em todos os nós da "região crítica";
 - AT₄ - com ganchos e com dois estribos em todos os nós da "região crítica";
- (d) - tipo de armadura inferior da laje, onde é ancorada a extremidade inferior dos estribos:
- G - prolongamento dos ganchos de ancoragem das barras de flexão;
 - T - tela de malhas retangulares (5,7 x 4,5 cm²), de ferros ϕ 3/16" (5 mm);
 - S - sem armadura inferior;
- (e) - espessura da laje (cm);
- (f) - razão entre o raio da circunferência de distribuição das cargas (concêntrica com o pilar) e o raio r = 51 cm utilizado na maioria dos ensaios já executados;
- (g) - pilar superior:
- P - simulado por um prisma de peroba;
 - J - de concreto, construído monolítico com a restante de cada peça;
 - U - sem pilar superior, indicando pilar último ou único
- (h) - plano de atuação do momento fletor, dependendo da posição da resultante sobre a laje (centro do pilar sempre contido no plano do momento):
- PBC - plano bissetor do conto; PDP - plano diagonal do pilar;
 - PNB - plano normal à borda; PPFL - plano paralelo ao da face lateral da laje;
- (i) - número de peças ensaiadas por elemento-de-laje.

-laje. Esse procedimento, além de proporcionar maior facilidade de construção e ensaio, possibilitou a obtenção de maior quantidade de informações sem acréscimo de custo.

Os elementos-de-laje de canto e de borda ensaiados até o momento (casos 1 a 20, 22, 27 e 28) estão esquematizados nas figuras 2.2.1 a 2.2.9, e têm laje com espessura $h = 10\text{cm}$ (EdL 1 a 20, 22, 27) e $h = 7,5\text{cm}$ (EdL 28) e pilar com seção quadrada de $20 \times 20 \text{ cm}^2$. A armadura de flexão foi sempre realizada com ferros CA-50A e $\phi 10\text{mm}$ (EdL 1 a 20, 22) e $\phi 8\text{mm}$ (EdL 27 e 28), e a armadura transversal (sempre de estribos normais ao plano médio da laje) com ferros de $\phi 6,3 \text{ mm}$, CA-25; deve-se porém notar que alguns dos ganchos de ancoragem da armadura de flexão, que só não estão presentes nos EdL 20 e 22, também se comportam como armadura transversal.

O carregamento, realizado com macacos hidráulicos, foi sempre aplicado à laje através de placas dispostas em arco de círculo (figuras 2.2.1 e 2.2.2) com raio em relação ao centro do pilar valendo $70,0 \text{ cm}$ (EdL 1), $25,5\text{cm}$ (EdL 18), $89,3\text{cm}$ (EdL 19) e 51cm (nos outros casos); como, numa laje-cogumelo de painéis quadrados, as circunferências de momento nulo em torno dos pilares têm raio de aproximadamente 22% do vão dos painéis, se se admitir que as peças são modelos à escala 1/2 verifica-se que os elementos-de-laje cujo arco de círculo de carregamento tem raio de 51cm representam cantos e bordas de lajes de painéis quadrados de $4,6\text{m}$ de lado e a espessura 20cm , naturalmente com cargas relativamente elevadas.

As barras de flexão foram dispostas em rede de malhas retangulares de $8,5 \times 7,3\text{cm}^2$ (EdL 1 a 4), $5,7 \times 4,5\text{cm}^2$ (EdL 5 a 20, 22, 27), $5,3 \times 4,3\text{cm}^2$ (EdL 28), correspondendo, aproximadamente, à máxima armadura compatível com a condição de "sub-armação".

Os estribos, cuja forma é mostrada nas figuras 2.2.3 e 2.2.4, foram dispostos numa "região crítica" delimitada por retas distantes $h/\text{tg } 30^\circ \approx 17,5 \text{ cm}$ dos lados do

pilar, coerentemente com o que se prevê na R. 53,52 do CEB (1970) para o caso de pilares interiores; embora a ruína se tenha dado segundo superfície radicalmente diferente da que se observa nesses casos interiores, essa delimitação da região a ser estribada mostrou-se adequada também para as ligações de canto e de borda. Alguns elementos-de-laje foram armados com um estribo em cada cruzamento das barras de flexão interior à "região crítica" (armadura transversal tipo AT_3 , de seção total A_t); em outros utilizou-se armadura transversal tipo AT_4 , de seção $2A_t$, colocando-se dois estribos em cada cruzamento, e também se ensaiaram elementos-de-laje, de canto, com menor número de estribos (aproximadamente um em cada três cruzamentos, armadura tipo AT_2). Como referência, ensaiaram-se também elementos-de-laje sem qualquer estribo, nos quais, todavia, persiste uma armadura transversal (tipo AT_1) constituída pelos ganchos da armadura de flexão, e elementos-de-laje sem estes ganchos (tipo AT_0); nestes, as barras de flexão foram ancoradas em cantoneiras metálicas que capeiam a borda superior da laje (figuras 2.2.7 e 2.2.9).

Quanto à instrumentação das peças, utilizaram-se defletômetros mecânicos para a medida dos deslocamentos transversais, extensômetros elétricos de resistência para as deformações das armaduras e do concreto, e dinamômetros LE-EESC com extensômetros elétricos para as cargas aplicadas pelo macacos. Nas figuras 2.2.3 a 2.2.7 e 2.2.10 a 2.2.12 indica-se a localização da instrumentação utilizada.

O carregamento foi tracionado em parcelas de aproximadamente $1/20$ da carga de ruína, aplicando-se os incrementos de carga de cinco em cinco minutos, e realizando-se as medidas das deformações e deslocamentos dois minutos após a aplicação de cada incremento; as cargas e as deformações acusadas pelos extensômetros elétricos foram registradas pelo digitalizador Hewlett-Packard em fita perfurada, posteriormente processada no computador.

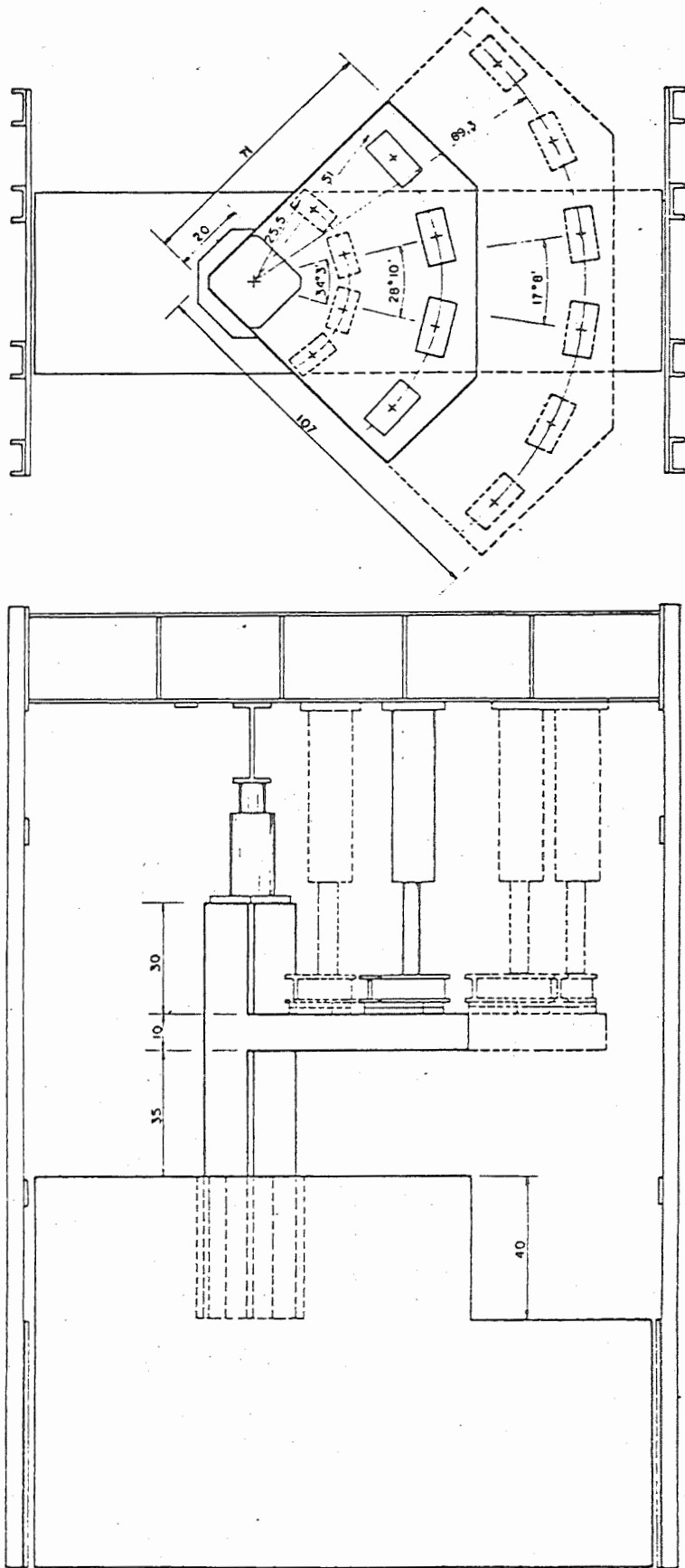


Figura 2.2.1 - Ensaio dos modelos de canto

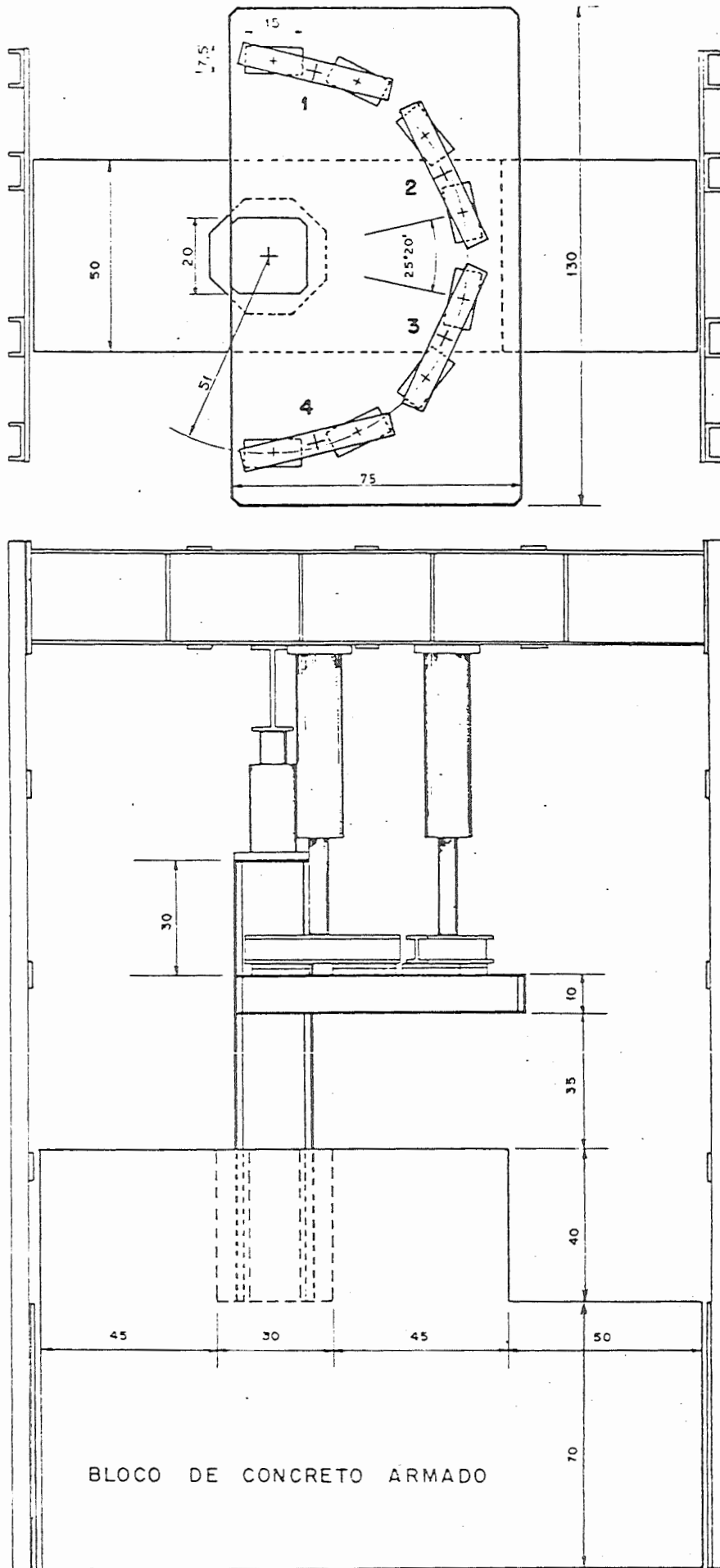


Figura 2.2.2 - Ensaio dos modelos de borda.

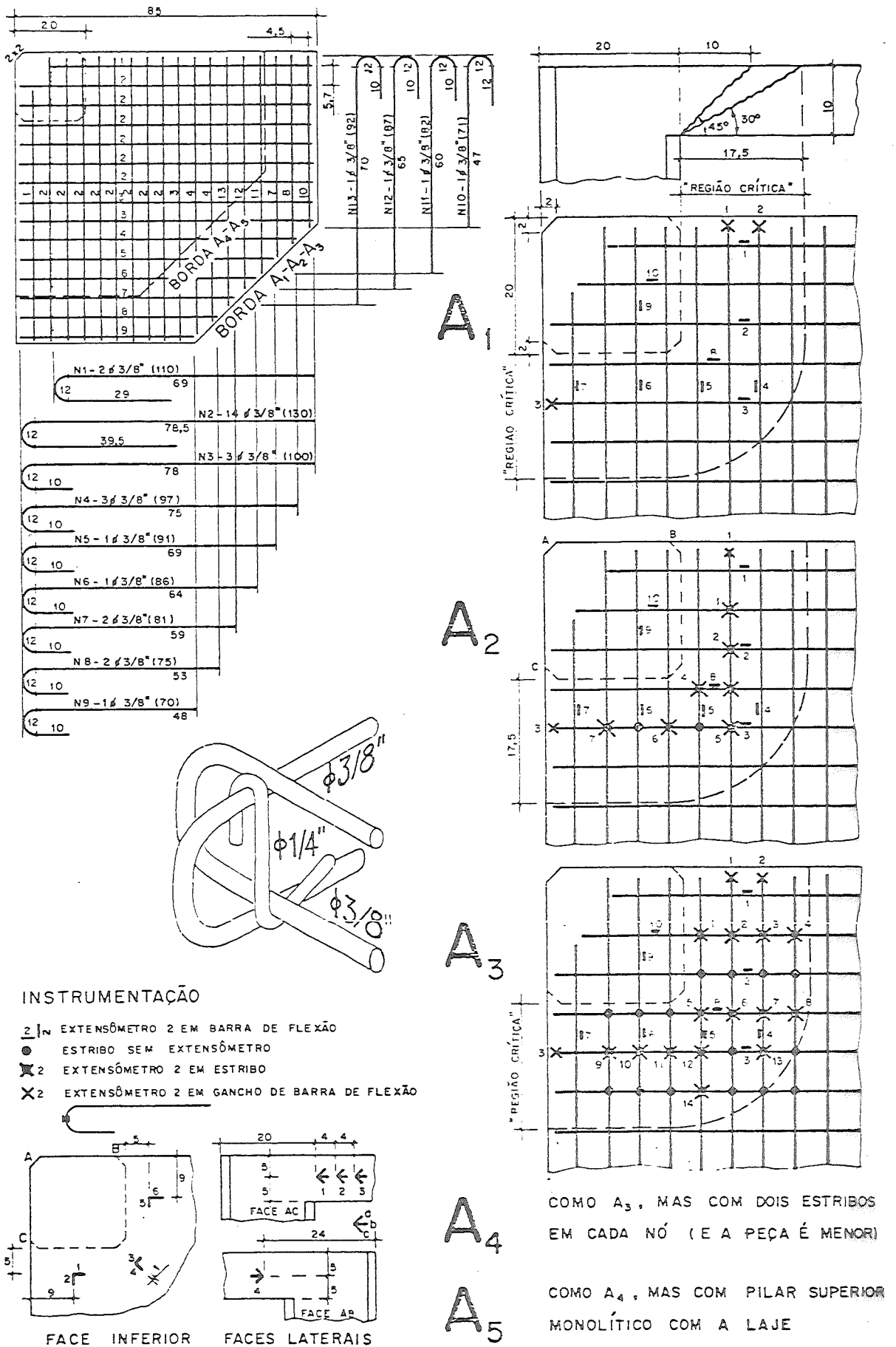


Figura 2.2.3

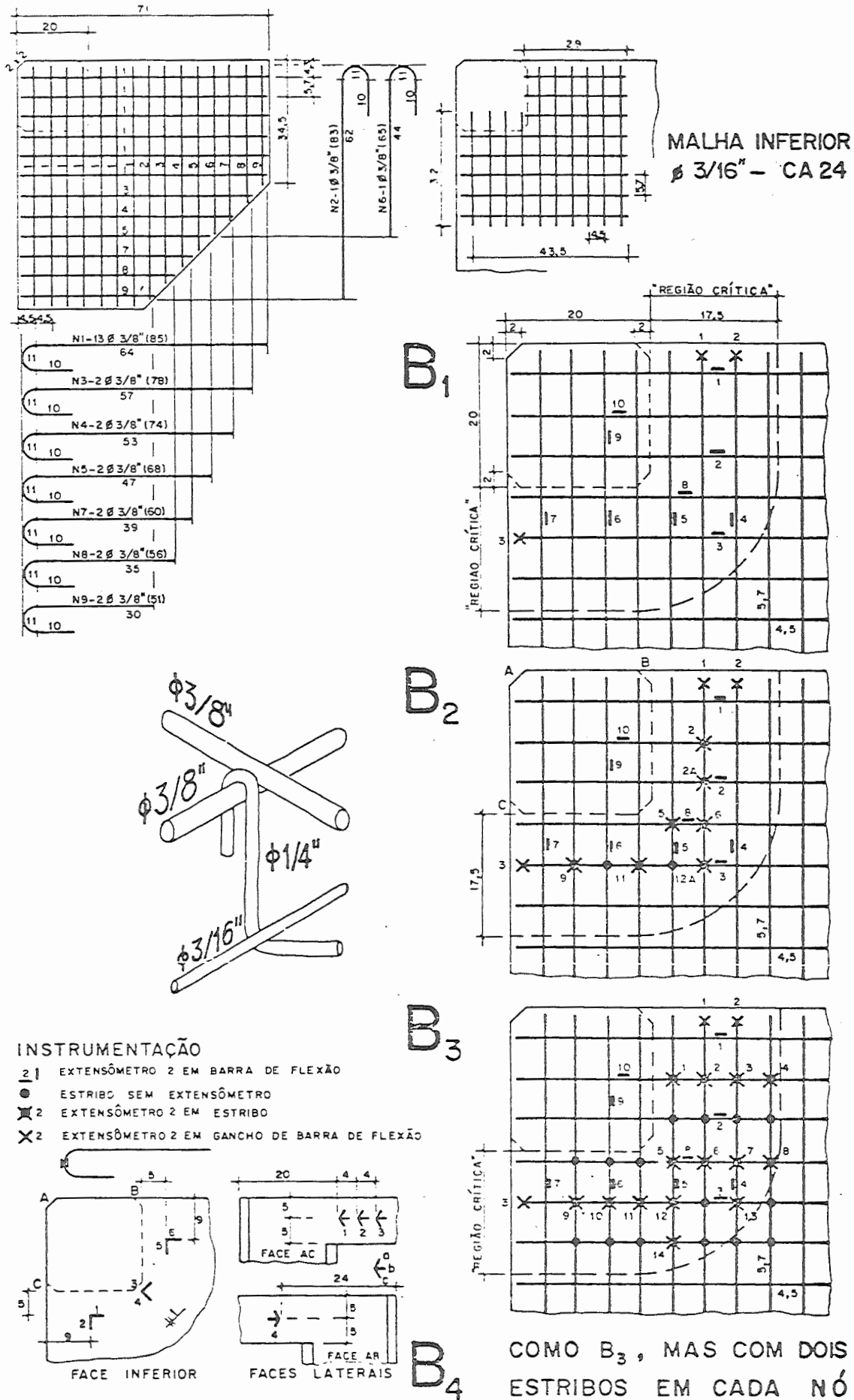
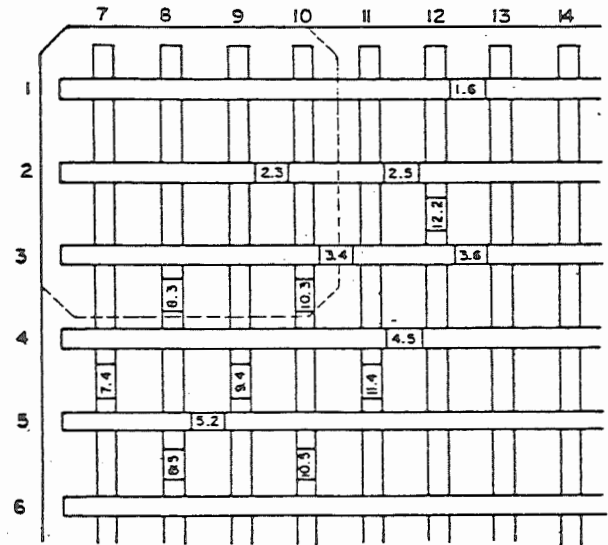
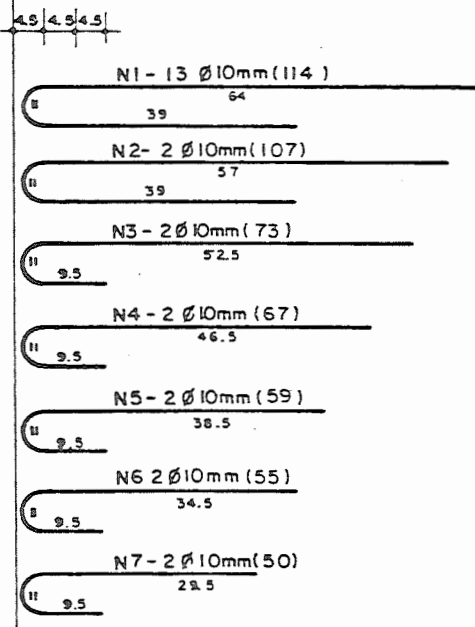
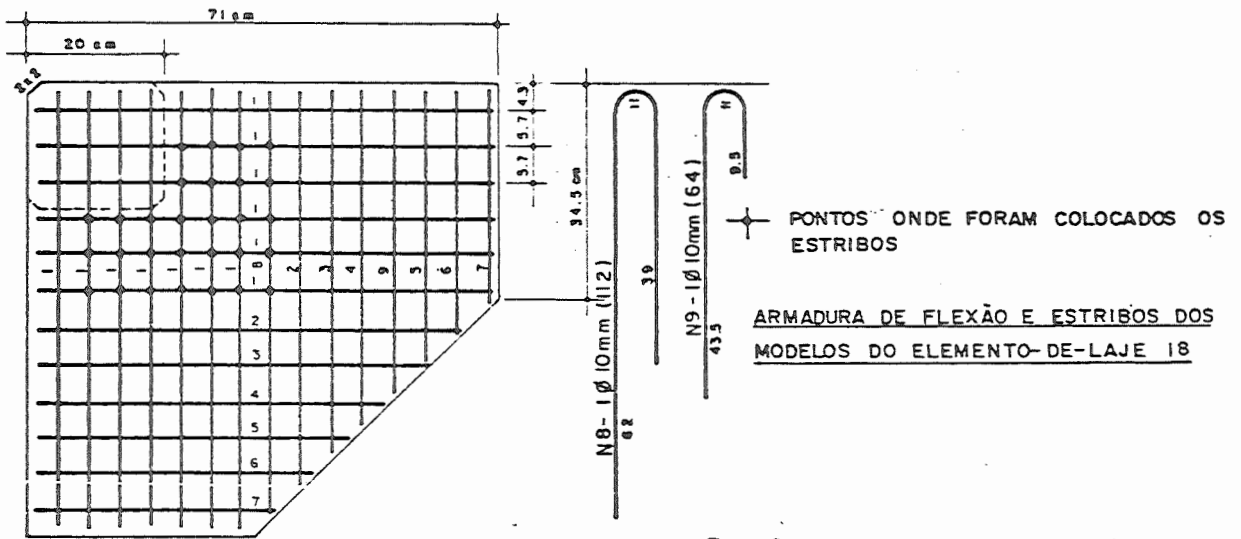
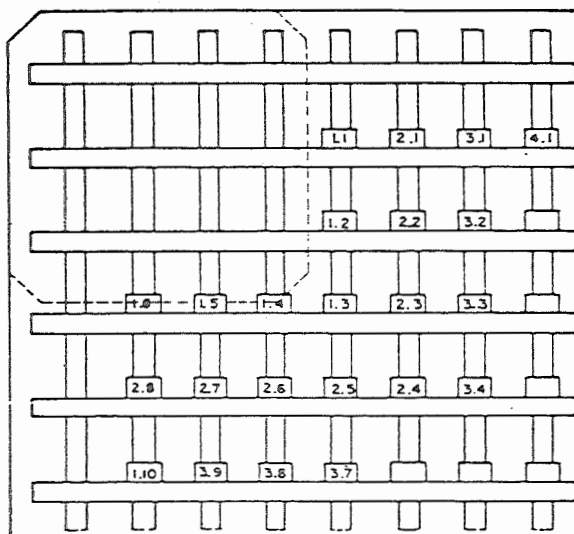


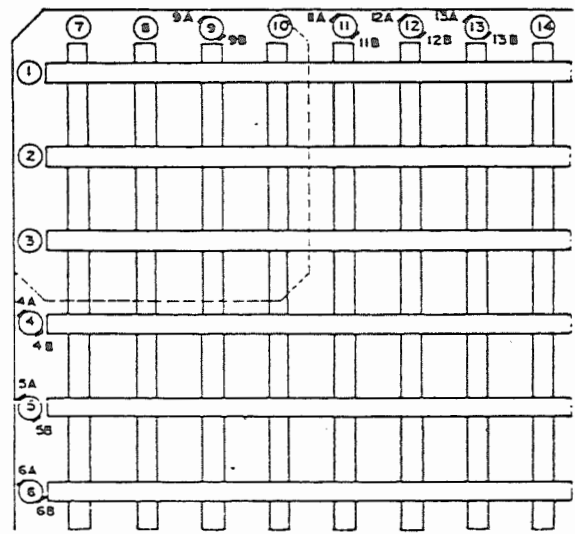
Figura 2.2.4



INSTRUMENTAÇÃO DA ARMADURA DE FLEXÃO DO MODELO 18/3

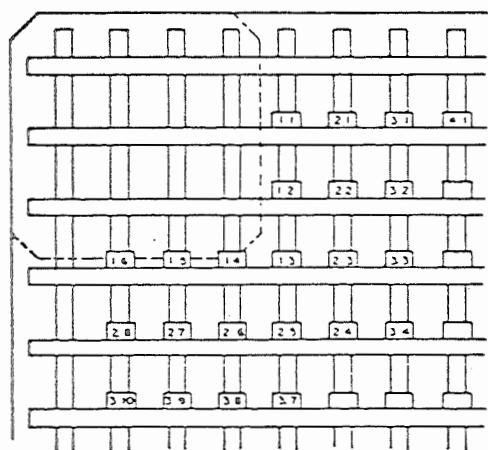
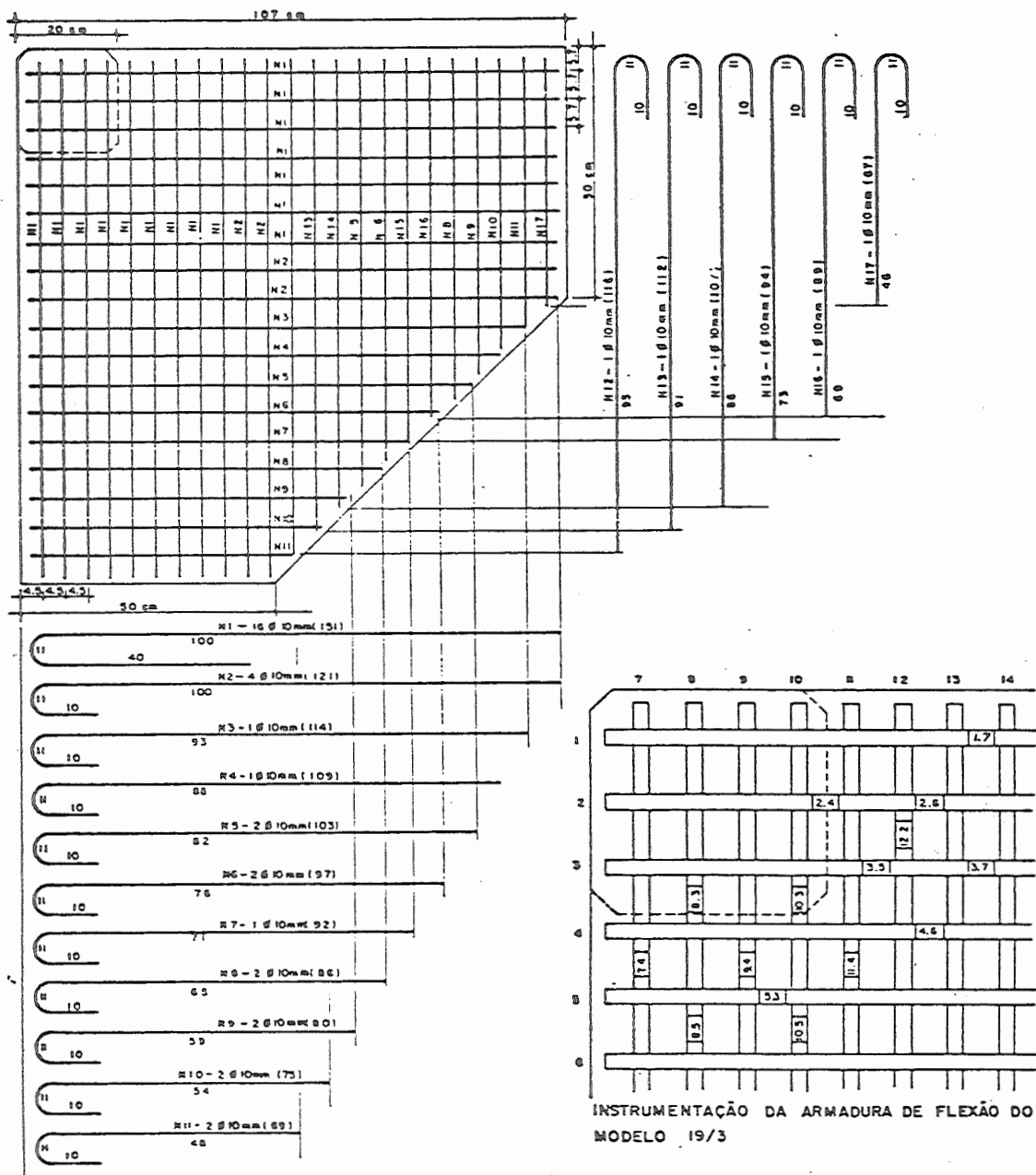


INSTRUMENTAÇÃO DOS ESTRIBOS MODELO 18/3

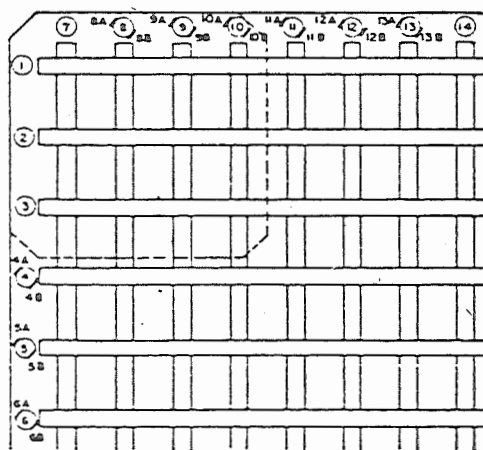


INSTRUMENTAÇÃO DOS GANCHOS - MODELO 18/3

Figura 2.2.5



INSTRUMENTAÇÃO DOS ESTRIBOS
MODELO 19/3



INSTRUMENTAÇÃO DOS GANCHOS
MODELO 19/3

Figura 2.2.6

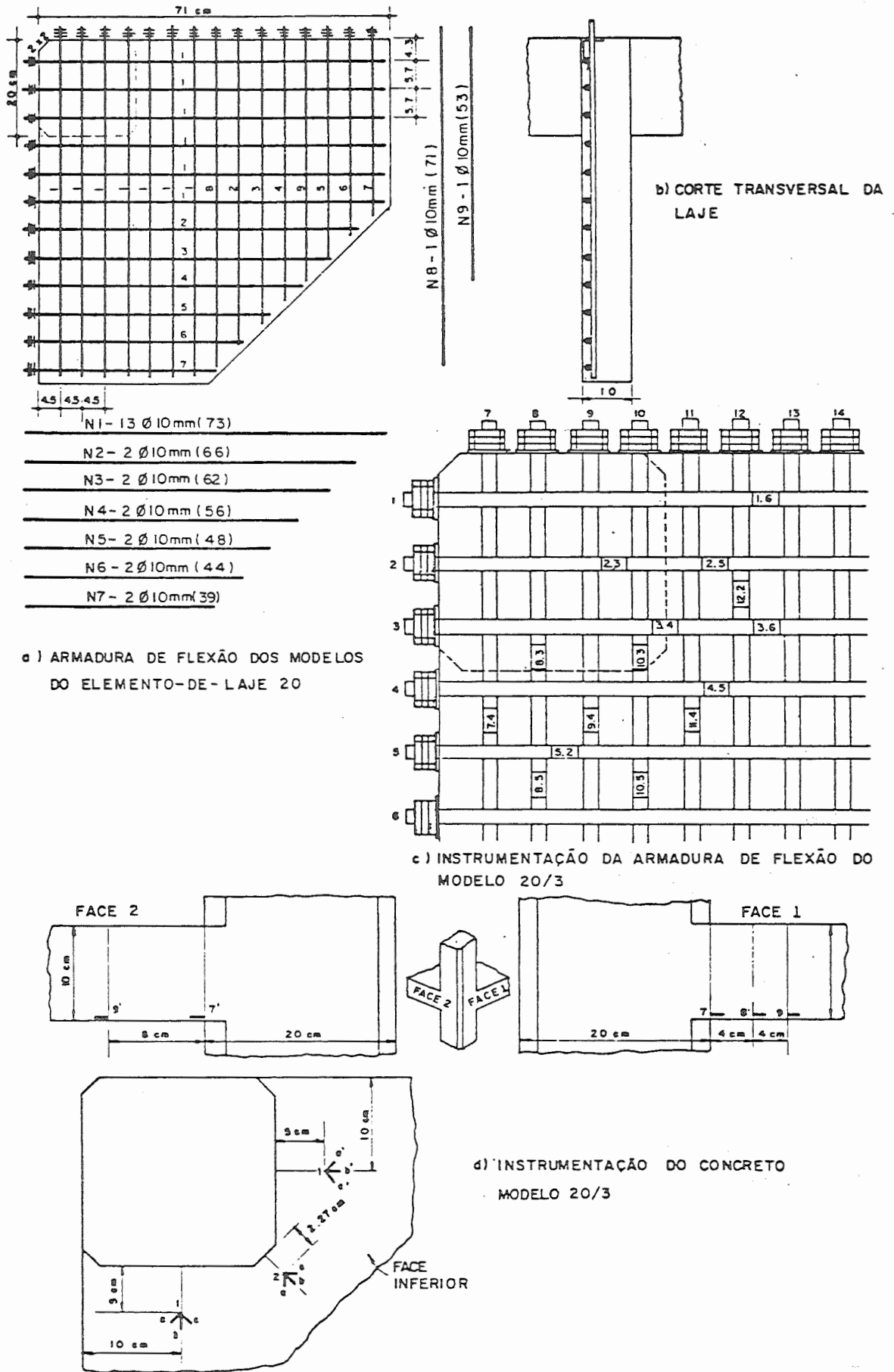
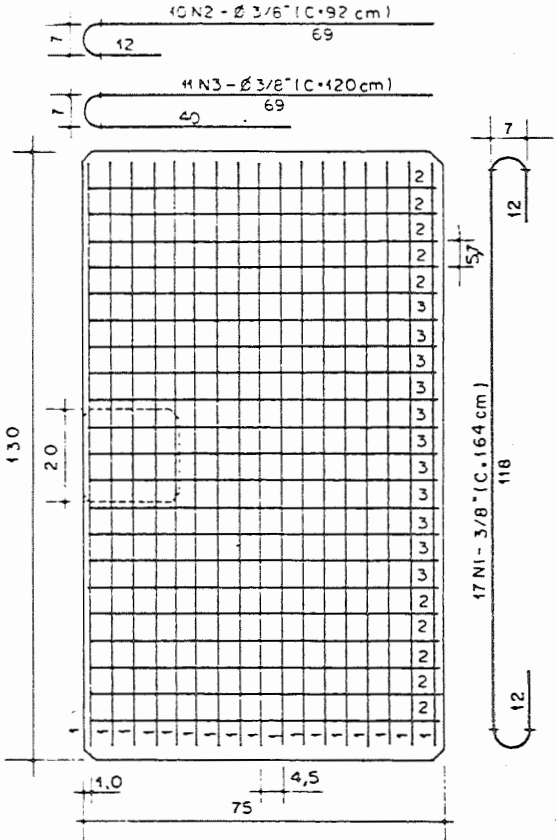
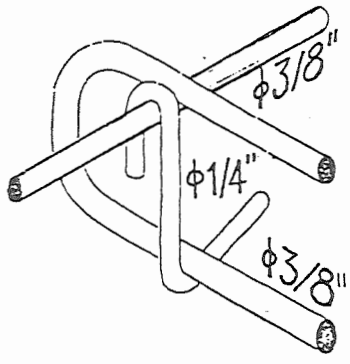


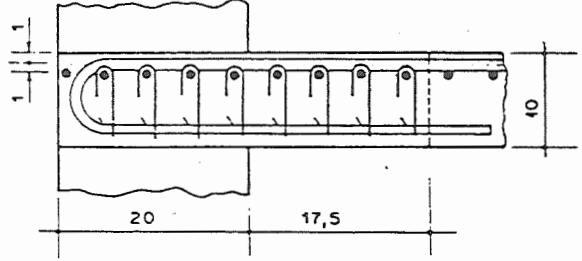
Figura 2.2.7



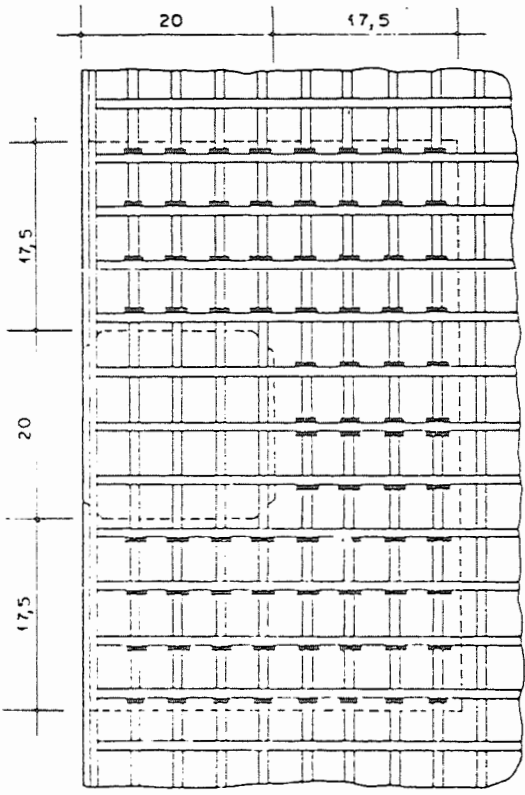
(a)



(b)

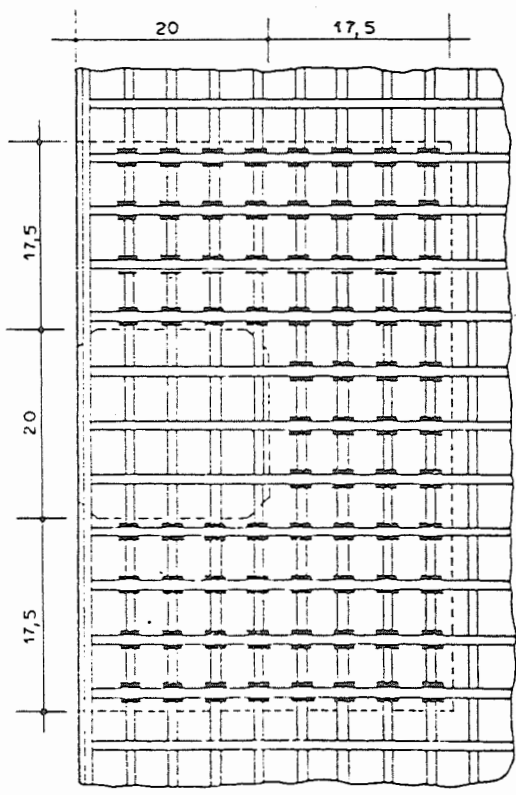


(c)



(d)

— 1 estribo por nó

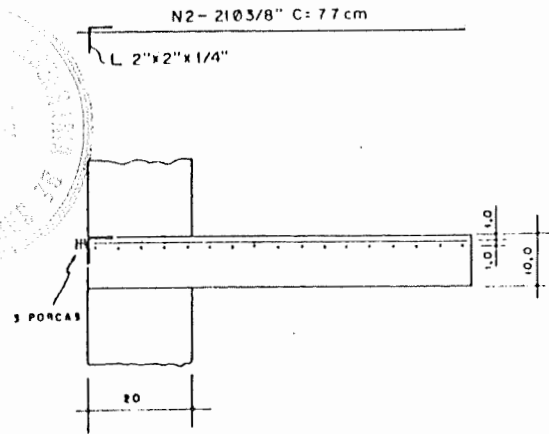
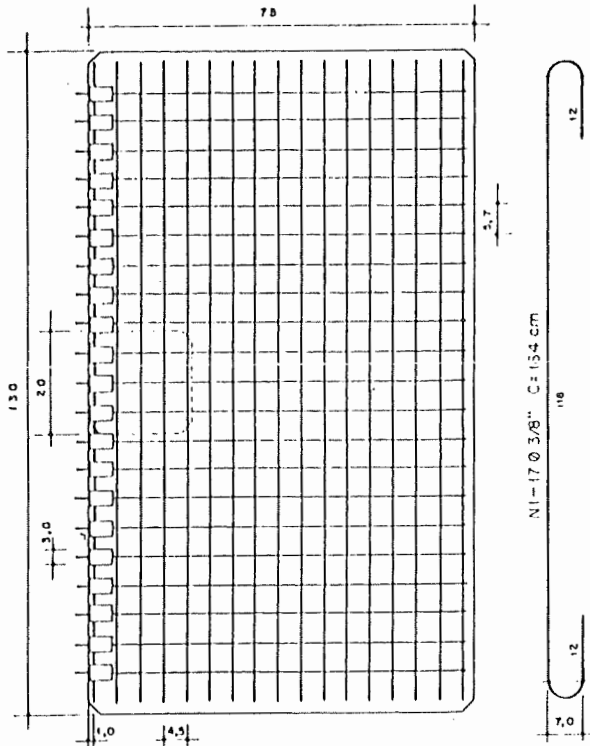


(e)

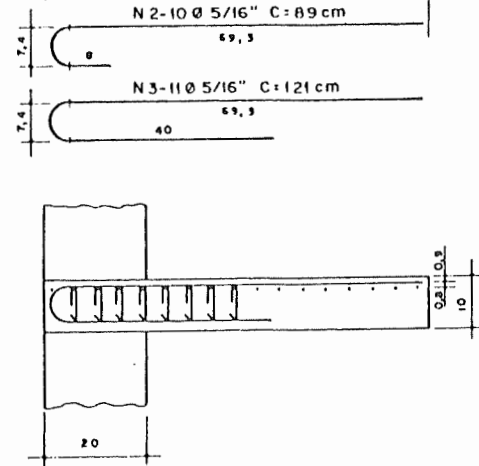
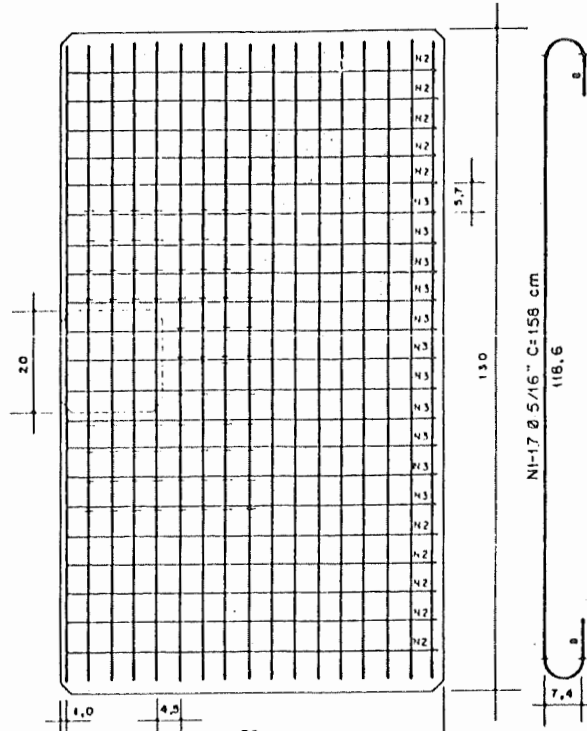
== 2 estribos por nó

Figura 2.2.8 - Elementos-de-laje 15 (sem estribos)
 16 (um estribo)
 17 (dois estribos)

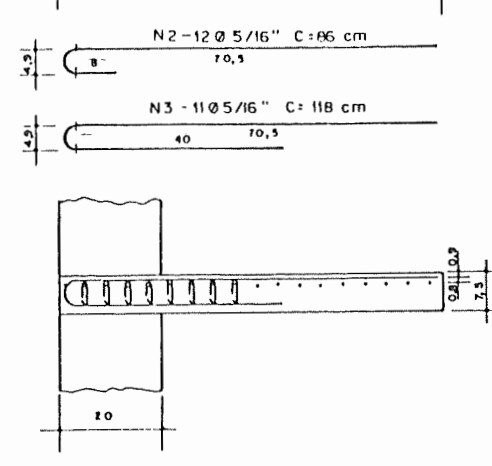
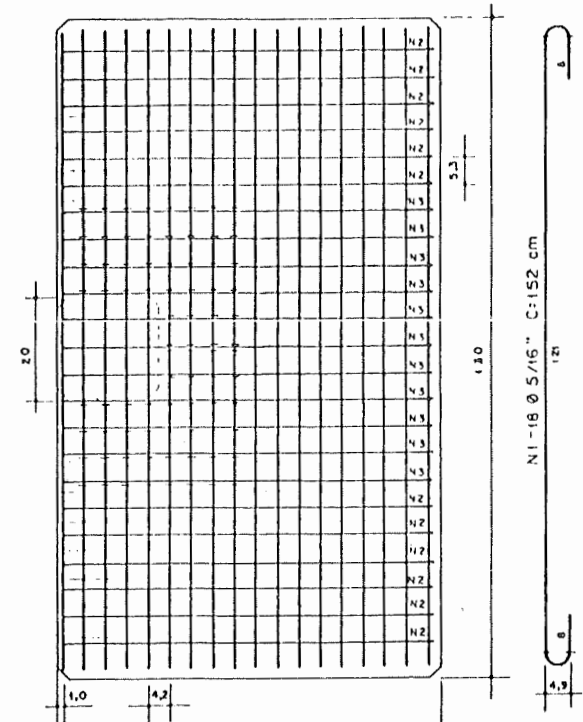
Figura 2.2.9



ELEMENTO - DE LAJE 22 (MODELOS 22/1, 22/2 e 22/3)



ELEMENTO - DE - LAJE 27 (MODELOS 27/1, 27/2 e 27/3)



ELEMENTO - DE - LAJE 28 (MODELOS 28/1, 28/2 e 28/3)

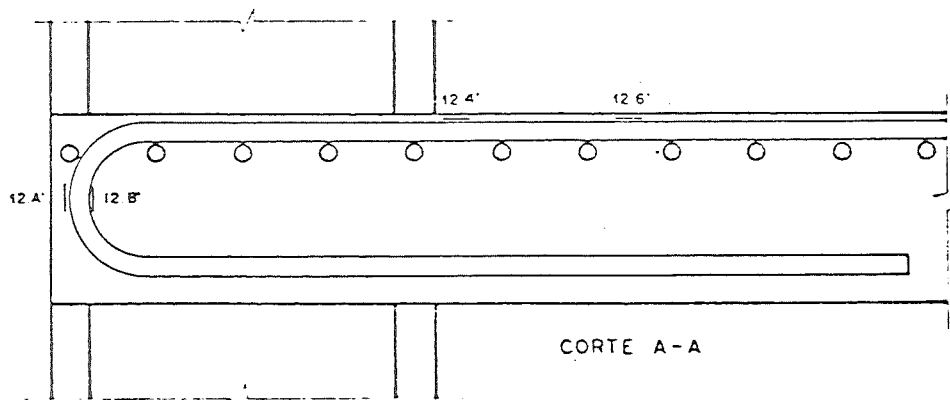
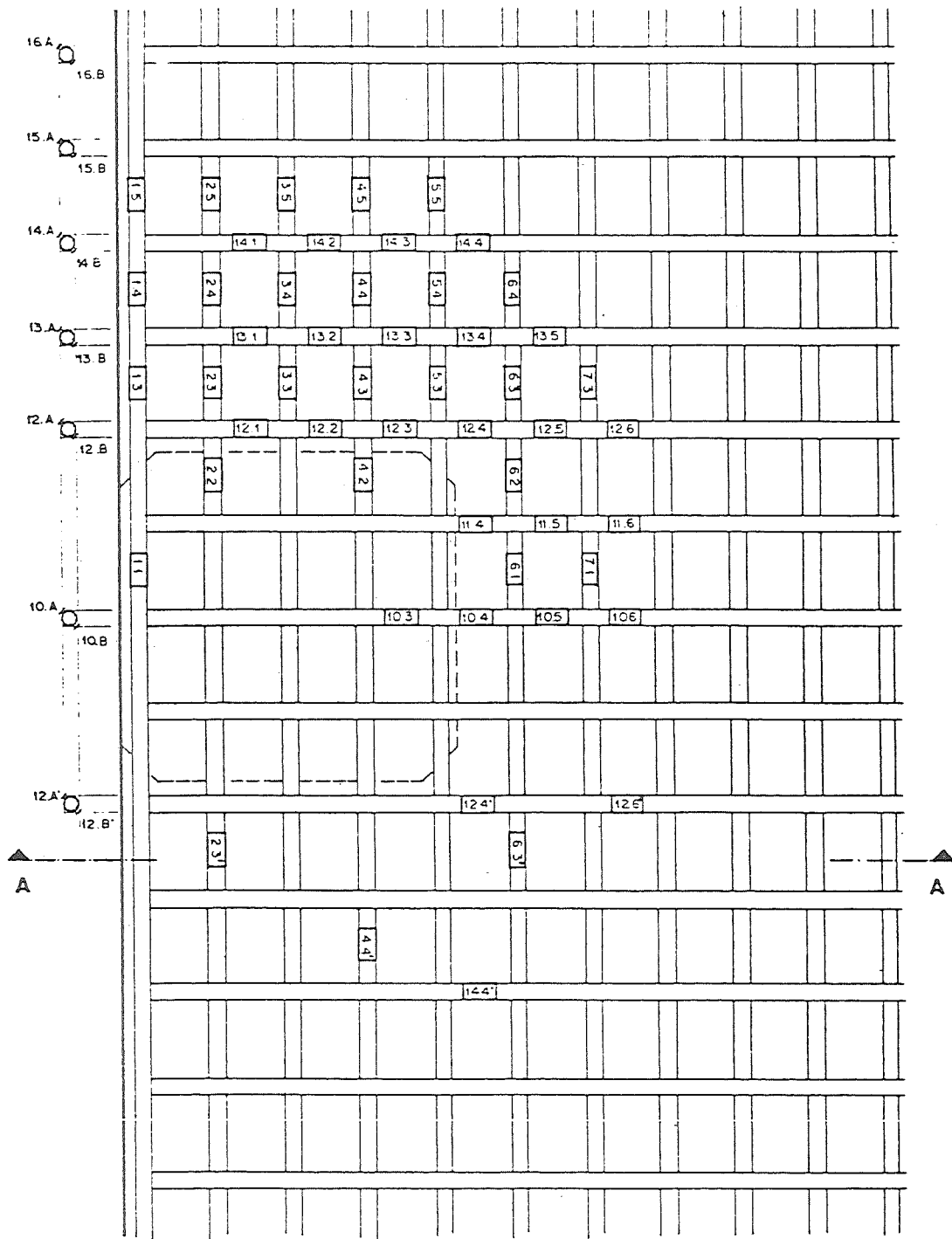


Figura 2.2.10 - Instrumentação da armadura de flexão (EdL de borda)

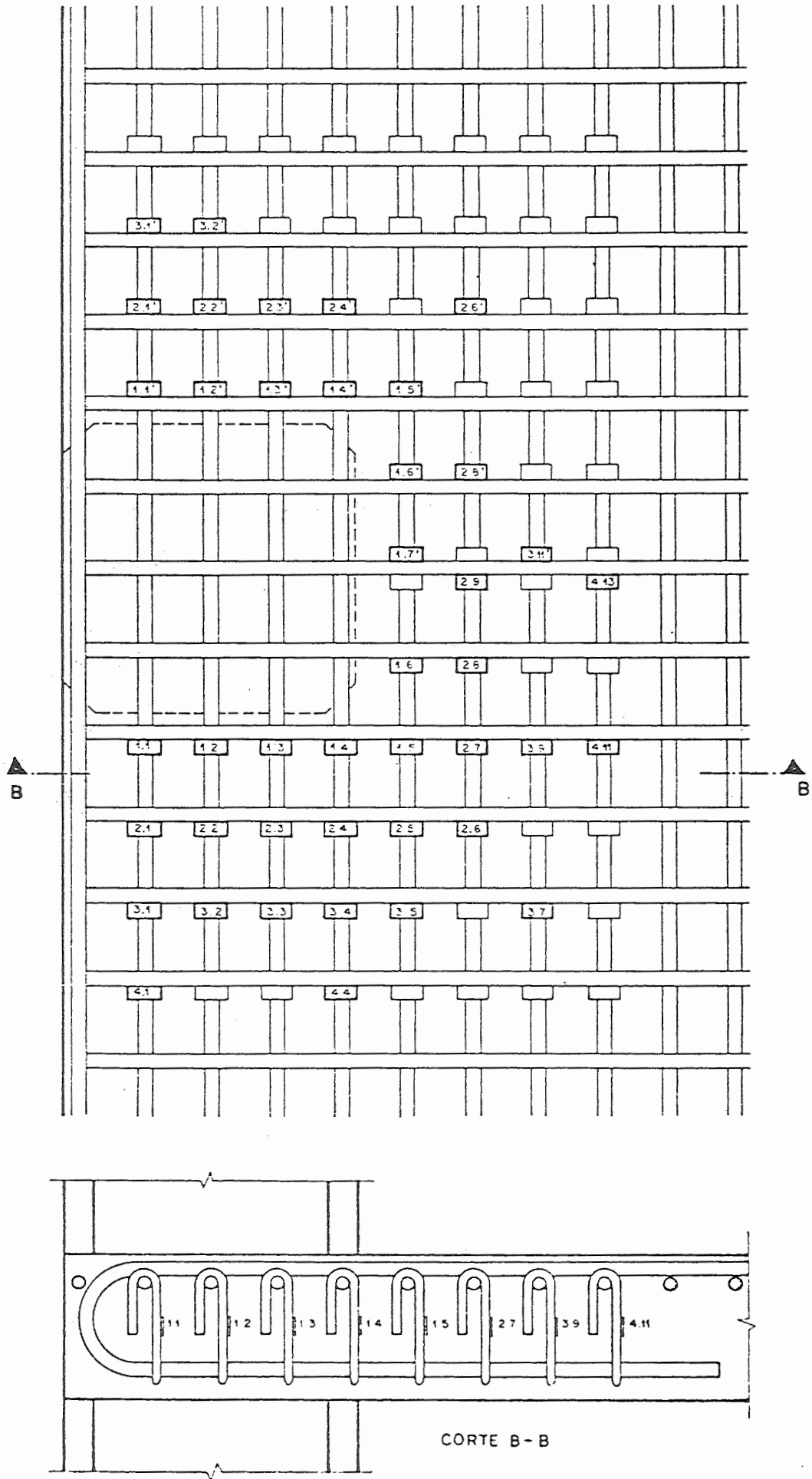


Figura 2.2.11 - Instrumentação dos estribos (EdL de borda)

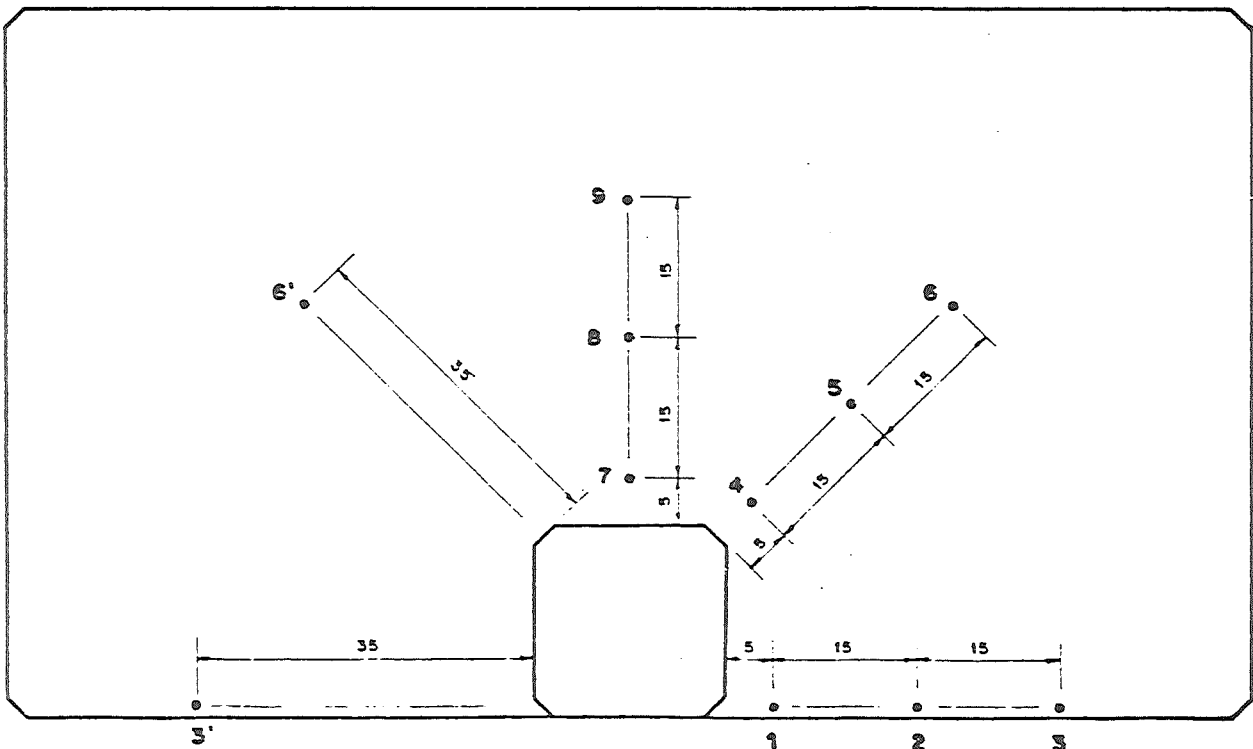
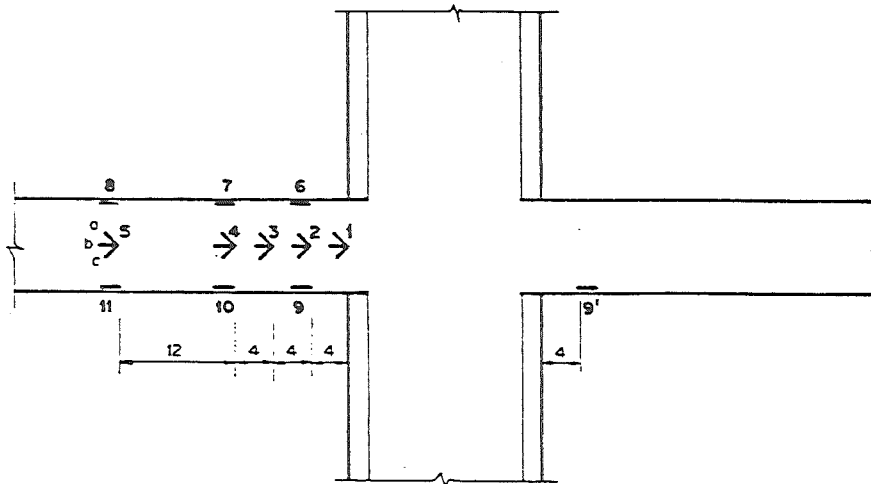
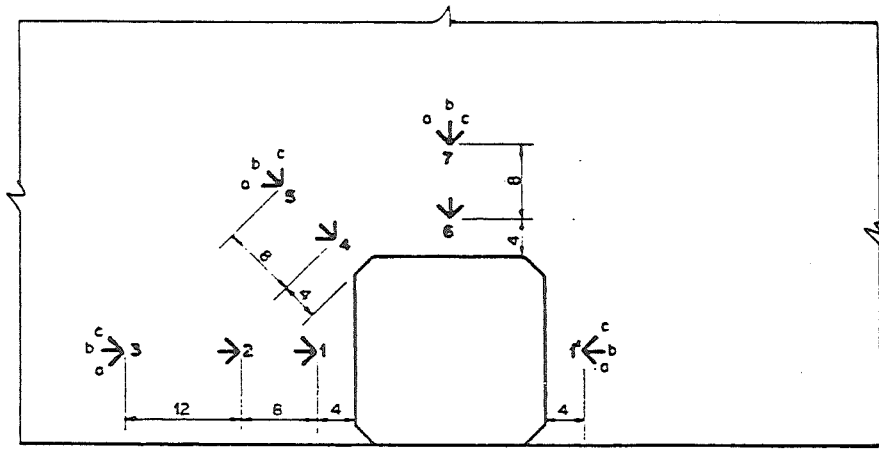


Figura 2.2.12 - Instrumentação do concreto e localização dos defletômetros (EdL de borda)

2.3 - EXPERIMENTAÇÃO PARA OS CANTOS

Os casos de ligações de canto já ensaiados cor respondem aos elementos-de-laje 1 a 14 e 18 a 20, e suas características principais estão representadas nas figuras 2.2.3 e 2.2.7; os elementos-de-laje 1 a 4, não representa dos nessas figuras, serviram principalmente para exploração e fixação da técnica de construção e de ensaio.

Como se mostra na figura 2.2.3, os estribos se ancoram na extremidade superior nas barras de flexão e na extremidade inferior nos prolongamentos dos ganchos de ancoragem dessas barras de flexão; para determinar a influên cia dessa armadura inferior, ensaiaram-se peças sem os prolongamentos dos ganchos, ancorando-se a extremidade inferior dos estribos nas barras de uma tela de ferros CA-25, ϕ 5mm, espaçados como as barras de flexão: essa é a característica que distingue os elementos-de-laje 7, 9, 11 e 13 (sem os prolongamentos) dos elementos-de-laje 6, 8, 10 e 12.

Como já se disse, os elementos-de-laje ensaiados, com exceção dos casos 1, 2 e 5, correspondem a lajes intermediárias em edifícios de vários pavimentos; entretanto as peças correspondentes aos elementos-de-laje 3, 4 e 6 a 13 foram construídas sem o pilar superior, e no ensaio dessas peças esse pilar superior foi simulado mediante um prisma de peroba. Portanto a diferença entre os elementos-de-laje 12 e 14 é o monolitismo desse pilar superior com a parte inferior.

Nas figuras 2.3.1 e 2.3.2 estão representadas as cargas de ruína das peças de canto ensaiadas. No diagrama da figura 2.3.1 estão os resultados dos elementos-de-laje 6 a 14, onde A_t representa a área da seção de estribos; neste diagrama estão representados também os resultados do elemento-de-laje 20 que não tem nem estribos nem ganchos das barras de flexão. Na figura 2.3.2 estão os resultados dos elementos-de-laje 18, 19 e 10; os resultados do elemen

to-de-laje 10, já representados na figura 2.3.1, são novamente introduzidos no diagrama da figura 2.3.2, para comparação.

Na figura 2.3.3 esquematizam-se as configurações de ruína observadas nos EdL 6 a 14 e 20, em que se evidencia a nítida predominância do momento fletor, com rotação da parte inferior da laje em torno de duas charneiras passantes pelo canto interior do pilar (rotação essa que apresenta uma componente em relação à bissetriz do canto). A superfície de separação poderia ser idealizada como em (a)-(b)-(c) da figura 2.3.3: uma parte da laje permaneceria ligada ao pilar nas proximidades de seu canto interior, ao passo que ao longo dos dois trechos laterais da charneira a laje apresentaria duas protuberâncias sobre as partes da laje que continuariam solidárias com o pilar. A primeira parte, junto ao canto, lembra o caso dos pilares interiores, e foi efetivamente observada em fase de ruína, na qual também se notou algum deslocamento vertical entre essa parte da laje, ainda solidária com o pilar, e a parte móvel. As duas protuberâncias laterais distinguem radicalmente estas configurações de ruína das dos pilares interiores.

Nos EdL 18 e 19 as configurações de ruína são basicamente a mesma esquematizada na figura 2.3.3, com algumas pequenas diferenças: no EdL 18, as partes da laje que permaneceram ligadas ao pilar, tanto as junto ao canto interior quanto as localizadas nas faces laterais, foram menores que as observadas nos outros elementos-de-laje; no EdL 19, as partes da laje que continuaram solidárias com o pilar apresentaram, nas faces laterais, protuberâncias maiores.

Essa superfície de separação poderia ser imediatamente esquematizada de maneira mais simples, como em (d)-(e) da figura 2.3.3, mantendo-se ainda os cortes de (c). As duas charneiras seriam substituídas por uma única, normal à bissetriz do canto; cada uma das superfícies de separação nas partes laterais da charneira seria agora regradada,

definida pela charneira, por reta paralela à face do pilar no paramento superior da laje, por uma vertical nas vizinhanças do canto interior (chanfrado) do pilar e, finalmente, por uma simples reta na face lateral da laje; a protuberância do canto do pilar seria definida por um conóide, tendo como diretrizes um segmento da charneira e, no paramento superior da laje, um semi-círculo. Na verdade, interessam as projeções desses contornos sobre o plano da charneira (d, figura 2.3.3), as quais definirão os estribos ativos (c, figura 2.3.3).

As configurações de ruína evidenciam claramente que armaduras diagonais "clássicas" (análogas às empregadas para pilares interiores, ascendentes a 45° do paramento inferior da laje para as faces internas do pilar) seriam absolutamente inadequadas; junto às bordas de canto seriam aproximadamente paralelas à superfície de separação, somente podendo ter alguma utilidade nas vizinhanças do canto interior do pilar. Mas, se no caso de pilares interiores essas barras já são pouco aproveitáveis para a armadura de flexão, aqui seriam completamente inúteis. Confirma-se, portanto, a adequabilidade dos estribos como armadura transversal.

Nas figuras 2.3.4 a 2.3.8 apresentam-se as deformações medidas na armadura transversal. Os demais resultados - deformações no concreto, deslocamentos transversais, aberturas das fissuras - também importantes, não são aqui apresentados.

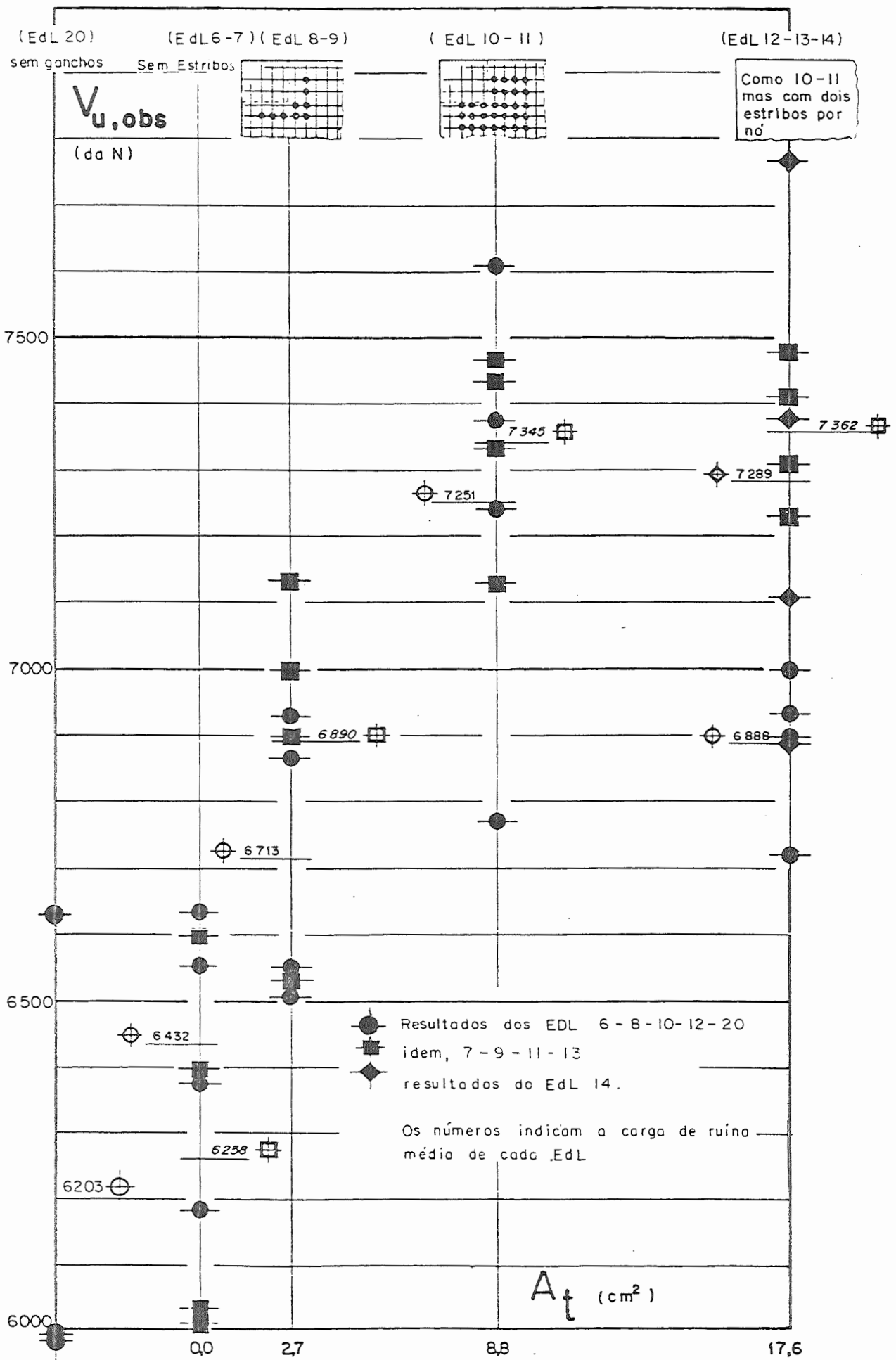


Figura 2.3.1

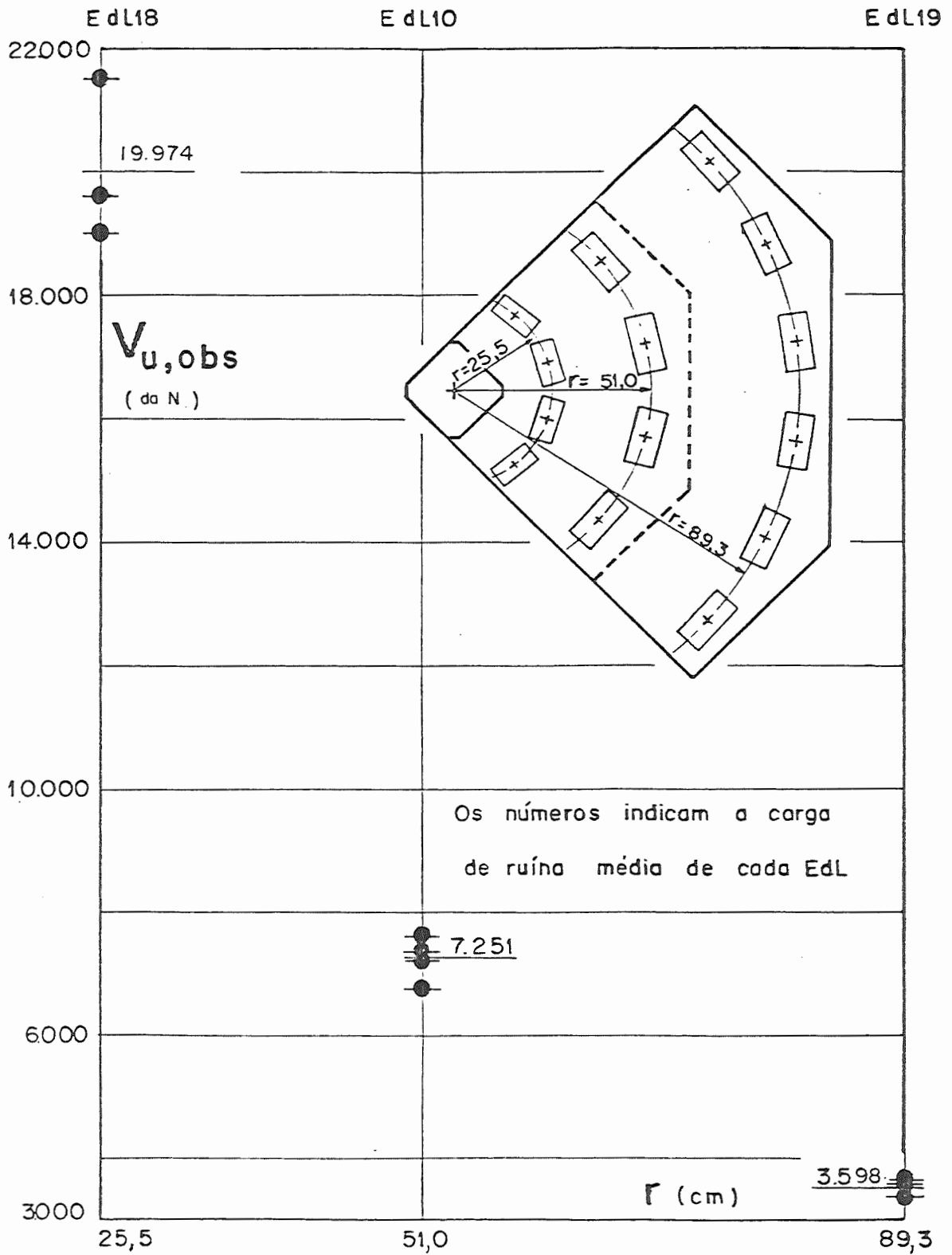


Figura 2.3.2

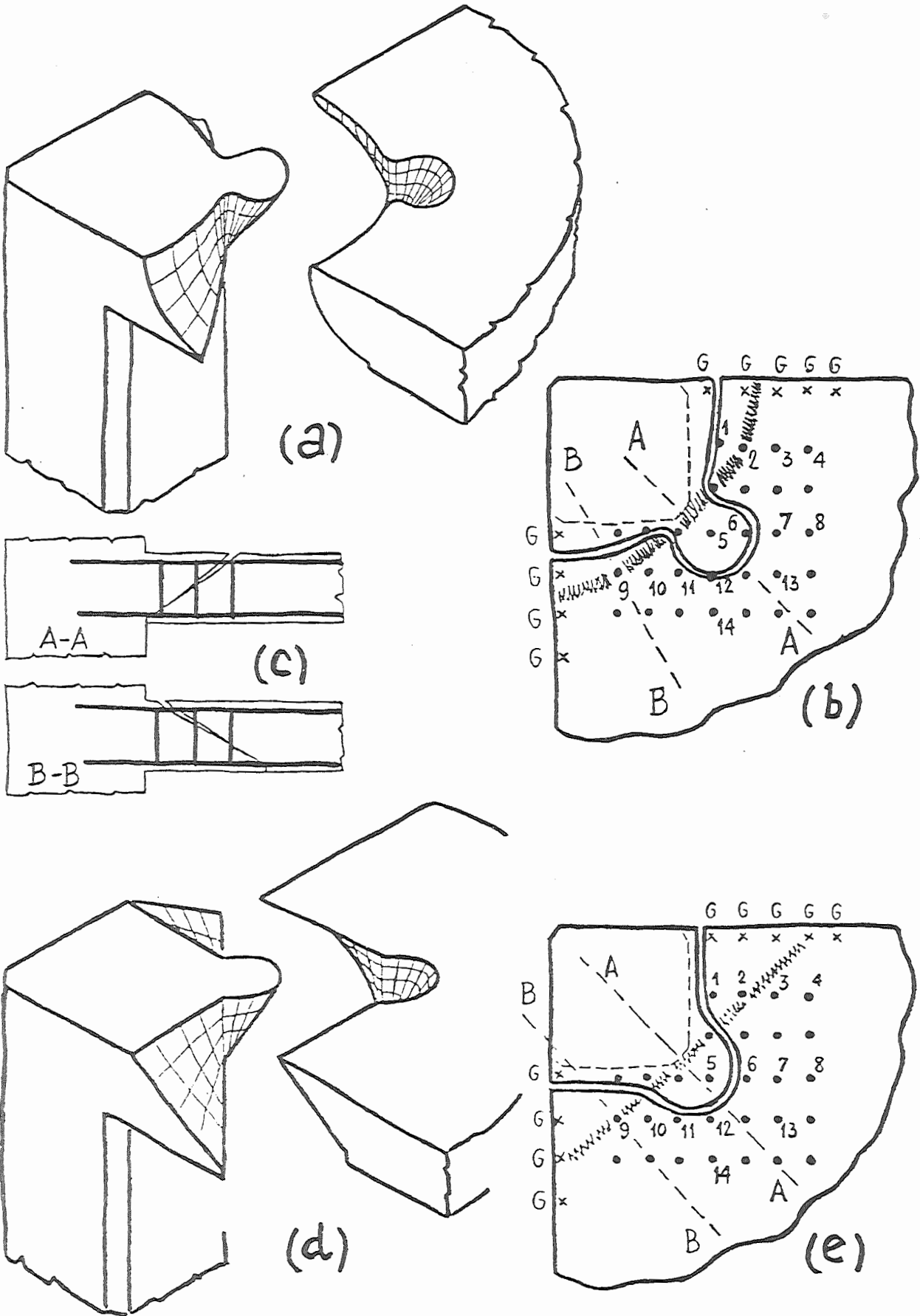


Figura 2.3.3

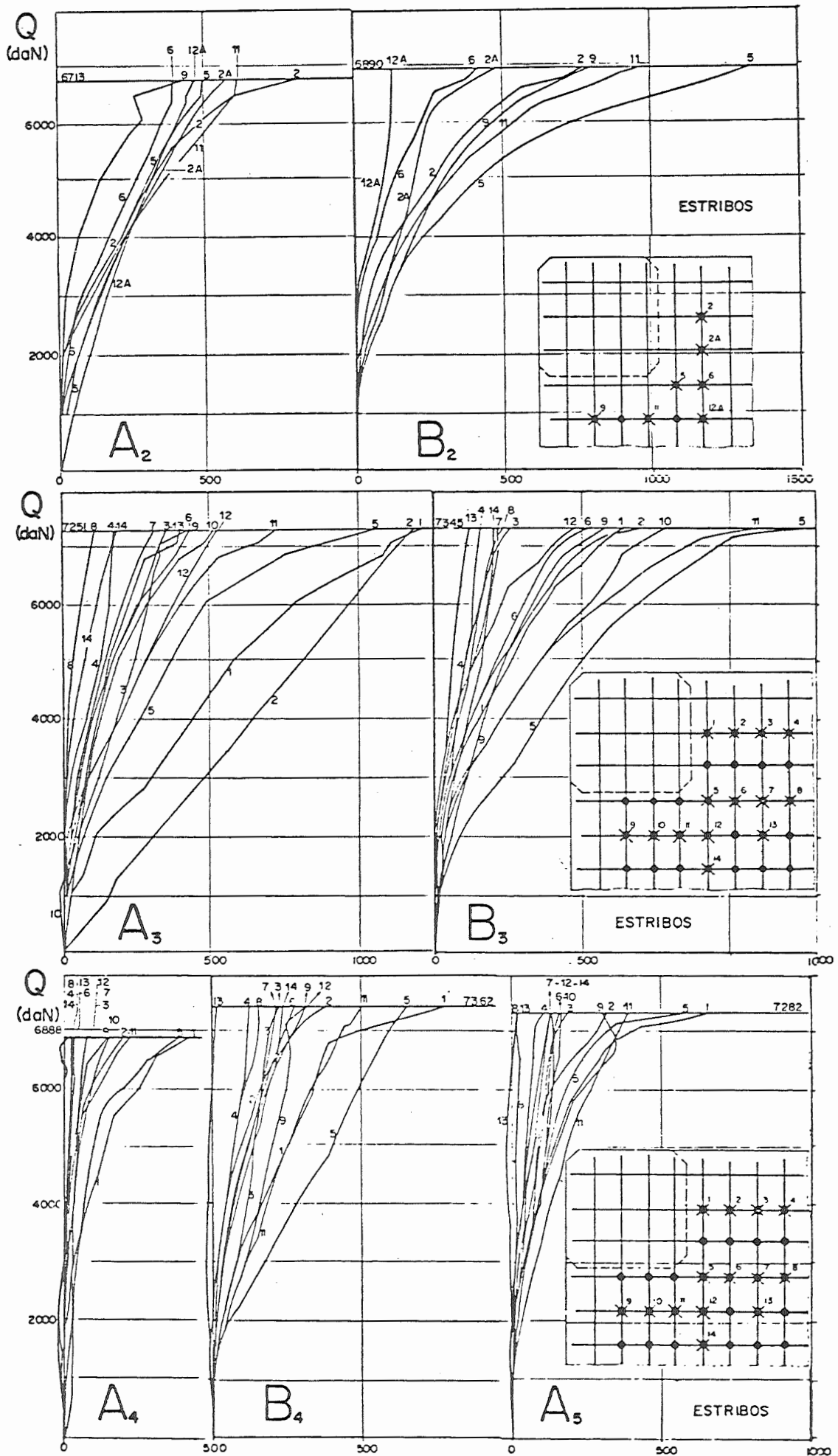


Figura 2.3.4

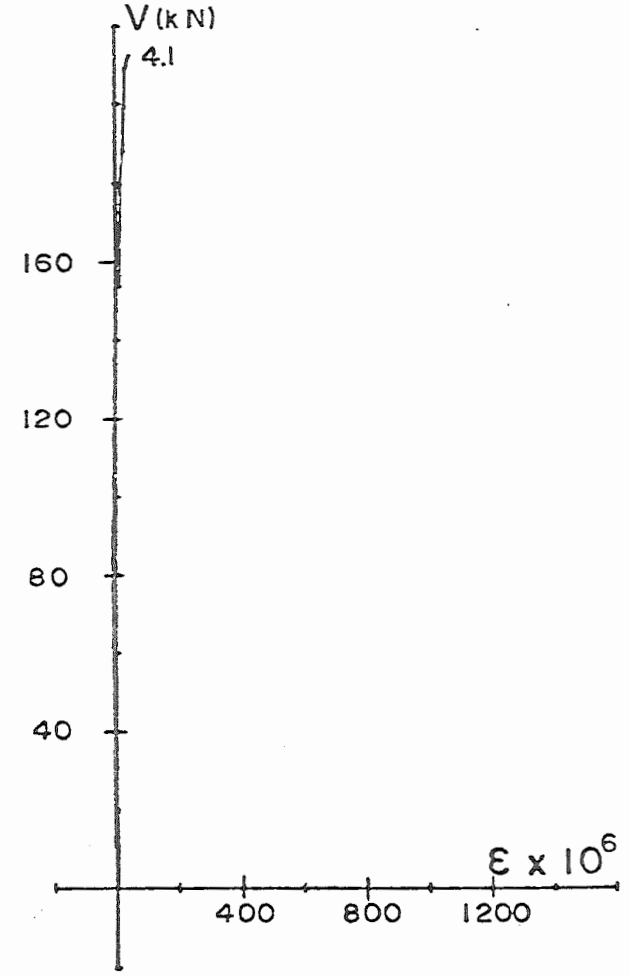
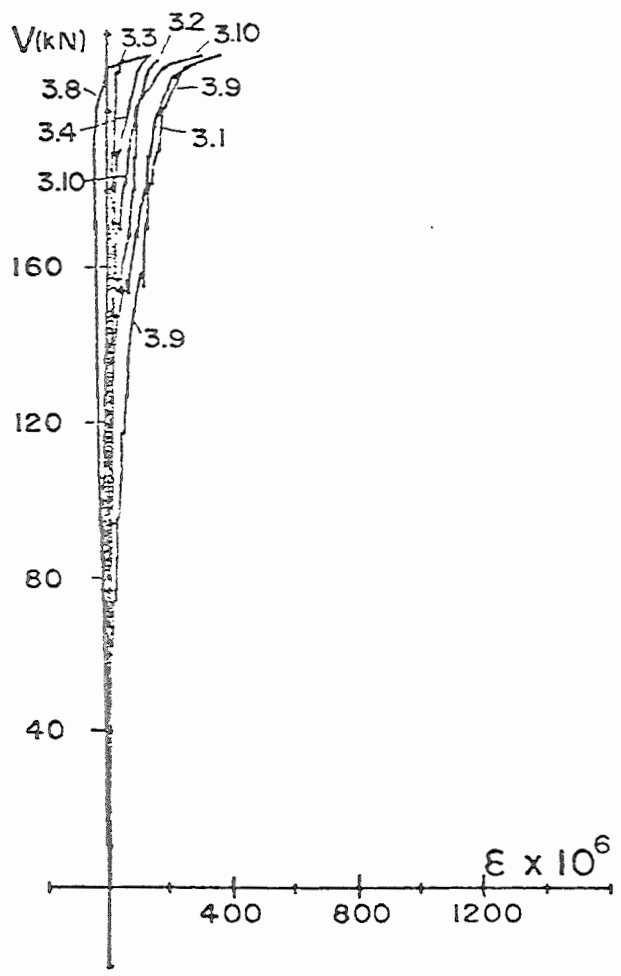
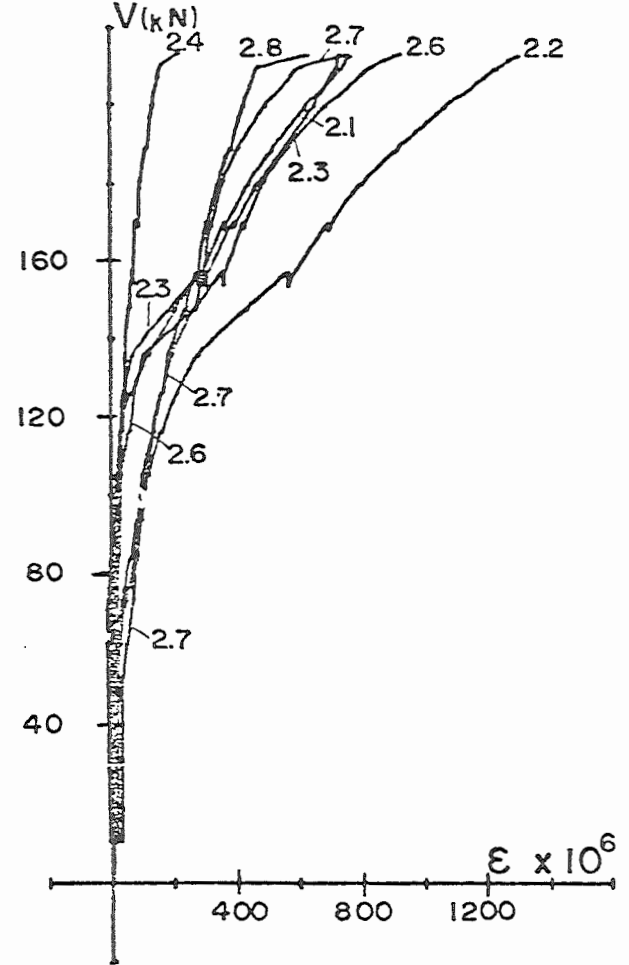
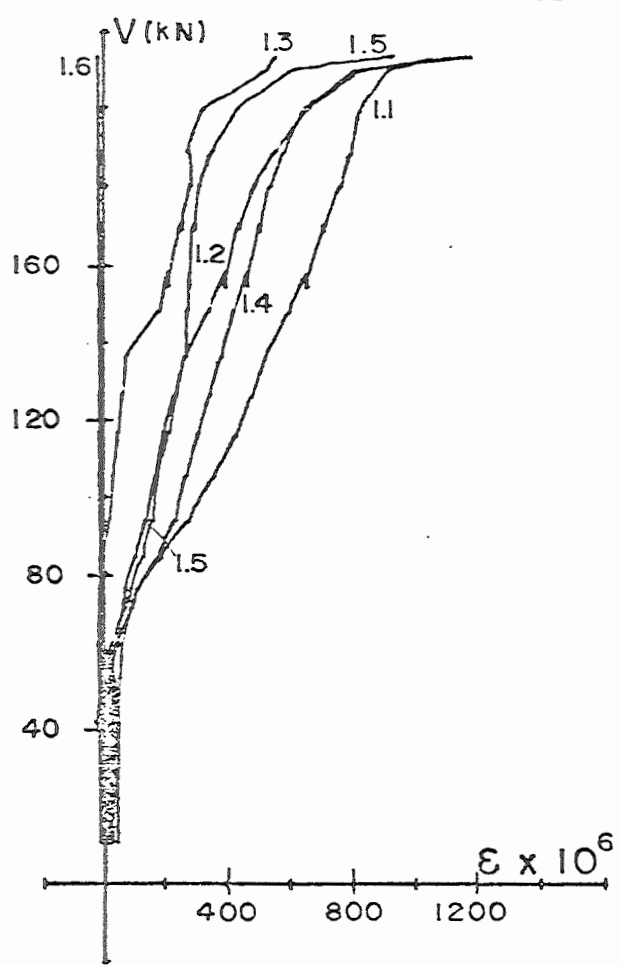


Figura 2.3.5 - Estribos - EdL 18.

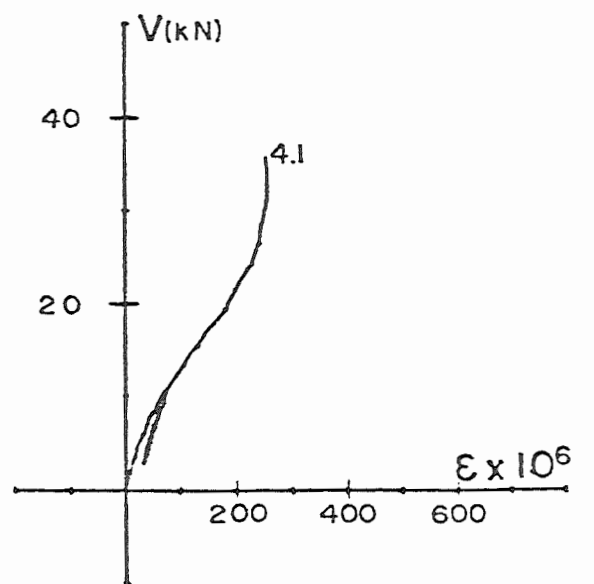
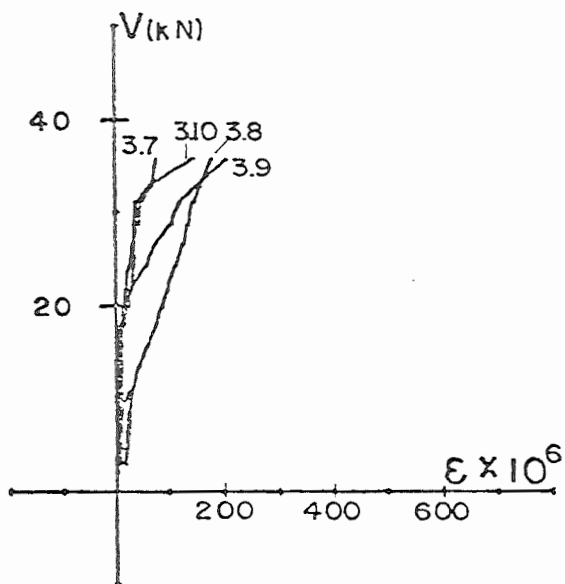
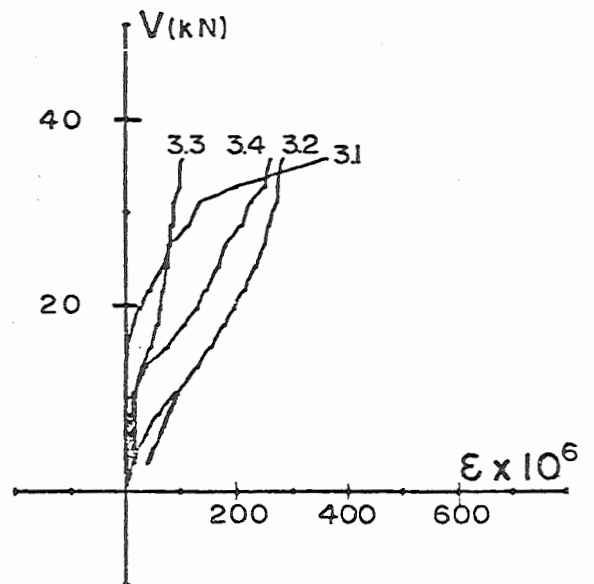
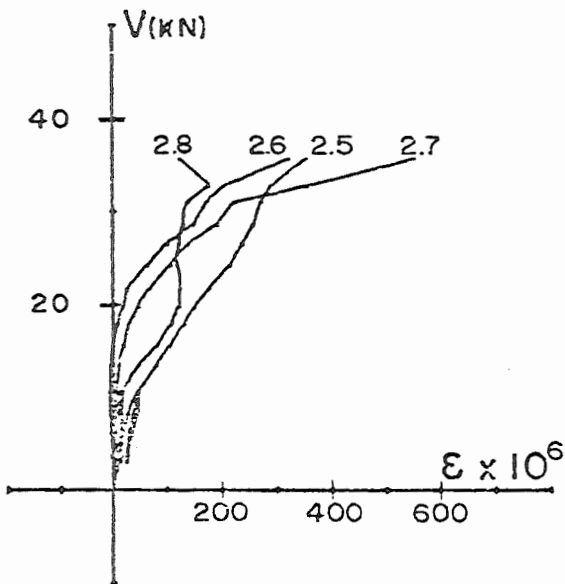
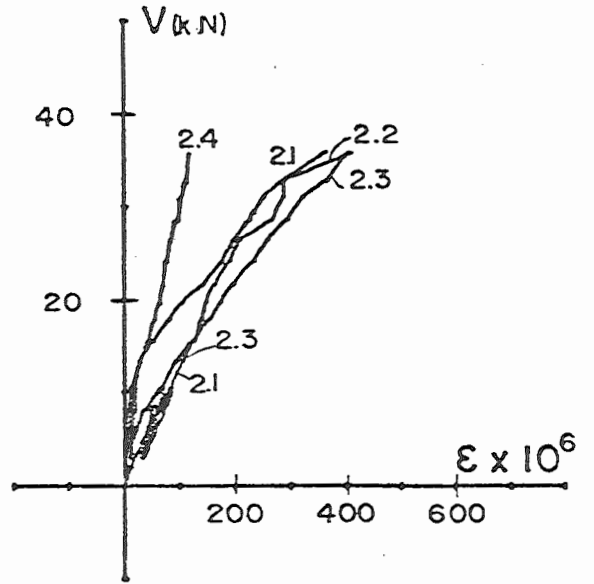
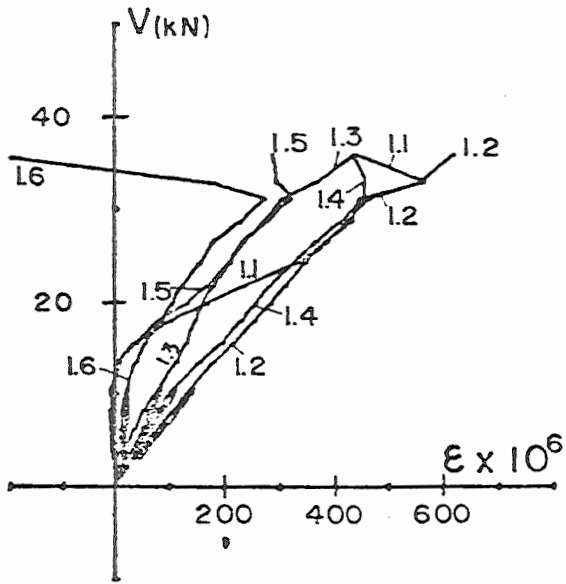


Figura 2.3.6 - Estribos - EdL 19

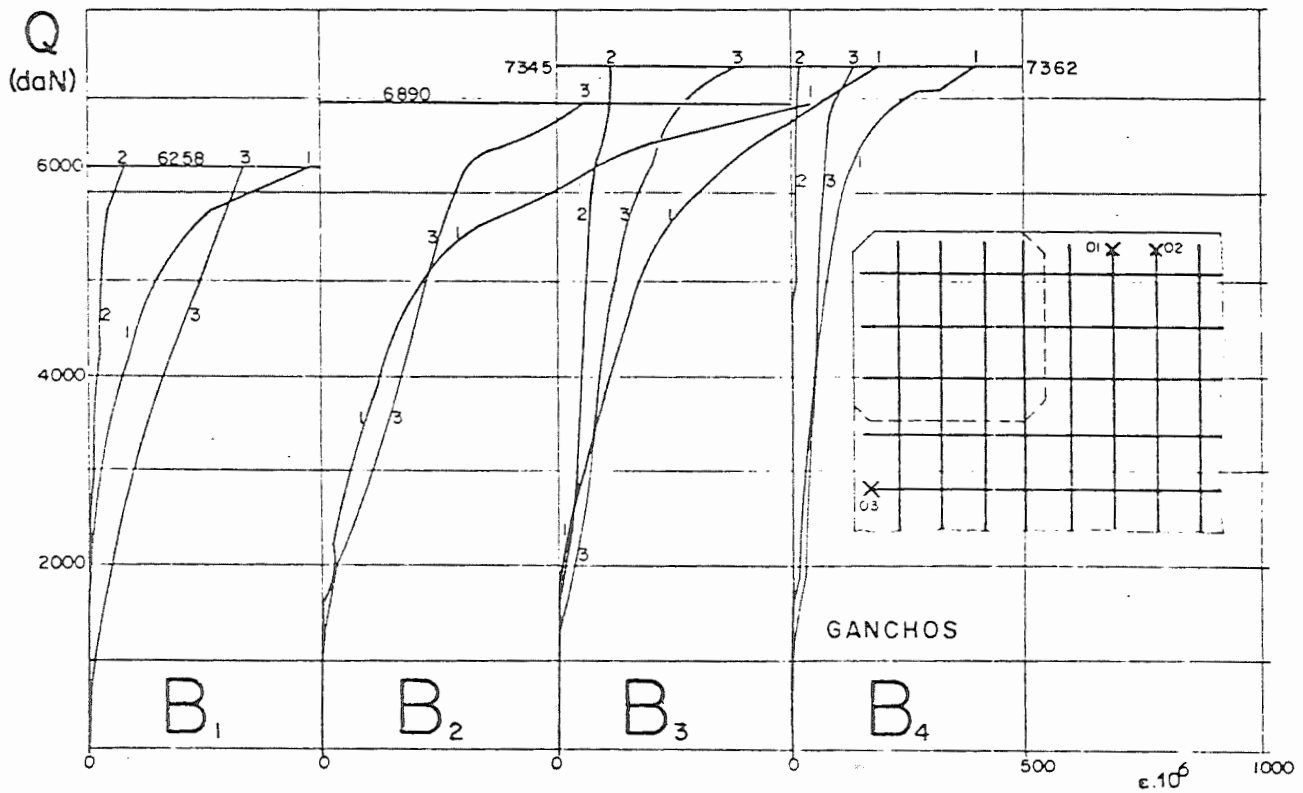
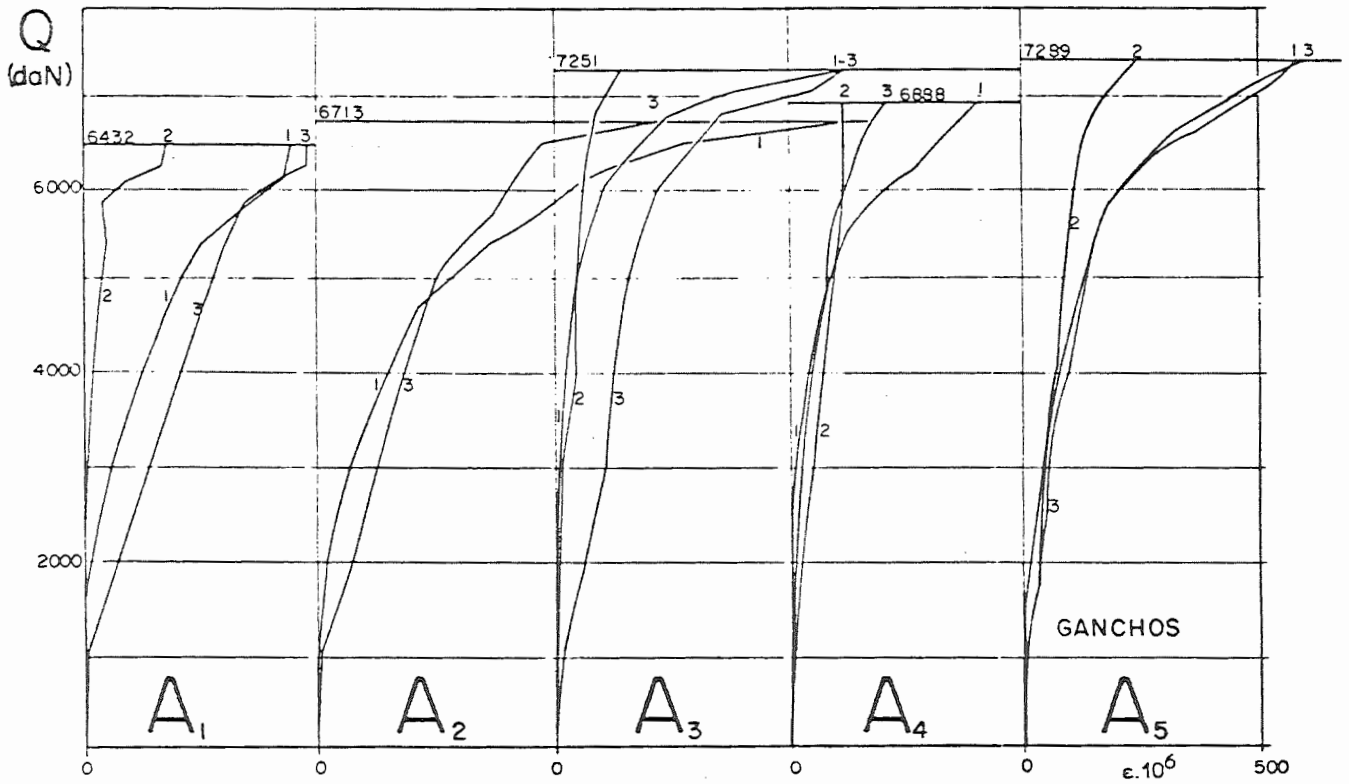
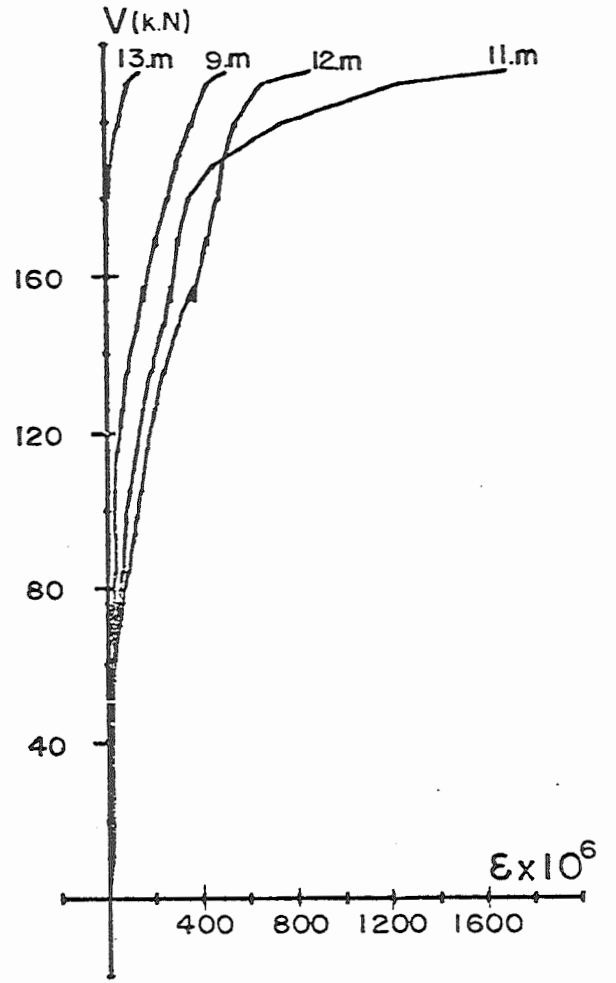
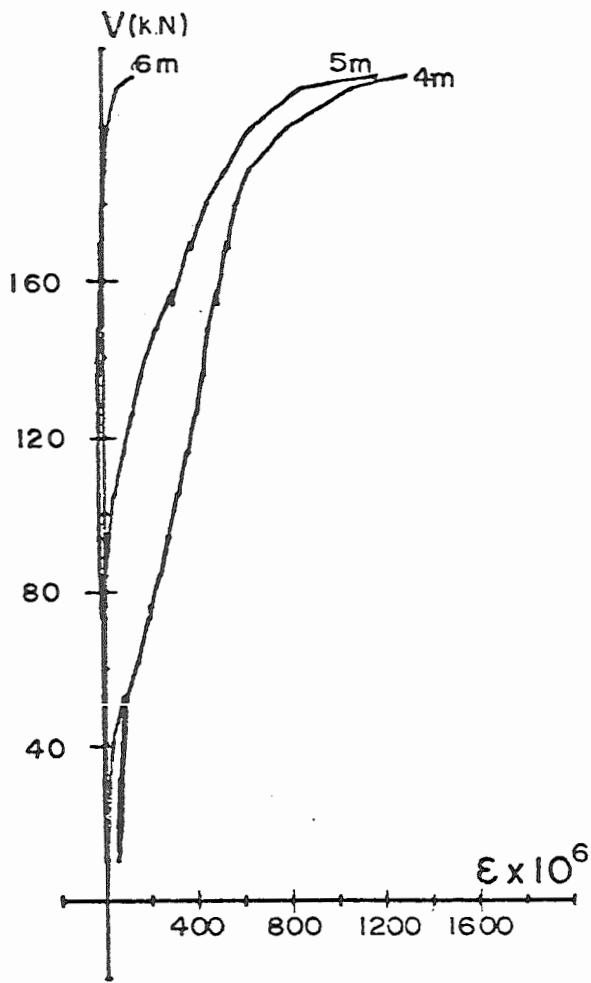


Figura 2.3.7



Ganchos - EdL 18

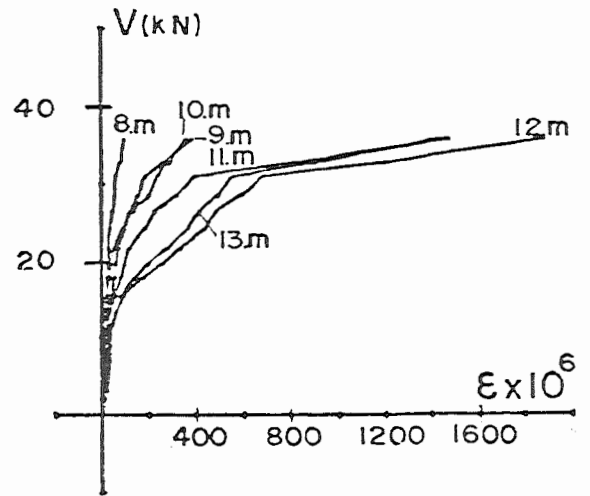
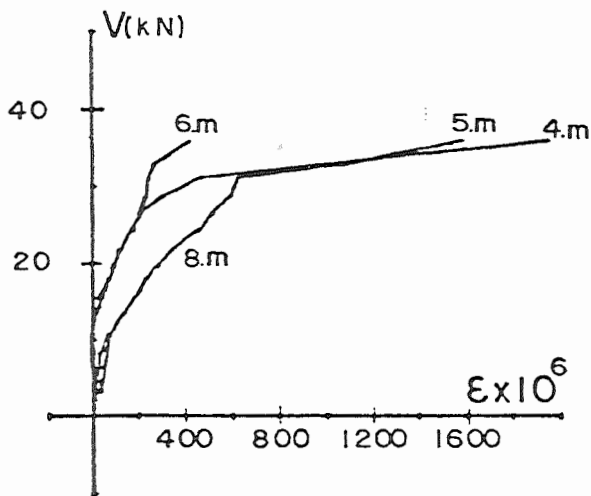


Figura 2.3.8 - Ganchos - EdL 19.

2.4 - EXPERIMENTAÇÃO PARA AS BORDAS

Os casos de ligações de borda já ensaiados cor respondem aos EdL 15, 16, 17, 22, 27, 28 e suas caracterís ticas principais estão representadas nas figuras 2.2.8 e 2.2.9.

As cargas de ruína estão representadas nas figu ras 2.4.1 e 2.4.2.

No EdL 15 (sem estribos) e EdL 22 (sem estribos e sem ganchos), a ruína se deu por punção, com configura ção de ruína que se assemelha à do caso dos pilares inte riores em que há a formação da superfície tronco-cônica en volvendo todo o contorno do pilar; no caso do EdL 15 e EdL 22 há a formação parcial dessa superfície não havendo, en tretanto, o envolvimento de todo o contorno do pilar. A ruína se deu bruscamente, sem que houvesse qualquer indí cio prévio mais evidente, com grande deslocamento transver sal repentino da laje em relação ao pilar, observando-se porém deslocamentos muito pequenos ao longo da borda. A configuração de ruína poderia ser idealizada como na figu ra 2.4.3: a superfície de ruína teria na face superior da laje a forma de uma semi-circunferência, e na face infe rior acompanharia o contorno da seção do pilar; essa super fície de ruína ficaria restrita a uma região interna da laj e, não atingindo a borda.

Nos EdL 16, 27 e 28 (com estribos simples) e no EdL 17 (com estribos duplos) a ruína ocorreu com predomi nância da flexão, e a configuração de ruína, semelhantes nos quatro casos, poderia ser idealizada como na figura 2.4.4, notando-se agora ligeira semelhança com o caso dos pilares de canto. Pode-se supor que devido à ação dos es tribos há a modificação da superfície de ruína, esquemati zada na figura 2.4.3, ficando essa superfície reduzida ago ra somente ao contorno do lado interno do pilar, havendo também o aumento da inclinação da geratriz dessa superfí cie em relação à horizontal. Ao contrário do que ocorre

nos EdL 15 e 22, a ruína não se dá bruscamente, evidenciando-se indícios prévios da proximidade da ruína: grandes aberturas de fissuras, princípio de plastificação do concreto na face inferior da laje e grandes rotações da laje; a ruína ocorre então com o escoamento da armadura de flexão e a plastificação do concreto na face inferior da laje. As charneiras formadas com a plastificação do concreto poderiam ser idealizadas como na figura 2.4.4.d: uma charneira paralela e junto ao lado interno do pilar, e duas charneiras inclinadas de 45° em relação à primeira, dos cantos interiores do pilar até a borda da laje. A rotação da laje se dá predominantemente em torno da charneira paralela ao lado interno do pilar. A exemplo dos EdL 15 e 22, observaram-se também deslocamentos transversais muito pequenos ao longo da borda da laje.

Por outro lado, nos três EdL, a direção das fissuras na face lateral da laje e na face superior junto à borda (Figuras 2.4.3.a e c, 2.4.4.a e c), e os deslocamentos transversais muito pequenos ao longo da borda da laje, parecem indicar a ação predominante de momento de torção ao longo dessa borda.

Da análise das configurações de ruína esquematizadas nas figuras 2.4.3 e 2.4.4 resulta a indicação da armadura transversal ativa na resistência da ligação laje-pilar, figura 2.4.5: praticamente todos os estribos localizados na primeira e segunda filas paralelas ao contorno do pilar e boa parte dos estribos da terceira fila seriam bastante ativos, mas poucos estribos da quarta fila contribuiriam na resistência da ligação; com relação aos ganchos das barras de flexão, apenas seis, os três de cada lado mais próximos do pilar poderiam contribuir nessa resistência (figura 2.4.5.c).

Nas figuras 2.4.6 a 2.4.13 apresentam-se as deformações medidas na armadura transversal dos EdL 15, 16 e 17.

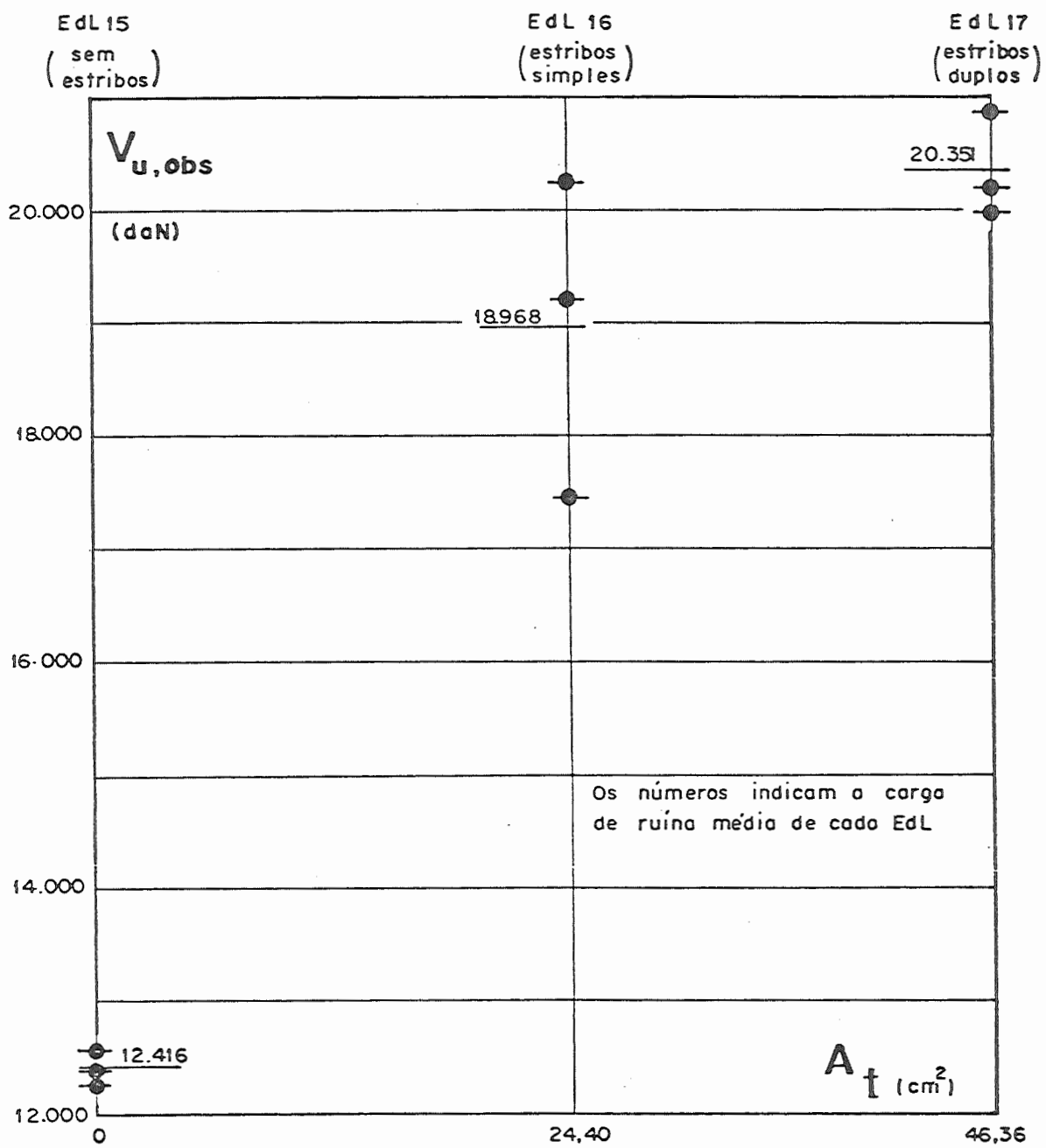


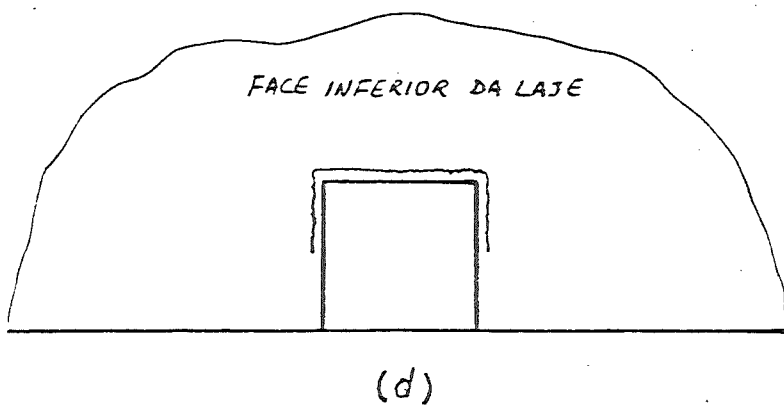
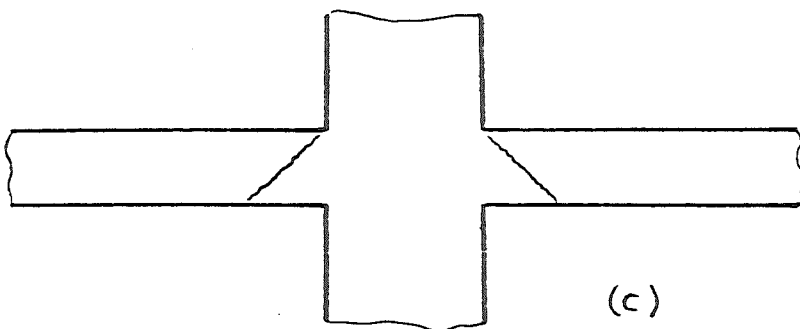
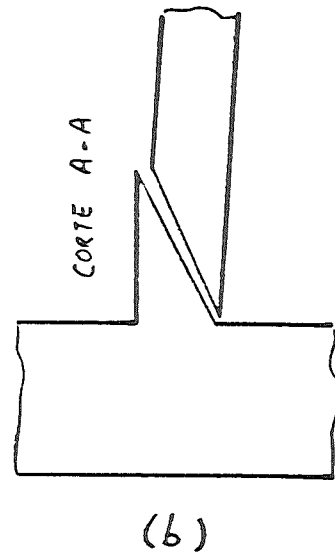
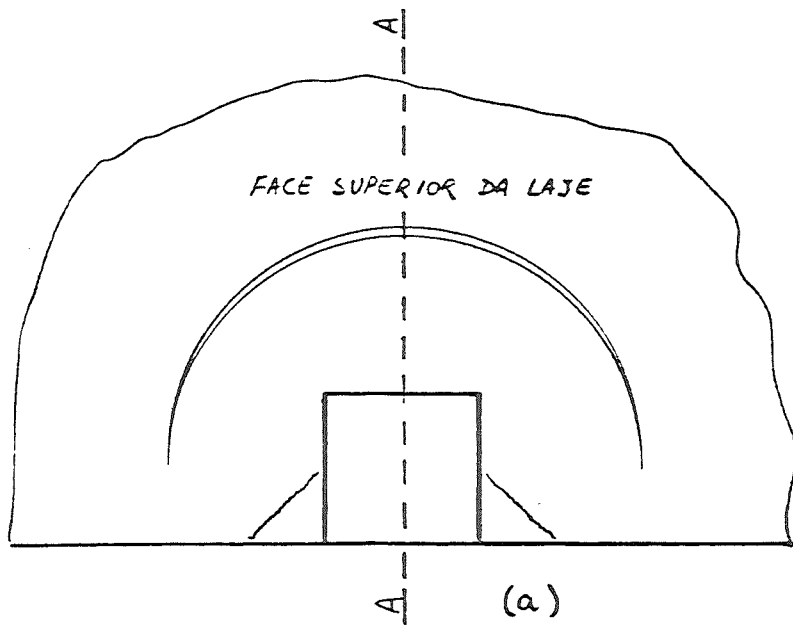
Figura 2.4.1

MODELO	IDADE (dias)	h (cm)	ρ (%)	ARMADURA TRANSVERSAL	V_u (kgf)	\bar{f}_{c35} (kgf/cm ²)	\bar{f}_{t35} (kgf/cm ²)
22/1	35	10	$\rho_x = 1,30$ ($\phi 3/8''$ cada 5,7cm)	0 (sem estribos e sem ganchos)	13.589	413	36
22/2	35		$\rho_y = 1,64$ ($\phi 3/8''$ cada 4,5cm)		12.598	343	32
22/3	65				13.221	346	33
27/1	35	10	$\rho_x = 0,93$ ($\phi 5/16''$ cada 5,7cm)	80 estribos de $\phi 1/4''$ (22,72cm ²) + ganchos	14.949	323	28
27/2	35		$\rho_y = 1,18$ ($\phi 5/16''$ cada 4,5cm)		16.464	406	35
27/3	90				15.966	349	35
28/1	35	7,5	$\rho_x = 1,34$ ($\phi 5/16''$ cada 5,3cm)	80 estribos de $\phi 1/4''$ (22,72cm ²) + ganchos	11.188	343	31
28/2	35		$\rho_y = 1,69$ ($\phi 5/16''$ cada 4,2cm)		11.344	408	32
28/3	80				9.421	320	32

ρ_x = taxa de armadura de flexão da laje em relação às barras com direção normal à borda da laje.

ρ_y = idem - barras com direção paralela à borda da laje.

Figura 2.4.2



Configuração de ruína do EdL 15 e do EdL 22.

Figura 2.4.3

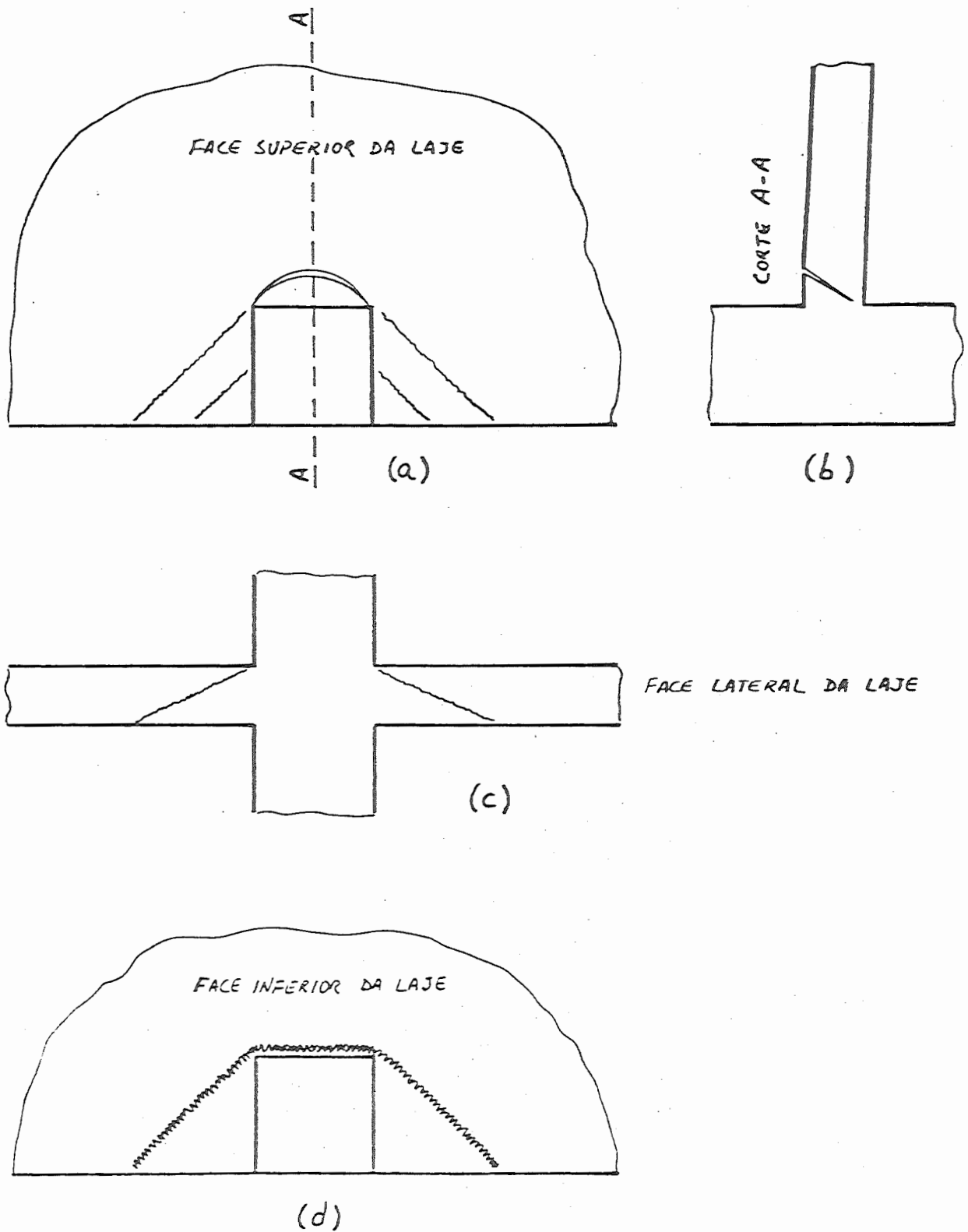
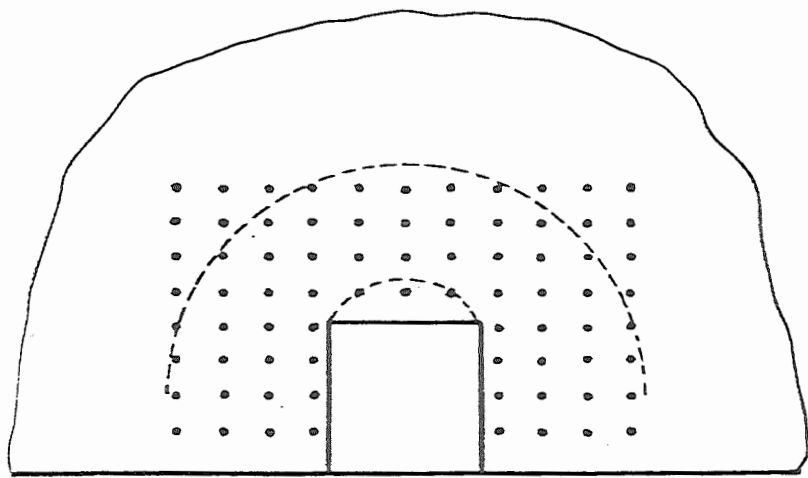
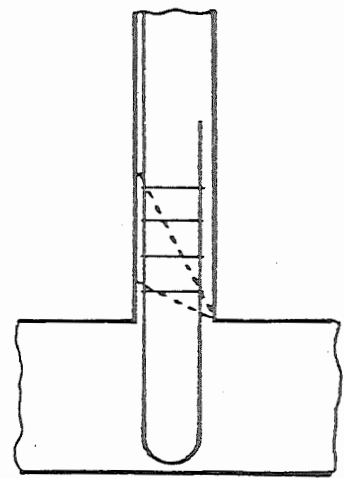


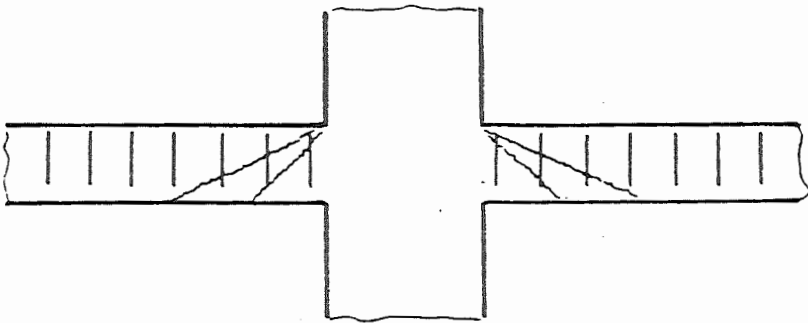
Figura 2.4.4-Configuração de ruína dos EdL 16, 17, 27 e 28.



(a)



(b)



(c)

Figura 2.4.5

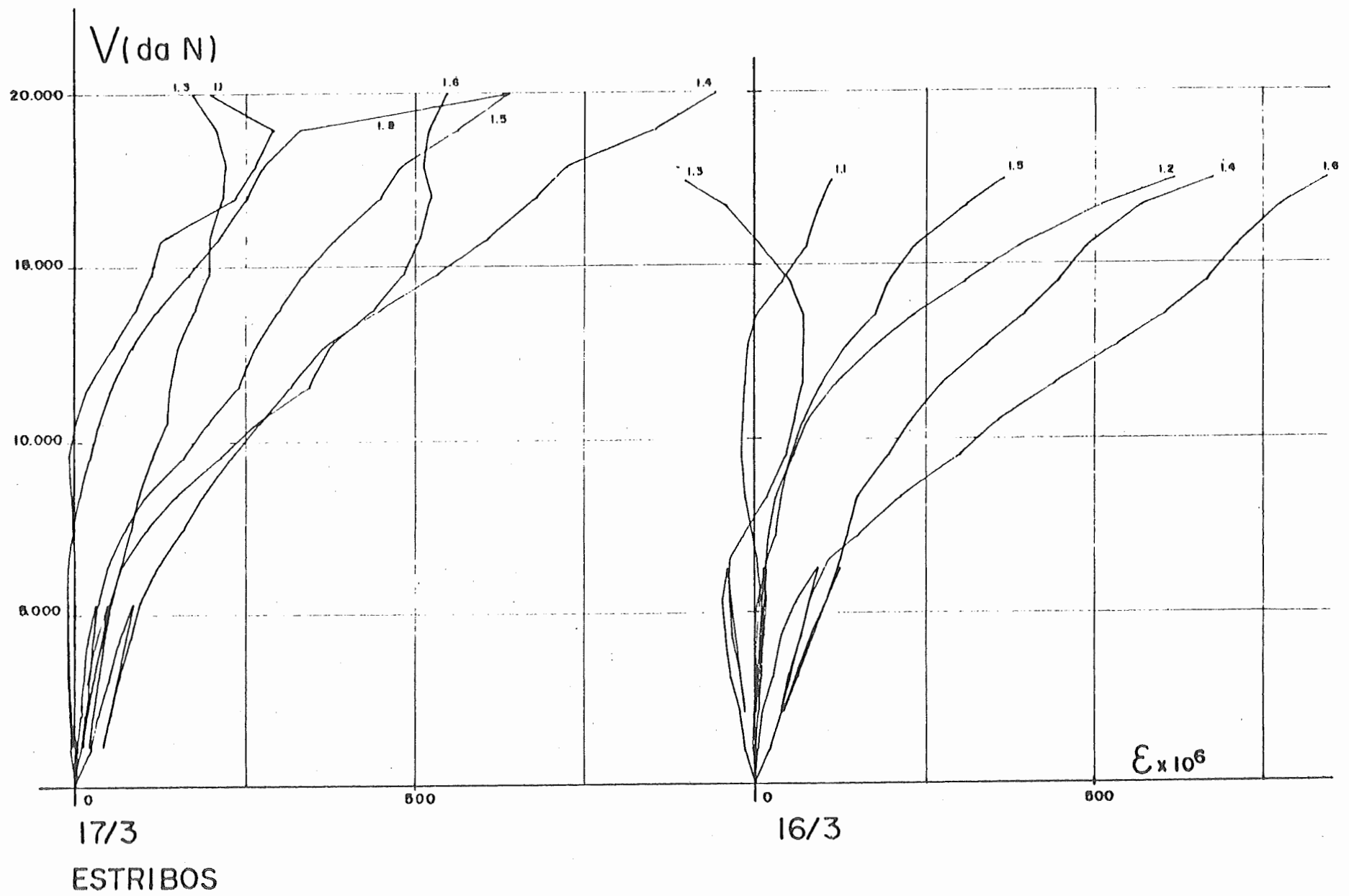


Figura 2.4.6

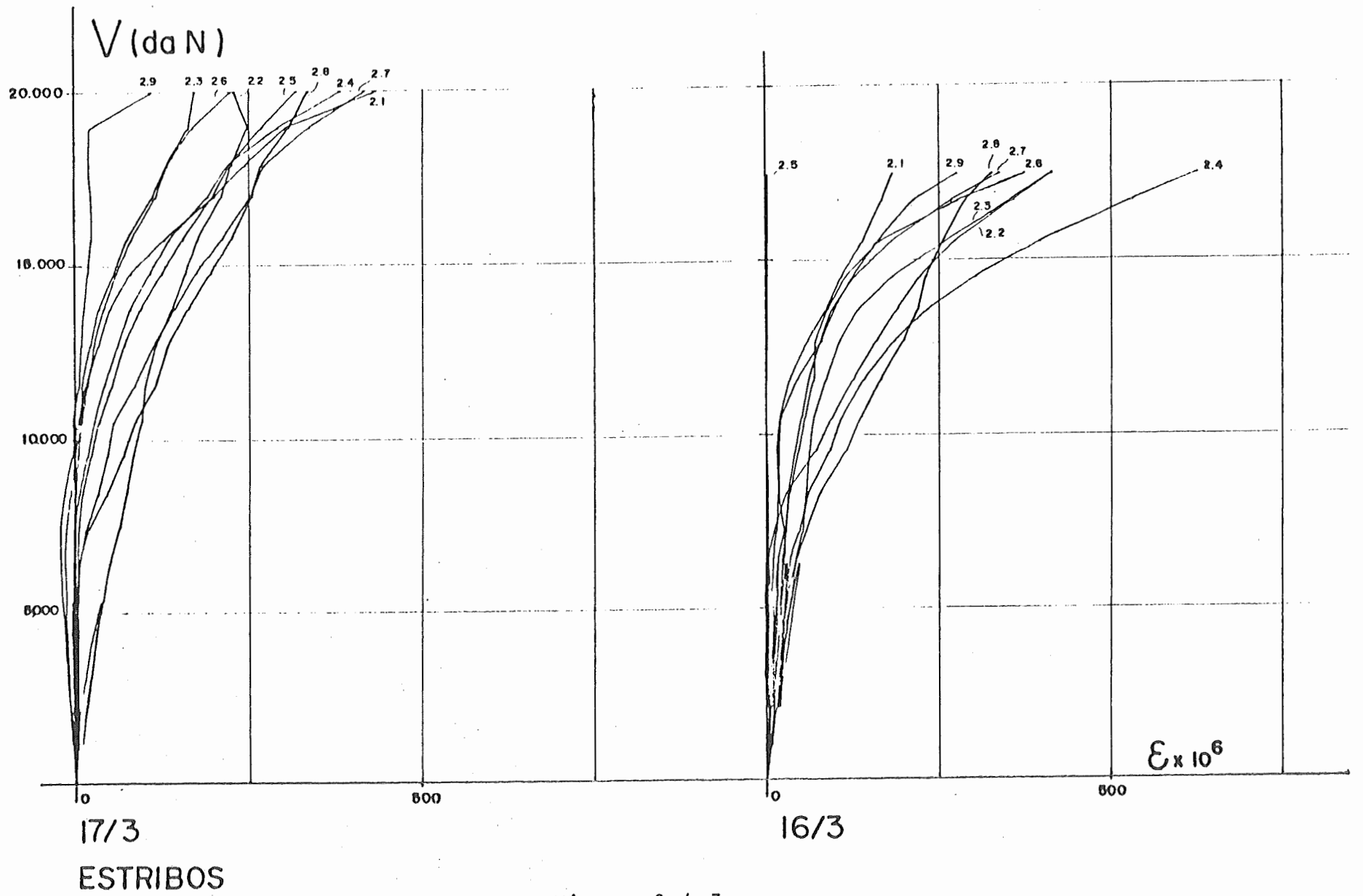


Figura 2.4.7

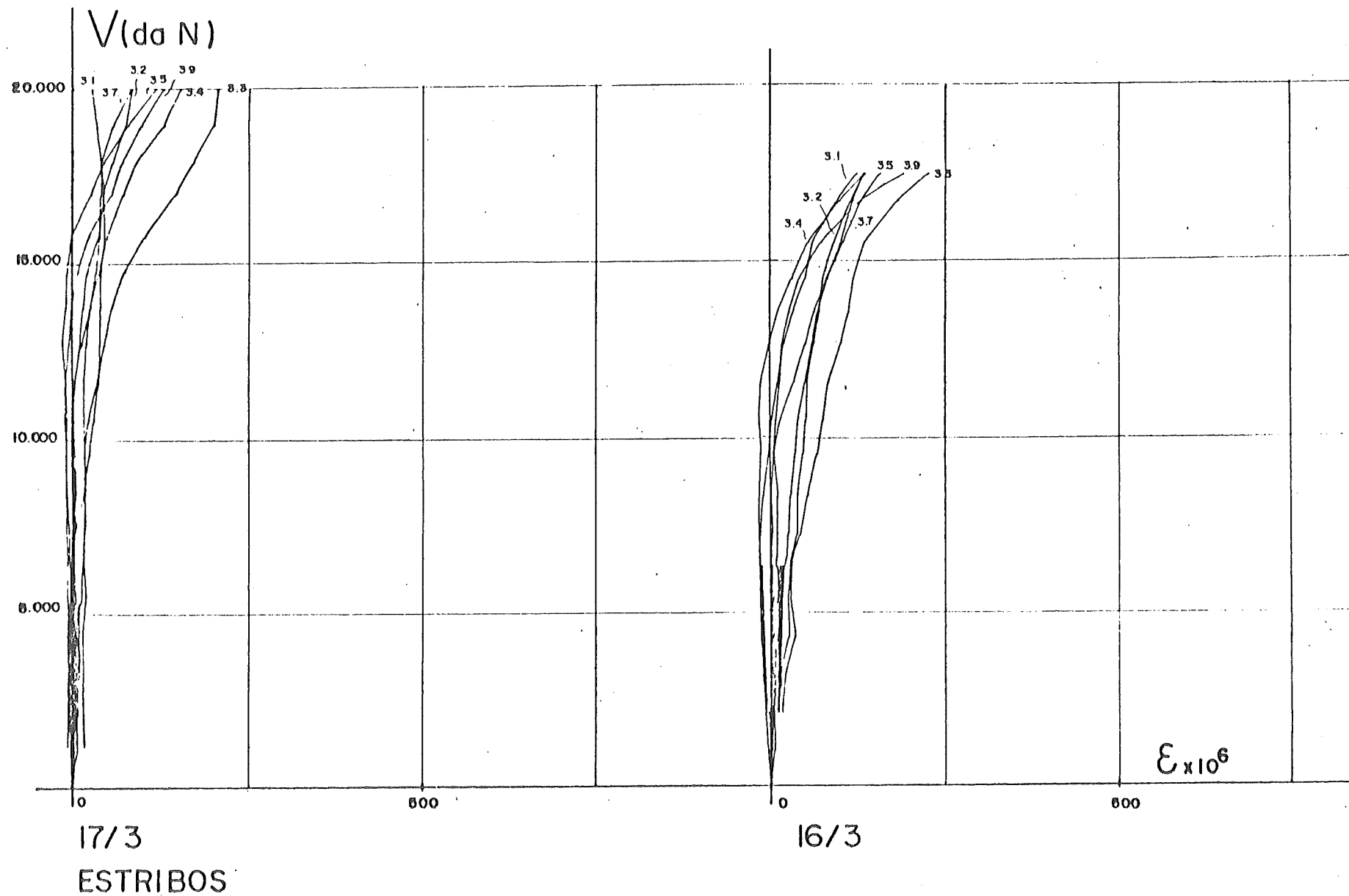


Figura 2.4.8

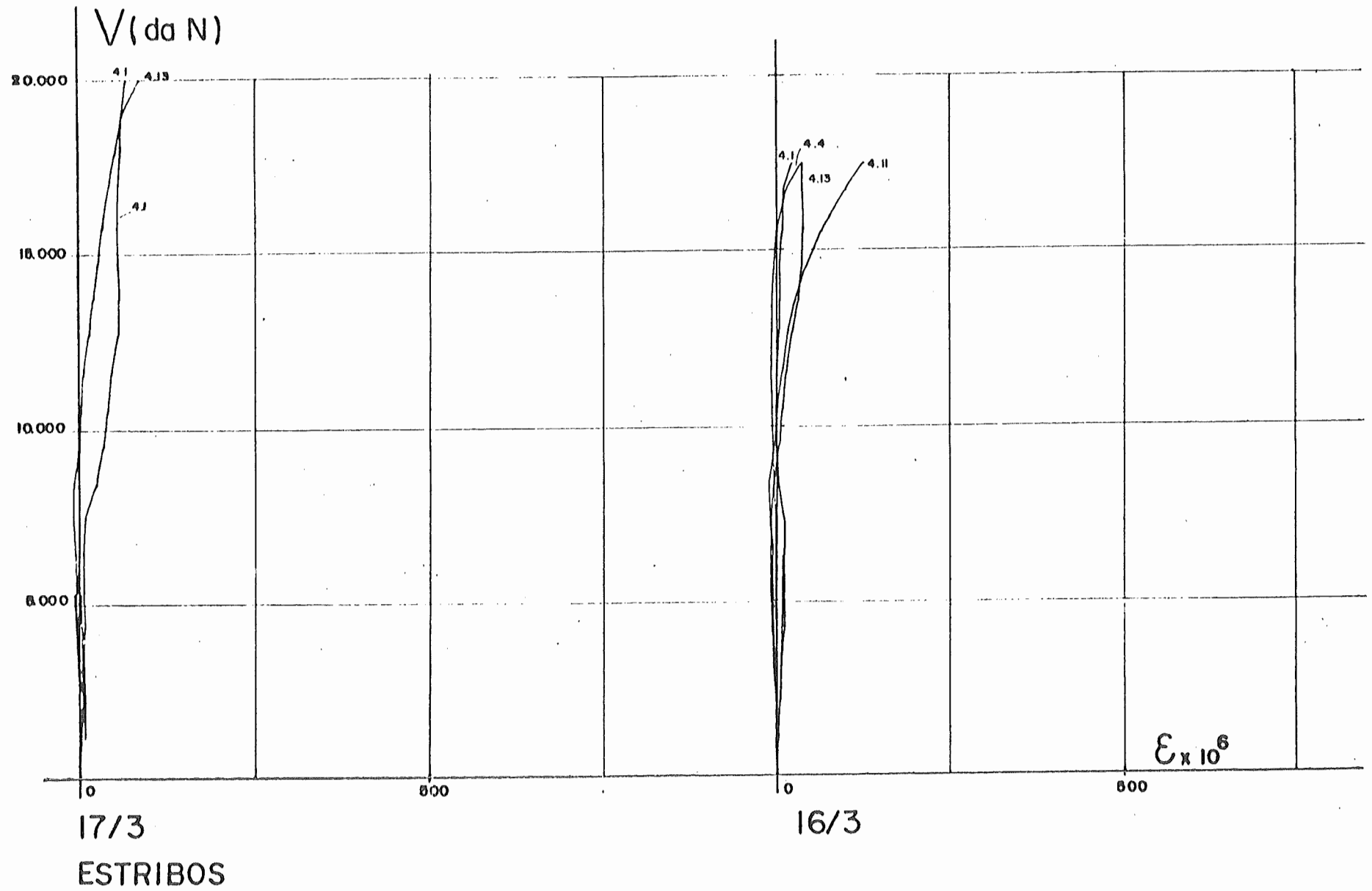


Figura 2.4.9

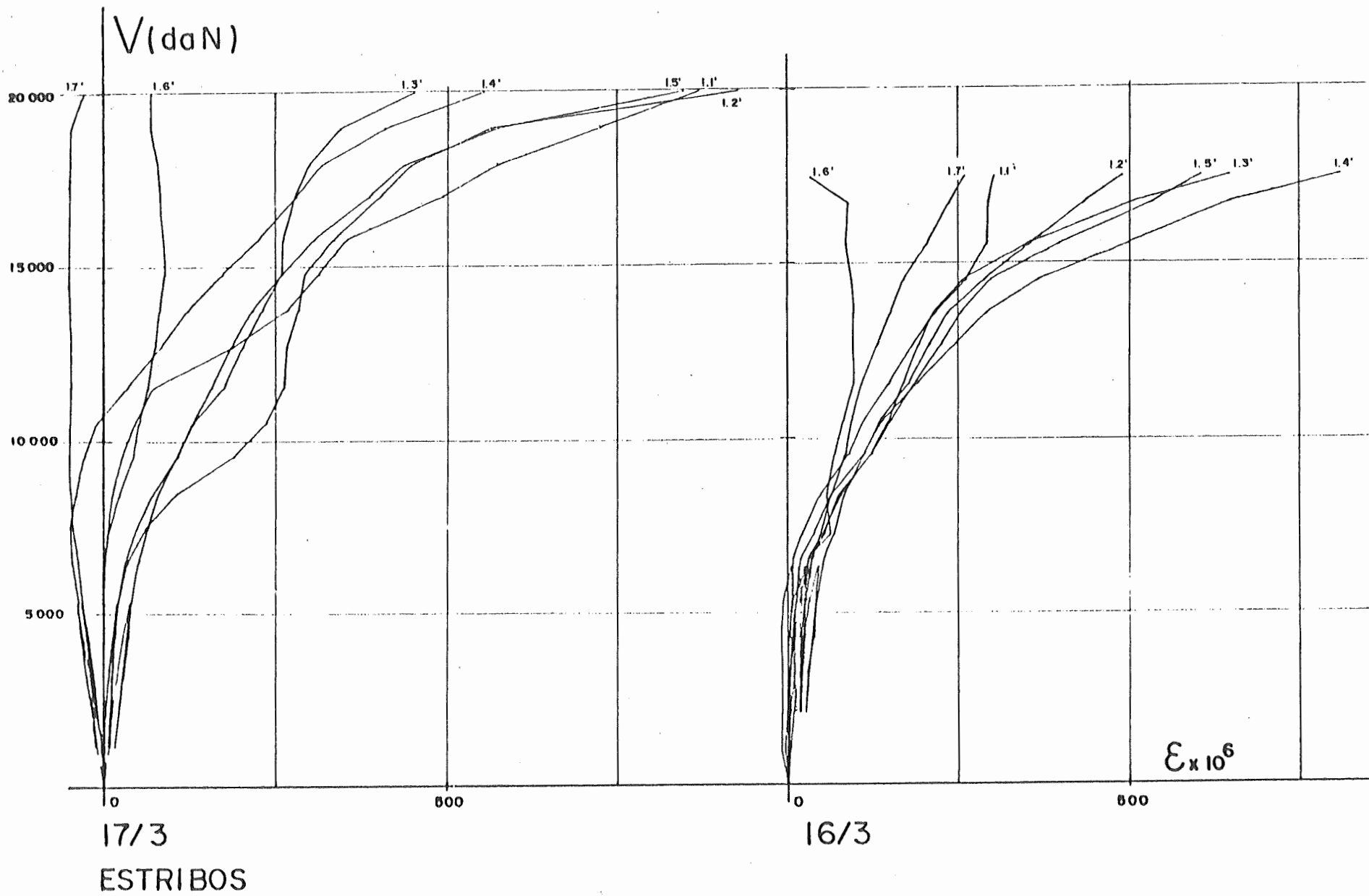


Figura 2.4.10

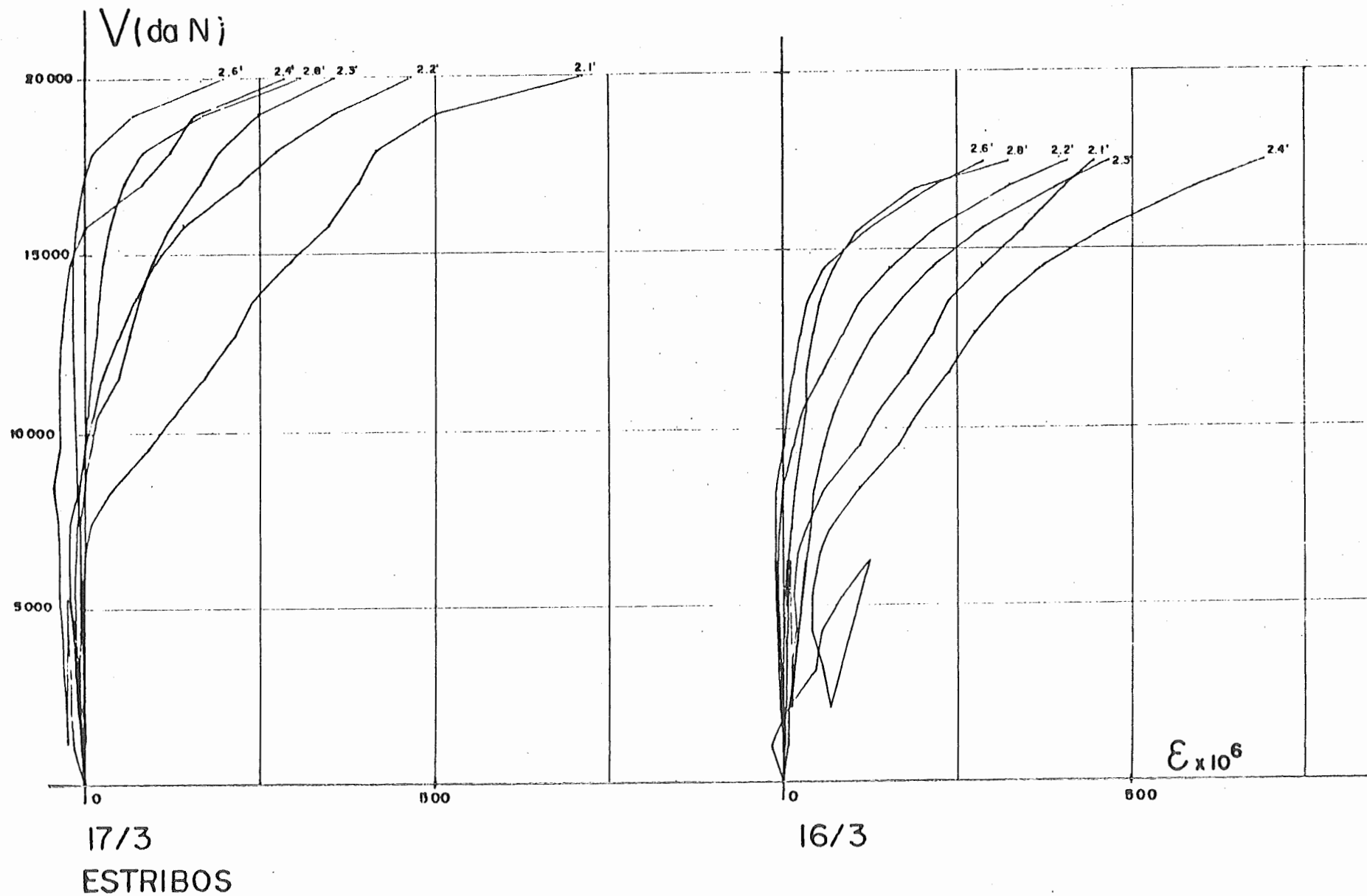


Figura 2.4.11

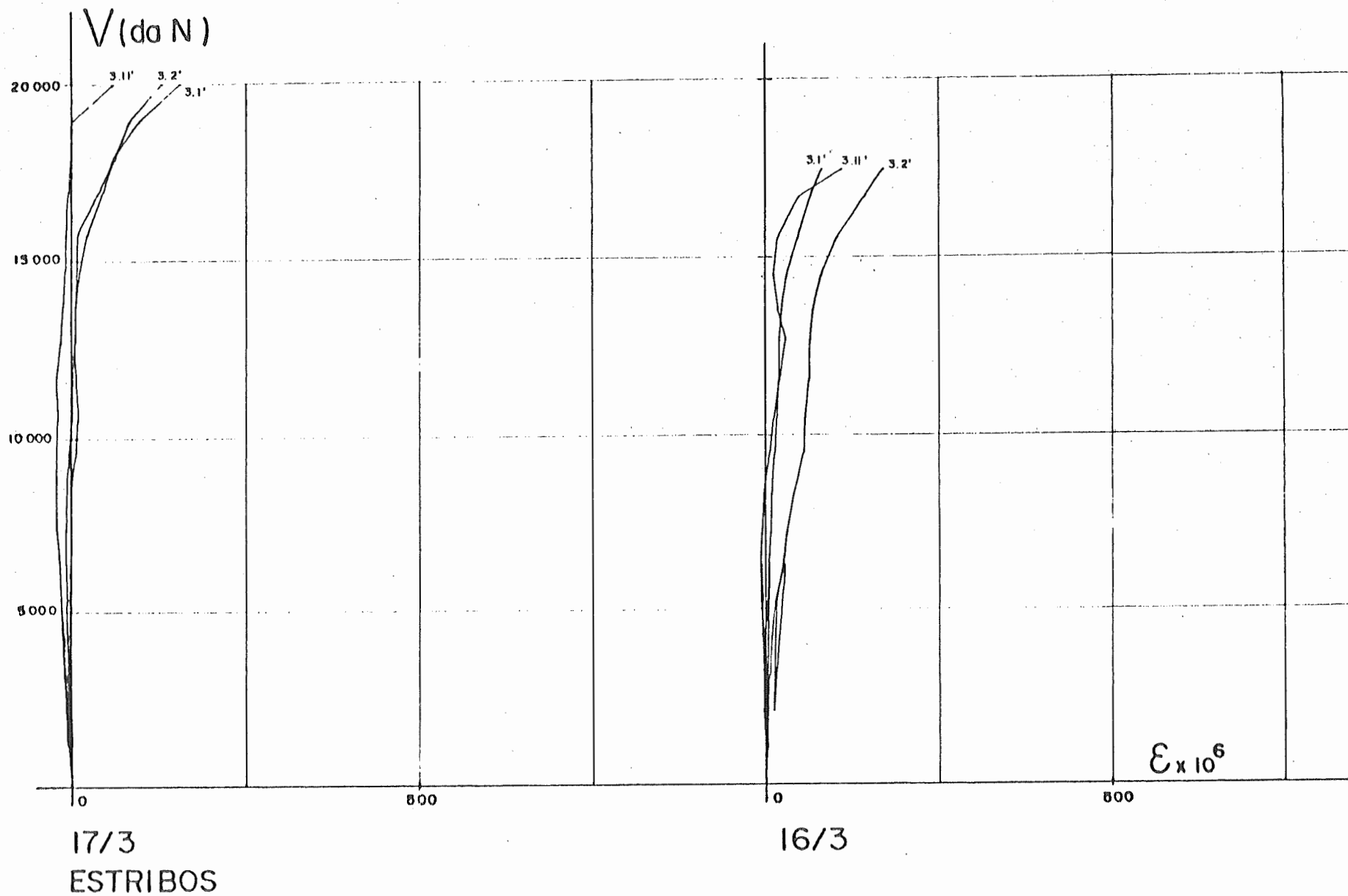
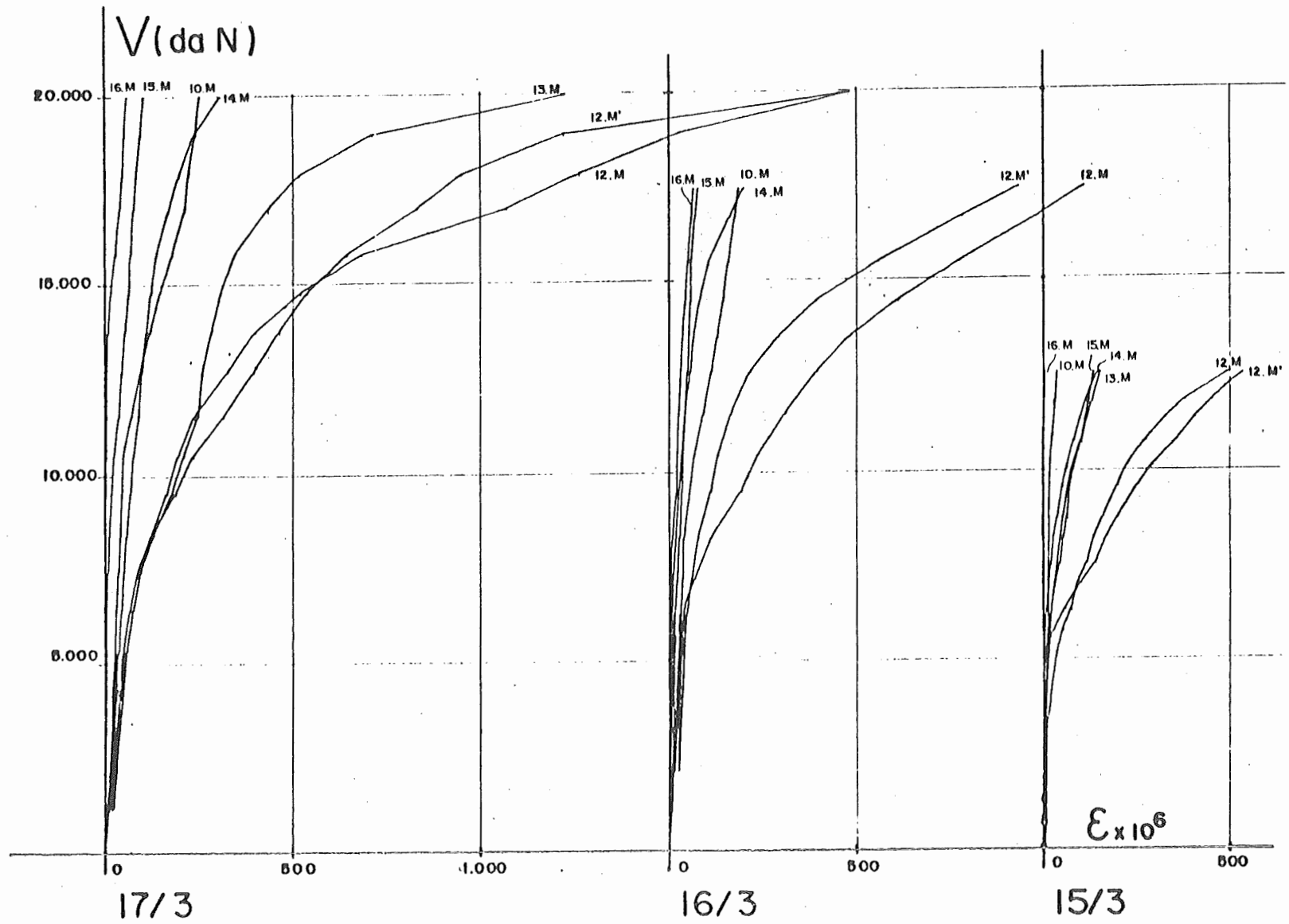


Figura 2.4.12



GANCHOS DA ARMADURA DE FLEXÃO

Figura 2.4.13

2.5 - CONCLUSÕES

A partir da experimentação já realizada, algumas conclusões gerais já podem ser alinhadas:

- a carga de ruína aumentou apreciavelmente como consequência da presença dos estribos. Mediram-se aumentos de cerca de 14% nos cantos, e de até 64% nas peças de borda, como se indica na figura 2.5.1, onde $\rho_t = A_t / A_{cr}$ indica a taxa de estribos, medida pela razão entre a seção transversal total de estribos e a área A_{cr} da "região crítica", e V_i indica as cargas de ruína média dos diversos casos;

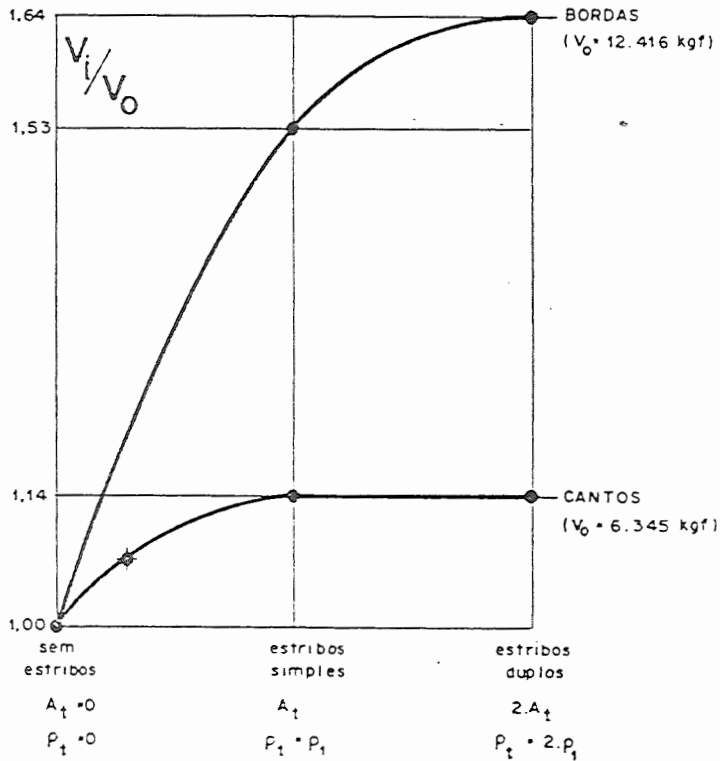


Figura 2.5.1

- em vista da peculiar superfície de separação, as armaduras transversais de barras dobradas, utilizáveis nos casos de pilares interiores com solicitação simétrica (ou quase), seriam em grande parte inúteis;
- conseqüentemente, somente têm sentido armaduras trans

versais constituídas por estribos verticais (e pelos ganchos da armadura de flexão), cuja utilização é, aliás, muito aconselhável, por acarretarem aumento a precíavél da carga de ruína e, embora somente na fase última, menor deformabilidade da laje;

- é aconselhável que esses estribos verticais sejam distribuídos de maneira aproximadamente uniforme pela "região crítica", delimitada pelas faces interiores do pilar e pelas paralelas a essas faces à distância $2h$ (ou, no mínimo, $1,5h$);
- os estribos deverão ser adequadamente ancorados em barras horizontais. Na extremidade superior, é natural que essas barras sejam as da armadura de flexão; na extremidade inferior, é conveniente o emprego dos prolongamentos dos ganchos dessas mesmas barras de flexão (tais prolongamentos são construtivamente adequados, e não se notou qualquer diferença significativa entre os modelos com esses prolongamentos e os dotados de armadura inferior postiça);
- nos cantos, em que a ruína sempre se deu com predominância da flexão (escoamento das barras de flexão seguido de esmagamento do concreto, grandes rotações e pequenas translações verticias), não se observou diferença significativa entre as cargas de ruína obtidas com ρ_1 (um estribo por cruzamento) e $2\rho_1$ (dois estribos em cada cruzamento), ao passo que essa diferença foi medida no caso das bordas (respectivamente 53% contra 64%). Nestas, $\rho_t = 0$ e $\rho_t = \rho_1$ corresponderam a ruína com predominância da punção (visualmente, grandes translações verticais, sem esmagamento do concreto na face inferior), enquanto que com $\rho_t = 2\rho_1$ a ruína se deu novamente por flexão, sugerindo que, como nos cantos, não haveria vantagem em ultrapassar essa taxa de estribo;

- como armadura transversal adicional, tanto nos cantos como nas bordas, os ganchos das barras de flexão não contribuem de maneira significativa no aumento da carga de ruína, como se pode observar comparando-se as cargas de ruína das peças sem estribos e das peças sem estribos e sem ganchos.
- a variação na relação momento fletor- força cortante produziu grande alteração no valor das cargas de ruína - 19974 daN no EdL 18 com $M/V = 20\text{cm}$, 7298 daN nos EdL 10 e 11 com $M/V = 45\text{cm}$ e 3598 daN no EdL 19 com $M/V = 78\text{cm}$, e também nas deformações, grandes no EdL 19 e pequenas no 18 (exceção feita aos estribos), mas praticamente não alterou a configuração de ruína, sendo que as pequenas diferenças já foram comentadas.

2.6 - PROSSEGUIMENTO DA PESQUISA

Na tabela apresentada no parágrafo 2.2, em que se indicam todos os casos de ligações de canto e de borda já ensaiados, indicam-se também os próximos casos a serem analisados:

- os casos 21 (canto), 23 e 24 (bordas), para a avaliação da influência da mudança da posição da resultante das forças parciais que são aplicadas sobre a laje;
- o caso 22 (borda), para a avaliação da contribuição dos ganchos de ancoragem da armadura de flexão, como armadura transversal;
- os casos 25 (canto) e 27 (borda), para a avaliação da influência da variação das dimensões relativas de lajes e pilares;
- os casos 26 (canto) e 28 (borda), para a avaliação da influência da variação da porcentagem da armadura de flexão.

Evidentemente, após a conclusão dos ensaios relativos aos casos 21 a 28, novos casos deverão ser considerados, podendo alinhar-se uma série de outras situações, todas perfeitamente possíveis de serem encontradas na prática:

- variação da forma dos pilares;
- lajes salientes em relação aos pilares;
- aberturas de influência apreciável;
- variação das propriedades mecânicas do aço;
- variação das propriedades mecânicas do concreto;
- concretos leves;
- andares últimos ou únicos.

Além disso pretende-se fazer o ensaio de painéis completos de lajes com pilares de borda e de canto, cujos resultados serão comparados com aqueles já obtidos nos elementos-de-laje.

No momento, já está em andamento a análise dos resultados dos casos de borda 22, 27 e 28 cujos ensaios foram concluídos recentemente.

Por outro lado, pretende-se também elaborar, a partir dos resultados já obtidos, o modelo matemático com o qual se espera analisar a participação dos diversos elementos resistentes, e prever com simplicidade e suficiente precisão as cargas de ruína.

BIBLIOGRAFIA

- ACI Committee 318, "Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-63)", American Concrete Institute, Detroit, 1963, 144 pp.
- ACI Committee 318, "Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-71)", American Concrete Institute, Detroit, 1971, 78 pp.
- ACI Committee 318, "Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-77)", American Concrete Institute, Detroit, 1977, 102 pp.
- ACI Committee 318, "Commentary on Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-71)", American Concrete Institute, Detroit, 1971, 96 pp.
- ACI Standards, Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-56)", ACI Journal, 52, n^o 9, maio 1956, pp. 913-986
- ACI-ASCE Committee 326, "Shear and diagonal tension, part 3, slabs and footings", ACI Journal, 50, n^o 3, março 1962, pp. 353-395
- ANDERSON, J.L., "Genomstansning av plattor understoedda av pelare vid frikant (Punção de lajes suportadas por pilares nas bordas livres)", Nordisk Beton, n^o 2, 1966.
- ANDERSON, J.L., "Preliminary Summary of Punching of Concrete Slabs with Edge Columns", Bull. CEB, Paris, n^o 58, out. 1966, pp. 72-82
- ANDERSON, J.L., "Punching of Concrete Slabs with Shear Reinforced", Kungl. Tekniska Hogskolans Handlingar, n^o 212, 1963
- ANDRA, H.P., "Dubbelleisten zur Verhinderung des Durchstanzens bei hochbelasteten Flachdecken", Die Bautechnik 56 (1979) H.7, pp. 224-247.
- ANIS, N.N., "Shearing strength of reinforced concrete flat slabs without shear reinforcement", PhD Thesis, Univ. de Londres, 1970.
- ASCE-ACI Task Committee 426 on Shear and Diagonal Tension, "The Shear Strength of Reinforced Concrete Members - Slabs", Journal of the Structural Division, ASCE, 100, n^o ST8, ago. 1974, pp. 1543-1609
- BACH, C., GRAF, O., "Tests of square and rectangular reinforced concrete slabs supported on all sides", ("Versuche mit allseitig aufliegenden, quadratischen und rechteckigen Eisenbeton platten"), Deutscher Ausschuss für Eisenbeton, Berlin, n^o 30, 1915, 309 pp.
- BASE, G.D., "Some tests on the punching shear strength of reinforced concrete slabs", Cement and Concrete Association, Technical Report TRA 321, julho 1959.
- BERESFORD, F.D., "Tests of Edge Column Connections of a Flat Plate Structure", Civil Engineering Transactions, Institution of Engineers, Australia, vol. CE9, n^o 9, n^o 2, out. 1967
- BERNAERT, S., "Le poinçonnement des planchers-dalles; État de la question", Bull. CEB, Paris, n^o 50, julho 1965, pp. 53-101
- BERNAERT, S.; PUECH, C., Compte rendu des travaux du groupe "Poinçonnement" et des propositions élaborées en vue d'un projet de Recommandations CEB, Bull. CEB, Paris, n^o 57, set. 1966, pp. 9-140
- BIRKELAND, P.W.; BIRKELAND, H.W., "Connections in precast concrete construction", ACI Journal, 63, março 1966,

pp. 345-367.

- BLAKEY, F., "Australian experiments with flat plates", ACI Journal, 60, nº 4, abril 1963, pp. 515-525
- BORGES, J.F., LIMA, J.A., "Crack and deformation similitude in reinforced concrete", Laboratório Nacional de Engenharia Civil, LNEC, Lisboa, memória nº 162, 1961, pp. 1-12
- BRAESTRUP, M.W., NIELSEN, M.P., JENSEN, B.C., BACH, F., "Axisymmetric punching of plain and reinforced concrete", Afdelingen for Baerende Konstruktioner, Technical University of Denmark, Rapport Nr. R75, 1976.
- BRITISH STANDARDS INSTITUTION, CP 110: The Structural use of concrete, Part 1, Design, materials and workmanship, 1972.
- BROTHIE, J.F., "Some Australian research on flat plate structures", ACI Journal, 77, nº 1, jan. - fev. 1980, pp. 3-11
- CARPENTER, J.E., KAAR, P.H., HANSON, N.W., "Discussion of proposed revision of ACI 318-63 Building Code Requirements for Reinforced Concrete", ACI Journal, 68, nº 3, set. 1970, pp. 696-697
- CEB-FIP, "Recommandations Internationales pour le calcul et l'exécution des ouvrages en béton, Principes et Recommandations", 2^a ed., Redação junho 1970 (69 Congresso FIP, Praga)
- CEB-FIP, "Système international de réglementation technique unifiée des structures code modele CEB-FIP pour les structures en béton", vol. II, Bulletin D'information nº 124/125-F, abril 1978
- CEB, "Recommandations Internationales pour le calcul et l'exécution des ouvrages en béton", Tome 3, Annexe 5 dux Recommandations (Dalles et Structures Planes), AITEC, Roma, 1972
- "Complements au code-modele CEB-FIP 1978", Bull. CEB, Paris, nº 137, junho 1980
- CORLEY, W.G., HAWKINS, N.M., "Shearhead reinforcement for slabs", ACI Journal, 65, out. 1968, pp. 811-824
- CORLEY, W.G., "Shear in two-way slabs - ACI approach", Bull. CEB, Paris, nº 113, jan. 1979, pp. 177-191
- CRISWELL, M.E., "Discussão de GESUND & DIKSHIT (1971)", ACI Journal, 70, nº 1, jan. 1973, pp. 63-64
- CRISWELL, M.E., "Strength and behaviour of reinforced concrete slab/column connections", US Army, Engineer Waterways Experiment Station, Technical Report, dez. 1970.
- DI STASIO, J., VAN BUREN, M.P., "Transfer of bending moment between flat plate floor and column", ACI Journal, 32, nº 3, set. 1960, pp. 299-314
- DILGER, W.H., GHALI, A., LANGOHR, P.H., "Special shear reinforcement for concrete flat plates", ACI Journal, 73, nº 3, março 1976, pp. 141-146
- DIN 1045, Beton und Stahlbetonbau Bemessung und Ausführung (jan. 1972), in Beton - Kalender 1972, vol. I, W. Ernst & Sohn, Berlin.
- DRAGOSAVIC, M., BEUKEL, A.v.d., "Punching Shear", Heron, v.20, 1974, nº 2.
- DUDDECK, H., "Praktische Berechnung der Pilzdecke ohne Stuetzenkopferbreiterung (Flachdecke)", Beton und

Stahlbetonbau, março 1963, Berlim.

- ELSTNER, R.C., HOGNESTAD, E., "Shearing strength of reinforced concrete slabs", ACI Journal, 53, nº 1, julho 1956, pp. 29-58
- FIGUEIREDO FILHO, J.R., "Estudo Experimental da Ruína de Ligações Laje-Pilar em Casos Característicos de Cantos de Lajes-Cogumelo", Dissertação de Mestrado, EESC-USP, São Carlos, 1981.
- FORSELL, C., HOLMBERG, A., "Staempellast pa platter av beton" (cargas concentradas sobre lajes de concreto), Nordisk Beton, nº 2, 1946, p. 95.
- FRANZ, G., "Der Stuetzenbereich von Flachdecken (flat plates) aus Stahlbeton, Bull. CEB, Paris, nº 58, out. 1966, pp. 38-50
- FRANZ, G., RADE, J., "Moments fléchissants et efforts tranchants dans les panneaux d'angle et de rive des planchers dalles", trad. franc., Bull. CEB, Paris, nº 50, julho 1965, pp. 144-148
- FRANZ, G., "Recherche en vue d'augmenter la sécurité au poinçonnement des planchers-dalles au moyen d'etriers", trad. franc., Bull. CEB, Paris, nº 50, julho 1965, pp. 131-138
- FRANZ, G., "Remarques préliminaires sur les recherches concernant l'influence de l'armature d'effort tranchant sur la résistances des dalles planes dans la zone des appuis", trad. franc., Bull. CEB, Paris, nº 44, out. 1964, pp. 219-227
- FRANZ, G., RITTER, K., "L'état de contrainte dans un plancher-dalle au-dessus du poteau", trad. franc., Bull. CEB, Paris, nº 50, julho 1965, pp. 112-122
- GAMBLE, W.L., SOZEN, M.A., SIESS, C.P., "Test of a two-way reinforced floor slab", Journal of the Structural Division, ASCE, 95, nº ST6, junho 1969, pp. 1097-1116
- GERBER, L.L., BURNS, N.H., "Ultimate strength of post-tensioned flat plates", Journal of the Prestressed Concrete Institute, vol. 16, nº 6, nov.-dez. 1971, pp. 40-58
- GESUND, H., DIKSHIT, O.P., Discussão de GESUND & DIKSHIT (1971), ACI Journal, 1973, pp. 67-68
- GESUND, H., DIKSHIT, O.P., Yield line analysis of the punching problem at slab/column intersections, in "Cracking, deflection and ultimate load of concrete slab systems", SP-30, American Concrete Institute, Detroit, 1971, pp. 177-201
- GESUND, H., KAUSHIK, Y.P., "Yield line analysis of punching failures in slabs", Mémoires AIPC, Zurich, nº 30-1, 1970, pp. 41-60
- GRAF, O., "Strength tests of thick reinforced concrete slabs supported on all sides under concentrated loads", ("Versuche über die widerstandsfähigkeit von allseitigen dicken eisenbeton platten unter einzellasten"), Deutscher Ausschuss für Eisenbeton, Berlim, nº 88, 1938, 22 pp.
- GRAF, O., "Tests of reinforced concrete slabs under concentrated load applied near one support, ("Versuche über die widerstandsfähigkeit von eisenbetonplatten unter konzentrierter last nahe einem auflager"), Deutscher Ausschuss für Eisenbeton, Berlim, nº 73, 1933, 28 pp.
- GURALNICK, S.A., LA FRAUGH, R.W., "Laboratory Study of a 45 - foot square flat plate structures", ACI Journal 60, nº 9, set. 1963, pp. 1107-1185.

- HANN, M., CHEFDEVILLE, J., "Flat Slabs without Column Capitals - Tests (Les Planchers-Dalles sans Champignons - essais)", Annales, Institute Technique du Bâtiment et des Travaux Publics, Paris, n° 167 (tb., Beton Arme, Paris, n° 16, jan. 1951), pp. 23-31.
- HANSON, J.M., "Influence of embedded service ducts on strength of flat plate structures", Research and Development Bulletin, Portland Cement Association, 1970
- HANSON, N.W., HANSON, J.H.; "Shear on moment transfer between concrete slabs and columns", Journal of the PCA Research and Development Laboratories, Jan. 1968, pp. 2-16
- HATCHER, D.S., SOZEN, M.A., SIESS, C.P., "Test of a reinforced concrete flat slab", Journal of the Structural Division, ASCE, 95, n° ST6, junho 1969, pp. 1051-1072
- HATCHER, D.S., SOZEN, M.A., SIESS, C.P., "Test of a reinforced concrete flat slab", Journal of the Structural Division, ASCE, 91, n° ST5, out. 1965, pp. 205-231
- HAWKINS, N.M., "Effect of column rectangularity of the strength and behaviour of slab - column specimens", Structures and Mechanics Report SM 70-2, Univ. de Washington, Seattle, set. 1970
- HAWKINS, N.M., CORLEY, W.G., "Transfer of unbalanced moment and shear from flat plates to columns", PCA R/D Series 1482, PCA R & D Div., out. 1970 (tb. in ACI Publication SP-35, 1973, pp. 147-176)
- HAWKINS, N.M., FALLSEN, H.B., HINOJOSA, R.C., "Influence of column rectangularity on the behaviour of flat plate structures", ACI publication SP-30, Detroit, 1971, pp. 127-146
- HAWKINS, N.M., MITCHELL, D., SYMONDS, D.W., "Hysteretic behavior of concrete slab to column connections", Proc. 6th World Conference on Earthquake Eng., Delhi, 1977.
- HAWKINS, N.M., "Shear strength of slabs with moments transferred to columns", Shear in Reinforced Concrete, Vol. 2, ACI Publication SP-42, Detroit, 1974, pp. 817 - 846
- HERZOG, M., "A new evaluation of earlier punching shear tests", Concrete (London), 4, n° 12, dez. 1970, pp. 448-450
- HERZOG, M., "Discussão de GESUND & DIKSHIT", (1971), ACI Journal, Jan. 1973, pp. 65-67
- HERZOG, M., "Punching strength of reinforced concrete slabs as from re - evaluated tests", Oesterreichische Ingenieur - Zeitschrift (Viena): 14, 6, pp. 186- 192; 14, 7, pp. 216-219; 14, 9, p. 296; 14, 10, p. 318; 15, 6, p. 192
- HOGNESTAD, E. et al., "Shear and diagonal tension", ACI Journal, 59, n° 1, Jan. 1962, pp. 3-30
- HOGNESTAD, E., "Shearing strength of reinforced column footings", ACI Journal, 50, n° 3, nov. 1953, pp. 189-208
- HOLLAND, E.P., "Comparison of design for shear in slabs by the ACI and CEB codes", Bull. CEB, Paris, n° 113, Jan. 1979, pp. 211-218
- INGVARSSON, H., "Experimentellt studium av betongplattor understödda av hörn pelare", Meddelande n° 111, Institutionen för Byggnadsstatik, Kungl. Tekniska Högskolan, Stockholm, 1974.
- INSTITUTION OF STRUCTURAL ENGINEERS, "Shear strength of reinforced concrete beams" (report by the Shear Study Group), Londres, Jan. 1969
- ISLAM, S., PARK, R., "Tests on slab-column connections with shear and unbalanced flexure", Journal of the Structural Division, ASCE, 102, n° ST3, março 1976, pp. 549-568

- IVI, C.B., "The diagonal tension resistance of structural lightweight concrete slabs", PhD Thesis, Texas A and M University, Jan. 1966.
- JENSEN, B.C., "Lines of discontinuity for displacements in the theory of plasticity of plain and reinforced concrete", Mag. Concr. Res., vol. 27, n^o 92, set. 1975
- JENSEN, B.C., "On the ultimate load of vertical keyd shear joints in large panel buildings", Institute of Building Design, Rep. 108, Technical University of Denmark.
- JIRSA, J.O., SOZEN, M.A., SIESS, C.P., "Tests of a flat slab reinforced with welded wire fabric", Journal of the Structural Division, ASCE, 92, n^o ST3, junho 1966, pp. 199-224
- JIRSA, J.O., "Torsion in floor slab structures", ACI Publication SP-35, 1973, pp. 265-292
- KANOH, Y., YOSHIZAKI, S., "Experiments on slab-column and slab-wall junctions of flat plate structures", Concrete Journal, Japan Concrete Institute, Vol. 13, junho 1975.
- KAVANAGH, R.J., SIMMONDS, S.H., "The Influence of Column Shape on the Behavior of Flat Plate Slabs", Structural Engineering Report n^o 12, Univ. de Alberta, nov. 1967, 64 pp.
- KEEFE, R.A., "An investigation on the effectiveness of diagonal tension reinforcement in flat slabs", Thesis, M.I.T., 1954.
- KEMP, E.L., WILHELM, W.J., "Influence of spandrel beam torsion on slab capacity based on yield line criteria", ACI Publication SP-35, 1973, pp. 325-341
- KINNUNEN, S., "Forsoek med betongplattor understoedda av pelare vid frikant" (Ensaos de lajes de concreto suportadas por pilares nas bordas livres), Report R2, Statens Institute foer Byggnadsforskning, Estocolmo, 1971
- KINNUNEN, S., NYLANDER, H., "Punching of concrete slabs without shear reinforcement", Estocolmo, Kungl. Tekniska Hogskolans Handlingar, n^o 158, 1960
- KINNUNEN, S., "Punching of concrete slabs with two-way reinforcement", Estocolmo, Kungl. Tekniska Hogskolans Handlingar, n^o 198, 1963
- KINNUNEN, S., NYLANDER, H., TOLF, P., "Undersokningar rorande genomstansning vid Institutionen for Byggnadstatik KTH.", Hordisk Beton 1978, n^o 3, pp. 25-27
- LANGENDONCK, T., "Remarques sur le calcul des dalles au poinçonnement", Bull. CED, Paris, n^o 57, set. 1966, pp. 141-144
- LONG, A.E., "A two-phase approach to the prediction of the punching strength of slabs", ACI Journal, 72, n^o 2, fev. 1975, pp. 37-45
- LONG, A.E., BOND, D., "Punching failure of reinforced concrete slabs", Proc. Institution of Civil Engineers, 37, maio 1967, pp. 109-135
- LONG, A.E., "Punching failure of slabs-transfer of moment and shear", Journal of the Structural Division, ASCE, 99, n^o ST4, abril 1973, pp. 665-685
- MAGURA, D.D., CORLEY, W.G., "Tests to destruction of a multipanel waffle slab structure", Full scale testing of New York World's Fair structures, Vol. 11, The Rathskeller Structure, Washington, National Academy of Sciences, 1969
- Mc NEICE, G.M., KEMP, K.O., "Comparison of finite element and unique limit analysis solutions for certain reinforced concrete slabs, Proc. ICE, 1969, 43, 8. pp. 629-640

- MAHMOOD, K.F., "Slabs with point supports", MPhil Thesis, Polytechnic of Central London, 1978
- MANTEROLA, J., "Poinçonnement des dalles sans armatures d'effort tranchant", Bull. CEB, Paris, nº 58, out. 1966, pp. 2-37
- MARTINELLI, D.A.O., FERREIRA, J.C., TAKEYA, T., FIGUEIREDO FILHO, J.R. de, SILVA, D.R., "Sumário Preliminar de estudos experimentais da resistência de ligações laje-pilar", XXI Jornadas Sulamericanas de Engenharia Estrutural, Rio de Janeiro, 1981
- MARTINELLI, D.A.O., FERREIRA, J.C., TAKEYA, T., "Punção em cantos e bordas de pavimentos sem vigas", XVII Jornadas Sulamericanas de Engenharia Estrutural, Caracas, 1975
- MARTINELLI, D.A.O., FERREIRA, J.C., TAKEYA, T., "Sobre a contribuição dos estribos na resistência das ligações laje-pilar", XVIII Jornadas Sulamericanas de Engenharia Estrutural, Salvador, 1976
- MARTINELLI, D.A.O., "Sobre a ruína das ligações laje-pilar nos cantos de lajes-cogumelo", Publ. nº 187, EESC, S.Carlos, 1974
- MAST, P.E., "Plate Stresses at Column near the Free Edge", ACI Journal, 67, nº 11, nov. 1970, pp. 898-902
- MAST, P.E., "Stresses in flat plates near columns", ACI Journal, 67, nº 10, out. 1970, pp. 761-768
- MELI, R., RODRIGUES, M., "Waffle flat plate-columns connections under alternating loads", Bull. CEB, Paris, nº 132 bis, abril 1979, pp. 45-52
- MOE, J., "Shearing strength of reinforced concrete slabs and footings under concentrated loads", Development Department, Bulletin D47, Portland Cement Association, abril 1961, 130 pp.
- MONNIER, Th., WIEHLERADT, M., "State of Art Report 1973", CEB - Comission X (Slabs and plane structures), Bull. CEB, Paris, nº 97, 1974
- MOHRER, R.D., VANDERBILT, M.D., "Shear strength of light-weight aggregate reinforced concrete flat plates", ACI Journal, 64, nº 11, nov. 1967, pp. 722-729
- NABAR, S.J., "Punching and generalized modes of orthotropically reinforced concrete flat slabs", PhD Diss., Univ. de Kentucky, Lexington, 1972
- NARASIMHAN, N., "Shear reinforcement in reinforced concrete column heads", PhD Thesis, Univ. de Londres, 1971
- NB - 1/1960, "Cálculo e execução de obras de concreto armado", Norma Brasileira, Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1960
- NB - 1/1978, "Projeto e execução de obras de concreto armado - Procedimento", Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1978
- NIELSEN, M.P., BRAESTRUP, M.W., "Plastic Shear strength of reinforced concrete beams", Byggningsstatistiske Meddelelser, V.46, nº 3, 1975
- NIELSEN, M.P., "Punching shear resistance according to the CEB Model Code", Bull. CEB, Paris, nº 113, Jan. 1979, pp. 193-210
- NIGHTINGALE, R.I., "Collapse loads of concrete flat plates", Report nº Ce4, Department of Civil Engineering, University of Maine, Orono, Me., Jan. 1970
- NYLANDER, H., "Punching of reinforced concrete slabs", Bull. CEB, Paris, nº 44, out. 1964, pp. 159-183 (tb. trad. franc., ib.)
- NYLANDER, H., SUNDQUIST, H., "Punching of bridge slabs", Conference on developments in bridge design and construction, University College Cardiff, 1971

- PARK, R., ISLAM, S., "Strength of slab-column connections with shear and unbalanced flexure", Journal of the Structural Division, ASCE, 102, ST9, set. 1976, pp. 1879-1901
- PCA, "Deflections of flat plate floors of apartment buildings", Concrete Report CRO08.01D (XS 6504) Portland Cement Association, Jan. 1965
- PLISGA, S.J., "Punching of flat plates", Report n^o Ce9, Department of Civil Engineering, University of Maine, Orono, Me., jan. 1972
- RABE, J., "Schnittkrafte der Eckfelder von Flachdecken mit und ohne Randtraeger", Beton Stahlbetonbau, Berlin, março 1969, pp. 69-76
- REGAN, P.E., "Design for punching shear", The Structural Engineer, junho 1974, 52, n^o 6, pp. 197-207
- REGAN, P.E., "Tests of reinforced concrete flat slabs", report to Construction Industry Research and Information Association, London, 1979
- "Report of the Committee on Reinforced Concrete Building Laws", ACI Journal, 12, 1916, pp. 171-180
- "Report on Concrete and Reinforced Concrete", revised at the meeting of the Joint Committee on concrete and reinforced concrete, nov. 1912, Proceedings ASTM, .v. 13, 1913, pp. 224-273
- RICHART, F.E., KLUGE, R.W., "Tests of reinforced concrete slabs subjected to concentrated loads", Bull. n^o 314, University of Illinois Engineering Experiment Station, junho 1939, 75 pp.
- RICHART, F.E., "Reinforced concrete wall and column footings", ACI Journal, 45: n^o 2, out. 1948, pp. 97 - 127; n^o 3, nov. 1948, pp. 237-260
- RIESSAUW, F.G., WANTUR, H.Z., "Étude expérimentale relative au comportement des planchers-dalles au voisinage des poteaux en fonction de l'influence simultanée de l'armature de flexion et de l'armature transversale verticale", Revue C Tijdschrift, v, n^o 6, 1970
- ROBINSON, J.R., POMMERET, M., "La rupture par effort tranchant des dalles carrés en béton armé possées sur leurs angles", Annales I.T.B.T.P. (Béton, Béton Armé), Paris, n^o 252, dez. 1968, pp. 1750-1759
- ROLL, F., ZAIDI, S.T.H., SABNIS, G., CHUANG, K., "Shear resistance of perforated reinforced concrete slabs", ACI Publication SP-30, 1971, p. 77
- ROSENTHAL, I., "Experimental investigation of flat plate floors", ACI Journal, 56, ago. 1959, pp. 153-166
- SEIBLE, F., GHALI, A., DILGER, W.H., "Preassembled shear reinforcing units for flat plates", ACI Journal, 77, n^o 1, jan.-fev. 1980, pp. 28-35
- SHEWMAKER, R.E., XANTHAKIS, M., SOZEN, M.A., "Very small scale reinforced concrete multi-panel flat slabs", Civil Engineering Studies, Structural Research Series n^o 265, University of Illinois, junho 1963
- SYMONDS, S.H., "Flat slabs supported on columns elongated in plan", ACI Journal, 67, n^o 12, dez. 1970, pp. 967-975
- SYMONDS, S.H., GHALI, A., "Yield-line design of slabs", Journal of the Structural Division, 102, n^o ST1, jan. 1976, pp. 109-123
- SMITH, A.E., SYMONDS, S.H., "Tests of flat plate supported on columns elongated in plan", Structural Engineering Report n^o 21, Univ. de Alberta, maio 1969, 72 pp.
- SOBREIRA, J.A., "Resistência ao punçamento do betão armado", Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas, Lisboa, n^o 9, 1980, pp. 179-187, n^o 10, 1981, pp. 16 - 26

- SOZEN, M.A., SIESS, C.P., "Investigation of multi-panel reinforced concrete floor slabs: design methods - their evolution and comparison, ACI Journal, 1963, 60, n^o 8, pp. 999-1028
- STANENKOVIC, A., CHAPMAN, J.C., "Local strength at column heads in flat slabs subjected to a combined vertical and horizontal loading", Proc. ICE, 57, junho 1974, pp. 205-231
- STANENKOVIC, A., CHAPMAN, J.C., "Local strength of flat slabs at column heads", Report 39, Construction Industry Research and Information Association, Londres, 1972
- STANENKOVIC, A., "Local strength of flat slabs at column heads, PhD Thesis, Univ. de Londres, 1969
- "Standard Specifications for Concrete and Reinforced Concrete - Joint Committee", Proceedings, ASTM, v.24, part 1, ago. 1924, pp. 312-385
- STEINMANN, G., "Conclusions - Poinçonnement", Bull. CEB, Paris, n^o 57, set. 1966, pp. 145-175
- STEINMANN, G., "Rapport sur les propositions présentées à la session plénière de Londres par le group "Poinçonnement", Bulletin CEB, Paris, n^o 57, set. 1966, pp. 2-8
- TAKEYA, T., "Estudo Experimental da Ruína de Ligações La Je-Pilar em Bordas de Lajes-Cogumelo", Dissertação de Mestrado, EESC-USP, São Carlos, 1981.
- TALBOT, A.N., "Reinforced concrete wall footings and column footings", Bull. n^o 67, University of Illinois Engineering Experiment Station, março 1913, 114 pp.
- TANKUT, T., "Behavior of flat plate structures subjected to various combinations of vertical and horizontal loads", PhD Thesis, Univ. de Londres, 1970
- TASKER, H.E., WYATT, K.J., "Performance of flat slab specimens over-stressed in shear at working load", Constructional Review (Sydney), V.35, Part 1, n^o 10, out. 1962, pp. 25-32, part 2, n^o 11, nov. 1962, pp. 21-24
- TAYLOR, R., HAYES, B., "Some Tests on the effect of edge restraint on punching shear in reinforced concrete slabs", Magazine of Concrete Research, Londres, 17, 50, março 1965, pp. 39-44
- TURNER, C.A.P., Discussion of "Reinforced Concrete Warehouse for Northwest Knitting Co., Minneapolis, Minnesota", Engineering News, V. 54, n^o 15, out.1905, p. 383
- VANDERBILT, M.D., SOZEN, M.A., SIESS, C.P., "Tests of a modified reinforced concrete two-way slab", Journal of the Structural Division, ASCE, 95, n^o ST6, junho 1969, pp. 1097-1116
- WANTUR, H.Z., "Bemessung der Flachdecken in Stuetzenbereich unter gleichzeitiger Beruecksichtigung der Biege- und Vertikalen Querbewehrung", Diss., Rijksuniversitet, Gand, 1969
- WHITTING, A., "Some more notes on slab to edge column connections", ACI Journal, 59, n^o 4, abril 1962, pp. 609-612
- WIESINGER, F., "Design of flat plates with irregular column lay-out", ACI Journal, 70, n^o 2, fev. 1973, pp. 117 - 123
- XANTHAKIS, M., SOZEN, M.A., "An experimental study of limit design in reinforced concrete flat slabs", Civil Engineering Studies, Structural Research Series n^o 277, University of Illinois, dez. 1963
- YITZHAKI, D., "Punching strength of reinforced concrete slabs", ACI Journal, 63, n^o 5, maio 1966, pp. 527 - 540
- YITZHAKI, D., "Punching strength of reinforced concrete slabs", Bull. CEB, Paris, n^o 58, out.1966, pp.83-115

- ZAGHLOOL, E.R.F., PAIVA, H.A.R., GLOCKNER, P.G., "Tests of reinforced concrete flat plate floors", Journal of the Structural Division, ASCE, 96, nº ST3, março 1970, pp. 487-507
- ZAGHLOOL, E.R.F., PAIVA, H.A.R., "Tests of flat plate corner column-slab connections", Journal of the Structural Division, ASCE, 99, nº ST3, Proc. Paper 9616, março 1973, pp. 551-572
- ZAGHLOOL, E.R.F., "Strength and behavior of corner and edge column-slab connections in reinforced concrete flat plates", PhD Thesis, University of Calgary, Alberta, Canadá, 1971