

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

13

EXERCÍCIOS DE ELEMENTOS DE MÁQUINAS

ERNESTO MASSAROPPI JR.
JOÃO LIRANI

São Carlos, setembro de 2005
reimpressão

Introdução

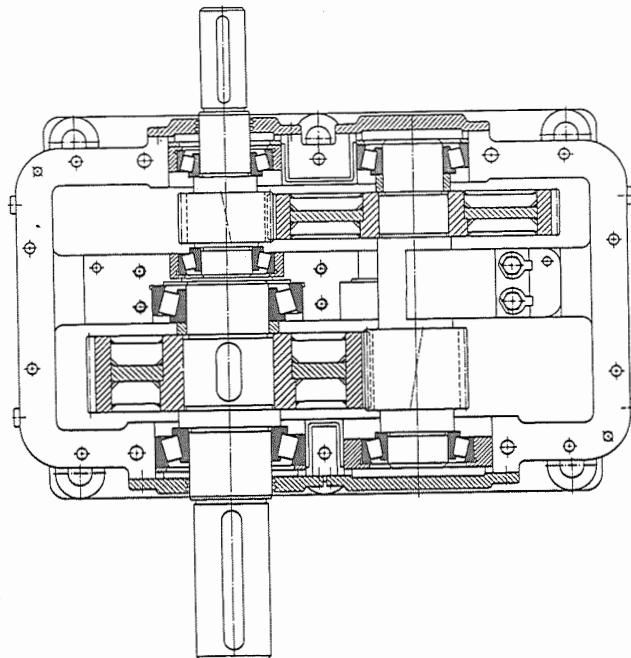
Esta apostila destina-se a servir de suporte aos estudos dos alunos da primeira disciplina de Elementos de Máquinas. Está dividida em uma lista de exercícios por dia de aula, cada lista apresentando primeiramente os exercícios propostos e depois a solução de um ou mais exercícios típicos. Desta forma, os alunos podem treinar-se melhor na solução dos exercícios propostos tendo por base aqueles já resolvidos. A exceção é a lista 2, por estar inteiramente resolvida, visto que se trata de simples recordação de Resistência dos Materiais. Nela são tratados problemas retirados dos livros *BEER, F.P. & JOHNSTON, E.R. "Resistência dos Materiais"*, e *SHIGLEY, J.E. "Elementos de Máquinas"*. Ressalte-se que conhecimentos suficientes de Resistência dos Materiais e de Desenho Técnico Mecânico são de fundamental importância para o sucesso em aprender Elementos de Máquinas. Também a lista 1 é um pouco atípica por tratar exclusivamente de temas conceituais de projeto bastante exemplificados no livro texto *G. NIEMMAN - Elementos de Máquinas*, não ocorrendo nenhum tipo de cálculo tão comum às demais listas, e por isso a solução de seus exercícios deixa de ser incluída. As listas relativas às aulas 7 e 13 não existem por corresponderem à primeira e à segunda provas respectivamente.

Desejamos agradecer ao esforço do bolsista Gustavo R. Bocato pela digitação e desenho de algumas figuras, e ao Prof. Benedito Di Giacomo pelo enunciado e solução de vários dos exercícios que constam desta apostila.

Os Autores.

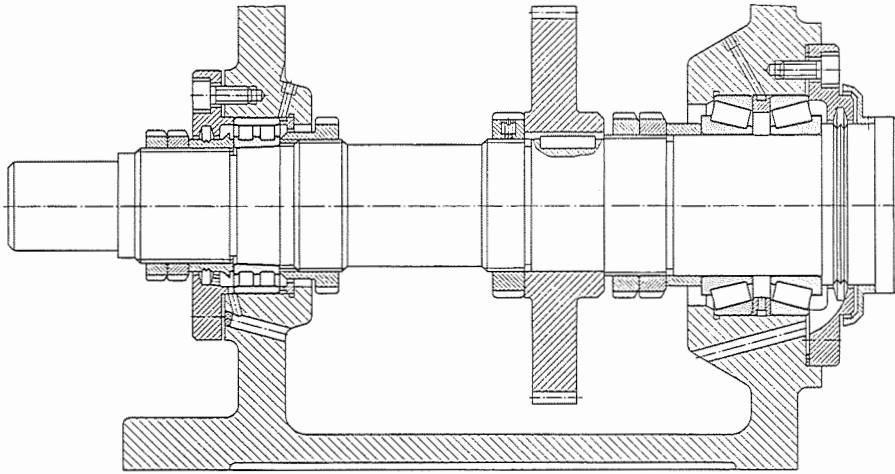
Lista 1

- 1) a) Dê sua opinião a respeito do efeito sobre a engenharia de projeto nacional que teve a política governamental de substituição de importações vigente nos anos 70 e 80.
b) Idem com relação à política de fim de reserva de mercado e abertura das importações.
- 2) Cite 3 exemplos de produtos com alto valor de concepção/projeto e 3 com baixo valor. Comente.
- 3) O que entende por engenharia reversa e qual a sua importância.
- 4) Supondo que o produto a ser projetado seja um liquidificador, detalhe todas as fases de seu projeto, exemplificando.
- 5) O que entende por CAD e CAE.
- 6) Dar os conceitos de qualidade de projeto e de fabricação de um produto, exemplificando.
- 7) Descreva a influência que o projetista tem sobre o preço de venda e sobre o custo de um produto.
- 8) Usando os desenhos dos sistemas mecânicos fornecidos aqui, responda os itens abaixo. Aproveite a oportunidade deste exercício e do seguinte, e faça uma recordação de Desenho Mecânico interpretando os desenhos e tentando entender o funcionamento dos vários conjuntos mecânicos :
 - a) desenhar o croqui do eixo de saída do redutor de velocidades abaixo (pg 49 do catálogo FAG). Assinale todas as superfícies funcionais e as acessórias. Comente o impacto de cada uma sobre a qualidade do produto.



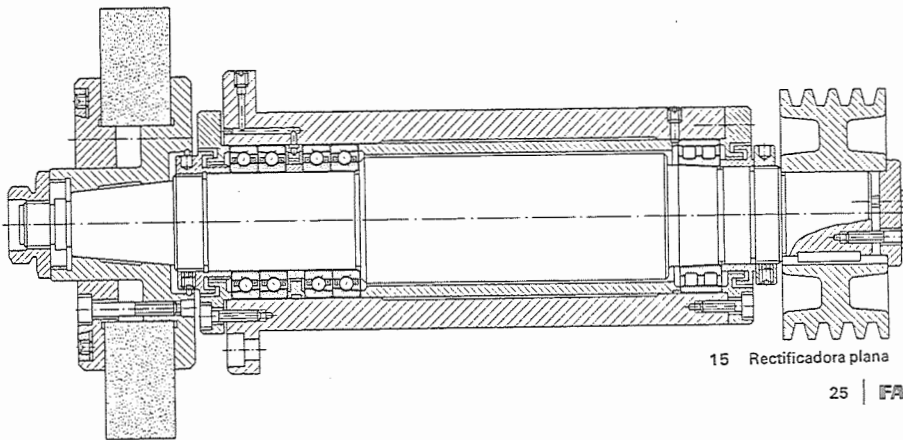
- b) idem para o eixo de entrada do mesmo redutor.

c) idem para o eixo-árvore do torno (pg 17 da mesma fonte).

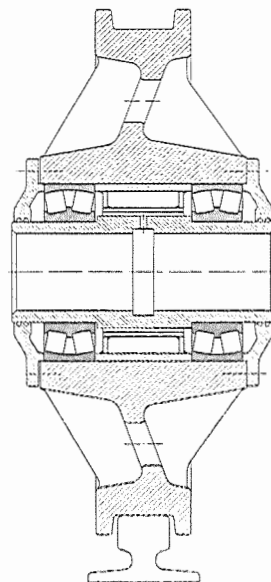


9) Idem ao exercício anterior (croqui e comentário):

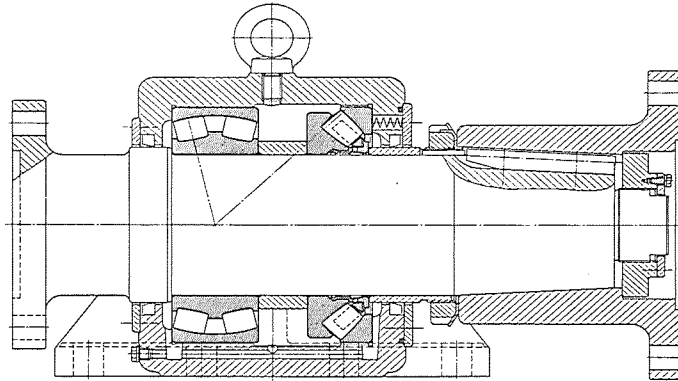
a) fuso da retificadora (pg 25 idem)



b) roda de um guindaste (pg 131, ibidem)



c) caixa do mancal (pg 103,ibidem)



61 Rodamiento de empuje para barcos

103 | FAF

- 10) Exemplifique a solução de um problema de projeto através das etapas **a**, **b**, **c**, e **d**, conforme descrito no livro texto.
- 11) Ler atentamente o item 1.2 do livro texto. Supondo que o produto é um cortador de grama, responder as indagações feitas no texto (quando cabíveis).
- 12) Ler atentamente o item 1.7 do livro texto e resumir sua essência em poucas palavras.
- 13) Dê exemplo de como o projetista pode contornar a influência das solicitações que agem sobre as peças em serviço.

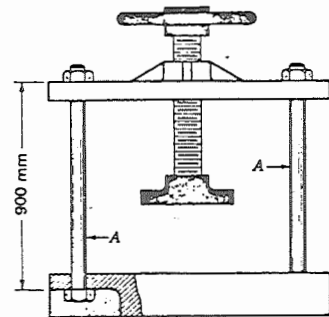
Lista 2

1) Uma barra de aço de 80 [mm] de comprimento e 15 [mm] de diâmetro é submetida a uma carga de compressão de 175 [kN]. O material é aço carbono. Determinar:

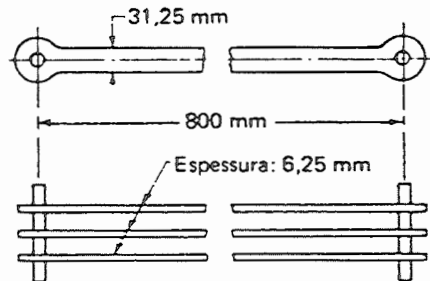
- A tensão de compressão.
- A deformação axial.
- O deslocamento ocorrido.
- O aumento do diâmetro da barra.

2) Deve-se projetar uma prensa, de modo que o alongamento das duas peças A sujeitas à tração não exceda 0,400 [mm].

- Deve-se usar a prensa para cargas de até 44.500 [N]. Determinar os diâmetros das colunas.
- Se se permitir uma tensão máxima de 140 [MPa], as colunas oferecerão segurança?



3) Uma biela consiste de três barras de aço de 6,25 [mm] de espessura e 31,25 [mm] de largura, conforme mostra a figura. Durante a montagem, descobriu-se que uma das barras media somente 799,925 [mm] entre os centros dos furos e as outras mediam exatamente 800,000 [mm]. Determinar a tensão em cada barra, após a montagem.



4) Um conjugado (momento de torção) M de 1500 [N.m] é aplicado ao eixo da manivela, no esquema de motor mostrado na figura. Para a posição indicada, determinar:

- A força P necessária para manter o sistema em equilíbrio.
- A tensão normal na barra BC, que tem secção transversal uniforme de área igual a 470 [mm²].

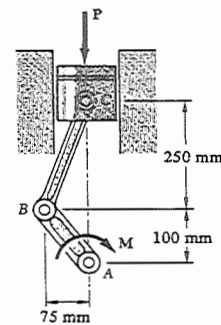
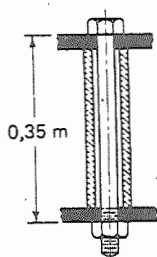
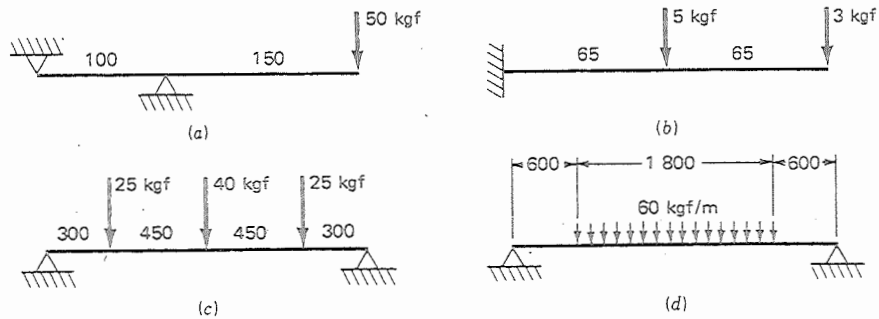


Fig. P1.8

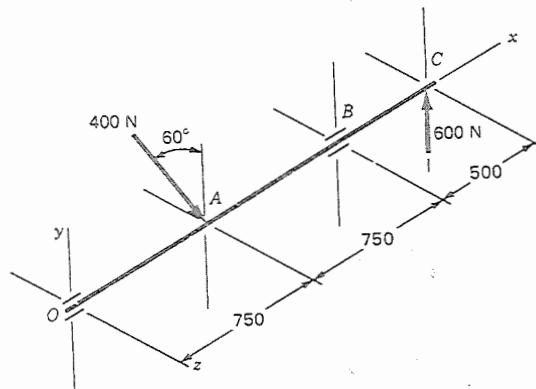


5) Uma parafuso de aço de diâmetro nominal de 20 [mm] e passo de 2,5 [mm] (distância de fio a fio da rosca, na direção axial) e um tubo de alumínio de 40 [mm] e 22 [mm] de diâmetros externo e interno, respectivamente, atuam como espaçadores para duas placas, conforme indica a figura. Gira-se a porca, eliminando-se toda a folga e, em seguida, dá-se um aperto adicional correspondente a um terço de volta. Calcular a tensão resultante no parafuso e no tubo, desprezando a deformação das placas, da cabeça e da porca do parafuso.

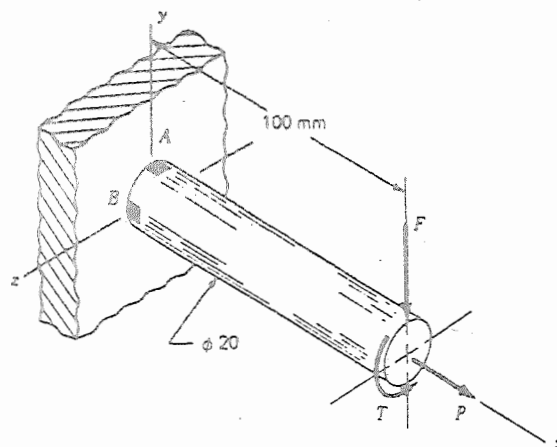
6) Calcular as reações nos apoios e traçar os diagramas de força cortante e de momento fletor (ou de flexão) para cada uma das vigas mostradas na figura abaixo.



7) A figura ao lado representa um eixo com parte em balanço, apoiado nos mancais O e B e carregado com forças em A e C. Determinar o valor e localização da tensão normal máxima, sabendo que o eixo tem diâmetro constante de 15 [mm].



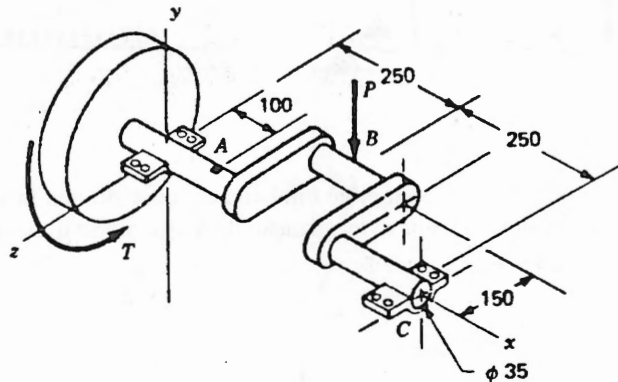
8) Devem-se determinar as tensões em dois pontos da viga engastada mostrada na figura abaixo. Tais pontos são: o elemento de tensão situado em A, na parte superior da superfície da viga e paralelo ao plano xz; o elemento situado em B, na parte anterior da superfície da viga e paralelo ao plano xy. O carregamento consiste das forças $F = 0,55$ [kN] e $P = 8$ [kN], e do torque $T = 30$ [N.m]. Desenhar ambos os elementos de tensão, identificando os eixos e as tensões com suas intensidades e direções adequadas.



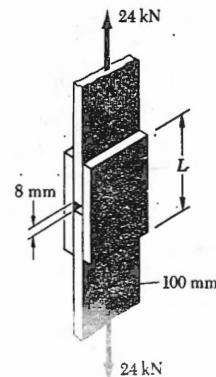
9) A figura abaixo mostra a árvore de manivelas e o volante de um compressor de ar monocilíndrico. Durante o funcionamento, usa-se parte da

potência acumulada no volante para se obter parte da força P no pistão. Neste problema, deve-se considerar que a força total P dos pistão resulta do torque de 600 [N.m] transmitido à árvore de manivelas pelo volante. No ponto A , situado a 100 [mm] do mancal da esquerda e na parte superior da superfície da árvore, localiza-se um elemento de tensão com os lados paralelos aos eixos x e z .

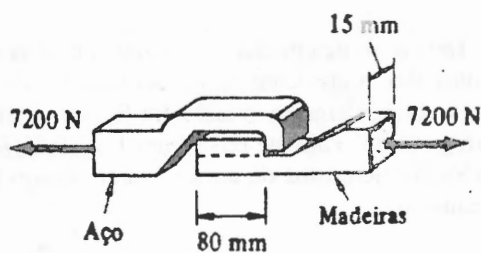
- Calcular as tensões que atuam em A .
- Determinar as tensões principais e suas direções para o elemento acima considerado.
- Fazer um esboço do elemento de tensão principal, orientando-o corretamente em relação aos eixos x e z e identificando as tensões e os ângulos.
- Esboçar outro elemento de tensão orientado corretamente, para mostrar a tensão de cisalhamento máxima e as tensões normais correspondentes, identificando seus elementos.



10) As peças de madeira A e B são ligados por sobrejuntas de madeira que são coladas nas superfícies de contato com as peças. Deixa-se uma folga de 8 [mm] entre as extremidades das peças A e B . Determinar o valor do comprimento L para que a tensão média de cisalhamento na superfície colada seja de 800 [kPa] .

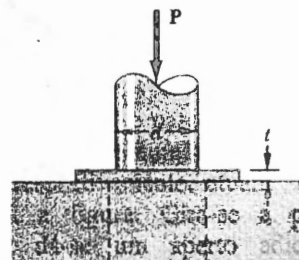


11) Ao se aplicar a força indicada, a peça de madeira se rompeu por corte ao longo da superfície indicada pela linha tracejada. Determine a tensão média de cisalhamento na superfície de ruptura.



12) Sabendo-se que a tensão de ruptura por cisalhamento de uma chapa de aço é 330 [MPa] , determinar:

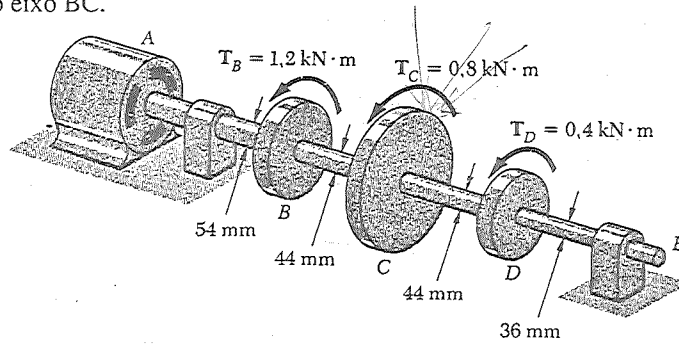
- A força P necessária para produzir, por punção, um furo de 30 [mm] de diâmetro em uma chapa de 9 [mm] de espessura.
- O valor da correspondente tensão normal no furador (punção).



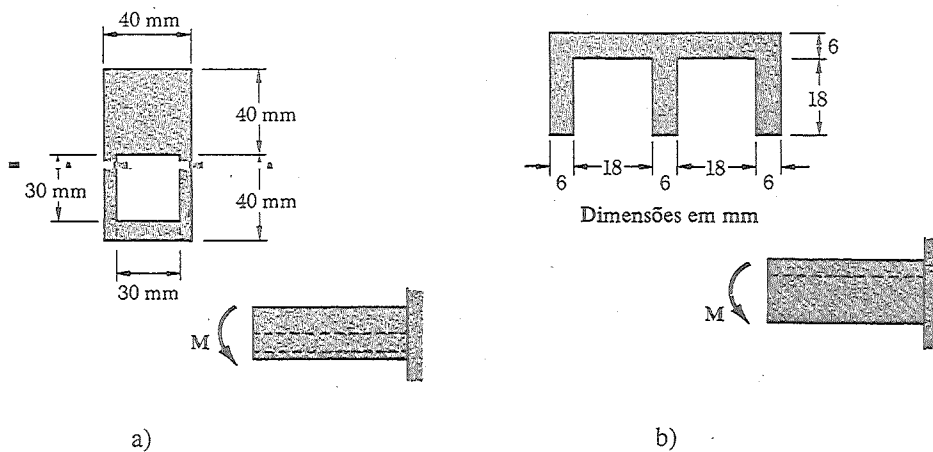
13) Determinar o momento de torção que pode ser aplicado a um eixo maciço de 80 [mm] de diâmetro sem exceder a tensão de cisalhamento admissível de 60 [MPa] . Resolver novamente adotando um eixo vazado de mesma massa e 80 [mm] de diâmetro interno.

14) Sob condições normais de funcionamento, o motor elétrico produz o torque de 2,4 [kN]. Sabendo-se que o eixo é maciço ao longo de todo o seu comprimento, determinar a máxima tensão de cisalhamento:

- No eixo AB.
- No eixo BC.

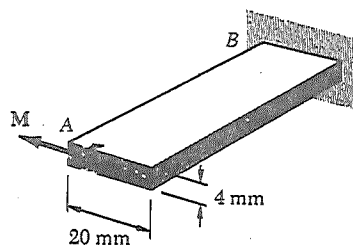


15) Determinar o valor do momento de flexão máximo M que pode ser aplicado às vigas de secção indicada, se a tensão admissível à tração é de 120 [MPa] e a tensão admissível à compressão é de 150 [MPa].



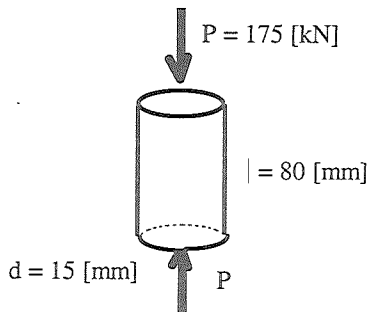
16) Sabe-se que, para a haste AB, a máxima tensão admissível é de 170 [MPa]. Determinar:

- O máximo conjugado M que pode ser aplicado à haste.
- O raio de curvatura da haste fletida por esse conjugado ($E=200$ [GPa])



Resolução da Lista 2

Exercício 1)



a) A tensão de compressão é dada por :

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{-175.000}{\frac{\pi 15^2}{4}} = \frac{-175.000}{176,715} = -990,295 \left[\frac{N}{mm^2} \right]$$

ou seja $\sigma = -99,0295 \left[\frac{kgf}{mm^2} \right]$

Resta agora um problema de unidades :

$$1 \left[\frac{kgf}{mm^2} \right] = 10 \left[\frac{N}{mm^2} \right] = 10 \left[\frac{N}{(10^{-3}m)^2} \right] = 10 \cdot 10^6 \left[\frac{N}{m^2} \right] = 10 [MPa]$$

$$\Rightarrow \sigma = -990,295 [MPa]$$

b) O valor de ε_l , deformação ou também chamada de deslocamento específico, é :

$$\sigma = E \cdot \varepsilon_l \Rightarrow \varepsilon_l = \frac{\sigma}{E} = \frac{-990,295 [MPa]}{2,10 \cdot 10^5 [MPa]} = -4,715 \cdot 10^{-3} [-], \text{ sem unidades e negativo}$$

porque $l_f < l_0$ (compressão).

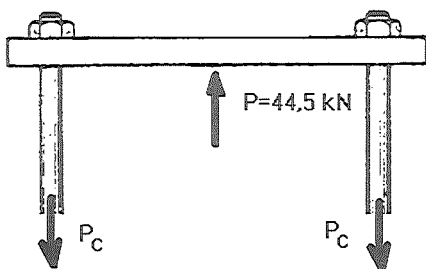
c) O deslocamento Δl neste caso é calculado assim:

$$\varepsilon_l = \frac{\Delta l}{l} \Rightarrow \Delta l = -4,715 \cdot 10^{-3} \times 80 [mm] = -0,377 [mm]$$

d) Por definição, o coeficiente de Poisson é:

$$\nu = -\frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_l} = -\frac{\Delta d}{d \cdot \Delta l} \Rightarrow \Delta d = -\frac{\nu \cdot d \cdot \Delta l}{l} = -\frac{0,3 \times 15 \cdot (-0,377)}{80} = 0,021 [mm]$$

Exercício 2)



a) Equação de equilíbrio das forças verticais

$$P = P_{c1} + P_{c2} \Rightarrow P = 2 \cdot P_c \text{ ou } P_c = \frac{P}{2}$$

$$P_c = \frac{44.500}{2} = 22.250 [N]$$

Na condição máxima $\Delta l = 0,400 [mm]$

e também $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{0,400 [mm]}{900 [mm]} = 4,44 \cdot 10^{-4} [-]$

Acharemos a área mínima para garantir esta deformação máxima

$$\sigma = \frac{P}{A} = E \cdot \varepsilon \Rightarrow A = \frac{P}{\varepsilon \cdot E} = \frac{22.250 [N]}{4,44 \cdot 10^{-4} \times 2,10 \cdot 10^5 \times 10^6 [Pa]} = 2,386 \cdot 10^{-3} [m^2]$$

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \Rightarrow \bar{d} = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi}} = 0,0174 [m] \text{ e, adotando uma margem de segurança } S = 2, \text{ temos}$$

$$d \geq \bar{d} \cdot S \Rightarrow d \geq 0,0174 \cdot 2 = 0,0348 [m]$$

Portanto, devido ao dimensionamento quanto à deformação, adotaremos $d = 35 [mm]$.

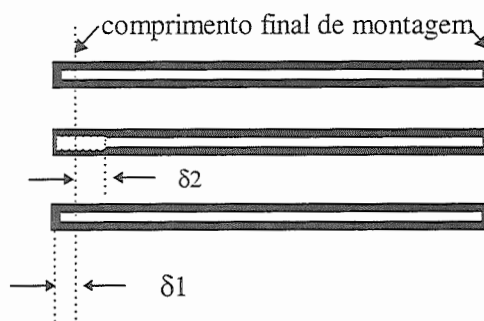
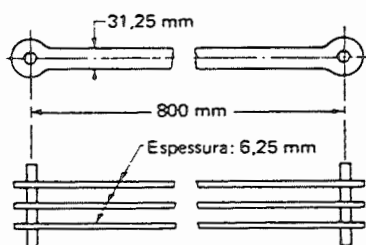
b) Neste caso, dimensionamento quanto à tensão,

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{22.250 [N]}{\frac{\pi \times 35^2 \times 10^{-6}}{4} [m^2]} = 23,126 [MPa] \ll \sigma_{\max}, \text{sen do } \sigma_{\max} = 140 [MPa]$$

ou seja, a peça foi dimensionada quanto à deformação e resultou superdimensionada quanto à tensão. Esta é uma situação bastante comum.

Exercício 3)

A situação após a montagem é :



A tala interna estende-se δ_2 e as duas externas contraem-se δ_1 . A rigor temos $\delta_1 < 0$ (compressão), porém tomando seu valor em módulo, a equação que exprime a compatibilidade geométrica é :

$$800,000 - \delta_1 = 799,925 + \delta_2 \Rightarrow \delta_1 + \delta_2 = 0,075 [mm] \quad (1)$$

O equilíbrio das forças dá : $F_2 = F_1 + F_3 \Rightarrow F_2 = 2 \cdot F_1 \quad (2)$

Por outro lado, sabemos que :

$$l_2 \equiv l_1 = l_3 = l \quad \text{e} \quad A_1 = A_2 = A_3 = A \quad \text{e também} \quad E_1 = E_2 = E_3 = E,$$

as peças tem mesma secção transversal e são feitas de mesmo material.

Temos ainda

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \Rightarrow \sigma_1 = \frac{F_1}{A} = E \cdot \frac{\delta_1}{l} \quad (3) \quad \text{e} \quad \sigma_2 = \frac{F_2}{A} = E \cdot \frac{\delta_2}{l} \quad (4)$$

Temos portanto 4 equações e 4 incógnitas. Fazendo (4) \div (3),

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{\delta_2}{\delta_1}$$

e juntando com (2) vem : $\delta_2 = 2 \cdot \delta_1$

Combinando agora com (1) vem

$$\delta_1 + 2 \cdot \delta_1 = 0,075 \Rightarrow \delta_1 = \delta_3 = 0,025 [mm] \quad \text{e} \\ \delta_2 = 0,050 [mm]$$

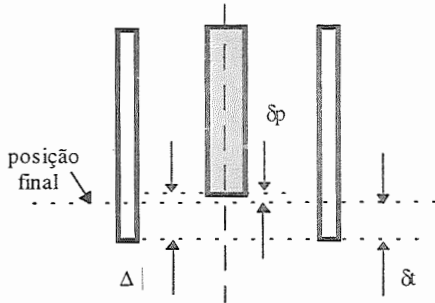
As tensões agora serão $\sigma_2 = E \cdot \varepsilon_2 = 2,10 \cdot 10^5 [MPa] \cdot \frac{0,050}{799,925} = 13,126 [MPa]$

$$\sigma_1 = \sigma_3 = E \cdot \varepsilon_1 = 2,10 \cdot 10^5 [MPa] \cdot \frac{(-0,025)}{800} = -6,562 [MPa] \quad (\text{compressão})$$

Exercício 4) O momento torçor M_t transmite a força tangencial F_t

Exercício 5) Depois do aperto adicional, o parafuso será tracionado e o tubo será comprimido

$$\text{Aperto de } \frac{1}{3} \text{ volta} \Rightarrow \Delta \ell = \frac{2,5}{3} = 0,833 \text{ [mm]}$$



Eq. de compatibilidade geométrica, conforme figura :

$$350 - 0,833 + \delta_p = 350 - \delta_t \Rightarrow \delta_t + \delta_p = 0,833 \text{ [mm]} \quad (1)$$

Eq. de equilíbrio de forças:

$$F_t = F_p \quad (2)$$

Teoria da Elasticidade:

$$\sigma_p = E_{aco} \cdot \varepsilon_p \quad , \quad \text{portanto} \quad \sigma_p = \frac{F_p}{A_p} = E_{aco} \cdot \frac{\delta_p}{\ell} \quad (3)$$

$$\text{e também :} \quad \sigma_t = \frac{F_t}{A_t} = E_{alumínio} \cdot \frac{\delta_t}{\ell} \quad (4)$$

Dividindo a eq. (3) pela eq. (4) e considerando a eq. (2):

$$\frac{A_t}{A_p} = \frac{E_{aco}}{E_{al}} \cdot \frac{\delta_p}{\delta_t} \Rightarrow \frac{\delta_p}{\delta_t} = \frac{A_t \cdot E_{al}}{A_p \cdot E_{aco}} \quad . \text{ As áreas das secções são as seguintes :}$$

$$A_t = \frac{\pi \times (0,04^2 - 0,022^2)}{4} = 8,76 \cdot 10^{-4} \text{ [m}^2\text{]}$$

$$A_p = \frac{\pi \times 0,02^2}{4} = 3,14 \cdot 10^{-4} \text{ [m}^2\text{]}$$

Substituindo na equação anterior

$$\frac{\delta_p}{\delta_t} = \frac{8,76 \cdot 10^{-4} \times 7,1 \cdot 10^4 \text{ [MPa]}}{3,14 \cdot 10^{-4} \times 2,07 \cdot 10^5 \text{ [MPa]}} = 0,9564$$

Substituindo na Eq. (1):

$$\delta_t + 0,9564 \cdot \delta_t = 0,833 \Rightarrow \begin{cases} \delta_t = 0,4259 \text{ [mm]} \\ \delta_p = 0,4074 \text{ [mm]} \end{cases}$$

$$L_{final} = 350 - \delta_t = 349,5741 \text{ [mm]}$$

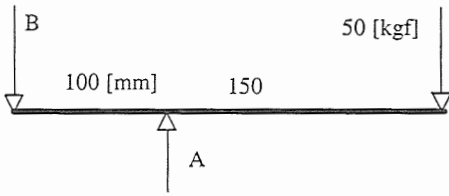
Com os valores de δ calculam-se as tensões :

$$\sigma_p = 2,07 \times 10^5 \text{ [MPa]} \times \frac{0,4074 \text{ [mm]}}{350 \text{ [mm]}} = 240,94 \text{ [MPa]}$$

$$\sigma_t = 7,10 \times 10^4 \text{ [MPa]} \times \frac{0,4259 \text{ [mm]}}{350 \text{ [mm]}} = 186,39 \text{ [MPa]}$$

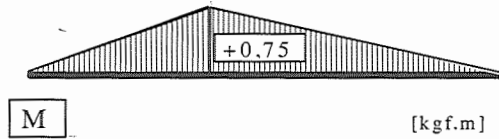
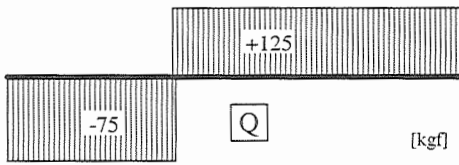
Exercício 6)

a) Cálculo das reações:



$$\begin{cases} \sum F_y = 0 & \Rightarrow & A = B + 50 \\ \sum M_A = 0 & \Rightarrow & 100 \cdot B = 50 \cdot 150 \\ \Rightarrow B = 75 \text{ [kgf]} & & A = 125 \text{ [kgf]} \end{cases}$$

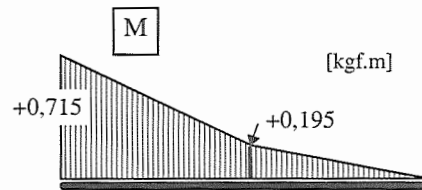
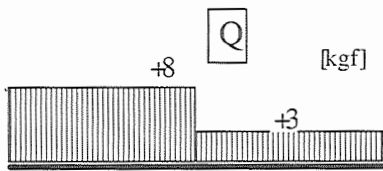
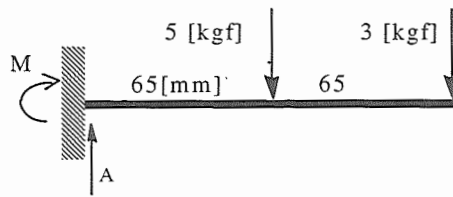
Estes exercícios seguem sempre a mesma rotina. Escrevem-se as equações de equilíbrio que são a seguir resolvidas para serem obtidas as reações dos apoios. Uma vez que estas são calculadas, passa-se à determinação dos diagramas de força cortante e momentos fletores e torçores.



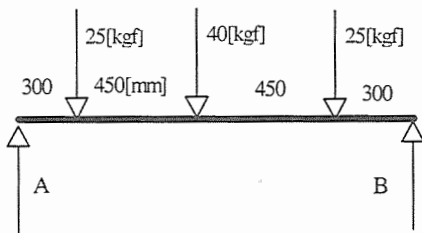
Não ha momento torçor neste caso.

b) Cálculo das reações

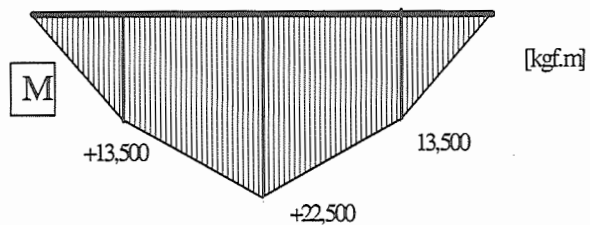
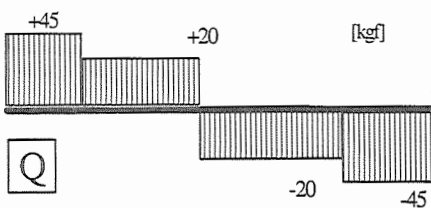
$$\begin{cases} A = 5 + 3 = 8 \text{ [kgf]} \\ M = 5 \cdot 65 + 3 \cdot 130 = 715 \text{ [kgf} \cdot \text{mm]} \\ M = 0,715 \text{ [kgf} \cdot \text{m]} \end{cases}$$



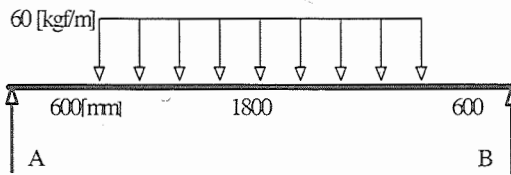
c) Cálculo das reações



$$\begin{cases} A + B = 90 \\ B \cdot 1500 = 300 \cdot 25 + 750 \cdot 40 + 1250 \cdot 25 \\ B = 45 \text{ [kgf]} & A = 45 \text{ [kgf]} \end{cases}$$

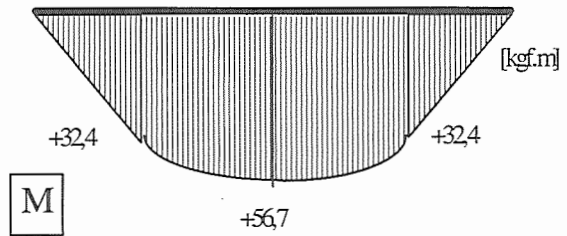
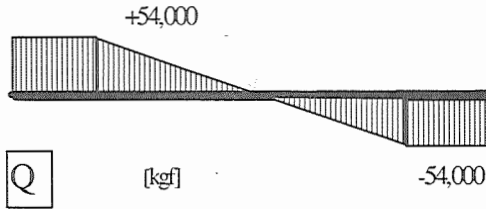


d) Cálculo das reações:



$$\begin{cases} A + B = 60 \cdot 1,800 \\ B \cdot 3,000 = 108,00 \cdot 1,500 \end{cases}$$

$$B = 54,00 \text{ [kgf]} \quad A = 54,00 \text{ [kgf]}$$



Exercício 7)

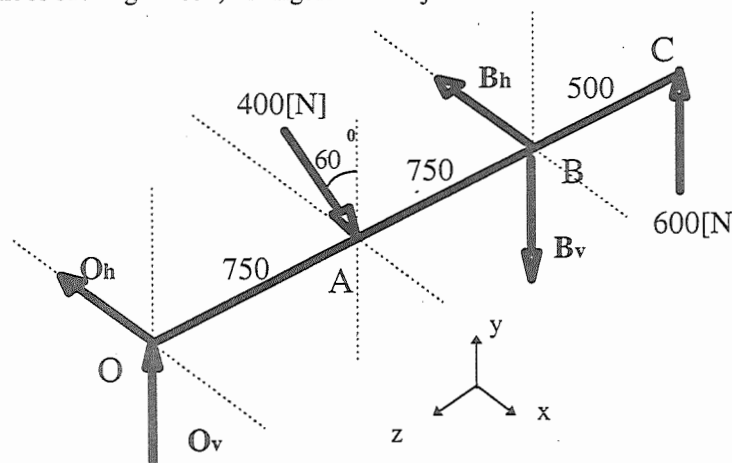
Cálculo das reações nos mancais:

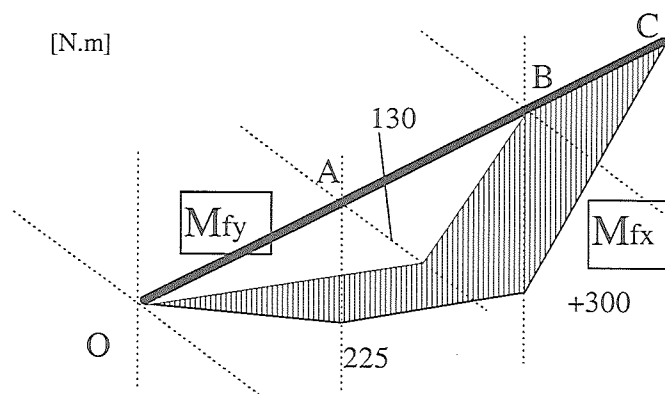
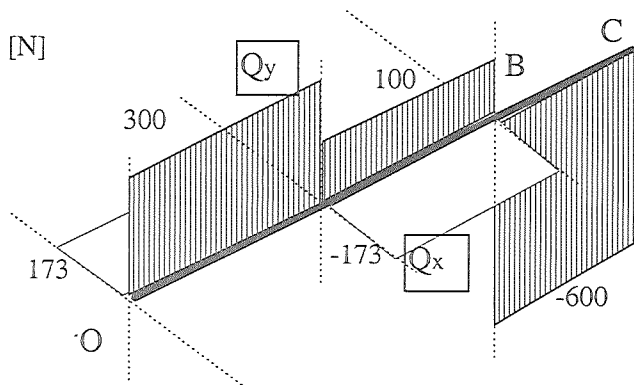
$$\begin{cases} \Sigma F_H = 0 \Rightarrow O_H + 400 \cdot \sin(60^\circ) + B_H = 0 \\ \Sigma F_V = 0 \Rightarrow O_V - 400 \cdot \cos(60^\circ) + B_V + 600 = 0 \\ \Sigma M_V^O = 0 \Rightarrow 400 \cdot \cos(60^\circ) \cdot 0,750 - B_V \cdot 1,500 - 600 \cdot 2,000 = 0 \\ \Sigma M_H^O = 0 \Rightarrow 400 \cdot \sin(60^\circ) \cdot 0,750 + B_H \cdot 1,500 = 0 \end{cases}$$

A solução destas equações resulta em :

$$B_H = -173,20 \text{ [N]} \quad B_V = -700 \text{ [N]} \quad O_V = 300 \text{ [N]} \quad O_H = -173,20 \text{ [N]}$$

Neste caso temos esforços em dois planos (horizontal e vertical, ou xz e yz) portanto teremos dois diagramas de força cortante (Qh e Qv, ou Qx e Qy) e dois diagramas de momento fletor (Mfh e Mfv, ou Mfy e Mfx). Não temos esforços normais Pz. Notar que assumimos B_v, B_H e O_H com sentido errado (valores obtidos são negativos !). A figura abaixo já tem os sentidos corretos.





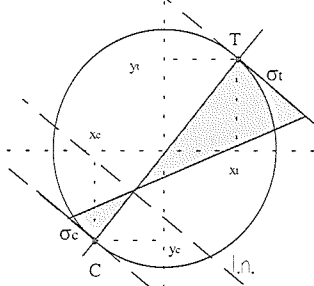
No caso geral temos

$$\sigma_N = \frac{P_z}{A} + \frac{M_{fx}}{J_x} \cdot y + \frac{M_{fy}}{J_y} \cdot x$$

e a equação da linha neutra

$$y = -\left(\frac{M_{fy} \cdot J_x}{M_{fx} \cdot J_y}\right) \cdot x - \frac{P_z \cdot J_x}{A \cdot M_{fx}}$$

. Isto é ilustrado na figura ao lado.



No caso de secção circular, $J_x = J_y = J$. Também temos em nosso caso particular, $P_z = 0$, o que implica que a linha neutra passa pelo CG. Entretanto os pontos de máxima tração e de máxima compressão são ligados por uma linha inclinada em relação à vertical, devido à existência do momento horizontal. Estes pontos tem coordenadas :

$$x_{T,C} = \pm \frac{M_{fy}}{\sqrt{M_{fx}^2 + M_{fy}^2}} \cdot r \quad e \quad y_{T,C} = \pm \frac{M_{fx}}{\sqrt{M_{fx}^2 + M_{fy}^2}} \cdot r$$

. Substituindo na equação inicial temos :

$$\sigma_{N,T} = \frac{r}{J} \cdot M_R \quad e \quad \sigma_{N,C} = -\frac{r}{J} \cdot M_R \quad , \quad \text{onde} \quad M_R = \sqrt{M_{fx}^2 + M_{fy}^2}$$

Como não existe força normal, a tensão normal é totalmente devida à flexão. A tensão normal máxima ocorrerá no ponto de máximo Momento Resultante M_R

No ponto A temos : $M_R = \sqrt{M_{fx}^2 + M_{fy}^2} = 259,25 [N \cdot mm]$

e em B temos : $M_R = M_{fx} = 300 [N \cdot mm]$

Desta forma a máxima tensão ocorrerá na secção B e seus valores serão :

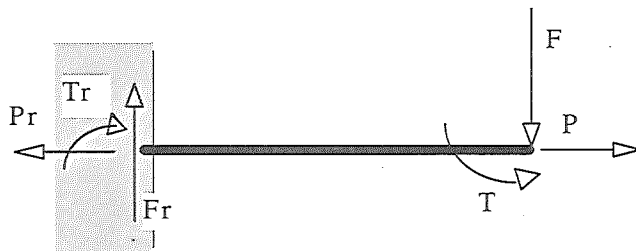
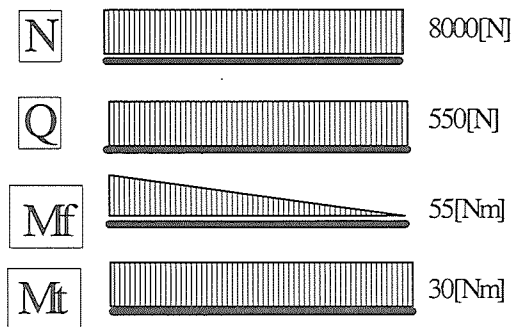
$$\sigma_t = \frac{d \times 64}{2 \times \pi \times d^4} \cdot M_R = \frac{32 \times 300}{\pi \times (15 \cdot 10^{-3})^3} = 905,41 [MPa]$$

$$\sigma_c = -905,41 [MPa]$$

É interessante notar que no ponto B , como $M_{fy}=0$, $x_T = x_C = 0$

Exercício 8)

Os diagramas dos esforços solicitantes são bastante simples e podem ser vistos abaixo



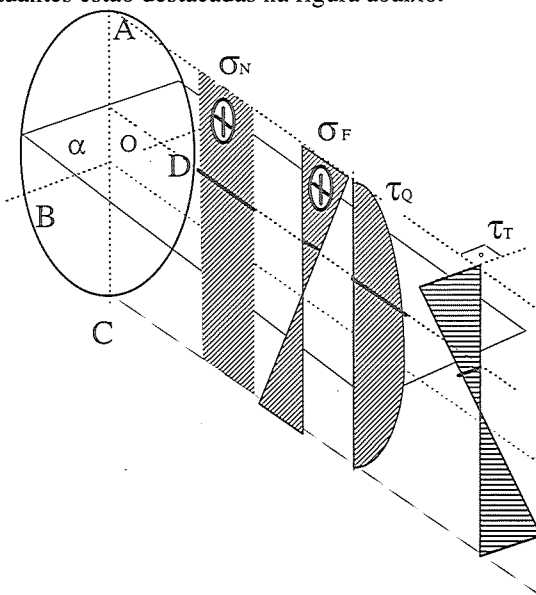
tem os diagramas de tensões mostrados abaixo. Tem-se a tensão normal σ_N devida à força P, tensão normal σ_F devida à flexão causada por F, a tensão tangencial τ_Q devida à cortante F e a tensão tangencial τ_T devida ao momento de torção T.

Se combinarmos $\sigma_N + \sigma_F$ teremos a L.N. passando abaixo do CG.

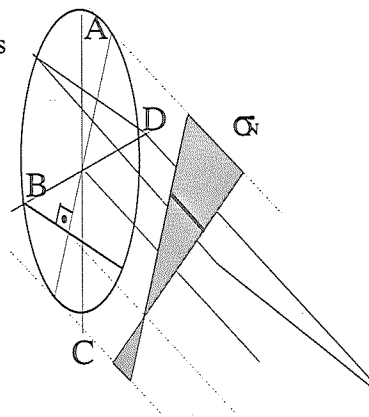
No plano horizontal genérico α , as tensões atuantes estão destacadas na figura abaixo.

Os valores máximos destas tensões são :

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_N &= \frac{P}{A} = \frac{+8000[N]}{\frac{\pi \times 0,02^2}{4} [m^2]} = +25,46 [MPa] \\ \sigma_f &= \frac{M_f}{W_f} = \frac{55 [N.m]}{\frac{\pi \times 0,02^3}{32} [m^3]} = 70,03 [MPa] \\ \tau_t &= \frac{M_t}{W_t} = \frac{30 [N.m]}{\frac{\pi \times 0,02^3}{16} [m^3]} = 19,10 [MPa] \\ \tau_q &= \frac{4.Q}{3.A} = \frac{4 \times 550 [N]}{3 \times \pi \times 0,02^2 [m^2]} = 2,33 [MPa] \end{aligned} \right.$$

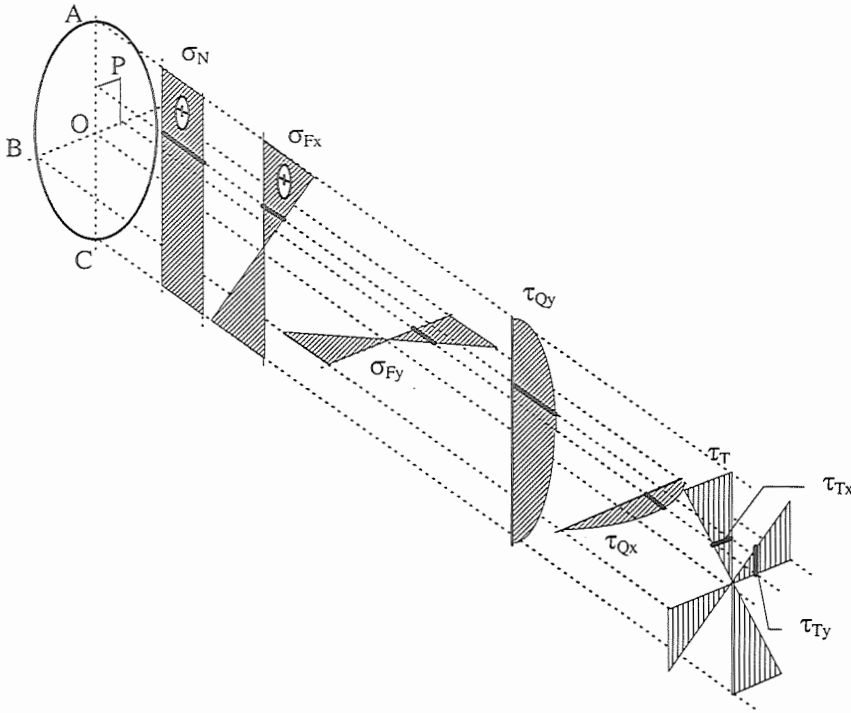


Na figura à direita está representada a situação mais geral de solicitações normais, (não é o caso deste exercício) em que também existe um momento fletor horizontal. A tensão normal causada pela força normal combina-se com a causada pelos dois momentos de flexão (horizontal e vertical). O resultado é a tensão σ_N



Um caso ainda mais geral é visto na figura a seguir, na qual, sobre a seção transversal estão aplicadas tensões normais e tangenciais simultaneamente. No plano vertical atuam a tensão normal devida à força normal (σ_N), a tensão normal devida a flexão em torno do eixo horizontal (σ_{Fx}), a tensão de cisalhamento devida a força cortante vertical (τ_{Qy}) e a tensão de cisalhamento devida ao momento de torção (τ_T).

No plano horizontal atuam a mesma tensão normal (σ_N) (não representada na figura para simplificação), a tensão normal devida a flexão em torno do eixo vertical (σ_{Fy}), a tensão de cisalhamento devida a força cortante horizontal (τ_{Qx}) e a tensão de cisalhamento devida ao momento de torção (τ_T).

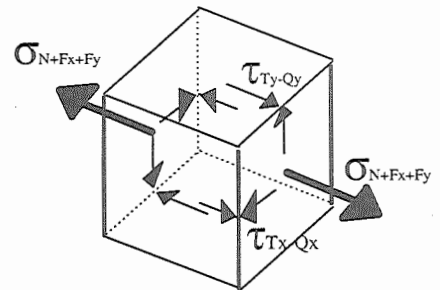
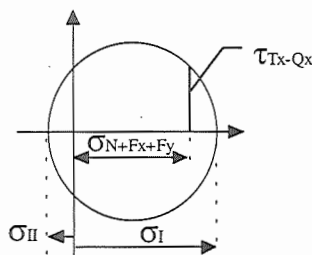
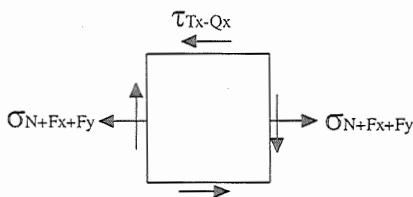


Num Ponto genérico P as tensões atuantes acham-se também representadas pelas linhas grossas na figura.

Na realidade a tensão de cisalhamento devida ao momento de torção atua na direção tangente ao raio OP. Os valores representados na figura (τ_{Tx} e τ_{Ty}) são as componentes dessa tensão.

Tomando-se um elemento de tensão localizado no ponto P e alinhado com os eixos x, y e z temos a situação do cubo da figura abaixo à direita.

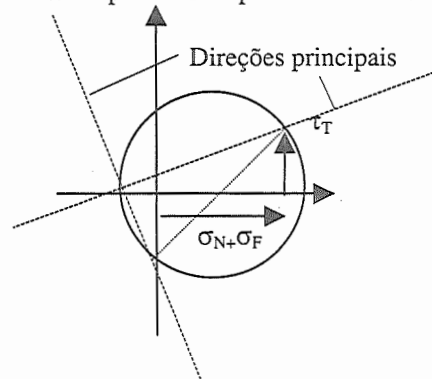
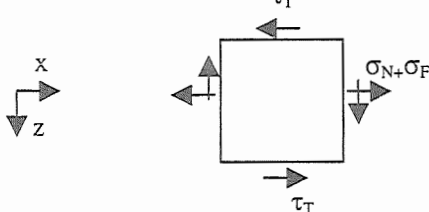
Neste caso teremos para a face superior, por exemplo, o seguinte círculo de Mohr.



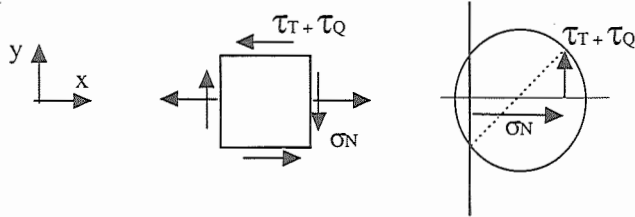
É importante ressaltar que os valores de tensão principais σ_I e σ_{II} mostrados na figura são validos somente para a face. Eles atuam em direções tais, que a tensão de cisalhamento é nula na face. As tensões principais do elemento tridimensional podem ser encontradas a partir das raízes de uma equação cúbica (veja equação 2.10, pg 28, Shigley, Elementos de Máquinas, Vol I). Em um caso genérico elas não estarão alinhadas com nenhuma das faces e portanto as tensões σ_I e σ_{II} mostradas acima não serão tensões principais do elemento tridimensional.

Voltando ao presente exercício, se tomarmos uma porção de material próximo ao ponto A teremos a situação da figura abaixo.

Tensões no ponto A



No ponto B temos as seguintes tensões atuando

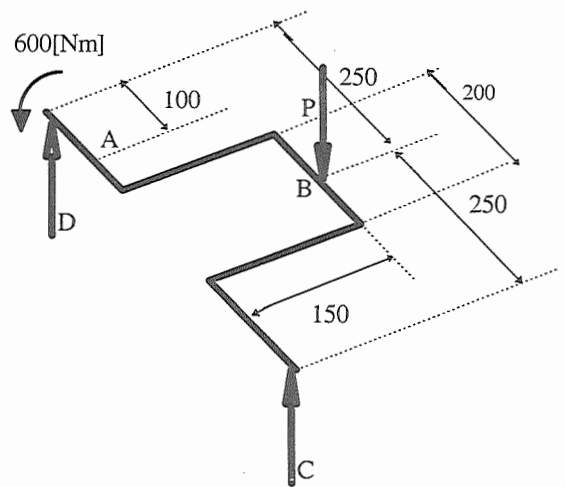


Exercício 9) Cálculo das reações:

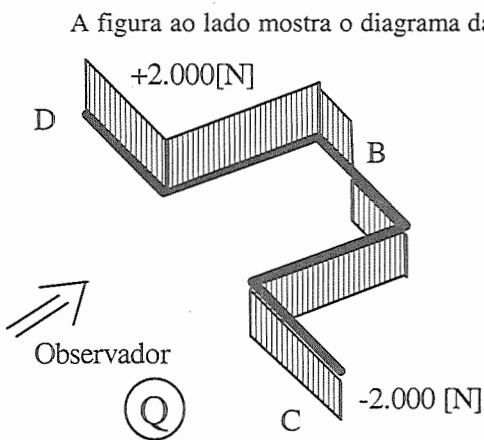
$$P \cdot 0,15 = 600[N \cdot m]$$

$$P = 4000[N]$$

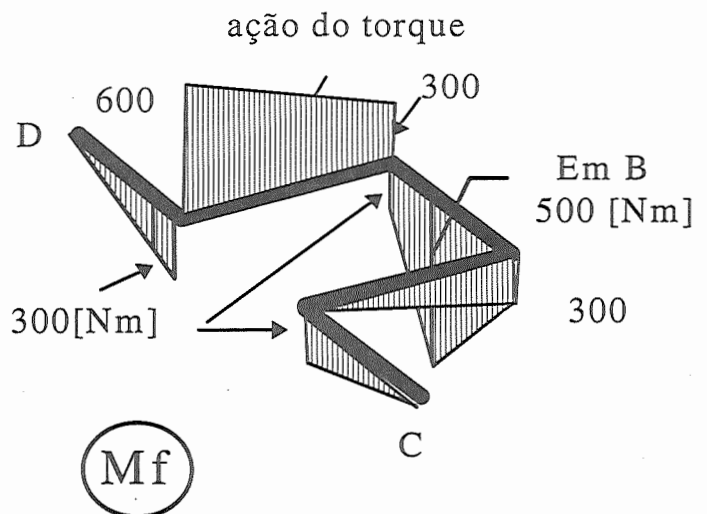
$$\begin{cases} \sum F_y = 0 \Rightarrow C + D = 4000 \\ \sum M_D = 0 \Rightarrow C \cdot 0,500 = 4000 \cdot 0,250 \\ \Rightarrow C = 2000[N] \quad D = 2000[N] \end{cases}$$



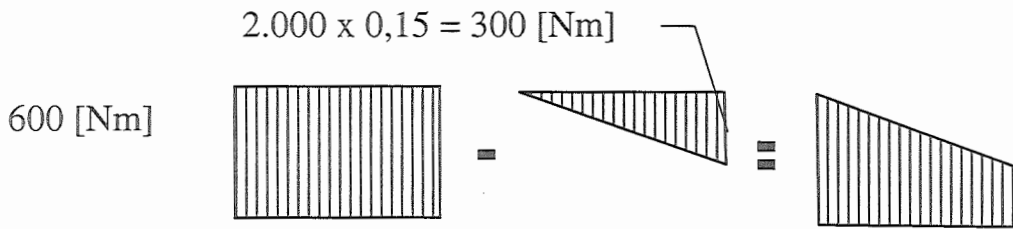
Os diagramas dos esforços são os seguintes:
(Obs. A largura de 200[mm] da manivela foi adotada)



É importante notar que certas convenções usadas em casos simples como vigas, ficam ambíguas em estruturas 2D ou 3D. Para evitar confusão é bom destacar na figura onde está o observador para então adotar o sentido como positivo quando a cortante percorre a secção no sentido horário. Em certos casos, a cortante pode ter 2 componentes.



Outra situação interessante acontece no gráfico do momento de flexão. Temos aí o momento de torção (torque) ocasionando uma flexão do braço da manivela conforme observado na figura. Alí se tem uma parcela constante de 600 [Nm], devida ao torque, acarretando tração em cima adicionada algébricamente a outra, variável linearmente devido à ação da reação em D, ocasionando tração na fibra de baixo.

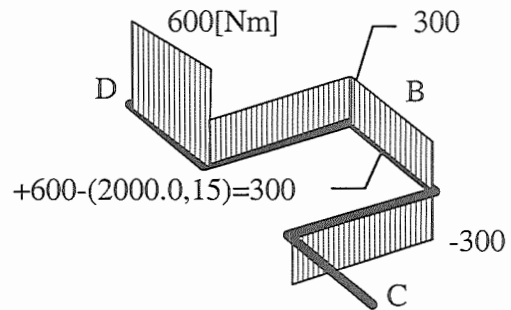


Note que, por convenção, desenhamos o gráfico do lado da tração (fibra tracionada).

Na região da manivela onde está o ponto B apenas a força de reação exerce influência. O gráfico parte de um valor $2.000 \times 0,15 = 300 \text{ [Nm]}$ até atingir $2.000 \times 0,25 = 500 \text{ [Nm]}$ no centro (ponto B).

Nos dois últimos trechos da manivela temos também casos mais simples, bastando notar que o braço de ação da força de reação C muda de orientação espacial.

No gráfico do momento de torção M_t , a convenção de sinal é a seguinte: "colocamos um conjunto parafuso/porca hipotético de rosca direita coincidindo com o trecho em análise. Considere-se o M_t atuante e aquele que precisa ser aplicado à secção para equilibrá-lo. Se esta configuração de momentos aperta o parafuso então o sinal é tomado como positivo. Se os momentos desapertam o parafuso então o sinal é negativo".



(T)

No primeira parte da peça a partir da esquerda, a reação D não torce a secção, temos apenas a ação do torque externo. Numa secção genérica neste trecho, quando consideramos este torque e o M_t que o equilibra, configura-se um aperto do parafuso hipotético e portanto o M_t é positivo e seu valor é constante (braço da força é constante) e igual a 600 [Nm] ao longo desta parte. No segundo trecho da manivela temos apenas a torção devida à força D, ou seja $2000 \times 0,15 = 300 \text{ [Nm]}$. O torque externo não causa torção aqui, e o sinal continua positivo, usando-se a convenção dada.

No terceiro trecho (o qual contém o ponto B), temos uma combinação do torque externo de 600 [Nm] e no sentido inverso a torção ocasionada por D ($2000 \times 0,15 = 300 \text{ [Nm]}$), resultando 300 [Nm] no sentido positivo de acordo com a convenção.

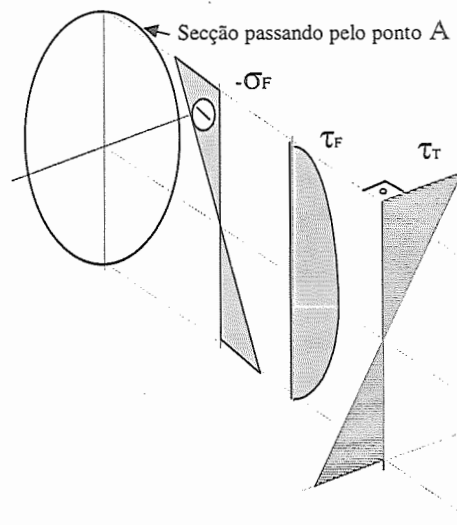
O penúltimo trecho apresenta uma peculiaridade. Se calculamos o valor de M_t a partir da extremidade D temos : $2.000 \times 0,35 - 4.000 \times 0,1 = +300 \text{ [Nm]}$. Entretanto a convenção de sinal mostra que o sinal correto é negativo. O cálculo a partir do extremo C mostra mais claramente que o correto é mesmo -300 [Nm] . O último trecho tem $M_t = 0$.

a) Na figura ao lado são mostradas as tensões que atuam no secção transversal passando pelo ponto A.

$$\sigma_x = \sigma_f = \frac{M_f}{W_f} = \frac{-200[N.m]}{\frac{\pi \times 0,035^3}{32} [m^2]} = -47,51 [MPa]$$

$$\tau_T = \frac{M_T}{W_t} = \frac{T.r}{J_T} = \frac{600[N.m] \cdot 0,0175}{\frac{\pi \times 0,035^4}{32}} = 71,27 [MPa]$$

$$\tau_F = 0 \quad (\text{No ponto A})$$



b) No caso deste exercício não temos tensão perpendicular ao plano do elemento de tensão em A. Isto caracteriza um estado plano de tensões. Portanto as tensões principais são dados por:

$$\sigma_y = 0 \Rightarrow \sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x}{2} \pm \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{4} + \tau^2}$$

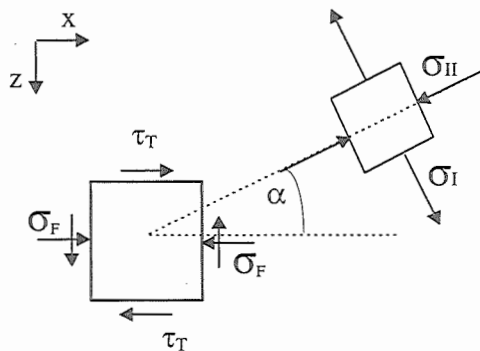
$$\sigma_{1,2} = \frac{-47,51}{2} \pm \sqrt{\frac{47,51^2}{4} + 71,27^2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sigma_1 = +51,369 [MPa] \\ \sigma_2 = -98,879 [MPa] \end{cases}$$

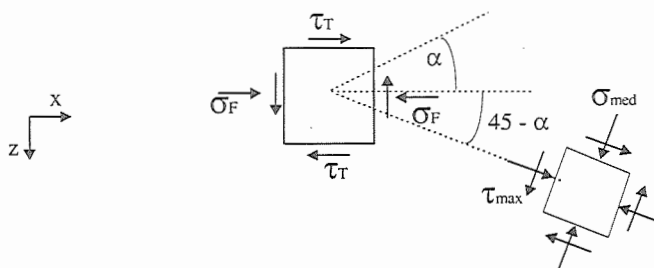
e o ângulo em que essas tensões atuam é dado por:

$$\operatorname{tg}(2 \cdot \alpha) = \frac{2 \cdot \tau}{-\sigma_x} = \frac{2 \cdot 71,27}{-47,51} \Rightarrow \alpha = -35,78^\circ \quad (\text{anti-horário})$$

c) O esboço do elemento posicionado nas direções principais pode ser visto na figura ao lado, juntamente com o elemento alinhado com os eixos.



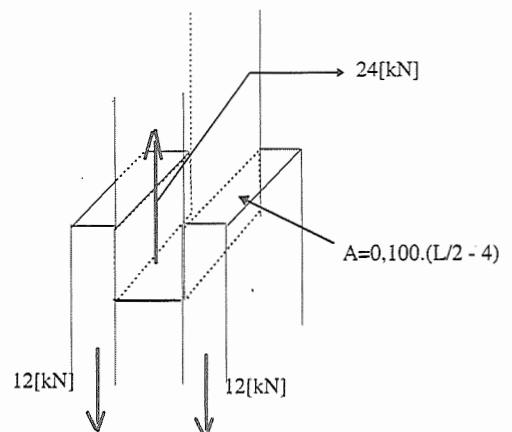
d) Como sabemos a máxima tensão de cisalhamento está a 45° dos eixos principais.



Exercício 10) A tensão de cisalhamento (ou tangencial) média não deve ultrapassar 800 [kPa]

$$\tau_{med} = \frac{Q}{A} = 800 [kPa]$$

A área onde atua esta tensão, de cada lado, é:

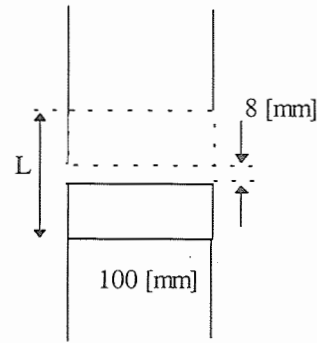


$$A = 0,100 \cdot \left(\frac{L}{2} - 0,004 \right)$$

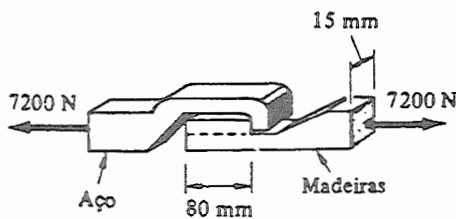
e portanto :

$$\tau_{med} = \frac{24000}{2 \cdot 0,100 \cdot \left(\frac{L}{2} - 0,004 \right)} = 800000 [Pa]$$

$$\Rightarrow L = 0,308 [m]$$



Exercício 11) A tensão média de cisalhamento é dada por : $\tau_m = \frac{Q}{A}$



Temos portanto todos os valores necessários para o cálculo:

$$\tau_m = \frac{7200}{0,080 \times 0,015} = 6 [MPa]$$

Exercício 12) Novamente $\tau_m = \frac{Q}{A}$

a) A força necessária para romper a chapa por cisalhamento será:

$$\tau_r = 330 [MPa] \Rightarrow \tau_m = \frac{Q}{A} \Rightarrow \frac{P}{\pi \times 0,030 \times 0,009} \leq 330 \cdot 10^6 [Pa]$$

$$\Rightarrow P \leq 279.916 [N]$$

b) A tensão normal no punção será :

$$\sigma = \frac{P}{\frac{\pi \times d^2}{4}} = \frac{279.916 \times 4}{\pi \times 0,03^2} = 396 [MPa]$$

Exercício 13) O momento máximo é dado pela expressão abaixo

$$\tau_{max} = \frac{M_{max}}{W_t} \Rightarrow M_{max} = \tau_{max} \cdot W_t = 60 \cdot 10^6 [Pa] \cdot \frac{\pi \times 0,08^3}{32} [m^3]$$

$$M_{max} = 3015,9 [N \cdot m]$$

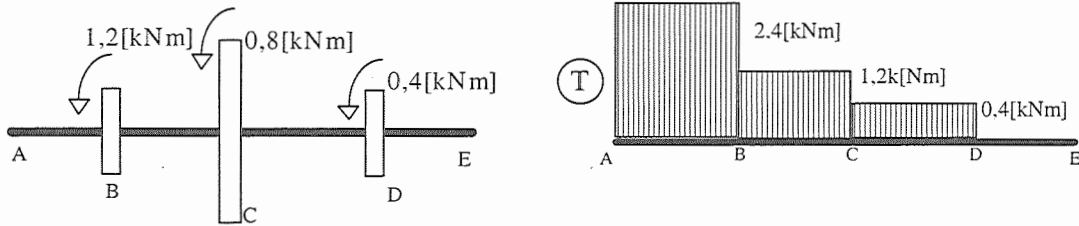
Se adotarmos agora um eixo de mesma massa e 80 [mm] de diâmetro interno, o diâmetro externo deverá ser tal que conserve o mesmo volume (a densidade é a mesma em ambos os casos):

$$\pi \times \frac{d^2}{4} \times L = \frac{\pi}{4} \times (D^2 - d^2) \times L \Rightarrow D = \sqrt{2} \times d \Rightarrow D = 113,14 [mm]$$

O novo módulo de resistência à torção será:

$$W_t = \frac{\pi \times (D^3 - d^3)}{32} = 91,19 \cdot 10^{-6} [m^3] \Rightarrow M_{max} = W_t \cdot \tau_{max} = 91,19 \cdot 10^{-6} \times 60 \cdot 10^6 = 5471,4 [N \cdot m]$$

Exercício 14)



a) a máxima tensão de cisalhamento no trecho AB será

$$\tau_{AB} = \frac{T_{AB}}{W_t} = \frac{2400}{W_t} = \frac{2400}{\frac{\pi \times 0,054^3}{32}} = 155,25 [MPa]$$

b) No trecho BC, temos :

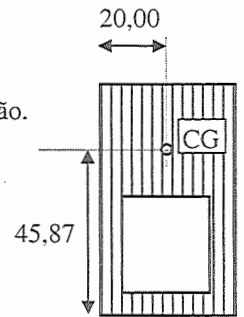
$$\tau_{BC} = \frac{T_{BC}}{W_t} = \frac{1200}{W_t} = \frac{1200}{\frac{\pi \times 0,044^3}{32}} = 143,49 [MPa]$$

Exercício 15 a) Como não existe força normal, a linha neutra passa pelo CG da secção. Inicialmente calculamos o valor de suas coordenadas

$$\bar{x} = 20 [mm] \text{ (por simetria)}$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y \cdot dA}{A} = \frac{(40 \times 40) \times 60 + 2 \times (5 \times 40) \times 20 + 30 \times 10 \times 5}{80 \times 40 - 30 \times 30}$$

$$\bar{y} = 45,87 [mm]$$



No cálculo do momento de inércia a flexão, primeiro calculamos o J da secção como se fosse simétrica e depois usamos o teorema dos eixos paralelos para obter J em torno do CG. Depois de calcular o J da figura cheia, retiramos a parte vazia.

$$J = \frac{b \cdot h^3}{12}$$

$$J = \frac{0,04 \times 0,08^3}{12} + 0,080 \times 0,040(0,04587 - 0,040)^2 - \left[\frac{0,03 \times 0,03^3}{12} + 0,030^2 \times (0,04587 - 0,025)^2 \right]$$

$$= 1,357 \cdot 10^{-6} [m^4]$$

Cálculo do momento máximo :

$$\sigma_{\max} = \frac{M_f}{W_f} \Rightarrow M_{f_{\max}} = \sigma_{\max} \cdot W_f = \sigma_{\max} \cdot \frac{J}{y} = \sigma_{\max} [Pa] \cdot \frac{1,357 \cdot 10^{-6} [m^4]}{y [m]}$$

No ponto de máxima tração (fibra superior) $y = 0,080 - 0,04587 = 0,03413 [m]$ e $\sigma_{\max} = 120 [MPa]$

$$\Rightarrow M_{f_{\max \text{ tração}}} = 120 \times 10^6 \frac{1,357 \cdot 10^{-6}}{0,03413} = 4772,67 [N.m]$$

No ponto de máxima compressão (fibra inferior) $y = 0,04587 [m]$ e $\sigma_{\max} = 150 [MPa]$

$$\Rightarrow M_{f_{\max \text{ compressão}}} = \frac{1,357 \times 10^{-6} \times 150 \times 10^6}{0,04587} = 4437,54 [N.m]$$

b) Este exercício segue exatamente o raciocínio do anterior, só mudando o cálculo do CG e do momento de área J.

Exercício 16) a) O momento máximo é dado por

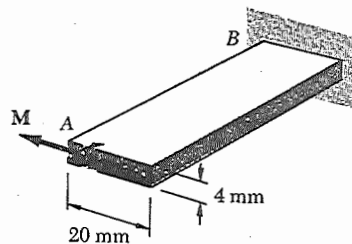
$$M_{\max} = \sigma_{\max} \cdot W_f = \sigma_{\max} \cdot \frac{J}{y}$$

e neste caso

$$J = \frac{0,04 \times 0,02^3}{12} = 0,026 \cdot 10^{-6} [m^4]$$

e $\sigma_{\max} = 170$ [MPa] e finalmente :

$$M_{\max} = \frac{170 \cdot 10^6 \times 0,026 \cdot 10^{-6}}{0,010} = 442 [N \cdot m]$$



b) De acordo com a teoria da flexão :

$$\sigma = \frac{E \cdot y}{R}$$

onde R é o raio de curvatura da flexão. O momento acima ocasiona

$$\sigma_{\max} = 170 \text{ [MPa]} \text{ e } y = 0,010 \text{ [m]} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{E \cdot y}{\sigma} = \frac{200 \cdot 10^9 \times 0,01}{170 \cdot 10^6} = 11,76 [m]$$

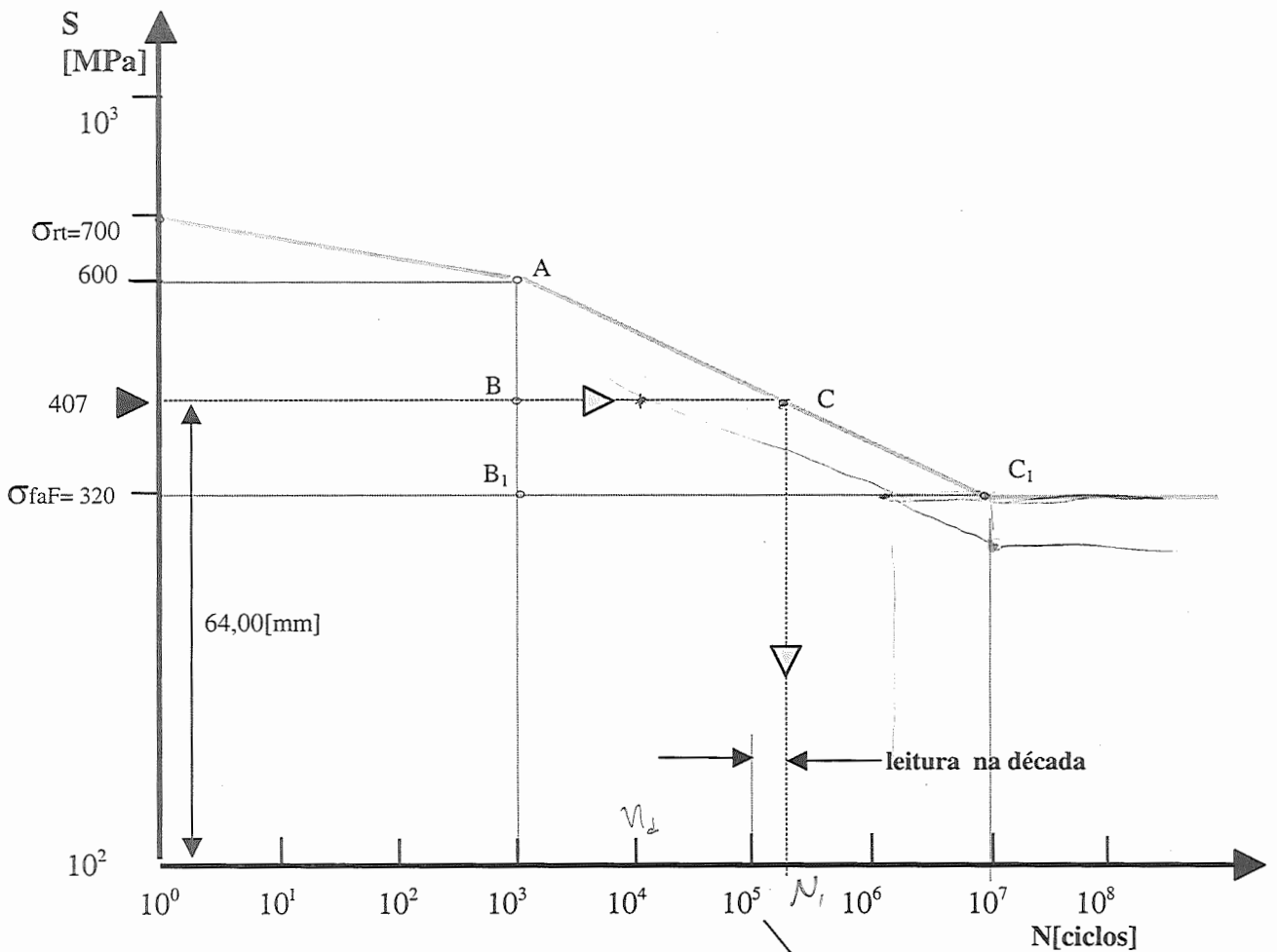
Lista 3

1. Cite, comentando, 5 fatores que influem na fadiga dos materiais.
2. Qual a influência sobre a fadiga da temperatura de trabalho e da frequência (1/tempo de ciclo)?
3. Comentar a diferença de comportamento à fadiga entre o aço e o alumínio.
4. Traçar o diagrama de WÖHLER para um aço com tensão de ruptura à tração de 700 [MPa] e tensão limite de resistência à fadiga por flexão 320 [MPa], para $N_c = 10^7$ [ciclos], sabendo que para 1000 [ciclos] o corpo de prova rompe a 600 [MPa].
5. Um eixo liso, bi-apoiado, com carga no meio do vão de 1 [m] no valor de 20000 [N] e de diâmetro 50 [mm], feito do aço do exemplo 4, roda a 2000 [rpm].
Qual a vida do eixo em horas?
Qual deve ser o valor da carga para se ter vida infinita?
6. Um aço tem tensão de ruptura de 55 [kgf/mm²], tensão limite de resistência à fadiga $S_f = 27,6$ [kgf/mm²] e $N_c = 10^6$ [ciclos]. Se uma peça feita deste aço for submetida a $\sigma_1 = 41,3$ [kgf/mm²] por $n_1 = 3000$ [ciclos], qual será o novo limite de fadiga?
7. Qual será a vida que resta ao eixo do exercício 5 depois de rodar 50 [horas] com 16000 [N] de carga?

Idem ao caso do exercício 5, sendo que o eixo roda 50 [horas] com 16.000 [N]. Qual será a vida que resta ao mesmo se a carga mudar para 17.000 [N] ?

Resolução da lista 3
Exercício 4

$$\frac{n_1}{N_1} = \frac{n_2}{N_2} = \dots$$



Obs.: - escala é dada em [mm/década]
- todas as dimensões relativas ao gráfico de WOHLER são dadas em [mm]

Para se achar a coordenada de um ponto que se quer lançar no gráfico usamos :

$$\log\left(\frac{S \text{ ou } N}{\text{valor início da década}}\right) \times \text{escala} = (\text{valor da coordenada em [mm] a lançar no gráfico a partir do início da década})$$

Para obter o valor da função a partir da leitura no gráfico usamos :

$$10^{\left(\frac{\text{leit. na década}}{\text{escala}}\right)} \times \text{valor do início da década} = \text{valor da função}$$

No gráfico acima a escala horizontal é de 16 [mm/década] e a vertical é de 105 [mm/década]. Se quisermos achar a ordenada correspondente a $S = 407$ [MPa], teremos:

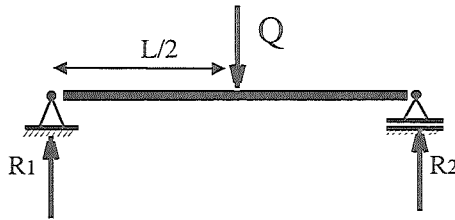
$$\log\left(\frac{407}{10^2}\right) \times 105 = 64,00 \text{ [mm]}$$

Da mesma forma, se a leitura na década correspondente for de 5,0 [mm] o número de ciclos com o qual romperá o corpo de prova a 407 [MPa] será:

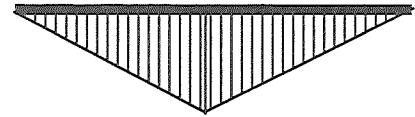
$$10^{\left(\frac{5}{16}\right)} \times 10^5 = 205.352 \text{ [ciclos]}$$

Ressalte-se entretanto que o método gráfico é aproximado, não dando valores muito exatos.

EXERCÍCIO 5



M_f [N.m]



$$Q.L/4 = 20.000 \times 1/4 = 5.000 \text{ [N.m]}$$

Cálculo das reações :

$$\Sigma F_v = 0 \Rightarrow R_1 + R_2 = Q$$

$$\Sigma M = 0 \Rightarrow Q.L/2 = R_2.L \Rightarrow R_2 = R_1 = \frac{Q}{2} = 10.000 \text{ [N]}. \text{ O diagrama acha-se acima.}$$

a) O módulo de resistência a flexão é : $W_f = \frac{\pi d^3}{32} = 1,2271 \times 10^{-5} \text{ [m}^3 \text{]}$

A tensão atuante no ponto mais crítico (meio do eixo)

$$\sigma = \frac{M}{W_f} = \frac{5000}{1,2271 \times 10^{-5}} = 407,46 \text{ [MPa]}. \text{ No exercício anterior vimos que se calcularmos com a}$$

ajuda do gráfico obtemos aproximadamente 205.325 ciclos de vida do eixo. Entretanto , para obter um valor mais exato podemos calcular analiticamente . Usando a semelhança dos triângulos ΔABC e $\Delta AB_1 C_1$ escrevemos a expressão abaixo, não esquecendo porém que não estamos no espaço euclidiano, mas sim no espaço di-logarítmico :

$$\frac{\log x - \log 10^3}{\log 600 - \log 407,46} = \frac{\log 10^7 - \log 10^3}{\log 600 - \log 320} \Rightarrow \log x = 5,462494 \Rightarrow x = N = 290.064 \text{ [ciclos]}$$

Lembrando agora que : 1 ciclo = 1 rotação , portanto temos $n .60$ [ciclos/hora], onde $n =$ [r.p.m.]. Teremos a vida do eixo em horas :

$$L_h = \frac{290.064}{n \times 60} = 2,42 \text{ [horas]}$$

b) Para vida infinita $\sigma \leq S_f = 320 \text{ [MPa]} \Rightarrow \frac{M}{W_f} \leq 320 \times 10^6 \text{ [N/m}^2 \text{]}. \text{ Sabemos que}$

$$M = Q.L/4 \Rightarrow M \leq 320 \times 10^6 \times 1,2271 \times 10^{-5}$$

$$\Rightarrow Q \leq \frac{4 \times 320 \times 10^6 \times 1,2271 \times 10^{-5}}{1} = 15706 \text{ [N]}$$

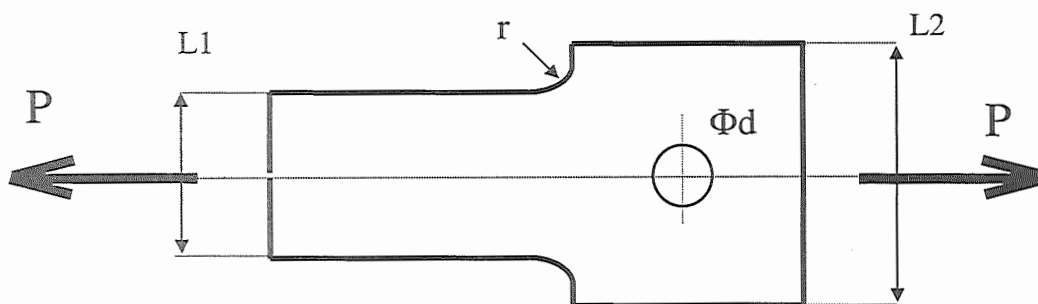
Portanto , para vida infinita, a carga deverá ser menor que 15.706 [N]

Lista 4

- 1) Explique a diferença entre S_F e S_{Fadm} .
- 2) Faça um diagrama de $b_2 \times d$ e explique-o segundo KUGEL e VON PHILIPP.
- 3) Conceituar β_K e comentar como obtê-lo.
- 4) Num certo eixo são considerados a secção 1 numa porção lisa do mesmo e a secção 2 num ponto de entalhe. Determine a relação:

$$\frac{S_{Fadm 1}}{S_{Fadm 2}}$$

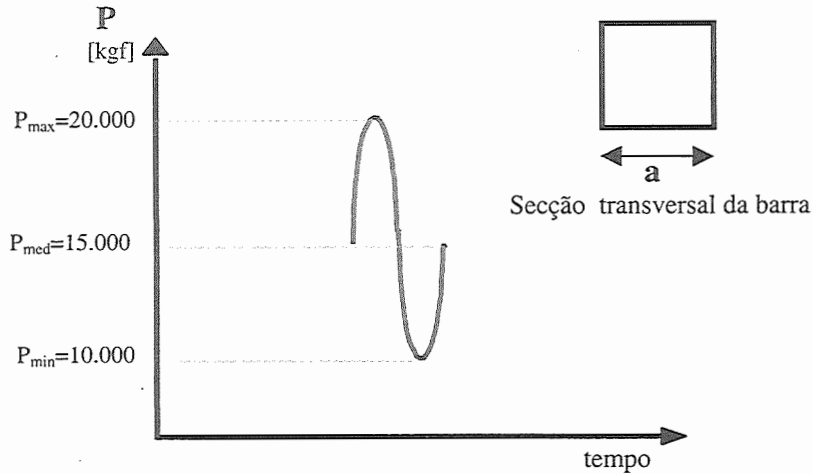
- 5) Uma barra de secção quadrada de aço ABNT 1020 ($\sigma_{rt} = 420$ [MPa] e $\sigma_e = 210$ [MPa]) retificada deverá suportar uma carga de tração variável entre 20.000 [Kgf] e 10.000 [Kgf]. Dimensionar a barra, partindo de um pré-dimensionamento com $\sigma_{adm} = 100$ [MPa]. Assumir demais dados necessários.
- 6) Uma barra, feita do mesmo material do exercício 5, ficará sujeita a um momento torçor (também chamado momento de torção variável de + 40 [Kgf.m] a - 40 [Kgf.m]. A secção transversal será uma coroa circular com $D/d = 2$. Dimensionar a barra, usando-se no pré-dimensionamento $\tau_{adm} = 60$ [MPa].
- 7) Uma peça como a da figura abaixo será utilizada no acionamento de um mecanismo de retorno rápido com P atingindo o valor máximo de 9500 [Kgf]. O material é ABNT 4320 com dados metalúrgicos bem controlados, tratado termicamente, com $\sigma_{rt} = 102$ [Kgf/mm²] e $\sigma_e = 78$ [Kgf/mm²]. A peça será retificada. No pré-dimensionamento usar $\sigma_{adm} = 17$ [Kgf/mm²]. Adotar dados julgados necessários.



$$r/L_1 = 0,05 ; L_2/L_1 = 1,10 , d/L_1 = 0,25 ; \text{ espessura} = 40 \text{ [mm]}.$$

Resolução da lista 4

EXERCÍCIO 5



a) Pré-dimensionamento

Temos aqui um simples caso de tensão normal :

$$\sigma_{max} \leq \sigma_{adm} \Rightarrow \frac{P_{max}}{a^2} \leq \sigma_{adm} \Rightarrow \bar{a} = \sqrt{\frac{P_{max}}{\sigma_{adm}}}, \text{ e adotando as unidades corretas temos :}$$

$$\bar{a} = \sqrt{\frac{200000}{100 \times 10^6}} = 0,045 \text{ [m]} = 45 \text{ [mm]} \quad \text{adotando } a = (1,1 \text{ a } 1,3) \cdot \bar{a}$$

teremos $a = 55 \text{ [mm]}$

b) Verificação à fadiga

Para resistir à fadiga é necessário que : $S_{max} \leq S_{fadm}$. Calculemos primeiro a tensão admissível à fadiga.

b1) Cálculo de "k"

$$\sigma_{max} = \frac{P_{max}}{A} = \frac{2,0 \times 10^5}{3,0 \times 10^{-3}} = 66,11 \text{ [MPa]} \quad ; \quad \text{e} \quad \sigma_{min} = \frac{1,0 \times 10^5}{3,0 \times 10^{-3}} = 33,05 \text{ [MPa]}$$

$$\Rightarrow \sigma_{med} = 49,5 \text{ [MPa]} \quad ; \quad \text{e portanto} \quad k = \frac{\max(|66,11|, |33|)}{|49,5|} = 1,33 \Rightarrow \text{(pulsatória ondulada)}$$

Temos que notar que como $k \neq \infty$ então $S_{fk} \neq S_{fa}$, isto é, não podemos usar diretamente o valor obtido do gráfico, temos que corrigir seu valor.

b2) Cálculo analítico de S_{fk} .

Quando $k \neq \infty$ usamos a seguinte fórmula

$$S_{fk} = \frac{S'_{fa}}{1 - \frac{1}{k} \left(1 - \frac{S'_{fa}}{S_e} \right)}, \quad \text{onde} \quad S'_{fa} = \frac{S_{fa} \cdot b_1 \cdot b_2}{\beta_k}$$

Na Apostila de Gráficos de Fadiga escolhemos a Fig 2 para obtermos S_{fa} , isto porque se trata de sollicitação uniaxial. Entrando com o valor de $\sigma_{rt} = 420 \text{ [MPa]}$ (aço carbono), obtemos $S_{fa} = 180 \text{ [MPa]}$. A seguir obtemos :

- $b_1 = 0,98$ - da figura 22 , página 12, entrando com σ_{rt} e acabamento de retífica.
- $b_2 = 0,84$ - da figura 21 , página 12, entrando com a dimensão de 55 [mm].
- não existe entalhe na peça, portanto $\beta_k = 1$

$$S'_{fa} = 180 \times 0,98 \times 0,84 = 148,18 \text{ [MPa]}$$

e como o aço ABNT 1020 é um material dúctil utilizamos S_e ao invés de S_r para o cálculo de S_{fk} .

$$S_{fk} = \frac{S'_{fa}}{1 - \frac{1}{k} \left(1 - \frac{S'_{fa}}{S_e} \right)} = 190,30 \text{ [MPa]}$$

b3) Cálculo de S_{fadm}

$$S_{fadm} = S_{fk} \frac{b_3}{\eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \eta_4 \cdot \eta_5}$$

- $b_3 = 0,80$ - (0,7 a 0,9 para secção retangular)
- $\eta_1 = 1,10$ - (material bem conhecido)
- $\eta_2 = 1,10$ - (não foram feitas simplificações (sem entalhes))
- $\eta_3 = 1,10$ - (importância da falha da peça = normal)
- $\eta_4 = 1,00$ - (valor das cargas conhecidos)
- $\eta_5 = 1,30$ - (grupo II = choques médios)

$$S_{fadm} = 190,3 \times \frac{0,80}{1,10 \times 1,10 \times 1,10 \times 1,00 \times 1,30} = 87,98 \text{ [MPa]}$$

E então temos neste caso $S_{max} = 66,11 \leq 87,98 = S_{fadm}$

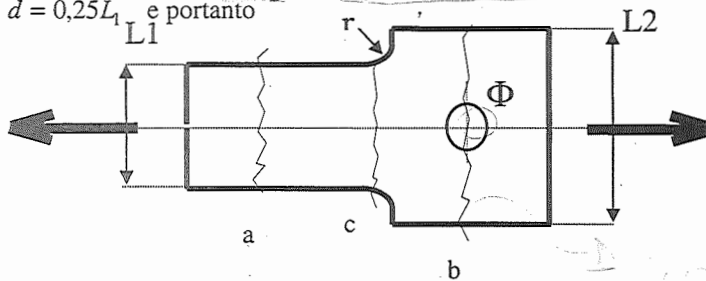
Portanto podemos concluir que a peça, nestas dimensões, res iste à solicitação indicada com um coeficiente de segurança

$$C = \frac{87,98}{66,11} = 1,33$$

EXERCÍCIO 7

a) Pré dimensionamento

O pré-dimensionamento ou dimensionamento estático deve ser feito apenas para a posição com menor secção transversal, que no caso é a posição "b". Sabemos as seguintes relações : $L_2 = 1,1L_1$ e $d = 0,25L_1$ e portanto



$$\sigma_{max} = \frac{95000}{(L_2 - d) \times 0,04} \leq 170 \text{ [MPa]} , \text{ usando as relações acima}$$

$$\sigma_{max} = \frac{95 \times 10^3}{\bar{L}_1 (1,1 - 0,25) \times 0,04} \leq 170 \text{ [Mpa]} , \text{ isolando } \bar{L}_1$$

$$\bar{L}_1 = \frac{95000}{170 \times 10^6 (1,1 - 0,25) \times 0,04} = 1,64 \times 10^{-2} \text{ [m]} \text{ ou seja } 16,4 \text{ [mm]}$$

como $L_1 = (1,1 \text{ a } 1,3) \bar{L}_1 \Rightarrow L_1 = 20 \text{ [mm]}$, assim obtemos também :

$$d = 5,0 \text{ [mm]}; \quad r = 1,0 \text{ [mm]} \text{ e } L_2 = 22,0 \text{ [mm]}$$

b) Verificação à fadiga nas secções críticas

SECÇÃO "a"

$\sigma_{\max} = \frac{95000}{0,04 \times 0,02} = 118,75$ [MPa]. Assumiremos que não existem esforços no retorno do mecanismo, $\sigma_{\min} = 0$ e assim $\sigma_{med} = 59,37$ [MPa] e $k=2$ (pulsatória). Seguindo o mesmo caminho que o exercício anterior:

$$S'_{fa} = S_{fa} \frac{b_1 \cdot b_2}{\beta_k}$$

- Apostila de Gráficos de Fadiga, figura 2, para aço liga e entrada: $\sigma_r = 1020$ [MPa], obtemos $S_{fa} = 420$ [MPa]
- Sem entalhe, portanto $\beta_k = 1,0$
- Gráfico 22, entrada: peça retificada, obtemos: $b_1 = 0,96$
- Gráfico 21, entrada: espessura 40 [mm] (a maior das dimensões), obtemos: $b_2 = 0,88$

$$S'_{fa} = 420 \times \frac{0,96 \times 0,88}{1,0} = 354,82$$
 [MPa]

- Solução analítica de S_{fk} , como também já vimos anteriormente:

$$S_{fk} = \frac{S'_{fa}}{1 - \frac{1}{k} \left(1 - \frac{S'_{fa}}{S_e} \right)} = 477,55$$
 [MPa] e finalmente obteremos

$$S_{fadm} = S_{fk} \frac{b_3}{\eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \eta_4 \cdot \eta_5}$$

- $b_3 = 0,70$ - (0,63 a 0,9 para secção retangular)
- $\eta_1 = 1,10$ - (material bem conhecido)
- $\eta_2 = 1,10$ - (não foram feitas simplificações (sem entalhes))
- $\eta_3 = 1,20$ - (falha ocasiona sérios danos)
- $\eta_4 = 1,10$ - (valor das cargas conhecidos)
- $\eta_5 = 1,30$ - (choques médios)

$$S_{fadm} = 477,55 \times \frac{0,70}{1,10 \times 1,10 \times 1,20 \times 1,10 \times 1,30} = 160,99$$
 [MPa]. E como temos

$$S_{\max} = 118,75 \leq 160,99 = S_{fadm}, \text{ com coeficiente de segurança} = 1,35, \text{ a secção está}$$

ok!!

SECÇÃO "b"

$$S_{\max} = \frac{95000}{(0,022 - 0,005) \times 0,04} = 139,95$$
 [MPa]

Já assumimos que não existem esforços no retorno do mecanismo. $\sigma_{\min} = 0$ assim $S_{med} = 69,98$ [MPa], $k = 2$, [pulsatória], da mesma forma que anteriormente

$$S'_{fa} = S_{fa} \frac{b_1 \cdot b_2}{\beta_k}$$

Já obtivemos anteriormente $S_{fa} = 420$ [MPa]. E ainda mais, da mesma forma que na secção anterior temos: $b_1 = 0,96$ e $b_2 = 0,88$.

Não dispomos de β_k diretamente de um ábaco para este caso (chapa ou barra plana com furo transversal submetida a tensão uniaxial) e portanto usaremos α_k .

Da Apostila Gráficos de Fadiga , figura 7, pg. 5, entrando com : $d/L = 5/22 = 0,23$, obtemos $\alpha_k = 2,42$, e sabemos também da teoria , que :

$\beta_k = 1 + \eta_k(\alpha_k - 1)$. O valor do coeficiente de sensibilidade ao entalhe $\eta_k = (0,80 \text{ a } 0,92) = 0,85$ é obtida na figura 20 pg 11. Alguns parâmetros que influenciam na escolha de η_k :

- Fragilidade do aço. Aços frágeis tem η_k maior.
- Tensão e ruptura alto implica em η_k maior.
- situação de entalhe desfavorável ($d/L > 0,5$ neste caso, por exemplo) também implica em η_k maior.

Considerando-se isto chegamos a : $\beta_k = 2,20$ e assim

$$S'_{fa} = 420 \frac{0,96 \times 0,88}{2,20} = 161,28 \text{ [MPa]}$$

Solução analítica de S_{fk}

É dado do problema $S_e = 780$ [MPa] e $k=2$, daí :

$$S_{fk} = \frac{S'_{fa}}{1 - \frac{1}{k} \left(1 - \frac{S'_{fa}}{S_e} \right)} = 267,29 \text{ [MPa]} \quad \text{e finalmente :}$$

$$S_{fadm} = S_{fk} \frac{b_3}{\eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \eta_4 \cdot \eta_5}$$

- $b_3 = 0,90$ - (0,63 a 0,9 para secção retangular)
- $\eta_1 = 1,10$ - (material bem conhecido)
- $\eta_2 = 1,10$ - (não foram feitas simplificações)
- $\eta_3 = 1,20$ - (falha ocasiona sérios danos)
- $\eta_4 = 1,10$ - (valor das cargas conhecidos)
- $\eta_5 = 1,30$ - (choques médios)

$$S_{fadm} = 267,29 \times \frac{0,90}{1,10 \times 1,10 \times 1,20 \times 1,10 \times 1,30} = 115,86 \text{ [MPa]}$$

$S_{max} = 139,7 > 115,86 = S_{fadm}$, ESTOUROU!!!! Isto indica que devemos retornar e aumentar as dimensões adotando $L_1 = 22$ [mm] por exemplo. Os cálculos de verificação devem ser refeitos.

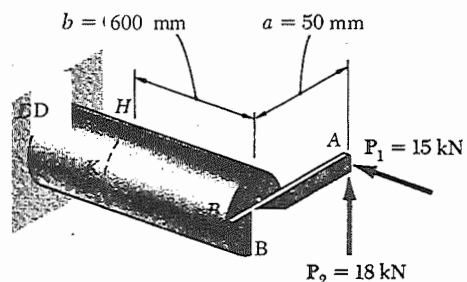
SECÇÃO “c”

Depois do redimensionarmos como acima, faremos também a verificação da secção “c”. Entretanto ela segue praticamente os mesmos passos anteriores, variando-se somente a obtenção de β_k , usando-se agora a figura 5 da pagina 4 da Apostila de Gráficos de Fadiga. Entra-se com os valores de $L_2/L_1=1,1$ e $r/d=0,05$ levando a $\alpha_k=2,0$ e $\beta_k=1,85$.

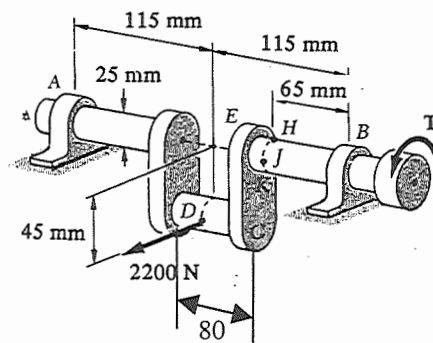
Lista 5

- 1) Comentar as possíveis formas construtivas de um eixo.
- 2) Descrever os materiais usados e o processo de fabricação de eixos.
- 3) Citar, comentando 4 das causas principais de ruptura de eixos.

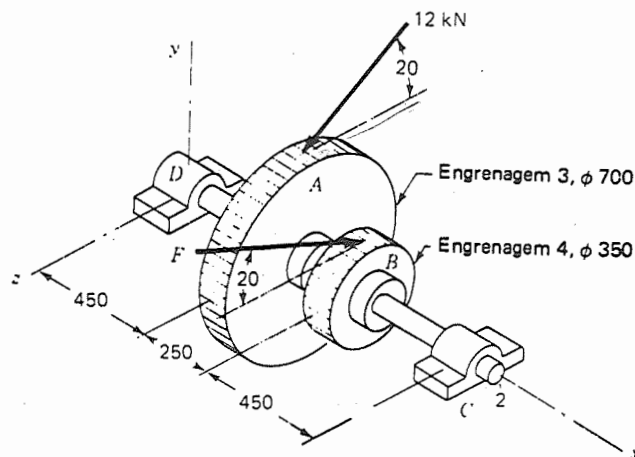
4) Duas forças constantes P_1 e P_2 , de intensidades $P_1 = 15$ [kN] e $P_2 = 18$ [kN], são aplicadas na extremidade A da barra AB. Essa barra por sua vez é soldada à peça cilíndrica BD. Sabe-se que a distância de A ao eixo do cilindro BD é $a = 50$ [mm] e que o comprimento total do cilindro BD é $b = 600$ [mm]. Determinar o diâmetro da peça cilíndrica sabendo-se que a mesma é feita de aço ABNT 1050. Adotar os dados que julgar necessários.



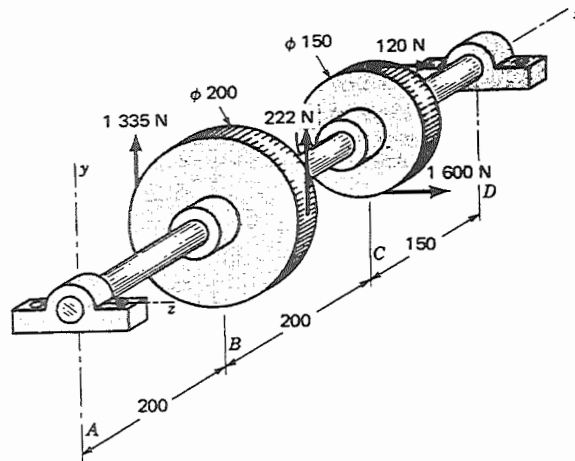
5) Uma força horizontal constante de 2200 [N] está aplicada no ponto D do girabrequim AB. Este por sua vez é equilibrado estaticamente por um conjugado (momento de torção) T e pelas reações de apoio em A e B. Os suportes não exercem nenhum conjugado sobre o eixo. Determinar a tensão normal e a tensão de cisalhamento nos pontos H, J, K e L, que se situam nas extremidades dos diâmetros, vertical e horizontal, da seção a 65 [mm] do apoio B. Se o aço usado for ABNT 8620, o girabrequim suportará a carga do ponto de vista estático na seção examinada?



6) A figura abaixo mostra um eixo, no qual estão montadas duas engrenagens cilíndricas de dentes retos com ângulo de pressão de 20° . Deve-se usar um eixo retificado de diâmetro uniforme, feito de aço ABNT 1030 temperado e revenido. Fazer o pré-dimensionamento, usando-se um coeficiente de segurança total de 4,0. Dimensões da figura em [mm]

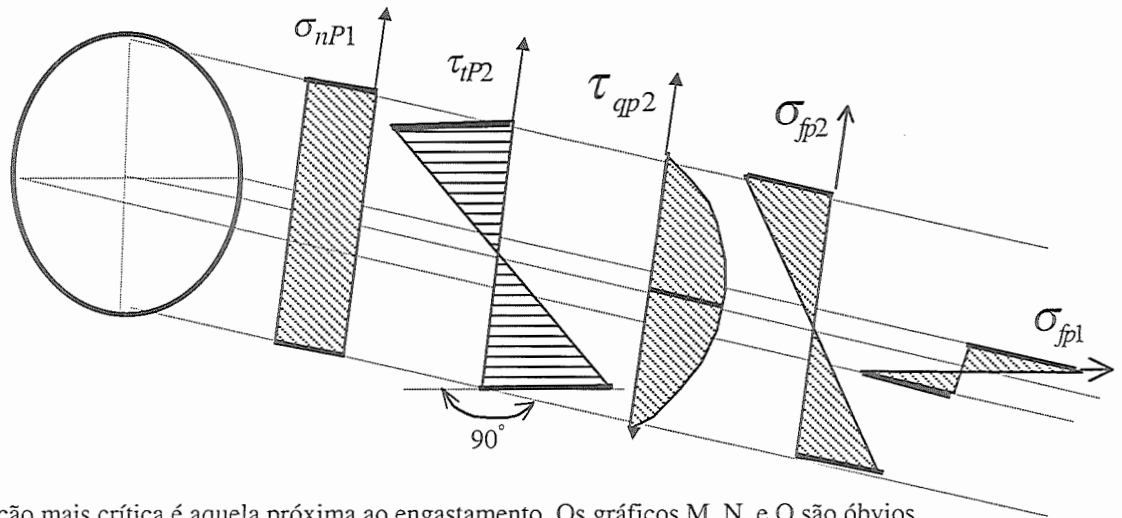


7) A figura ao lado mostra um eixo montado em mancais em A e D, tendo as polias B e C. As forças que atuam nas polias devem-se às correias. Calcular o torque aplicado ao eixo através de cada polia. Fazer o pré-dimensionamento usando uma tensão normal admissível de 110 [MPa]. Dimensões da figura em [mm]



Resolução da lista 5

EXERCÍCIO 4



A secção mais crítica é aquela próxima ao engastamento. Os gráficos M. N e Q são óbvios.

a) Calculo das tensões atuantes (isoladas)

$$\sigma_{nP1} = \frac{P_1}{S} = \frac{15000}{\frac{\pi d^2}{4}}$$

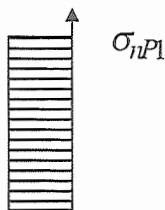
$$\tau_{qP2} = \frac{P_2}{S} = \frac{18000}{\frac{\pi d^2}{4}} \quad \text{valor médio.} \quad \tau_{qP2 \max} = \frac{4}{3} \tau_{qP2 \text{ med}}$$

$$\sigma_{fP1} = \frac{P_1 \times a}{W_f} = \frac{15000 \times 0,05}{\frac{\pi d^3}{32}}$$

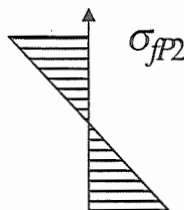
$$\tau_{tP2} = \frac{P_2 \times a}{W_t} = \frac{18000 \times 0,05}{\frac{\pi d^3}{16}}$$

$$\sigma_{fP2} = \frac{P_2 \times b}{W_f} = \frac{18000 \times 0,6}{\frac{\pi d^3}{32}}$$

- Tensões Normais
Plano Vertical

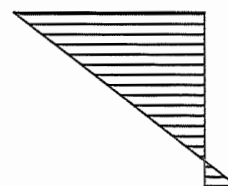


+

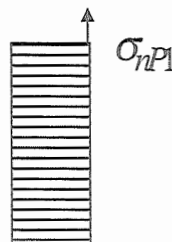


=

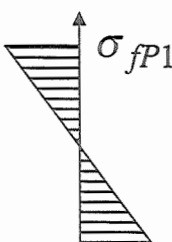
$(-\sigma_{nP1} - \sigma_{fP2})$



Plano Horizontal



+



-

$(-\sigma_{nP1} + \sigma_{fP2})$

$(-\sigma_{nP1} - \sigma_{fP1})$

$(-\sigma_{nP1} + \sigma_{fP1})$

Obs.: σ_{\max} não atua no plano horizontal nem no plano vertical. A compressão máxima ocorre aproximadamente no meio do primeiro quadrante e a tração máxima à 180 graus

desta.

O valor da tensão normal composta é dada por :

$$\sigma = \frac{P_z}{S} + \frac{M_{fx} \cdot y}{J_x} + \frac{M_{fy} \cdot x}{J_y} = -\frac{P_1}{S} + \frac{M_{fv} \cdot y}{J_x} + \frac{M_{fh} \cdot x}{J_y}$$

e o momento resultante : $M_r = \sqrt{M_{fh}^2 + M_{fv}^2} = \sqrt{(P_2 b)^2 + (P_1 a)^2} = 10826 \text{ [Nm]}$

as tensões extremas (tração e compressão) : $\sigma_t = -\frac{P_1}{S} + \frac{M_r}{W_f}$ $\sigma_c = \frac{P_1}{S} - \frac{M_r}{W_f}$

- Tensões Tangenciais

São devidas à torção e cortante e são calculadas usando-se :

$$\tau_t = \frac{M_t}{W_t} = \frac{P_2 \cdot a}{\frac{\pi d^3}{16}} \quad \tau_{qm} = \frac{F}{A} = \frac{P_2}{\frac{\pi d^2}{4}} \quad \tau_{q \max} = \frac{4}{3} \tau_{qm}$$

-Tensão Equivalente

$$\sigma^* = \sqrt{\sigma_c^2 + 3\tau^2}$$

b) Tensão Admissível

É dada por : $\sigma_{adm} = \frac{TP}{S}$

Material ABNT 1050 - material frágil $\sigma_{rt} = 770 \text{ [MPa]}$

S = a . b . c . d

a = 1,6 a 2,0 → a = 2,0

b = carga constante → b = 1,0

c = carga aplicada gradualmente → c = 1,0

d = material frágil → d = 2,0

Então a tensão admissível será : $\sigma_{adm} = \frac{770}{2 \times 1 \times 1 \times 2} = 193 \text{ [MPa]}$

c) Dimensionamento

Adotando-se d = 80[mm] = 0,08 [m] e tendo-se :

$$S = 5,026 \times 10^{-3} \text{ [m}^2 \text{]}$$

$$W_f = 5,026 \times 10^{-5} \text{ [m}^3 \text{]}$$

$$W_t = 1,005 \times 10^{-4} \text{ [m}^3 \text{]}$$

substitui-se nas equações já obtidas:

$$\sigma_c = \frac{-15000}{5,026 \times 10^{-3}} - \frac{10826}{5,026 \times 10^{-5}} = -218,38 \text{ [MPa]}$$

$$\tau = \frac{18000 \times 0,05}{1,005 \times 10^{-4}} + \frac{18000}{5,026 \times 10^{-3}} = 12,54 \text{ [MPa]} \text{ (usando } \tau \text{ médio)}$$

e finalmente temos : $\sigma^* = \sqrt{218,38^2 + 3 \times 12,54^2} \quad \sigma^* = 219,46 > 193 = \sigma_{adm} \text{ !!}$

portanto a peça não resiste e devemos modificar seu diâmetro. Para estimarmos o novo diâmetro usamos o fato de que a tensão é inversamente proporcional a W, o qual depende de d³

$$\frac{d_{novo}^3}{d_{velho}^3} = \frac{\sigma^*}{\sigma_{adm}} \Rightarrow d_{novo} = \sqrt[3]{\frac{219}{193}} \times 80 = 83,4 \text{ [mm]} \text{ usaremos } d = 84 \text{ [mm]} \text{ e assim:}$$

$$S = 5,542 \times 10^{-3} \text{ [m}^2 \text{]}$$

$$W_f = 5,819 \times 10^{-5} \text{ [m}^3 \text{]}$$

$$W_t = 1,164 \times 10^{-4} \text{ [m}^3 \text{]}$$

Calculamos novamente $\sigma_c = 188,75 \text{ [MPa]}$ e $\tau = 10,98 \text{ [MPa]}$, resultando finalmente :

$$\sigma^* = 189,7 < 193 = \sigma_{adm}$$

Lista 6

01) Considerando-se o problema 4 da lista 5 e usando o pré-dimensionamento feito, assumir agora as forças variáveis com $P_{1max} = 15$ [kN], $P_{2max} = 18$ [kN] e $P_{1min} = P_{2min} = 0$. Calcular o novo diâmetro necessário.

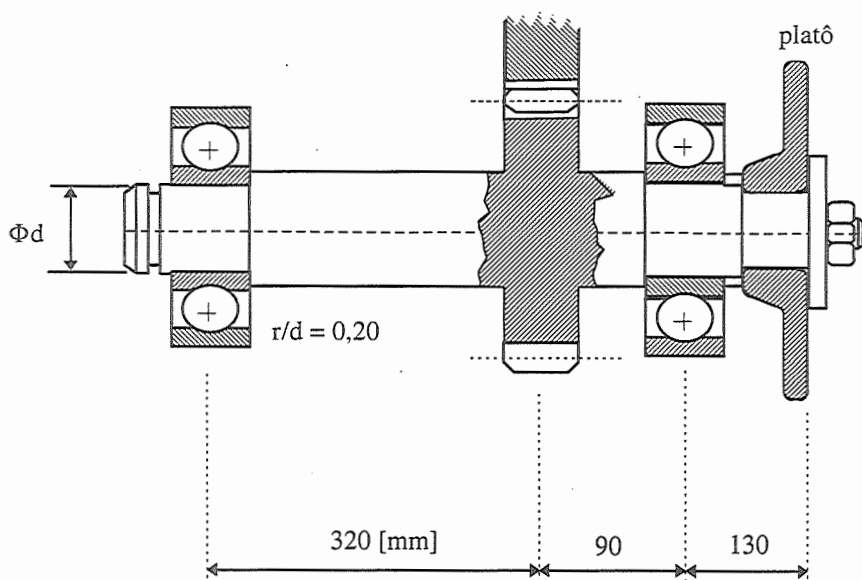
02) Dimensionar o eixo do problema 6 da lista 5, agora levando em conta a fadiga. Desenhe o eixo escalonado, proporcionando apoio axial a ambas as engrenagens, as quais serão unidas por meio de chavetas planas cujo rasgo foi usinado com fresa de topo.

03) Dimensionar à fadiga o eixo do problema 7 da lista 5. Redesenhe-o como um eixo escalonado, com apoio axial para ambas polias. Essas polias serão chavetadas no eixo como no exercício anterior, sabendo-se que o diâmetro do furo da polia maior é 20% maior que o furo da polia de 150 [mm].

04) Dimensionar à fadiga o eixo de um pinhão, pertencente a um redutor de engrenagens cilíndricas, sendo que o pinhão e o eixo formam uma só peça. No lado extremo direito do eixo está montado um platô de acionamento de uma embreagem ligada a um motor. A potência máxima fornecida é 57 [HP] à 570 [rpm]. O material do eixo é o aço ABNT 1035, temperado e revenido, com $\sigma_r = 420$ [MPa] e com $\sigma_e = 320$ [MPa]. Deverá o material receber acabamento de usinagem fina com ferramenta de corte.

- Pinhão : número de dentes $Z = 18$ dentes retos
- módulo $m = 6,0$ [mm]
- ângulo de pressão $\theta = 20^\circ$
- largura da engrenagem $l_e = 100$ [mm]

- A força axial devido à embreagem é de 100 [kgf].
- A falha do eixo acarretará grandes prejuízos.

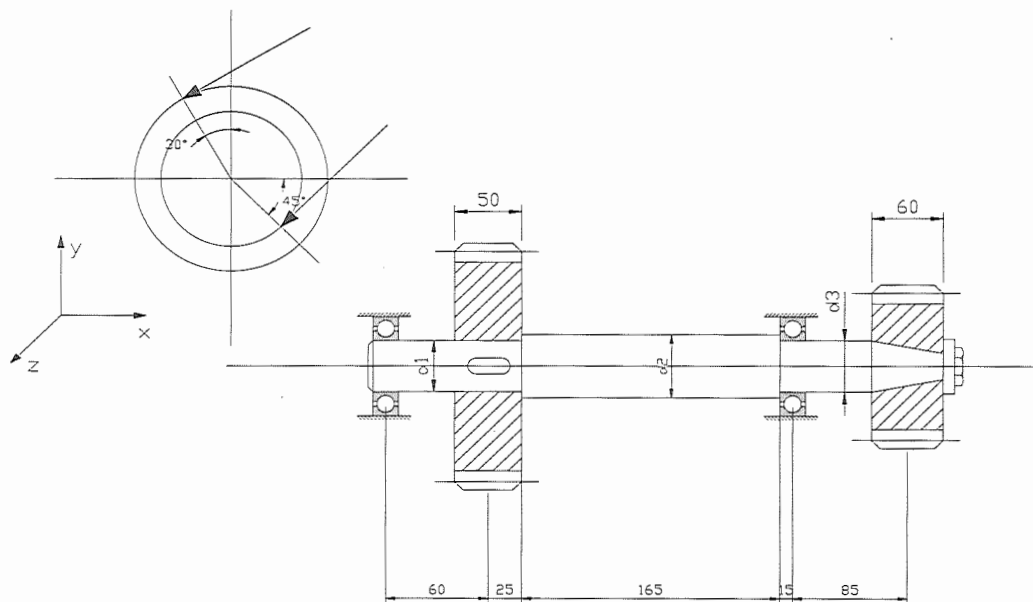


05) Para o eixo da figura abaixo pertencente a um mecanismo de elevação construído de aço ABNT 4320 cementado e temperado. Determinar os diâmetros necessários para que ele transmita uma potência de 43 [HP] a 530 [rpm].

Engrenagens : $d_{p1} = 180$ [mm] ; $\theta_1 = 20^\circ$; $\beta_1 = 15^\circ$; $m = 5$ [mm]

$d_{p2} = 120$ [mm] ; $\theta_2 = 20^\circ$; $\beta_2 = 0^\circ$; $m = 4$ [mm]

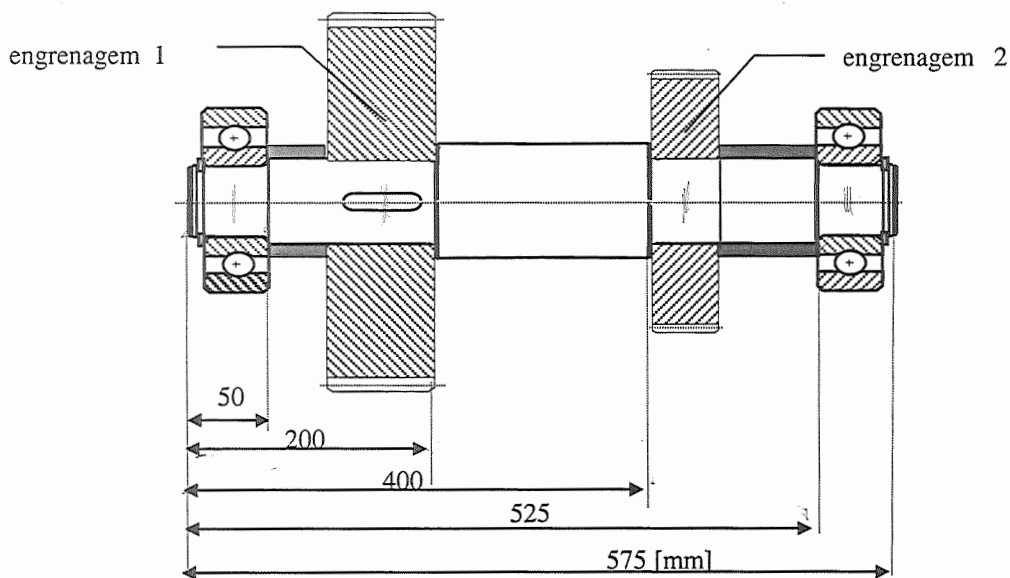
Eixo : $d_1 = 0,7d_2$; $d_3 = 0,8d_2$. Dimensões da figura em [mm].



06) Dimensionar o eixo abaixo pertencente a um redutor utilizado em um sistema de elevação de cargas. A engrenagem 1 recebe 30 [HP] a 80 [rpm]. A engrenagem 2 é montada com interferência sobre o eixo.

Dados:	Engrenagem:	1	2
	Número de dentes (retos)	57	34
	Módulo [mm]	8	8
	Ângulo de pressão	20°	20°
	Largura [mm]	100	100

- Eixo feito de ABNT 8620, acabamento médio em torno;
- Adotar demais dados que julgar necessários.

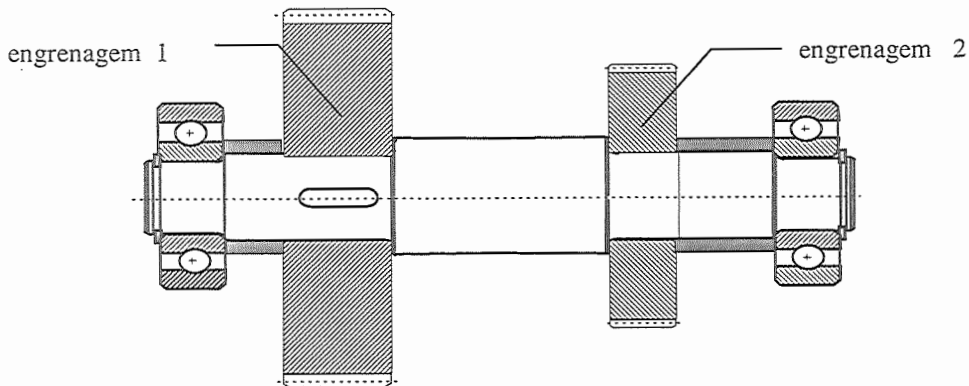


Resolução da lista 6

Exercício 6

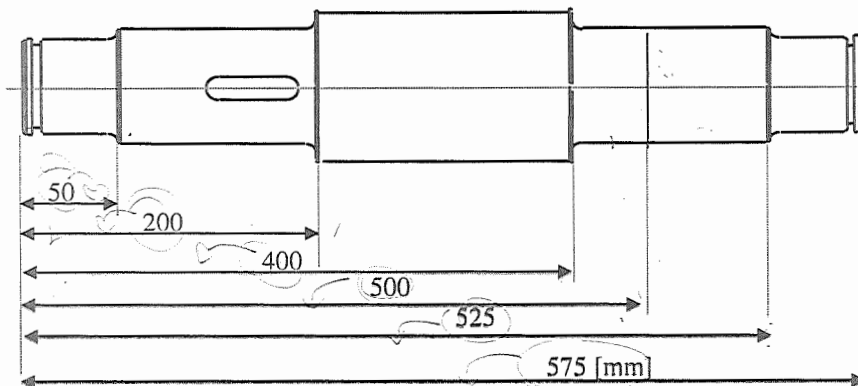
Dimensionamento de Eixos

A solução deve seguir os passos do roteiro dado a seguir :



a) Fazer croqui do eixo.

Normalmente são dadas as dimensões longitudinais e os diâmetros precisam então ser determinados. É impossível fazer os cálculos de verificação de eixos sem antes fazer um croqui do mesmo porque os cálculos dependem da forma escolhida para o eixo. Ao se fazer o croqui é muito importante que se raciocine como o eixo vai ser fabricado e como ele vai ser montado. Por exemplo, o segundo escalonamento da direita para a esquerda foi criado para facilitar a montagem por interferência da engrenagem 2.

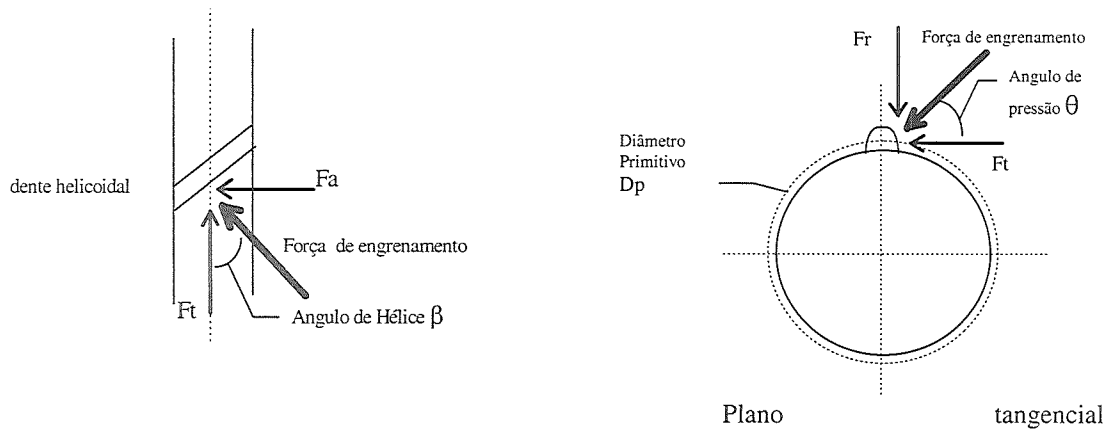


b) Efetuar o pré-dimensionamento.

b₁) Determinar os diagramas dos esforços solicitantes

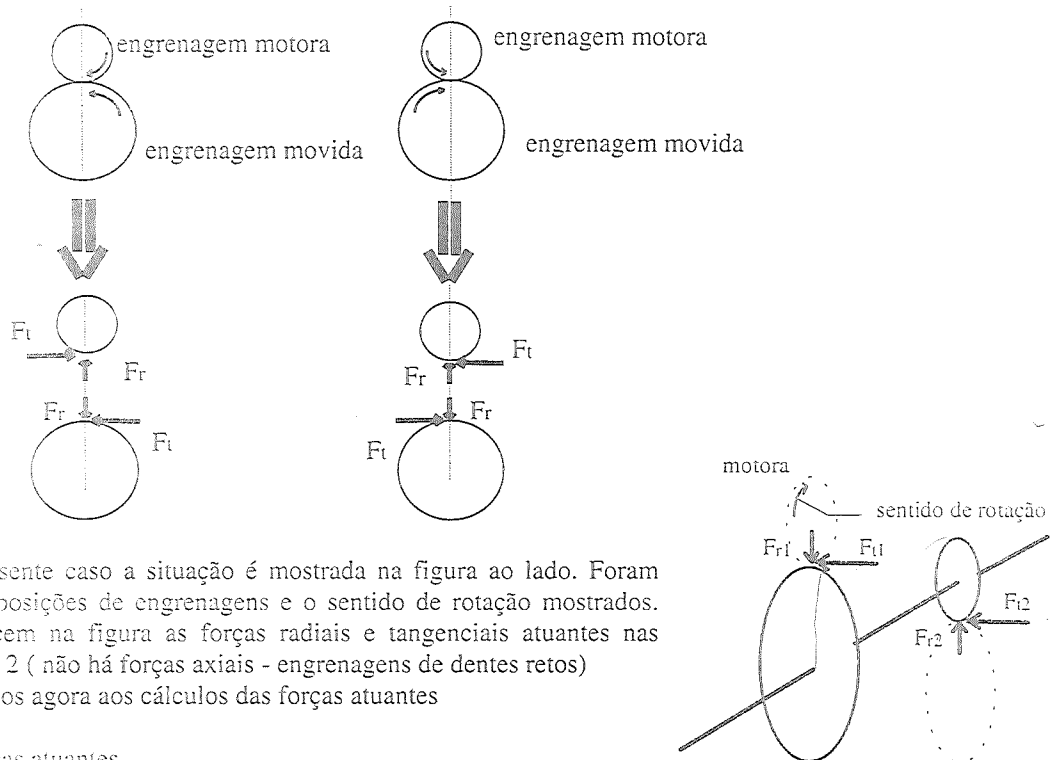
Inicialmente é preciso identificar quais forças estão presentes e calcular seus respectivos valores. O caso mais geral é o de engrenagens helicoidais : a força de engrenamento pode ser decomposta nas três direções principais. No plano tangente ao diâmetro primitivo no ponto de contato

temos a força axial F_a e a força tangencial F_t . No plano circunferencial, passando também pelo ponto de contato, temos a mesma força tangencial F_t e a força radial F_r (ver figuras a seguir).



Plano circunferencial

É interessante notar que F_t produz momento torçor e momento fletor (normalmente no plano horizontal) no eixo, a força axial F_a produz tração/compressão e momento fletor (normalmente no plano vertical) e finalmente a força radial F_r produz um momento fletor (normalmente vertical). É importante notar as direções destas forças, as quais dependem se as engrenagens são motoras ou movidas e também do sentido de rotação.



No presente caso a situação é mostrada na figura ao lado. Foram adotadas as disposições de engrenagens e o sentido de rotação mostrados. Também aparecem na figura as forças radiais e tangenciais atuantes nas engrenagens 1 e 2 (não há forças axiais - engrenagens de dentes retos)

Passemos agora aos cálculos das forças atuantes

Cálculo das forças atuantes

Inicialmente calculamos o momento torçor : $M_t = 716200 \frac{N}{n} [kgf.mm]$, com N [HP] e n [rpm]

$$M_t = 716.200 \times \frac{30}{80} = 268.575 [kgf.mm] = 2.685,75 [N.m]$$

Para calcular a força tangencial sabemos que $M_t = F_t \cdot \frac{d_p}{2}$

e também que o diâmetro primitivo é igual ao produto do módulo da engrenagem pelo número de dentes.

$$\Leftrightarrow d_{p1} = m \cdot z_1 = 8 \times 57 = 456 [mm]. \text{ Daí vem que :}$$

$$M_t = F_t \cdot \frac{d_p}{2} \Rightarrow F_t = \frac{2 \times M_t}{d_{p1}} = \frac{2 \times 2685,75}{0,456} \Rightarrow F_{t1} = 11779,6 \text{ [N]}$$

O cálculo da componente radial usa a seguinte formulação:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{F_r}{F_t} \Rightarrow F_r = F_t \cdot \operatorname{tg} \theta \quad , \text{ sendo } \theta \text{ o ângulo de pressão da engrenagem}$$

$$\Rightarrow F_{r1} = 11779,6 \times \operatorname{tg} 20^\circ = 4287,4 \text{ [N]} \quad . \text{ Se tivéssemos engrenagem helicoidal com}$$

$\beta = 30^\circ$, por exemplo, o cálculo da força axial seria o seguinte

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{F_a}{F_t} \quad , \Rightarrow F_{a1} = 11779,6 \times \operatorname{tg} 30^\circ$$

$$F_{a1} = 6800,95 \text{ [N]}$$

E neste caso não deveríamos esquecer que a força axial produz também um momento fletor vertical igual a $F_a \cdot \frac{d_p}{2}$!!

Continuando nosso caso, na engrenagem 2 temos :

$$M_{t2} = M_{t1} = 2685,75 \text{ [N.m]} \quad , \quad d_{p2} = 8 \times 34 = 272 \text{ [mm]}$$

$$F_{t2} = \frac{2 M_t}{d_{p2}} = \frac{2 \times 2685,75}{0,272} = 19748,16 \text{ [N]} ;$$

$$F_{r2} = 19.748,16 \times \operatorname{tg} 20^\circ = F_{r2} = 7.187,71 \text{ [N]}$$

Cálculo das reacções dos vínculos

As equações de equilíbrio são :

$$\sum F_v = 0 \Rightarrow F_{VA} - F_{r1} + F_{r2} - F_{VB} = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_H = 0 \Rightarrow +F_{HA} - F_{t1} - F_{t2} + F_{HB} = 0 \quad (2)$$

$$\sum M_{VA} = 0 \Rightarrow -F_{r1} \times 0,125 + F_{r2} \times 0,425 - F_{VB} \times 0,525 = 0 \quad (3)$$

$$\sum M_{HA} = 0 \Rightarrow F_{t1} \times 0,125 + F_{t2} \times 0,425 - F_{HB} \times 0,525 = 0 \quad (4)$$

Cuja solução é :

$$(1) \Rightarrow F_{VA} - F_{VB} = 4287,4 - 7187,74 = -2900,34 \text{ [N]}$$

$$(2) \Rightarrow F_{HA} + F_{HB} = 11779,6 + 19748,16 = 31527,76 \text{ [N]}$$

$$(3) \Rightarrow F_{VB} = \frac{1}{0,525} (7187,74 \times 0,425 - 4287,4 \times 0,125) = 4797,84 \text{ [N]}$$

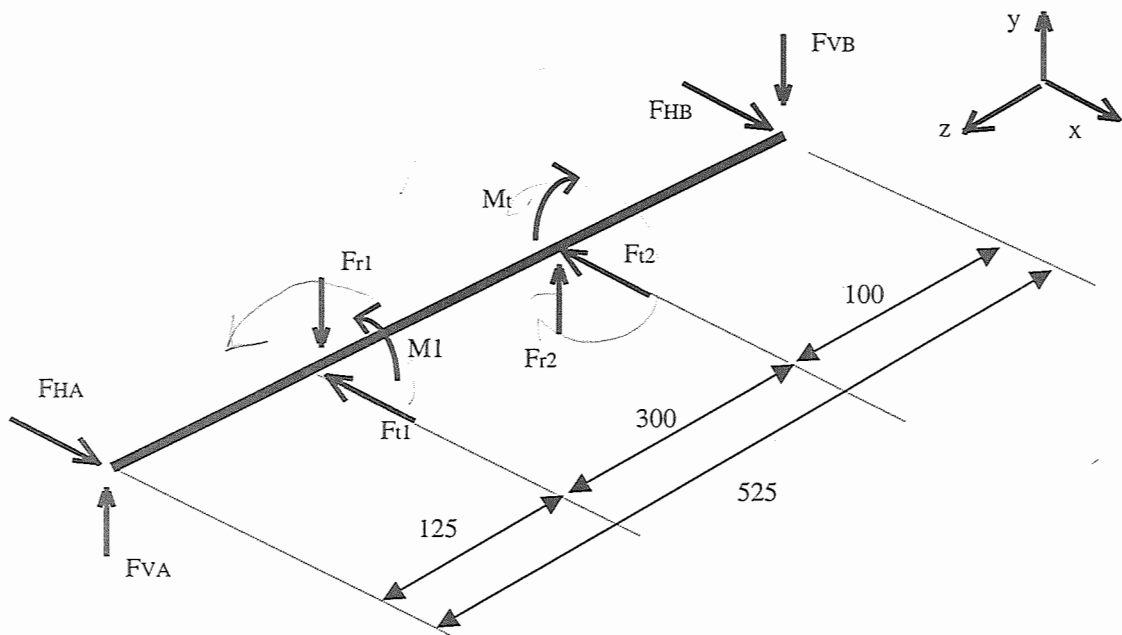
$$(1) \Rightarrow F_{VA} = -2900,34 + 4797,84 = 1897,50 \text{ [N]}$$

$$(4) \Rightarrow F_{HB} = \frac{1}{0,585} (11779,6 \times 0,125 + 19748,16 \times 0,425) = 18791,27 \text{ [N]}$$

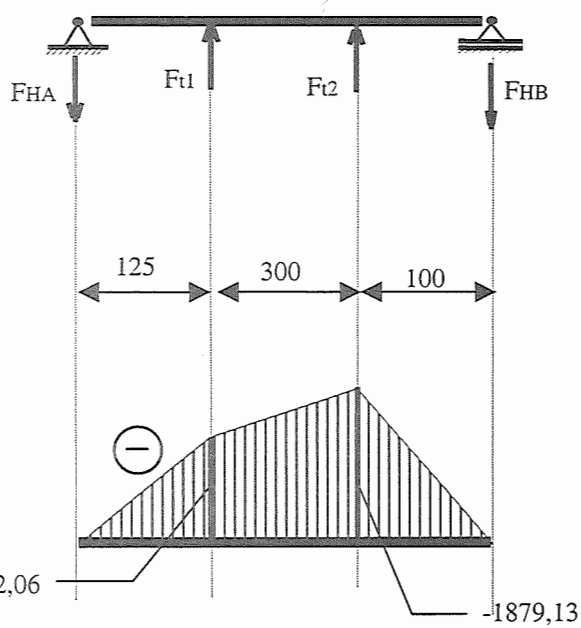
$$(2) \Rightarrow F_{HA} = 11779,6 + 19748,16 - 18791,27 = 12736,49 \text{ [N]}$$

Temos agora todos os valores necessários para traçar os diagramas dos esforços atuantes : M_{fv} , M_{fh} , M_t , que estão dados a seguir. Note-se que não há força axial neste caso e supondo que

$\frac{L}{D} > 5$; $D < \frac{525}{5} = 105 \text{ [mm]}$ não nos preocuparemos com a cortante Q .

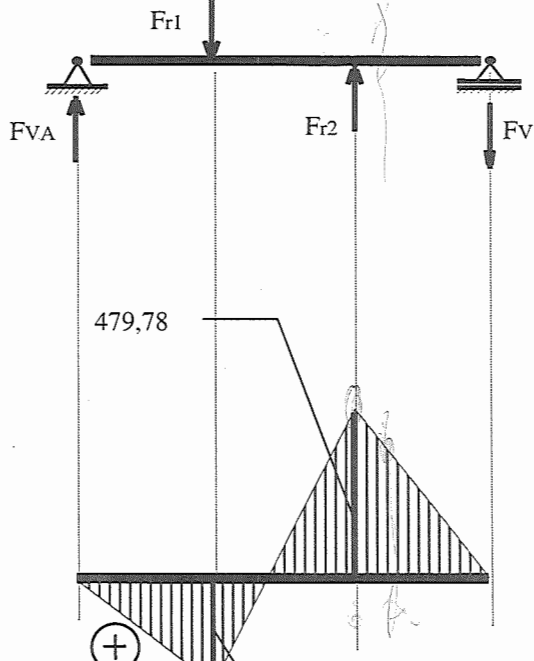


Plano Horizontal



M_{fh} [N.m]

Plano Vertical



M_{fv} [N.m]



M_t [N.m]

b₂) Localização das secções críticas para pré-dimensionamento

Este exame requer muito cuidado. Devemos procurar as secções onde tenhamos a tensor de confronto (σ^*) máxima. Isto implica que o momento equivalente (M_{eq}) deve ter o valor máximo, ou então a secção da eixo deve ter W_f pequeno ou mesmo uma combinação destas situações. Às vezes é impossível prever-se o resultado e então devemos fazer o cálculo completo para cada secção candidata para depois concluirmos onde se acha a secção mais crítica.

No presente caso, as secções com diâmetro menor tem momento desprezível, e as duas secções com momento maiores tem diâmetros iguais. Isto implica que a secção com maior M_{fR} deve ter o maior σ e somente ela será verificada.

O exame dos diagramas de M_{fh} e M_{fv} permite calcular que no plano médio da engrenagem 1 age um momento fletor resultante tal que :

$$M_{fR1} = \sqrt{(-1.592,06)^2 + 239,19^2} = 1.609,73 [N.m] \text{ e para engrenagem 2 temos}$$

$$M_{fR2} = \sqrt{(-1.879,13)^2 + 479,78^2} = 1.939,41 [N.m] . \text{ Portanto a secção que passa pela engrenagem 2 é a mais crítica.}$$

b₃) Determinar σ_{adm} para o pré-dimensionamento

$\sigma_{adm} \cong \frac{TP}{a \times b \times c \times d}$, e a tensão perigosa para materiais dúcteis (um aço com sigla XX20 é dúctil), é a tensão de escoamento. Para o aço ABNT 8620, a tabela de materiais para eixos das Notas de Aula indica

$$\sigma_e = 60,0 \left[\frac{kgf}{mm^2} \right] \text{ e } \sigma_r = 95,0 \left[\frac{kgf}{mm^2} \right]$$

Fatores escolhidos:

- a = 1,0 material dúctil
- b = 2,0 carga variável com reversão (alternada simétrica devido à rotação do eixo)
- c = 1,0 carga aplicada gradualmente (embreagem)
- d = 1,7 condições gerais ligeiramente críticas:

- condições pouco severas (elevação de cargas)
- material dúctil
- segurança normal (elevação de cargas pouco valiosas)

$$\sigma_{adm} = \frac{60}{1,0 \times 2,0 \times 1,0 \times 1,7} = 17,65 \left[\frac{kgf}{mm^2} \right] = 176,5 [MPa]$$

b₄) Determinar diâmetro

Para solicitação com M_f e M_t e eixo seção circular

$$\bar{d} = 2,17 \sqrt[3]{\frac{M_{eq}}{\sigma_{adm}}}, \text{ com } M_{eq} = \sqrt{M_{fR}^2 + \frac{3}{4} M_t^2}$$

$$M_{eq} = \sqrt{1939,41^2 + \frac{3}{4} \times 2685,75^2} = 3028,41 [Nm]$$

$$\bar{d} = 2,17 \sqrt[3]{\frac{3028,41}{176,5 \times 10^6}} = 0,056 [m] \text{ , } d = 1,1 \sim 1,3 \bar{d}$$

Adotaremos $d = 70 [mm]$ e temos $\frac{L}{D} = 7,5 > 5$, \therefore desprezamos Q .

Entretanto, a situação é um pouco mais complicada se tivermos a presença de força normal. Neste caso fica muito difícil acharmos \bar{d} de forma explícita como usamos acima. Apesar do fato de que a contribuição de N para aumentar a tensão normal ser normalmente pequena, o correto seria termos o seguinte procedimento:

a) calculamos \bar{d} como acima, desprezando portanto N.

b) assumimos $d = 1,1$ a $1,3 \bar{d}$.

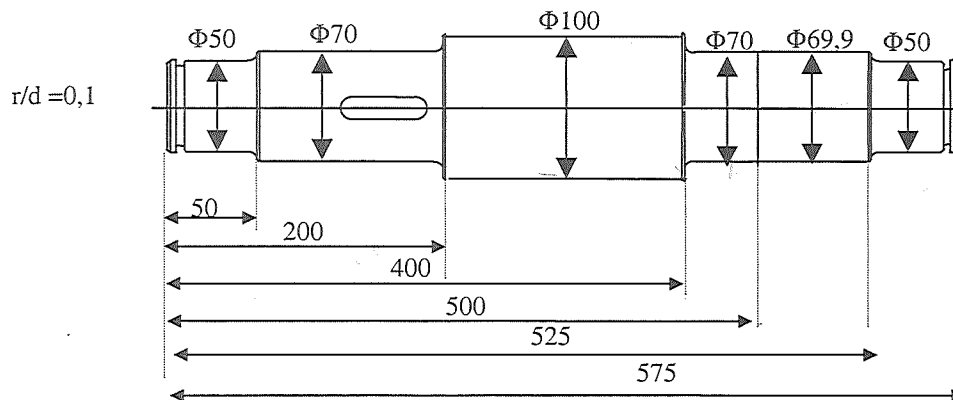
c) com este valor de diâmetro calculamos então a tensão normal máxima da secção: $\sigma = \frac{N}{S} + \frac{M_{fR}}{W_f}$,

sendo que τ permanece como acima (N não influencia τ)

d) calculamos então a tensão de confronto $\sigma^* = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$ e finalmente fazemos a verificação final $\sigma^* < \sigma_{adm}$

c) Completar o croqui com os diâmetros

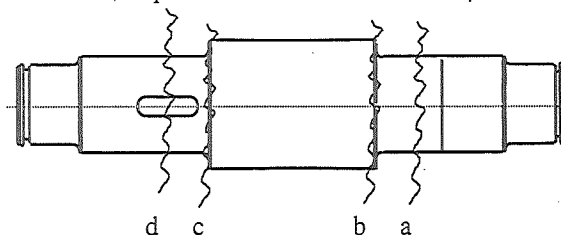
Assumimos os demais diâmetros a partir do pré-dimensionamento. É normal assumirem-se escalonamentos com a relação d_1/d_2 entre 1,2 e 1,4.



d) Verificar quanto à fadiga

d₁) Localizar secções críticas à fadiga

Aqui novamente cabe uma discussão sobre a localização das secções críticas. Agora, além das considerações feitas sobre a procura das secções críticas no pré-dimensionamento levando-se em conta o esforço máximo e o diâmetro da secção, entram em cena também os parâmetros de cálculo à fadiga. Estes influem tanto na tensão admissível como na tensão de confronto. Dentre estes parâmetros, o que mais influirá é o valor de β_k .



- a = meio da engrenagem 2
- b = mudança de secção $\Phi 100/\Phi 70$
- c = mudança de secção $\Phi 70/\Phi 100$
- d = meio da engrenagem 1

Desta forma, as maiores candidatas são a secção "a" passando pela engrenagem 2 (devido ao maior momento fletor resultante); as mudanças de secções "b" e "c" (devido ao β_k); e a secção "d" que passa pela engrenagem 1 (devido a β_k da chave e ao elevado momento fletor). Não é possível saber de antemão qual será a mais crítica, obrigando-nos a verificar todas.

d₂) Verificar à fadiga na secção “a”

Tensão de Confronto

Devemos ter tensão de confronto tal que $\sigma^* \leq \sigma_{adm}$

Examinando o diagrama de esforços, vemos que não há força normal e portanto a máxima tensão normal de tração será igual à máxima tensão normal de compressão. Como o eixo gira, isto vai submeter um ponto qualquer à solitação de fadiga com $k_f = \infty$. No caso do momento torçor, seu valor é considerado constante e portanto neste caso $k_t = 1$. Temos portanto um caso de flexão e torção combinados. Neste caso temos flexão e torção combinados com $k_f = \infty$ e $k_t = 1$. Ou seja, caímos no caso c) da formulação da teoria de cálculo de tensão de confronto :

$$\sigma^* = \sqrt{\sigma_{max}^2 + H^2 \tau^2} \quad \text{e} \quad H = \frac{\sigma_{faf} \beta_{kt}}{\tau_e \beta_{kaf}}$$

e ainda $\sigma_{max} = \frac{N}{S} + \frac{M_{fr}}{W_f}$, Mas neste caso $N = 0$, como vimos. O momento fletor resultante é

igual a 1.939,41 [N.m] e $W_f = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{\pi \cdot 0,07^3}{32} = 3,37 \cdot 10^{-5} [m^3]$.

Portanto $\sigma_{max} = \frac{1939,41}{3,37 \cdot 10^{-5}} = 57,59 [MPa]$. A tensão tangencial é simplesmente aquela

devida à torção :

$$\tau = \frac{M_t}{W_t}; W_t = \frac{\pi d^3}{16} = \frac{\pi \times 0,073}{16} = 6,74 \cdot 10^{-5} [m^3]. \text{ Temos o momento torção de } 2.685,75 [N.m]$$

$$\Rightarrow \tau = \frac{2685,75}{6,74 \times 10^{-5}} = 39,84 [MPa]$$

Nesta secção não há entalhe, uma vez que ajuste prensado não afeta o comportamento à fadiga $\Rightarrow \beta_{kt} = \beta_{kaf} = 1,0$

Para o cálculo de σ_{Faf} usaremos a Figura 1 da apostila de ábacos de fadiga. Em tese esta

$$\sigma_{Faf} \xrightarrow[\text{aço liga}]{\text{Fig. 1}} \rightarrow 520 [MPa]; \quad \sigma'_e = 600 [MPa] \quad \left(\begin{array}{l} \text{tabela de material} \\ \text{p / eixos (Notas de Aula)} \end{array} \right)$$

$$\sigma_{rt} = 95 [Kgf / mm^2]$$

τ_e

Temos também $\tau_e = 0,577 \cdot \sigma_e = 0,577 \cdot 600 = 346,2 [MPa]$ e portanto :

$$H = \frac{520}{346,2} = 1,50 \quad \text{e finalmente temos a tensão de confronto}$$

$$\sigma^* = \sqrt{57,59^2 + 1,50^2 \times 39,84^2} = 82,99 [MPa]$$

figura é válida para flexão pura, porém é o único recurso que temos para flexo-torção.

Tensão admissível

$$\sigma_{adm} = \sigma_{faf} \frac{b_1 b_2 b_3}{\beta_k \eta_1 \eta_2 \eta_3 \eta_4 \eta_5}$$

Aqui temos S_{faf} ou $\sigma_{faf} = 520 [MPa]$, já calculada acima. Prosseguimos na verificação à fadiga como nos exercícios anteriores.

$$b_1 \frac{\text{fig. 22, pg 12}}{\sigma_{\pi}, \text{ acabamento medio}} \rightarrow 0,87$$

$$\eta_2 \frac{\text{modelo}}{\text{ok!}} \rightarrow 1,10$$

$$b_2 \frac{\text{fig. 21, pg 12}}{d = 70} \rightarrow 0,80$$

$$\eta_3 \frac{\text{falha.}}{\text{fato grave}} \rightarrow 1,25$$

$$b_3 \frac{\text{Se ção circular}}{\rightarrow} 1,0$$

$$\eta_4 \frac{\text{valor cargas}}{\text{ok!}} \rightarrow 1,00$$

$$\beta_k \frac{\text{Sem entalhe}}{\rightarrow} 1,0$$

$$\eta_5 \frac{\text{grupo I}}{\text{ap. elevação}} \rightarrow 1,10$$

$$\eta_1 \frac{\text{dados metalograficos}}{\text{ok!}} \rightarrow 1,10$$

Finalmente chegamos a :

$$\sigma_{adm} = 520 \times \frac{0,87 \times 0,80 \times 1,0}{1,0 \times 1,10 \times 1,10 \times 1,25 \times 1,0 \times 1,10} = 217,5 \text{ [MPa]}$$

portanto temos $82,99 \ll 217,5$ ou seja, $\sigma^* \ll \sigma_{adm}$ OK!!

d₃) Verificar à fadiga na secção “b”

Tensão de confronto

Também neste caso $\sigma^* = \sqrt{\sigma_{max}^2 + H^2 \tau^2}$, $H = \frac{\sigma_{faf} \beta_{kt}}{\tau_e \beta_{kaf}}$. A secção “b” está a

150 [mm] da extremidade direita do eixo (notar que os diagramas dos esforços estão traçados a partir da linha média dos rolamentos) e logo :

$$M_{fVb} = F_{VB} \times 0,150 - F_{T2} \cdot 0,05 = 360,16 \text{ [N.m]}$$

$$M_{fHb} = F_{HB} \times 0,150 - F_{T2} \cdot 0,05 = 1831,3 \text{ [N.m]} \Rightarrow M_{fR} = 1.866,38 \text{ [N.m]}$$

Então teremos :

$$\sigma_{maxb} = \frac{M_{fR}}{W_f} = \frac{1866,38}{3,37 \times 10^{-5}} = 55,38 \text{ [MPa]},$$

$$\tau_b = \tau_a = 39,84 \text{ [MPa]}$$

Note-se que nos cálculos relativos a secções com escalonamento de diâmetros, usamos sempre o diâmetro menor que sempre é o mais crítico.

Da mesma forma anterior temos: $\sigma_{faf} = 520 \text{ [MPa]}$; $\tau_e = 346,2 \text{ [MPa]}$.

Na determinação de β_{kt} , iremos observar que não temos β_k para $k = 1$. Usamos então β_k para $k = \infty$, a favor da segurança.

$$\beta_{kt} \frac{\text{fig. 17, pg 10}}{\frac{r}{d_1} = 0,10} \rightarrow 1,25 \text{ para } \frac{d_1}{d_2} = 1,4, \text{ em nosso caso } \frac{100}{70} = 1,43$$

$$\sigma_{Rt} = 95 \text{ [kgf / mm}^2\text{]}$$

portanto não precisamos corrigir porque a relação de diâmetros é praticamente a mesma. Se tivéssemos

$\frac{d_1}{d_2} = \frac{100}{83} = 1,2$, por exemplo, corrigiríamos pela fig. 16, escala “T” (caso de torção) e obteríamos

$C = 0,8$. Em seguida faríamos $\beta_{kt1,2} = 1 + C (\beta_{kt1,4} - 1) = 1 + 0,8 (1,25 - 1) = 1,20$.

Outra alternativa para o cálculo de β_{kt} quando $k_t = 1$ é considerarmos que neste caso β_{kt} recai em α_{kt} . Se tivermos um ábaco de α_{kt} o problema fica resolvido. Por exemplo, no presente caso o uso da Fig 11 pg 7 nos dá $\alpha_{kt} = 1,42$ valor apenas aproximado dos 1,20 obtidos acima. É bom lembrar

que sempre $\alpha_k > \beta_k$. Ainda mais, se quiséssemos β_{kt} para $k \neq 1$, teríamos que apanhar α_k acima, obter η_k na Fig 20 pg 11 e usar $\beta_k = 1 + \eta_k(\alpha_k - 1)$.

Voltemos ao nosso caso e passemos agora à determinação de β_{kaf} . Neste caso $k_f = \infty$ então basta consultar fig. 15 e 16:

$$\beta_{kaf} \xrightarrow[\frac{r}{d} = 0,1]{\text{fig. 15 pg 9}} 1,85 \quad \text{para} \quad \frac{d_2}{d_1} = 2 \quad \xrightarrow[\frac{d_2}{d_1} = 1,43]{\text{fig 16 pg 9}} \rightarrow C = 0,75$$

$$\sigma_{Rt} = 95[\text{kgf} / \text{mm}^2]$$

É importante não se esquecer de usar agora a escala "F" na figura 16. A correção será dada por $\beta_{kaf} = 1 + C(\beta_{kf2} - 1) = 1 + 0,75(1,85 - 1) = 1,64$

Finalmente podemos calcular H e a tensão de confronto:

$$\Rightarrow H = \frac{520 \times 1,25}{346,2 \times 1,64} = 1,14$$

$$\sigma^* = \sqrt{55,35^2 + 1,14^2 \times 39,84^2} = 71,62 \text{ [MPa]}$$

Tensão admissível

Comparando-se as secções a e b, vemos que muda só o valor de β_k , ou seja temos:

$$\frac{\sigma_{adm b}}{\sigma_{adm a}} = \frac{\beta_{ka}}{\beta_{kb}}; \quad \text{mas usamos aqui } \beta_{kt} \text{ ou } \beta_{kf} ??$$

Resposta é β_{kf} , pois σ_{adm} é calculado como flexão.

$$\sigma_{adm b} = \sigma_{adm a} \cdot \frac{1,00}{1,64} = 217,5 \cdot \frac{1,00}{1,64} = 132,62 \text{ [MPa]}$$

Chegamos a $71,62 \ll 132,62$ e portanto $\sigma_b^* \ll \sigma_{adm b}$

d4) Verificar à fadiga na secção "c"

A secção "c" é geometricamente idêntica à "b". Na tensão de confronto

$$M_{fRc} < M_{fRb} \quad \text{e} \quad M_{tc} = M_{tb} \quad \Rightarrow \quad \sigma_c^* < \sigma_b^*.$$

tambem

$$\sigma_{adm c} = \sigma_{adm b} \quad \Rightarrow \quad \text{se} \quad \sigma_b^* < \sigma_{adm b} \quad \text{então} \quad \sigma_c^* < \sigma_{adm c}$$

Neste caso nem precisamos fazer a verificação!

d5) Verificação à fadiga na secção "d"

Tensão de confronto

O procedimento segue os casos anteriores:

$$\sigma^* = \sqrt{\sigma_{\max}^2 + H^2 \tau^2}$$

$$M_{fR} = \sqrt{1592,06^2 + 237,19^2} = 1609,73 \text{ [N.m]} \quad \text{e} \quad W_f = 3,37 \cdot 10^{-5} \text{ [m}^3\text{]}$$

$$\Rightarrow \sigma_{\max} = \frac{1609,93}{3,37 \cdot 10^{-5}} = 47,76 \text{ [MPa]}$$

Os valores de β_k para rasgos de chaveta são dados na pag. 13 da apostila de gráficos de fadiga.

$$\frac{\text{pag 13 , caso 1A}}{\text{aco liga}} \rightarrow \beta_{kaf} = 2,0$$

$$\frac{\text{pg 13 , caso 2A}}{\text{aco liga}} \rightarrow \beta_{kat} = 1,6$$

Também aqui usamos β_{kat} em lugar de β_{kt} para $k = 1$. Agora teremos :

$$H = \frac{520 \times 1,6}{346,2 \times 2,0} = 1,20 \quad \text{e} \quad \sigma^* = \sqrt{47,76^2 + 1,20^2 \times 39,84^2} = 67,62 \text{ [MPa]}$$

Tensão admissível

$$\text{Novamente temos : } \sigma_{adm} = \sigma_{faf} \frac{b_1 \cdot b_2 \cdot b_3}{\beta_k \eta_1 \eta_2 \eta_3 \eta_4 \eta_5}$$

$$\text{e, seguindo o mesmo raciocínio anterior : } \frac{\sigma_{adm d}}{\sigma_{adm a}} = \frac{\beta_{ka}}{\beta_{kd}}$$

onde $\beta_{kd} = \beta_{kaf} = 2,0$ e daí :

$$\sigma_{adm d} = \sigma_{adm a} \times \frac{1}{\beta_{kd}} = 217,5 \cdot \frac{1}{2,0} = 108,75 \text{ [MPa]}$$

e assim chegamos a

$$\sigma^* = 67,62 \text{ [MPa]} \ll 108,75 \text{ [MPa]} = \sigma_{adm} !$$

O coeficiente de segurança neste caso é $S = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma^*} = 1,61$. O resultado geral da verificação é mostrado na tabela abaixo :

Item	Secção "a"	Secção "b"	Secção "c"	Secção "d"
σ_{adm}	217,50	132,62	132,62	108,75
σ^*	82,99	71,62	<71,62	67,62
S	2,62	1,85	>1,85	1,61



Um valor aceitável de S é até 1,2 , acima disto o eixo está superdimensionado e haverá então um desperdício de material. Entretanto vários outros fatores precisam ser levados em conta na prática. Por exemplo, de nada adianta redimensionar um certo eixo para um diâmetro de 23 [mm] se a bitola da matéria prima disponível no mercado é de 25 [mm] e o restante do material terá que ser usinado de qualquer forma. Também é comum termos que respeitar certas proporções entre os diâmetros e portanto é praticamente inevitável termos S elevados perto dos extremos, onde a solicitação é bem menor.

No presente caso porém o exame da tabela acima indica que devemos redimensionar. Damos abaixo um procedimento orientativo aproximado para estimarmos o novo valor a ser assumido pelo diâmetro.

Sabemos que a tensão de confronto é, a grosso modo, inversamente proporcional a W_f . Como $\sigma \propto d^{-3} \rightarrow$

$$\frac{\sigma_v^*}{\sigma_n^*} = \left(\frac{d_n}{d_v} \right)^3, \text{ e queremos por exemplo}$$

$$\sigma_n^* = \frac{\sigma_{adm}}{1,10} = 98,86 \text{ [MPa]}$$

$$\Rightarrow d_n = d_v \times \sqrt[3]{\frac{\sigma_v^*}{\sigma_n^*}} = 70 \times \sqrt[3]{\frac{67,62}{98,86}} \cong 62 \text{ [mm]}$$

Devemos então refazer os cálculos com $d = 62$ [mm]. Finalmente vale observar que nesta nova verificação, vários cálculos não precisarão ser refeitos pois independem (ou dependem mínimamente) do diâmetro.

Lista 8

- 1) Um eixo de aço com 40 [mm] de diâmetro precisa ser unido a uma polia de aço por meio de uma união eixo-cubo com interferência transversal. O momento torçor a ser transmitido é de 1.000 [kgf.cm]. Fazer o dimensionamento completo, incluindo croqui.
- 2) Idem ao caso anterior, tendo-se além de M_t uma força axial de 200 [kgf].
- 3) No exercício 1, usar agora uma união eixo-cubo através de ajuste com interferência longitudinal.
- 4) Uma polia bipartida de ferro fundido deve ser unida por atrito a um eixo de aço para transmitir um momento torçor de 5.000 [kgf.cm]. São dados:

diâmetro do eixo	$d = 60$ [mm]
parafusos na união	M12 com $\sigma_{adm} = 945$ [kgf/cm ²]
	$d_p = 12$ [mm]
	$d_{pi} = 9,73$ [mm]
coeficiente de atrito	$\mu = 0,20$

- 5) Dimensionar a união entre um eixo e um cubo, ambos de aço, através de assento cônico. Dados:

$M_t =$	3.000 [kgf.cm]
$d_{med} =$	50 [mm]
usar união de fácil desmontagem	

- 6) Uma polia bipartida de ferro fundido deve ser unida a um eixo de aço para transmitir um momento de torção $M_t = 5.000$ [kgf.cm] São dados:

diâmetro do eixo	$d = 60$ [mm]
parafusos usados na união	M18, $d = 12$ [mm]
	$d_i = 9,73$ [mm]
	$S_i = 74,3$ [mm ²]
material do parafuso	St 3813, $\sigma_{adm} = 9,45$ [kgf/mm ²]
coeficiente de atrito	$\mu = 0,2$
pressão específica admissível do material do cubo	$p_{adm} = 300$ [kgf/cm ²]

- 7) Um eixo de aço deve ser unido a uma polia de aço por meio de ajuste forçado transversal para transmitir um $M_t = 5.000$ [kgf.cm]. Definir o ajuste necessário para a união. São dados:

diâmetro do eixo	$d = 40$ [mm]
diâmetro do cubo	$D = 80$ [mm]
comprimento do cubo	$L = 50$ [mm]

- 8) Para os dados do exercício anterior, determinar o ajuste necessário se a união for feita por meio de ajuste forçado longitudinal.
- 9) Dimensionar a união entre um cubo de aço e um eixo de aço por meio de assento cônico, para obter fácil desmontagem e transmitir um $M_t = 5.000$ [kgf.cm]. São dados:
diâmetro médio do eixo $d_{med} = 40$ [mm]
coeficiente de atrito $\mu = 0,2$

- 10) Uma polia bipartida deve ser acoplada a um eixo de diâmetro $d = 60$ [mm] para a transmissão por atrito de um momento de torção $M_t = 3.000$ [kgf.cm]. O eixo é de aço e a polia de ferro fundido. Pretende-se usar na fixação das duas partes da polia 6 parafusos (3 de cada lado) M18 (ver dimensões no enunciado do exercício 6 acima). Pede-se:

- a) verificar a resistência dos parafusos se tensão admissível dos mesmos for : $\sigma_{adm} = 500$ [kgf/ cm²]
b) determinar o comprimento do cubo e da polia.
- 11) Determinar o ajuste necessário para a união de uma engrenagem e um eixo por ajuste forçado transversal por aquecimento do cubo, afim de transmitir um momento de torção de valor $M_t = 1.500$ [kgf.cm]. São dados:

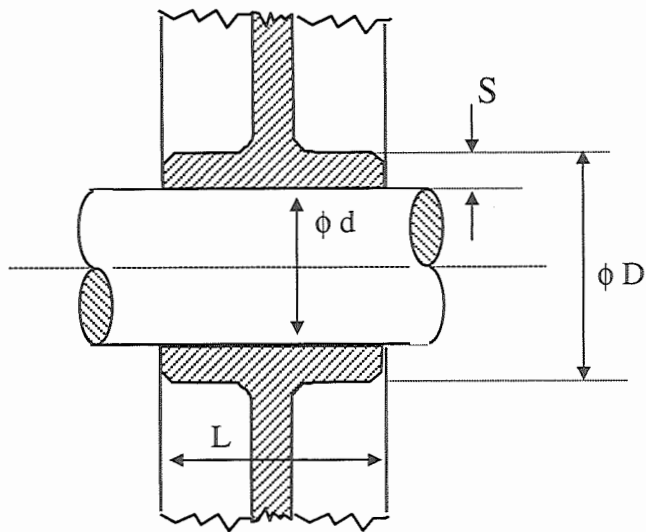
diâmetro do eixo	$d = 20$ [mm]
diâmetro do cubo	$D = 35$ [mm]
comprimento do cubo	$L = 20$ [mm]
eixo e cubo são de aço	
carga constante	

- 12) Determinar qual a força tangencial H (mínima e máxima) que pode ser transmitida pela união de um eixo e um cubo por meio de ajuste forçado longitudinal quando o ajuste definido para a união for $H_7 z_6$. São dados :

diâmetro do eixo	$d = 20$ [mm]
diâmetro do cubo	$D = 35$ [mm]
comprimento do cubo	$L = 20$ [mm]
eixo e cubo são de aço	

Resolução da lista 8

Exercício 1



a) Dimensões Principais

O projeto de elementos de máquinas segue quase que invariavelmente a sequência: primeiro atribuímos dimensões (sempre que possível obedecendo as normas ABNT ou DIN) e depois verificamos se elas são suficientes. No caso de cubos isto sempre acontece. As dimensões principais de cubos seguem as seguintes expressões (atenção em unidades: M_t em [kgf.cm] e dimensões em [cm])

$$L = x\sqrt[3]{M_t} \text{ [cm]} \quad S = y\sqrt[3]{M_t} \text{ [cm]} \quad D = d + 2S$$

Os valores de x e y são dados na tabela 18.1, vol 2 do G. Niemann. No nosso caso, obtemos: $x = (0,21 \text{ à } 0,35)$ para cubos de aço e união por atrito (“ajuste térmico e forçado”) e adotamos $x = 0,28$.

Da mesma forma $y = (0,18 \text{ à } 0,26)$ e adotamos $y = 0,22$. Daí vem:

$$L = x\sqrt[3]{M_t} = 0,28\sqrt[3]{1000} = 2,8 \text{ [cm]} \text{ , usaremos } L = 30 \text{ [mm]}$$

$$S = y\sqrt[3]{M_t} = 0,22\sqrt[3]{1000} = 2,2 \text{ [cm]} \text{ , } S = 22 \text{ [mm]}$$

$$D = d + 2S = 40 + 2 \times 22 = 84 \text{ [mm]}$$

b) Força tangencial U

A seguir calculamos a força tangencial no eixo devida ao momento torçor:

$$U = \frac{2M_t}{d} = \frac{2 \times 100}{0,04} = 5000 \text{ [N]}$$

c) Verificação do L_{\min}

Para evitar esmagamento devemos ter pressão específica menor que a pressão admissível $p \leq p_{\text{admissível}}$. Isto leva a valor mínimo da largura do cubo

$$L_{\min} = \frac{P_s}{p_{\text{adm}} \times d} \quad , \quad P_s = \frac{U}{\pi \times \mu}$$

Vamos assumir : $\mu = (0,15 \text{ a } 0,30) \rightarrow 0,2$ e $p_{\text{adm}} = (50 \text{ a } 90 \text{ [MPa]}) \rightarrow 70 \text{ [MPa]}$ para aço, mas também a tabela 11.4 (que em tese serve para pressão específica em pinos) também pode ser usada como referencia. A força de separação do cubo será :

$$P_s = \frac{5000}{\pi \times 0,2} = 7957,7 \text{ [N]} ; \quad e \quad L_{\min} = \frac{7957,7}{70 \times 10^6 \times 0,04} = 2,84 \times 10^{-3} \text{ [m]} = 2,84 \text{ [mm]}$$

A largura do cubo deve ser maior que qualquer L_{\min} usado em cálculos de verificação. Também deve ser no mínimo igual à largura da polia ou engrenagem e no máximo o dobro dela. No presente caso temos $L \gg L_{\min}$.

d) Forças de deslizamento e de retenção

Para que a união por atrito funcione, é necessário que a força tangencial aplicada U seja menor ou igual à força de deslizamento H_R . No limite :

$$H_R \geq U ; \quad H_R = 0,47 H, \quad \text{assim a força de retenção é: } H = \frac{U}{0,47} = \frac{5000}{0,47} = 10638 \text{ [N]}$$

A força de deslizamento neste caso é igual a $U \Rightarrow H_R = 5000 \text{ [N]}$

e) Interferência Mínima Necessária

Calculamos a seguir qual a mínima interferência necessária u_m para transmitir a força de retenção. (ou seja: suportar a força tangencial).

$$u_m = \frac{H}{q_1 \cdot L \cdot \left[1 - \left(\frac{d}{D} \right)^e \right]} = \frac{10638}{5 \times 10^4 \times 10^6 \times 0,03 \left[1 - \left(\frac{0,040}{0,084} \right)^2 \right]} = 9,21 \times 10^{-6} \text{ [m]}$$

$$u_m = 9,21 \mu\text{m}$$

sendo que os valores de $e = 2$ e $q_1 = 5 \times 10^4$ [MPa], são retirados da tabela 18.4 pg 66 vol 2 do G. Niemann.

f) Valor da Máxima Interferência Elástica u_e

Temos que manter a união por atrito dentro do regime elástico. Na tabela 18.4 (atenção nas unidades)

$$u_e = \frac{d \times 3,5}{1000} = \frac{40 \times 3,5}{1000} = 140 \mu\text{m} \quad u_m < u_e \quad \text{OK!!}$$

g) Escolha do Ajuste Ideal

$$\text{Interferência Relativa} \quad \frac{1000 \times u_m}{d} = \frac{1000 \times 0,0092}{40} = 0,23 \text{ [-]}$$

usamos este valor e entramos na Tabela da pag. 66 (capítulo 18) do G. Niemann vol II e encontramos o ajuste H_7s_6 . Faremos agora a verificação.

$$40 H_7s_6 \text{ nos dá : - eixo - } 40_{+43}^{+59}$$

$$\text{- cubo - } 40_0^{+25}$$

$$u_{\text{max ajuste}} = 40,059 - 40,000 = 59 \mu\text{m} < u_e$$

$$u_{\text{min ajuste}} = 40,043 - 40,025 = 18 \mu\text{m} > u_m. \text{ Portanto o ajuste } H_7s_6 \text{ satisfaz.}$$

h) Determinação da Temperatura de Montagem

Levando-se em conta a folga para montagem, temos a interferência total necessária :

$$u_{\text{total}} = u_{\text{max aj}} + u_f; \quad u_f = \frac{d}{1000} = \frac{40}{1000} = 40 \mu\text{m}; \quad u_{\text{total}} = 59 + 40 = 99 \mu\text{m} . \text{ Note-se}$$

que neste caso não é necessário que $u_{\text{total}} < u_e$ pois ele é usado só para montagem.

$$\text{A dilatação térmica relativa será: } \frac{u_t}{d} = \frac{99}{40 \times 1000} = 2,47 \times 10^{-3}$$

Pela figura 18.5 da pag 65, para cubo de aço, obtemos $t=220^\circ \text{C}$. Para esta temperatura o aquecimento pode ser feito através de banho em óleo quente. A máxima interferência conseguida é

$$\text{neste método é } \frac{3,5 \times d}{1000} = 140 \mu\text{m} > u_{\text{total}} \quad \text{OK!!!}$$

Lista 9

1. Deseja-se unir uma polia de ferro fundido nodular que transmite um momento de torção constante de 3000 [kgf.cm], a um eixo de aço ABNT 1040 com $d = 50$ [mm]. Dimensionar a união supondo-a de pino transversal.
2. Fazer a união eixo cubo do exercício 1 através de chaveta plana.
3. Idem para união por meio de ranhuras múltiplas, sendo que agora o momento de torção é alternado com choques.
4. Dimensionar a chaveta plana necessária para transmitir um momento de torção $M_t = 3000$ [kgf.cm] entre um eixo e uma engrenagem ambos de aço.
São dados:

Diâmetro do eixo -	$d = 40$ [mm]
Largura da engrenagem -	$L = 30$ [mm]
Pressão específica admissível do material da chaveta -	$p_{adm} = 800$ [kgf/cm ²]
Tensão tangencial admissível do material da chaveta -	$\tau_{adm} = 450$ [kgf/cm ²]
5. Qual o máximo momento de torção que pode ser transmitido por uma chaveta tangencial que une um eixo de aço a um cubo de ferro fundido com os dados abaixo ?
São dados:

Diâmetro do eixo -	$d = 100$ [mm]
Largura do cubo -	$L = 120$ [mm]
pressão admissível - funcionamento com choques.	$p_{adm \text{ chaveta}} = 7$ [kgf/mm ²]
6. Numa barra de aço de 47 [mm] de diâmetro deve ser executado um entalhado para a colocação de uma engrenagem de ferro fundido cujo cubo mede 40 [mm] de largura. A pressão específica do cubo é 5 [kgf/mm²]. Qual o máximo momento de torção que pode ser transmitido para funcionamento com choques?.
7. Uma polia de ferro fundido deve ser unida a um eixo de aço por meio de uma chaveta vasada côncava ($\text{tg } \alpha = 1:100$). A polia tem um diâmetro $d_p = 300$ [mm] e a força tangencial nela aplicada vale $F_t = 100$ [kgf].
 - a) Escolher as dimensões do cubo da polia.
 - b) Dimensionar a chaveta, sabendo que o eixo tem diâmetro $d_i = 50$ [mm].
8. Dimensionar a chaveta plana necessária para união de uma engrenagem e um eixo, para a transmissão de um momento de torção $M_t = 2000$ [kgf cm]. Dados:
Diâmetro do eixo $d = 40$ [mm]
Largura da engrenagem: $L = 20$ [mm]
Material da chaveta ABNT 1020 = $p_{adm} = 8$ [kgf/mm²].

Resolução da lista 9

EXERCÍCIO 1

a) Dimensões do cubo

Aqui a relação de diâmetros pode ser tomada igual a 2,5 para cubo de ferro fundido (segundo tabela 11.3 do G. Niemann)

$$\frac{D}{d} = 2,5 \Rightarrow D = 125[\text{mm}] ; S = \frac{D-d}{2} = \frac{125-50}{2} = 37,5 [\text{mm}]$$

A largura pode ser obtida como em exercícios anteriores:

$$L = x\sqrt[3]{M_t} = 0,60\sqrt[3]{3000} = 8,65[\text{cm}] = 86,5 [\text{mm}]$$

b) Diâmetro do pino

Adota-se a relação $q=0,25$ (segundo tabela 11.3 do G. Niemann)

$$q = \frac{d_p}{d} \Rightarrow 0,25 = \frac{d_p}{50} \Rightarrow d_p = 12,5 [\text{mm}]$$

c) Tensões de Cisalhamento no pino

A tensão de cisalhamento no pino é igual à força tangencial U dividida pela área resistente que é duas vezes a secção transversal do pino.

$$\tau_p = \frac{4M_t}{\pi \times d \times d_p^2} = \frac{4 \times 300}{\pi \times 0,05 \times 0,0125^2} = 48,89 [\text{MPa}]$$

Temos que satisfazer a condição $\tau_p \leq \tau_{adm}$ A tensão tangencial admissível precisa ser

obtida. Normalmente usamos a teoria dada nas notas de aula ($\tau_{adm} = \frac{TP}{a.b.c.d}$, $T.P. = \tau_e = \alpha \cdot \sigma_e$). Este

entretanto é um procedimento geral. Às vezes dispomos de dados mais específicos que levam em conta peculiaridades de certos elementos de máquinas (por exemplo : parafusos) tais como concentrações de tensões, tratamentos térmicos especiais , etc. Este é o caso de uniões eixo-cubo, onde usamos os dados da tabela 11.4 do G. Niemann.

$$\tau_{adm} = 36 \times 1,5 = 54 [\text{MPa}] \quad \therefore \tau_p < \tau_{adm} \quad \text{OK!!}$$

Notar que usamos o fator 1,5 porque os valores desta tabela referem-se a solicitações pulsantes e no nosso caso o momento torçor é constante.

d) Pressão Específica

A pressão específica máxima no eixo é:

$$p_{e\max} = \frac{6 \times M_t}{d_p \times d^2} = \frac{6 \times 300}{0,0125 \times 0,05^2} \Rightarrow p_{e\max} = 57,6 [\text{MPa}]$$

e no cubo :

$$p_{cubo} = \frac{M_t}{S \times d_p (d + S)} = \frac{300}{0,0375 \times 0,0125 (0,05 + 0,0375)} \Rightarrow p_{cubo} = 7,31 [\text{MPa}], \text{ sendo que se}$$

pode obter a p_{adm} na tabela acima referida , que é aliás, uma das poucas fontes disponíveis para se obter a pressão específica admissível. Observar abaixo que usamos p_{adm} do material do par em contacto que seja mais sensível a este tipo de solicitação. Admitiremos pino de ABNT 1020.

$$p_{e\max} = 57,6 < p_{adm} = 65 \times 1,5 = 97,5 [\text{MPa}]$$

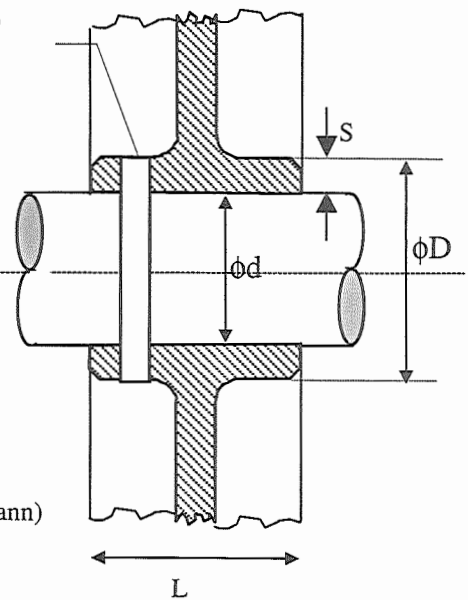
$$p_{cubo} = 7,31 < p_{adm} = 55,0 \times 1,5 = 82,5 [\text{MPa}] \quad \text{OK!!}$$

e) Cisalhamento no Eixo

$$\tau_{eixo} = \frac{M_t}{W_t} \quad W_t = \frac{\pi}{16} \times 0,05^3 \times \left(1 - 0,9 \times \frac{0,0125}{0,05} \right) = 1,90 \cdot 10^{-9} [\text{m}^3]$$

e portanto

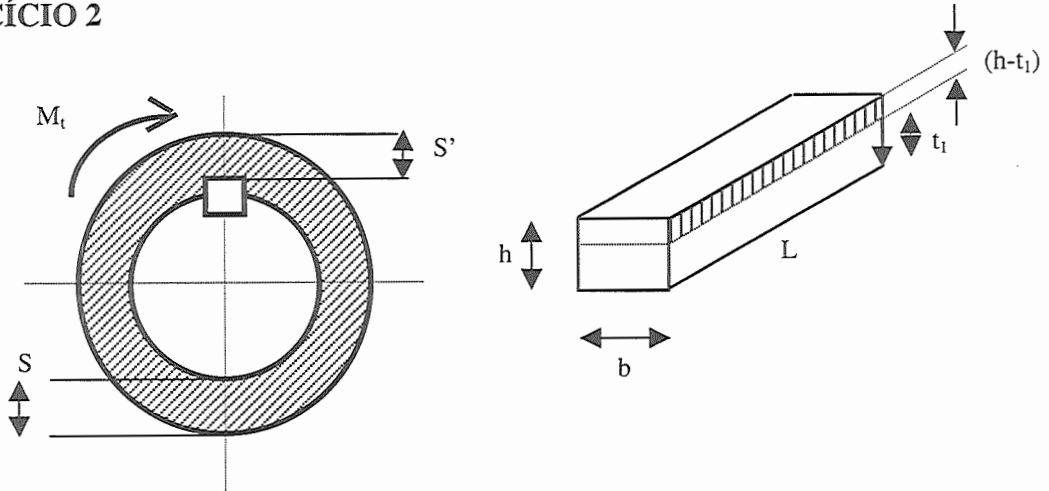
diâmetro do pino d_p



$$\tau_{eixo} = \frac{M_t}{W_t} = 15,77 [MPa] \quad , \text{ e da mesma forma anterior } \tau_{adm} = 58 \times 1,5 = 87 [MPa]$$

$$\tau_{eixo} < \tau_{adm} \quad \text{OK!!!!!!}$$

EXERCÍCIO 2



a) Dimensões principais :

Os valores de x e y são dados na tabela 18.1, vol 2 do G. Niemann, como anteriormente
 $L = 0,6\sqrt[3]{3000} = 8,65 [cm] = 86,5 [mm]$; $S = 0,2\sqrt[3]{3000} = 2,88 [cm] = 28,8 [mm]$; $S' = 0,17\sqrt[3]{3000} = 2,45 [cm] = 24,5 [mm]$

$$D = d + 2S = 10,76 [cm] = 107,6 [mm]$$

As dimensões relativas à chave são encontradas na tabela 18.6 (DIN 6885) do G. Niemann vol 2. Entrando-se com o diâmetro do eixo entre 50 e 58 [mm] e chaves paralelas ou planas classe comum:

$$b = 16 [mm] , \quad h = 10 [mm] , \quad t_2 = 3,9 [mm] , \quad t_1 = 6,2 [mm]$$

b) Verificação de L_{min}

Da mesma forma que anteriormente $p_{adm} = 55 \times 1,5 = 82,5 [MPa]$. Notar que usamos a pressão admissível do material mais sensível, no caso o cubo (p_{adm} do ferro fundido é menor que a do material da chave, assumido ser aço ABNT 1020).

$$L_{min} = \frac{2 \times M_t}{(h - t_1) \times d \times p_{adm} \times i} = \frac{2 \times 300}{(0,01 - 0,0062) \times 0,05 \times 82,5 \times 10^6 \times 1} = 0,0383 [m] = 38,3 [mm]$$

portanto $L > L_{min}$

c) Esmagamento do cubo

$h - t_1 < t_1$ ou seja $10 - 6,2 < 6,2$, portanto esmagamento do cubo é mais crítico !

$$p_{cubo} = \frac{U}{(h - t_1) \times L} = \frac{2 \times M_t}{d \times L (h - t_1)} = \frac{2 \times 300}{0,05 \times 0,0865 (0,01 - 0,0062)} = 36,51 [MPa]$$

$$p_{cubo} = 36,51 < 82,5 = p_{adm}$$

d) Esmagamento do eixo

$$p_{eixo} = \frac{U}{t_1 \times L} = \frac{2 \times M_t}{d \times t_1 \times L} = \frac{2 \times 300}{0,05 \times 0,0062 \times 0,0865} = 22,375 [MPa]$$

$p_{adm} = 65 \times 1,5 = 97,5 > 22,375 = p_{eixo}$ OK !! (material da chave ABNT 1020, ver item d do exercício anterior)

d) Cisalhamento da chaveta

$$\tau = \frac{U}{b.L} = \frac{2 \times 300}{0,05 \times 0,016 \times 0,0865} = 8,67 \text{ [MPa]}$$

Como já dissemos, assumimos a chaveta como sendo de aço ABNT 1020 e portanto:

$$\tau_{adm} = 36 \times 1,5 = 54 > 8,670 = \tau \text{ OK!!}$$

EXERCÍCIO 3

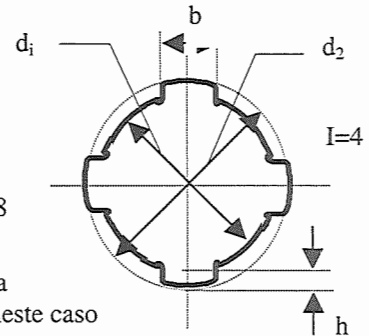
a) Determinação das dimensões principais

Pela tabela 18.8 do G. Nieman vol. 2, DIN 5462, construção leve:

$$d_i = 46[\text{mm}] \quad M_{10} = 173 \left[\frac{\text{kgf} \cdot \text{cm}}{\text{mm}} \right] \quad d = 50 [\text{mm}] \quad I = 8$$

$$b = 9 [\text{mm}] \quad d_2 = 50 [\text{mm}] \quad L = 86,5 [\text{mm}] \text{ (exerc. anterior)}$$

ou seja devem ser usinadas 8 ranhuras no eixo e no cubo. O valor da largura é o mesmo do exercício anterior $L = 86,5 [\text{mm}]$. É interessante notar que neste caso o diâmetro do eixo é igual a d_2 porque as estrias são usinadas.



b) Verificação de L_{min}

$$\text{O raio médio é : } r_m = \frac{d + d_i}{4} = \frac{46 + 50}{4} = 24,0 [\text{mm}]$$

$$h = \frac{50 - 46}{2} = 2 [\text{mm}] \quad . \text{ A pressão admissível é obtida da mesma}$$

forma anterior, mas para solicitação alternada no cubo $p_{adm} = 55 \times 0,7 = 38,5 [\text{MPa}]$

$$L_{min} = \frac{M_t}{0,75 \times p_{adm} \times h \times i \times r_m} = \frac{300}{0,75 \times 38,5 \cdot 10^6 \times 0,002 \times 8 \times 0,024} = 0,027 [\text{m}] = 27 [\text{mm}]; \quad L_{min} \ll L$$

c) Momento de Torção máximo admissível.

É muito comum fazermos a verificação de uniões de forma eixo-cubo usando-se o conceito de máximo momento admissível $M_t < M_{t,adm}$. Os valores de $M_{t,adm}$ estão tabelados (neste caso)

na tabela 18.8 do G. Niemann para $L = 1 [\text{mm}]$ e $p_{adm} = 10 \left[\frac{\text{kgf}}{\text{mm}^2} \right]$. As correções correspondentes são facilmente obtidas. **Cuidado com as unidades !!!**

A expressão geral fica sendo :

$$M_{t,adm} = \alpha \times L \times M_{10} \times \frac{p_{adm}}{10}, \text{ onde } \alpha \text{ depende do material e do tipo de esforço. Para cubo}$$

de ferro fundido e esforço com choque temos :

$$M_{t,adm} = 0,4 \times L \times M_{10} \times \frac{p_{adm}}{10} = 0,4 \times 86,5 \times 173 \times \frac{3,85}{10} = 2304,5 [\text{kgf} \cdot \text{cm}] = 230,45 [\text{N} \cdot \text{m}]$$

$M_t = 300 > 230,45 = M_{t,adm}$. Não aguenta !!! . Podemos aumentar a largura (nada impede que a largura do cubo seja maior que a largura da engrenagem ou da polia)

$$\frac{L_{nova}}{L_{velha}} = \frac{M_{t,adm,novo}}{M_{t,adm,velho}} \Rightarrow L_{nova} = 86,5 \times \frac{300}{230,45} = 112,6 [\text{mm}]$$

Lista 10

1. Definir o acoplamento rígido por flanges forjadas de aço ABNT 1020 que deve ser usado na união do eixo de um motor elétrico e o eixo de uma máquina de serviços leves para a transmissão de um momento de torção $M_t = 30.000$ [kgf.cm]. As pontas dos eixos tem diâmetro $d = 90$ [mm]. O coeficiente de atrito entre as flanges do acoplamento é $\mu = 0,25$. Material dos parafusos com $\sigma_{adm} = 18$ [kgf/mm²].
2. Um eixo com diâmetro $d = 55$ [mm] deve ser unido a outro por meio de um acoplamento rígido por flanges, para transmitir um momento de torção $M_t = 10.000$ [kgf.cm]. Escolher o acoplamento e dimensionar os parafusos da união. Dado: $\sigma_{adm \text{ parafuso}} = 1600$ [kgf/cm²]
3. No exercício anterior supondo-se que os parafusos se afrouxem durante o funcionamento, qual o máximo momento de torção que pode ser transmitido. Supor que a força de cisalhamento seja distribuída uniformemente pelos parafusos. Dado: $\tau_{adm \text{ parafusos}} = 940$ [kgf/cm²]

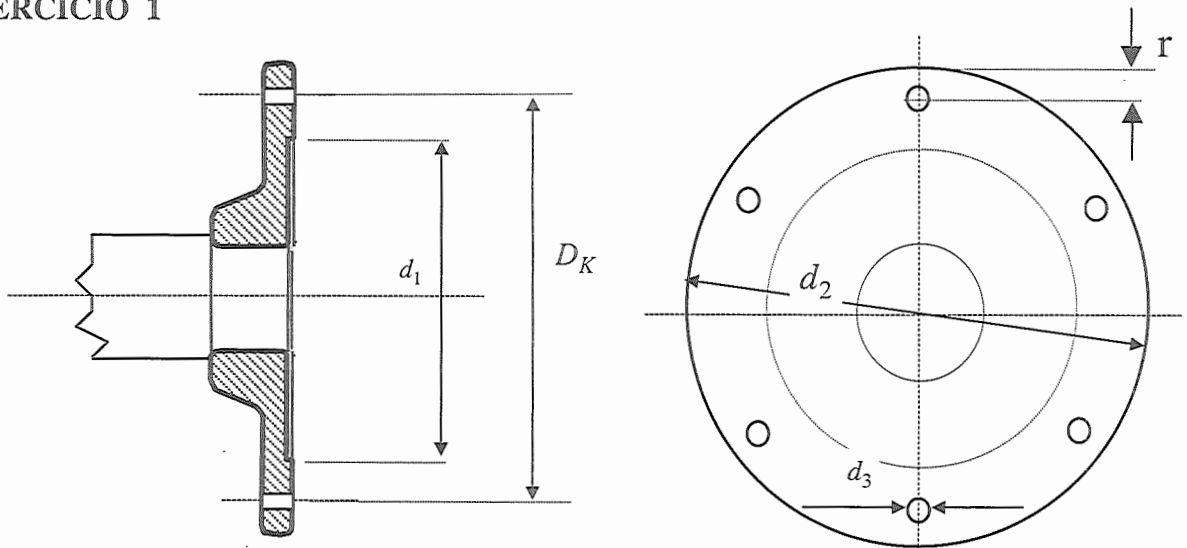
Comente as diferenças de funcionamento entre o princípio do exercício anterior e este. Qual método de união por meio de flanges é mais aconselhável?

4. Um eixo de aço carbono vazado com diâmetro externo $D = 30$ [mm] e diâmetro interno $d = 18$ [mm] é unido a outro de mesma secção transversal por meio de um engrenamento plano (tipo Hirth). A força axial necessária é dada por um parafuso M16 (tabela 10.13, página 176, Niemann Vol. 1). Determinar qual é o máximo momento de torção, com choques, que pode ser transmitido entre eles.

Adotar os dados que julgar necessário, justificando-os.

Resolução da lista 10

EXERCÍCIO 1



a) Dimensões principais

As dimensões podem ser obtidas da DIN 760 que consta da tabela 19.3 do G. Niemann vol 2, para $d = 90$ [mm]. O valor de r está na tabela 10.13 na mesma fonte.

$$d_1 = 125 \text{ [mm]}; \quad D_k = 160 \text{ [mm]}; \quad d_3 = 22 \text{ [mm]}; \quad z = 6$$

b) Força por Parafuso

$$P_p = \frac{2 \times M_t}{D_k \times z \times \mu} = \frac{2 \times 3000}{0,16 \times 6 \times 0,25} \Rightarrow P_p = 25000 \text{ [N]}$$

c) Escolha do Parafuso

Os parafusos estão submetidos a tração e como tal devem ser calculados

$$\sigma_{adm} \geq \frac{P_p}{S_1} \rightarrow 180 \cdot 10^6 \geq \frac{4 \times 25000}{\pi \times d_{paraf}^2} \rightarrow d_{paraf} \geq \sqrt{\frac{4 \times 25000}{180 \cdot 10^6 \times \pi}} \therefore d_{paraf} \geq 0,0133 \text{ [m]} = 13,3 \text{ [mm]}$$

Um parafuso com esta especificação, ou seja, diâmetro do núcleo $d_{paraf} \geq 13,3$ [mm], é o parafuso M16 com $d_1 = d_{paraf} = 13,4$ [mm]. Ver DIN 13, tabela 10.2 G. Niemann.

d) Pressão específica

O valor da espessura até a borda foi tomada $r = 20$ [mm]. Portanto

$d_2 = D_k + 2 \cdot r = 200$ [mm] e a área de atrito será

$$AREA = \frac{\pi \times d_2^2}{4} - \frac{\pi \times d_1^2}{4} - \frac{6 \times \pi \times d_3^2}{4} = \frac{\pi}{4} \times (0,20^2 - 0,125^2 - 6 \times 0,022^2) = 0,0169 \text{ [m}^2\text{]} :$$

A pressão admissível neste caso é, para momento torçor constante,

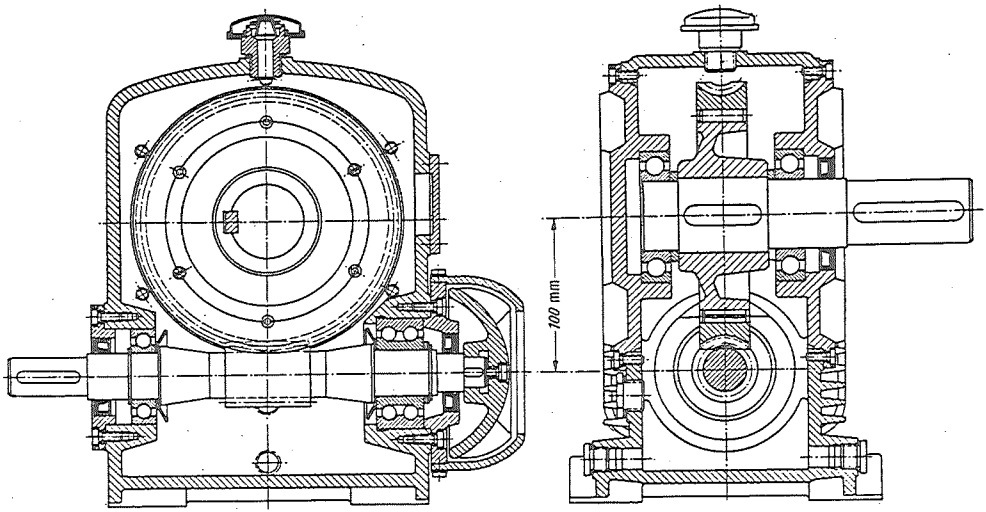
$$p_{adm} = 65 \times 1,5 = 97,5 \text{ [MPa]} \quad \text{Logo teremos :}$$

$$p = \frac{z \times P_p}{AREA} = \frac{6 \times 25000}{0,0168} = 8,93 \text{ [MPa]} \ll p_{adm} = 97,5 \text{ [MPa]}$$

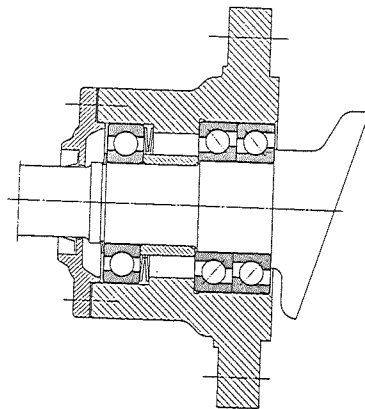
Dimensionamento OK!!.

Lista 11

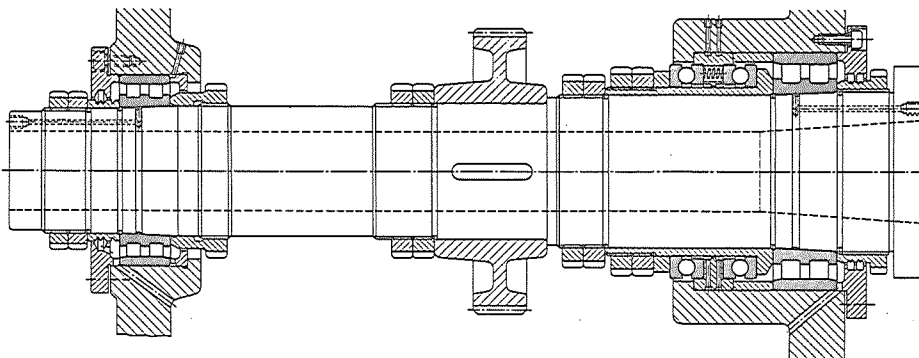
- 1) Num redutor de velocidades tipo parafuso sem-fim, para o eixo do sem-fim e para o eixo da coroa pede-se:
- selecionar os rolamentos adequados, justificando;
 - escolher as fixações axiais e radiais, bem como os ajustes radiais, justificando;
 - desenhar os dois eixos e seus mancais.



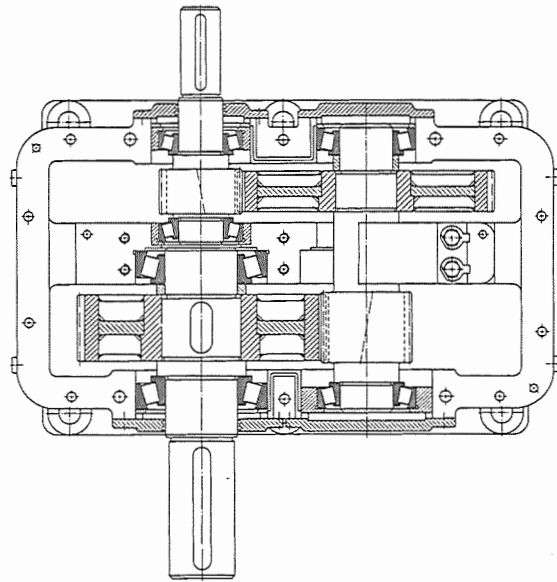
- 2) Na figura ao lado (figura 84 página 135 do catálogo FAG) pede-se:
- comentar a escolha dos tipos de rolamentos usados;
 - comentar as fixações axiais e radiais;
 - escolher os ajustes.



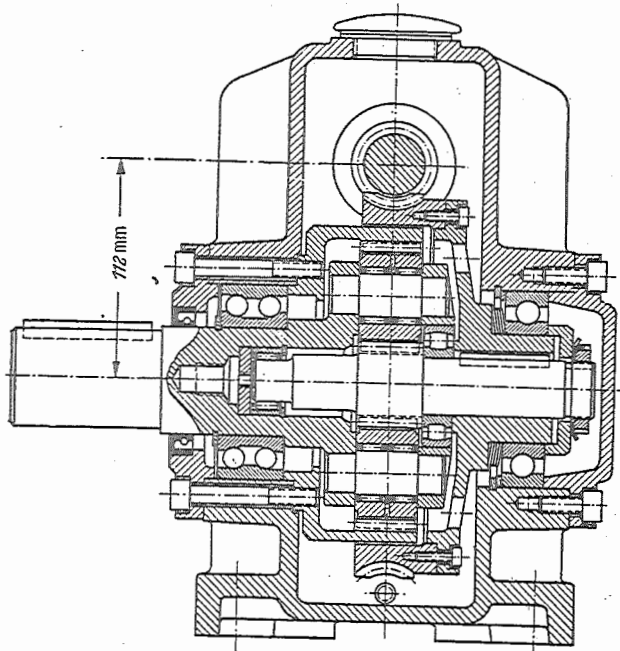
- 3) Idem para a figura 6 página 15 FAG.



4) Ibidem para a figura 29 página 49 FAG



5) Idem para a figura 24.11 do G. Niemann



Resolução da lista 11

EXERCÍCIO 1

a) Seleção de rolamentos

A seleção de rolamentos é feita segundo uma série de quesitos conforme a tabela abaixo. É interessante notar que a escolha adequada pressupõe um bom conhecimento do funcionamento do conjunto mecânico com o qual se trabalha. Também é bom que se diga que as soluções não são únicas.

Quesitos	Eixo do sem-fim	Eixo da coroa
Espaço disponível	sem limitação	sem limitação
Valor da carga	axial - alta radial - média	axial - baixa radial - alta
Direção/ sentido de aplicação da carga	com reversão	com reversão
Desalinhamento	não	não
Rotação	média	baixa
Precisão	normal	normal
Funcionamento silencioso	não	não
Rigidez	não exigida	não exigida
Facilidade montagem/desmontagem	não exigida	não exigida

Os fatores mais limitantes neste caso estão assinalados em negrito na tabela acima e levam à escolha do seguinte:

Eixo do sem fim:

Mancal Direito : rolamento de contacto angular (para suportar altas cargas axiais) com dupla carreira de esferas (para suportar reversão).

Mancal Esquerdo: rolamento rígido de esferas pois este mancal somente vai suportar carga radial, que é média.

Eixo da coroa:

Mancal Direito : rolamento rígido de esferas pode suportar carga radial relativamente alta e deve ser a primeira opção. Entretanto , na fase de cálculos de verificação, podemos chegar à conclusão que ele é insuficiente, passando para rolamento de rolos cilíndricos, por exemplo. Isto quer dizer que a seleção é sempre preliminar, devendo ser confirmada pelos cálculos. Também é interessante observar que a escolha *default* recai sempre sobre rolamento rígido de esferas porque é o mais comum e barato.

Mancal Esquerdo: idêntico ao mancal direito.

b) Fixações axial e radial

Fixação axial :

A regra básica é fixar-se axialmente um mancal e deixar livre o outro para permitir dilatação térmica. É razoavelmente óbvio que o mancal fixo é aquele que deve suportar o esforço axial, o mancal livre deve ser o outro. Também é normal deixar livre o anel (externo ou interno) que possuir ajuste radial tendendo a folga.

Eixo do sem fim

Mancal Direito (contacto angular) :

- anel interno fixo no eixo com fixação sem folga (evitar problemas com reversão), portanto devem-se evitar aqui anéis elásticos.
- anel externo fixo na carcaça.

Mancal Esquerdo :

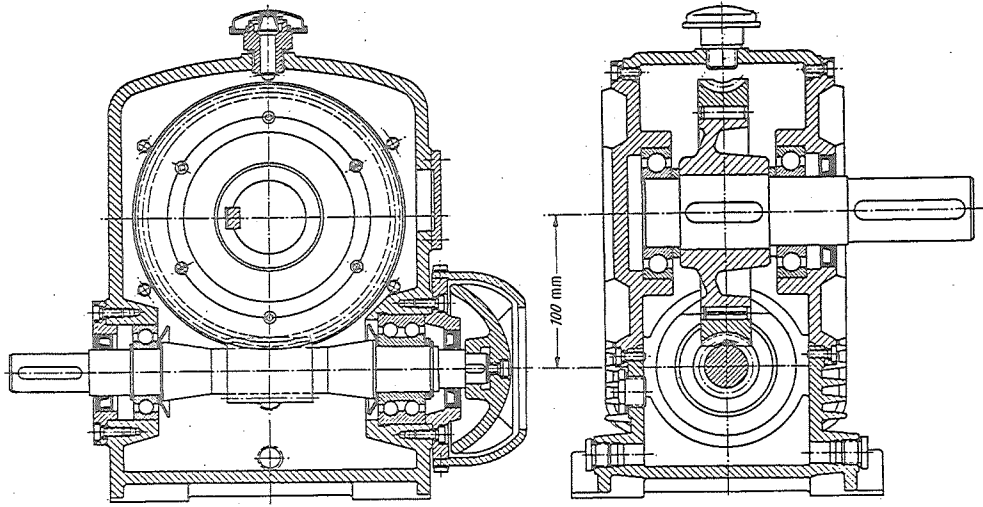
- anel interno fixo no eixo, podendo serem usados anéis elásticos.
- anel externo livre.

Eixo da coroa

Em tese deve-se usar solução similar ao caso anterior. Algumas observações podem ser feitas, porém. Quando não há forças axiais (ou quando são muito baixas) é comum dispensar a fixação axial,

deixando esta função para o próprio ajuste radial. A solução segura (mas um pouco mais cara) é sempre usar uma fixação axial, no mínimo um anel elástico.

Entretanto, no caso da figura acima (fig 24.8 do G. Niemann), o projetista adotou um solução não convencional. Para iniciar, os mancais estão assentados sobre tampas removíveis, o que impõe dificuldades de usinar os assentos com a precisão de forma (desalinhamentos) requerida e a necessidade de se usar pinos guia nas tampas. Além disto, a solução da fixação foi duplo bloqueio axial o que, apesar de baixo custo, é o caso usado para mancais próximos e alta necessidade de rigidez axial. Aparentemente não há razão para isto.



Fixação radial :

Talvez a melhor denominação seria “ajuste radial “ em vez de fixação. A regra básica é adotar-se ajuste indeterminado tendendo a folga para carga estacionária em relação ao anel e tendendo a interferência no caso de carga giratória (consultar capítulo de Ajustes Radiais do Manual SKF).

Eixo do sem fim

	Carga	Mancal Direito (contacto angular)	Mancal Esquerdo (rígido de esferas)
Anel Externo	estacionária	Ajuste indet. → folga $h_6 J_7$	Ajuste com folga $h_6 H_7$ (*)
Anel Interno	giratória	Ajuste indet. → interf. $H_7 k_6$	Ajuste indet. → interf. $H_7 k_6$

(*) folga maior para permitir dilatação térmica.

Eixo da coroa

	Carga	Mancal Direito (rígido de esferas)	Mancal Esquerdo (rígido de esferas)
Anel Externo	estacionária	Ajuste indet. → folga $h_6 J_7$	Ajuste indet. → folga $h_6 J_7$
Anel Interno	giratória	Ajuste indet. → interf. $H_7 k_6$	Ajuste indet. → interf. $H_7 k_6$

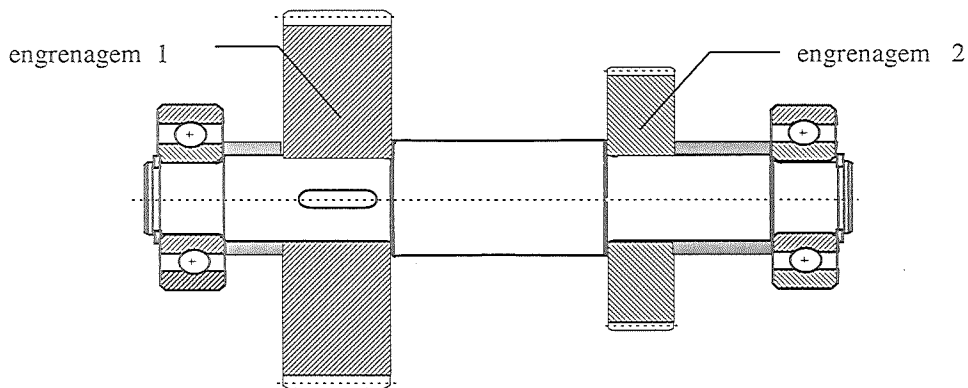
Lista 12

1) É necessário dimensionar os mancais de rolamentos de um eixo de acordo com os dados abaixo. Foram escolhidos rolamentos rígidos de esferas para ambos os mancais, sendo que o esquerdo é bloqueado e o direito é livre. Pede-se :

- Dimensionar os rolamentos
- Escolher o óleo e método de lubrificação
- Verificar n_{\max}
- Calcular momentos de atrito
- Escolher vedadores
- Fazer desenho dos mancais.

Dados :

- | | Mancal Esquerdo | Mancal Direito |
|---|-----------------|----------------|
| • Força radial | 6000 [N] | 8000 [N] |
| • Força axial (sentido único para esquerda) | 3000 [N] | 0 |
| • Diâmetro do assento no eixo $d =$ | 40 [mm] | 40 [mm] |
- Máquina de uso intermitente
 - Temperatura de serviço $t = 60 \text{ }^\circ\text{C}$
 - Direção das forças bem definidas.
 - Lubrificação e montagem confiáveis.
 - Não há desbalanceamento.
 - Eixo de rotação contínua de 200 [rpm] e em funcionamento tem vibrações médias e choques ocasionais leves.



2) Dobrando-se as cargas axiais e radiais do exercício 1, como ficará o dimensionamento ?

Resolução da lista 12

EXERCÍCIO 1

a) Valor das cargas

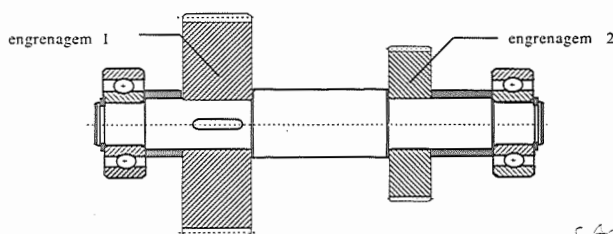
$$F_{calc} = f \cdot F_{th}$$

Fatores que influenciam na escolha de f

- existência de incerteza no valor das cargas (choques);
- direção das cargas bem definidas;
- montagem e lubrificação;
- não há desbalanceamento e a rotação é baixa;
- temperatura média (são consideradas temperaturas altas aquelas acima de $100^\circ C$).

porisso foi escolhido um valor de $f = (1,0 \text{ a } 3,0) = 1,5$ no meio da faixa. Temos então os seguintes valores das cargas para fins de cálculo:

	E (esquerdo)	D (direito)
Fr	9000 [N]	12000 [N]
Fa	4500 [N]	0



$$P_0 = 0,6 \cdot 9000 + 0,5 \cdot 4500$$

b) Dimensionamento Estático

Como existem choques é necessário o dimensionamento estático.

Carga Estática Equivalente

$$P_0 = X_0 F_r + Y_0 F_a$$

Para mancais rígidos de esferas temos na pg 184, catálogo SKF, versão 1989:

$$X_0 = 0,6 \text{ e } Y_0 = 0,5 \text{ se } P_0 \geq F_r \text{ (isto é, se } X_0 F_r + Y_0 F_a \geq F_r)$$

$$P_0 = F_r \text{ se } P_0 < F_r \text{ (isto é, se } X_0 F_r + Y_0 F_a < F_r)$$

Mancal D - $P_0 = F_r$, portanto $P_{0D} = 12000$ [N]

Mancal E - $P_0 = 0,6 \times 9000 + 0,5 \times 4500 = 7650 < F_r$, portanto $P_{0E} = F_r = 9000$ [N]

Na verificação precisamos ter : $C_0 \geq P_0 \cdot S_0$. Temos as seguintes condições para determinação de S_0 (tabela 9, pg 53, do catálogo SKF)

- rolamento em rotação contínua;
- giro silencioso normal;
- rolamento de esferas com vibração normal.

assim adotamos $S_0 = 1,0$

Verificação dos rolamentos pela capacidade estática (ver lista anterior para seleção de rolamentos)

Como iremos adotar os dois mancais iguais, tomaremos os dados do mais solicitado:

rolamento rígido de esferas

- $P_0 = P_{0D} = 12000$ [N]

- $d = 40$ [mm],

Pelo catálogo da SKF encontramos o rolamento rígido de esferas **6208**, pg 190, de características:

$$d = 40 \text{ [mm]}; D = 80 \text{ [mm]}; C = 30700 \text{ [N]} \text{ e } C_0 = 19000 \text{ [N]} > P_0. \text{ so OK!!}$$

c) Dimensionamento Dinâmico Direto

Carga dinâmica equivalente

$$P = X.F_r + Y.F_a$$

para rolamentos rígidos de esferas temos :

$$X = 1,0 \text{ e } Y = 0,0 \quad , \text{ se } \frac{F_a}{F_r} \leq e \quad ;$$

$$X \text{ e } Y \text{ retirados da tabela pag. 185} \quad , \text{ se } \frac{F_a}{F_r} > e.$$

“e” é função de $\frac{F_a}{C_0}$ obtido neste caso na tabela da pag. 185 do catálogo

Mancal D - Como não temos força axial $P_D = F_r = 12000 \text{ [N]}$

Mancal E - Temos $\frac{F_a}{C_0} = \frac{4500}{19000} = 0,24$, $e = 0,37$ Temos rolamentos rígidos de esferas individuais e

folga normal . Como $\frac{F_a}{F_r} = \frac{4500}{9.000} = 0,5 > e \Rightarrow x = 0,56$ e $y = 1,2$ e portanto

$$P_E = 0,56 \times 9000 + 1,2 \times 4500 = 10440 \text{ [N]}$$

Cálculo da Vida

$$L = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \left(\frac{C}{P} \right)^p \quad ; \quad p = 3 \text{ para rolamentos rígidos de esferas.}$$

- para confiabilidade de 90% $a_1 = 1,0$ (tabela 6 pg 35)
- para temperatura de funcionamento $< 150^\circ\text{C}$. $a_2 = 1,0$ (pg35) e $a_3 = a_{23}$ (pg38).
Para a obtenção de a_{23} entretanto é preciso primeiro obter o óleo a ser usado.

Escolha do Óleo

Usamos o diâmetro médio $d_m = \frac{d + D}{2} = \frac{40 + 80}{2} = 60 \text{ [mm]}$ e temos $n = 200 \text{ [rpm]}$. Pelo diagrama 2 da pag. 160 temos a viscosidade necessária nas condições de trabalho $v_1 = 70 \text{ [mm}^2 / \text{s]}$. Mas a temperatura de trabalho é 60°C . Na temperatura de referência (40°C) esta viscosidade será de $\Rightarrow v \cong 190 \text{ [mm}^2 / \text{s]}$, segundo o diagrama 3 da pg 161. Portanto o óleo escolhido deve ter viscosidade mínima de $190 \text{ [mm}^2 / \text{s]}$ à 40°C . Isto dá o óleo ISO VG220 segundo tabela 7 pg 38(na prática o óleo pode já estar determinado pelo cálculo das engrenagens !!. No nosso caso , supomos que o óleo acima satisfaça a ambas as situações). O óleo escolhido possui $v = 220 \text{ [mm}^2 / \text{s]}$ na temperatura de referência e $v = 75 \text{ [mm}^2 / \text{s]}$ nas condições de trabalho (o que se obtém usando o diagrama 3 já referido)

$$k = \frac{v}{v_1} = \frac{75}{190} = 1,07 \text{ e pela figura da pag. 39, } a_{23} = 1,05$$

Podemos agora calcular a vida

$$L_D = 1,0 \times 1,0 \times 1,05 \times \left(\frac{30700}{12000} \right)^3 = 17,58 \text{ milhões de rotações ou revoluções}$$

$$L_{Dh} = \frac{L_D \times 10^6}{60 \times n} = \frac{17,58 \times 10^6}{60 \times 200} = 1465 \text{ [horas]}$$

$$L_E = 1,0 \times 1,0 \times 1,05 \times \left(\frac{30700}{10440} \right)^3 = 26,69 \text{ milhões de rotações}$$

$$L_{Eh} = \frac{L_E \times 10^6}{60 \times n} = \frac{26,69 \times 10^6}{60 \times 200} = 2129 \text{ [horas]}$$

Vejam se as durações dos rolamentos **6208** são suficientes. Na tabela de vida aconselhável (tabela 4, pg 34) para máquina de uso intermitente L deve ser de 3000 à 8000 horas. Portanto os rolamentos não satisfazem !!! Note-se que escolhemos rolamentos bem acima da necessidade do dimensionamento estático, mas nem assim o dimensionamento dinâmico foi satisfeito. Esta situação pode eventualmente ser contornada neste caso em particular adotando um óleo mais viscoso e assim subindo um pouco o valor de a_{23} . Entretanto é muito comum isto não ser suficiente e então ficamos adotando vários rolamentos até chegar ao apropriado. Porisso sugerimos um outro procedimento, dado a seguir, para ser usado na verificação da capacidade de carga dinâmica em substituição àquele procedimento dado no item c).

d) Dimensionamento Dinâmico Indireto

Neste caso não escolhemos o rolamento baseados em C_0 . Determinamos o rolamento *a posteriori*.

d1) Estimativa da Capacidade de Carga Dinâmica necessária

$$L = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \left(\frac{C}{P} \right)^p \quad [10^6 \text{ revoluções}] \quad \text{e} \quad L_h = \frac{L \times 10^6}{60 \times n} \quad [\text{horas}]$$

Como anteriormente

- para confiabilidade de 90% $a_1 = 1,0$ (tabela 6 pg 35)
- para temperatura de funcionamento $< 150^\circ C$. $a_2 = 1,0$ (pg35) e $a_3 = a_{23}$ (pg38).

Para que este procedimento seja possível é necessário assumirem-se hipóteses simplificadoras. Não se tem o rolamento ainda e portanto não se sabe o raio médio e portanto não se sabe qual óleo usar. Assume-se que o óleo usado tenha as características do recomendado e portanto $a_{23} = 1$.

d2) Relação $\left(\frac{C}{P} \right)$ necessária

Se quisermos a vida necessária de 5000 [horas] temos que ter

$$L = \frac{L_h \times 60 \times n}{10^6} = \frac{5000 \times 60 \times 200}{10^6} = 60 \quad [10^6 \text{ revoluções}]$$

Da expressão acima tiramos que $\frac{C}{P}$ necessária :

$$\frac{C}{P} = \left(\frac{L}{a_1 \cdot a_{23}} \right)^{\frac{1}{p}} \Rightarrow \frac{C}{P} = \left(\frac{60}{1,0 \cdot 1,0} \right)^{\frac{1}{3}} = 3,91 [1] \quad (\text{adimensional-relação entre forças})$$

d3) Capacidade de carga dinâmica mínima necessária

Adotaremos aqui outra simplificação: a carga dinâmica equivalente P é sempre maior ou igual à força radial. Supomos que $P = F_r$ (no mínimo). E se usamos $P_{\text{mínima}}$ obteremos $C_{\text{mínima}}$:

$$C_{\text{min}} = \left(\frac{C}{P} \right) \times F_r$$

Mancal esquerdo

$$C_{\text{min } E} = 3,91 \times 9000 = 35190 \quad [N]$$

Mancal direito

$$C_{\text{min } D} = 3,91 \times 12000 = 46920 \quad [N]$$

Devido às várias hipóteses simplificadoras é bom não escolhermos rolamentos com C muito próximos de C_{min} . Uma escolha tal que $C > 1,1 \times C_{\text{min}}$ é mais segura. Da página 190, como anteriormente, tomamos o rolamento **6408**

$$d = 40 \text{ [mm]} ; \quad D = 110 \text{ [mm]} ; \quad C = 63700 \text{ [N]} \quad \text{e} \quad C_0 = 36500 \text{ [N]} > P_0 \cdot s_0 \text{ OK!!}$$

(portanto satisfaz verificação estática)

d4) Verificação do rolamento escolhido - Carga equivalente

Agora temos um rolamento escolhido (com mais critério!) e podemos repetir o procedimento dado em c), agora com mais segurança.

Mancal E

$$P = X \cdot F_r + Y \cdot F_a$$

Tem-se agora $\frac{F_a}{C_0} = \frac{4500}{36500} = 0,12$ e como anteriormente $e = 0,31$, $X=0,56$ e $Y=1,4$. Como

$$\frac{F_{aE}}{F_{rE}} = \frac{4500}{9000} = 0,5 > e \Rightarrow P_E = 0,56 \times 9000 + 1,4 \times 4500 = 11340[N]$$

Mancal D

$$\text{Como não se tem neste caso força axial } P_D = F_{rD} = 12000[N]$$

d5) Escolha do óleo.

Usa-se o mesmo procedimento anterior: $d_m = \frac{d+D}{2} = \frac{40+110}{2} = 75$ [mm] e temos $n = 200$ [rpm]. Pelo diagrama 2 da pag. 160 temos a viscosidade necessária nas condições de trabalho ($60^\circ C$) $\nu_1 = 60$ [mm^2/s]. e a $40^\circ C$ tem-se $\Rightarrow \nu \cong 170$ [mm^2/s]. Isto dá o mesmo óleo ISO VG220 segundo tabela 7 pg 38., o qual possui $\nu = 220$ [mm^2/s] a $40^\circ C$ e $\nu = 75$ [mm^2/s] nas condições de trabalho, como já vimos.

$$k = \frac{\nu}{\nu_1} = \frac{75}{60} = 1,25 \text{ e pela figura da pag. 39, } a_{23} = 1,20$$

d6) Vida dos rolamentos.

$$L_D = 1,0 \times 1,0 \times 1,20 \left(\frac{63700}{12000} \right)^3 = 179,49 \text{ [} 10^6 \text{ revoluções]}$$

$$L_{Dh} = \frac{L_D \times 10^6}{60 \times n} = \frac{179,49 \times 10^6}{60 \times 200} = 14,957 \text{ [horas]}$$

$$L_E = 1,0 \times 1,0 \times 1,20 \left(\frac{63700}{11340} \right)^3 = 212,70 \text{ [} 10^6 \text{ revoluções]}$$

$$L_{Eh} = \frac{L_E \times 10^6}{60 \times n} = \frac{212,70 \times 10^6}{60 \times 200} = 17,897 \text{ [horas]}$$

Ambos os rolamentos satisfazem as condições !! Aliás, superam largamente. Isto ocorreu porque entre os rolamentos 6308 e 6408, há um salto muito grande em termos de C, o que não pode ser evitado.

e) Escolha do Método de Lubrificação

- Óleo deverá trabalhar com eixo em baixa rotação
- Temperatura de trabalho baixa ($60^\circ C$)
- Eixo horizontal

Estas especificações nos levam a escolher como método de lubrificação o banho de óleo sem refrigeração forçada. (ver pg 157 do catálogo SKF)

f) rotação máxima permitida

A rotação máxima permitida é dada por $n_{\max \text{ perm}} = f \cdot n_{\max \text{ tabela}}$. O valor de f é dado no gráfico da pag 65 e $n_{\max \text{ tabela}} = 8000$ [rpm] a partir da pg 190, para rolamentos 6408 com lubrificação por óleo $\Rightarrow n_{\max \text{ perm}} = 0,95 \times 8.000 = 7600$ [rpm] > 200 [rpm] OK!!

g) Estimativa do Momento de Atrito

$$M_a = \mu \times \frac{P \cdot d}{2} \text{ sendo } \mu = 0,0015$$

$$\text{Mancal D - } M_{aD} = 0,0015 \times \frac{12.000 \times 0,040}{2} = 0,36 [N.m]$$

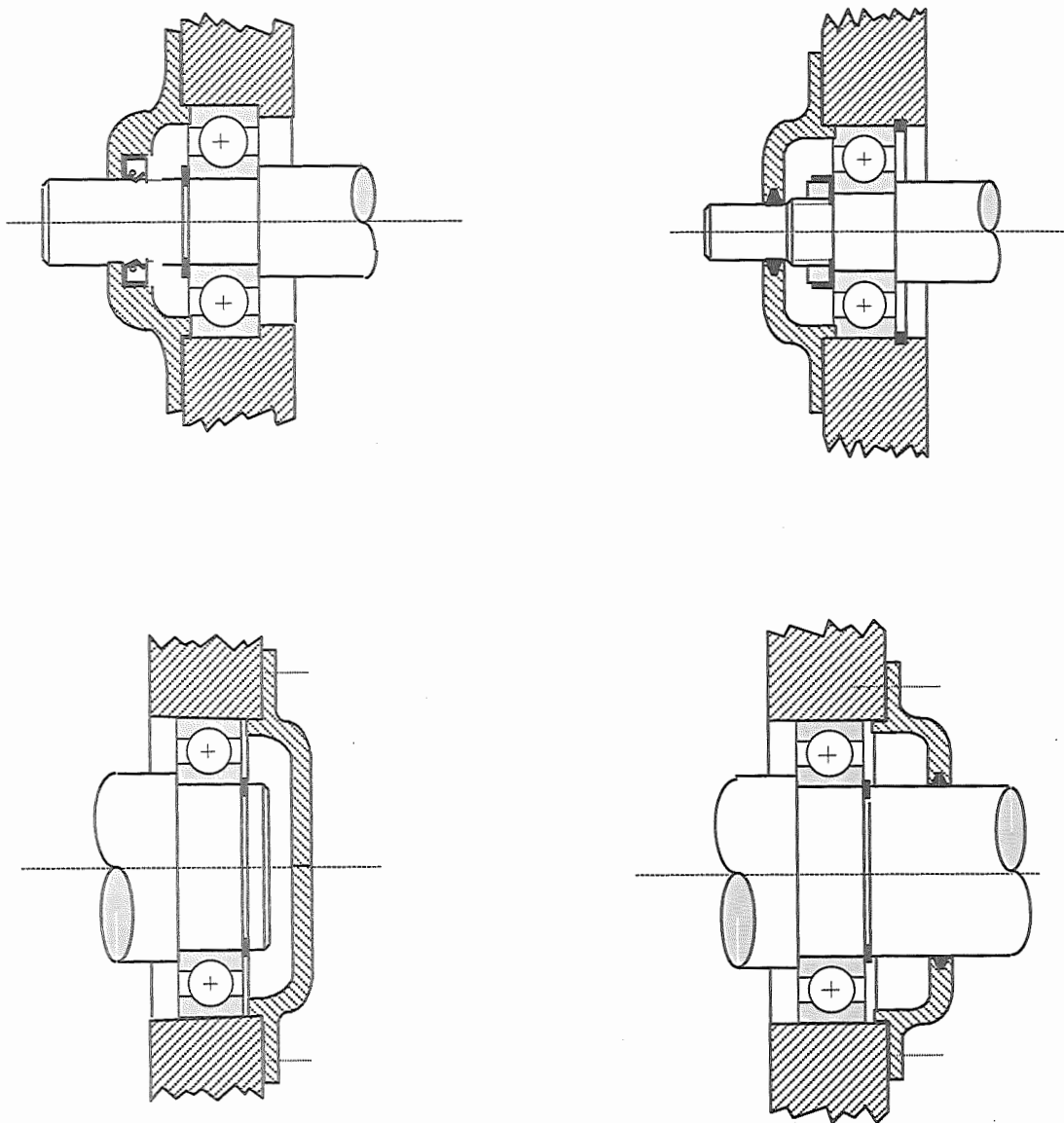
Mancal E - $M_{aE} = 0,0015 \times \frac{11.340 \times 0,040}{2} = 0,34 [N.m]$ (valores aproximados. Valores mais precisos podem ser obtidos usando-se a teoria da pg 60 do catálogo SKF)

h) Escolha dos Vedadores

Existem diversas soluções possíveis. Os vedadores possuem faixa de temperatura e de velocidades periféricas nas quais eles podem ser aplicados. Como regra geral, para baixas séries de fabricação usam-se gachetas, e para altas séries o sistema mais eficiente é o de retentores. Estes porém, exigem certos valores de dureza e rugosidade da superfície do eixo com a qual eles tem contato. No item seguinte várias soluções são apresentadas.

i) Croqui

Cada croqui apresenta possíveis soluções.



Lista 14

Dimensionar o mancal radial hidrodinâmico a ser usado no eixo de um motor elétrico com as características dadas abaixo.

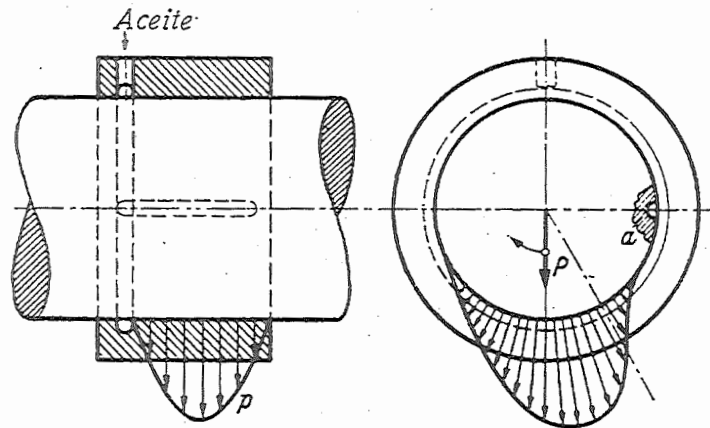
- rotação $n = 1500$ [rpm]
- Carga $P = 600$ [kgf]
- Serviço contínuo ($a = 1$)
- Diâmetro do eixo $d = 80$ [mm]
- Lubrificação por anel centrifugador ou banho de óleo.
- Rugosidade das superfícies de contato $0,004$ [mm]
- Refrigeração por convecção
- Mancal pesado
- Temperatura ambiente 25°C

Resolução da Lista 14

EXERCÍCIO 1

a) diâmetro do eixo (munhão)

É dado $d = 80[\text{mm}]$



b) Largura do mancal

Consulta-se a Tabela 15.2 do G. Niemann e para aplicações em motores elétricos, com $n = 1500 \text{ rpm}$ e $t_{\text{parada}} < 8$ minutos, obtém-se

- largura $b = (0,8 \text{ a } 1,5) \cdot d = 0,8 \cdot 80 = 65 [\text{mm}]$
- velocidade tangencial máxima $v = 10 [\text{m/s}]$
- pressão máxima aconselhada $p_{ma} = 12,0 [\text{kgf}/\text{cm}^2]$
- material mancal WM10, liga de zinco segundo DIN 1703.

c) capacidade e carga

$$P_m = \frac{P}{b \times d} = \frac{600}{6,5 \times 8} = 11,53 [\text{kgf}/\text{cm}^2] < p_{ma}$$
 Usaremos, excepcionalmente, as unidade [kgf], [cm] e não o sistema S.I., por facilidade de consulta aos ábacos do livro texto.

d) velocidade admissível

$$n < \frac{v_{\text{max}} \times 60 \times 100}{\pi \times d} = \frac{10 \times 60 \times 100}{\pi \times 8} = 2388 [\text{rpm}], \quad 1500 < 2388 \quad \text{OK!!}$$

e) folga diametral (D-d)

Da tabela 15.4, com pressão elevada (próxima da máxima) e velocidade média temos a faixa de 0,8 a 1,4. Adotaremos $\psi = 1,1 \times 10^{-3}$

$$\psi = \frac{(D-d)}{d} = 1,1 \cdot 10^{-3} \Rightarrow (D-d) = 80 \times 1,1 \cdot 10^{-3} = 0,088 [\text{mm}] = 88 [\mu\text{m}]$$

f) espessura mínima de película

$h = 3 \times \text{rugosidade das superfícies}$
 $3 \times 0,004 = 0,012 \text{ [mm]} = 12 \text{ [\mu m]}$
 a espessura relativa do filme de óleo será:

$$h_r = \frac{h}{\psi \times r} = \frac{0,012}{0,0011 \times 40} = 0,27$$

g) coeficiente de atrito e viscosidade dinâmica necessária

Da figura 15.4 do G. Niemann para $h_r = 0,27$ e $b/d = 0,8$

- $\frac{\mu}{\psi} = 2,5 \Rightarrow 2,5 \times \psi = \mu \therefore \mu = 0,00275$

$$\frac{\eta \times \varpi}{p_m \times \psi^2} = 0,7 \Rightarrow \eta = 0,70 \frac{p_m \times \psi^2}{\varpi}$$

$$\therefore \eta = \frac{0,70 \times 11,53 \times 0,0011^2}{\frac{2\pi \times 1500}{60}} = 6,2 \times 10^{-8} \left[\frac{\text{kgf} \cdot \text{s}}{\text{cm}^2} \right]$$

h) Temperatura de serviço

Precisa-se agora determinar a temperatura de serviço para mancais pesados $\alpha \cdot \pi = 0,44$, e refrigeração por convecção natural:

$$T_f = T_l + \frac{p_m \times \mu \times n \times 2\pi \times r}{\alpha \times \pi \times 60} \times a = 25 + \frac{11,53 \times 0,00275 \times 1500 \times 2 \times \pi \times 4}{0,44 \times 60}$$

$$\times 1,0 = 70,3^\circ\text{C}$$

i) escolha do óleo

Podemos agora escolher o óleo. Na figura 16.2 com $T = 70,3$ e $\eta = 0,062 \times 10^{-6} \left[\frac{\text{kgf} \cdot \text{s}}{\text{cm}^2} \right]$ tem-se Curva 2 - óleo Vacuoline C. (aproximadamente SAE 10. Ver gráfico notas de aula)

j) rotação crítica de atrito misto

Inicialmente calcula-se $h_{r0} = \frac{\text{rugosidade}}{\psi \times r} = \frac{0,0004}{0,0011 \times 4} = 0,09$. Este valor pode ser usado na

fig 15.4. Podemos linearizar a curva e ler $\frac{x}{0,09} = \frac{1,1}{0,5} \Rightarrow x = 0,198$

$$\frac{\eta \times \varpi}{p_m \times \psi^2} = 0,198 \Rightarrow \frac{2\pi \times n}{60} = \frac{0,198 \times 11,53 \times 0,0011^2}{0,45 \cdot 10^{-6}} \Rightarrow n = 58,53 \text{ [rpm]}$$

Acima desta rotação o eixo descola e não há mais atrito misto. Usamos aqui a viscosidade do óleo escolhido a 25°C (fig 16.2), supondo que o eixo acabou de partir e o óleo está à temperatura ambiente.

l) Rotação na qual atinge o atrito misto na parada

O procedimento é o mesmo somente que neste caso o óleo está à temperatura de serviço e a viscosidade baixará de acordo com isto

$$h_r = \frac{h}{\psi \times r} = \frac{0,0004}{0,0011 \times 4} = 0,09 \text{ . Da figura 15.4}$$

$$\frac{\eta \times \varpi}{p_m \times \psi^2} = 0,198 \Rightarrow \frac{2\pi \times n}{60} = \frac{0,198 \times 11,53 \times 0,0011^2}{0,09 \cdot 10^{-6}} \Rightarrow n = 293,06 \text{ [rpm]}$$

Abaixo desta rotação inicia-se o atrito misto até a parada do eixo.

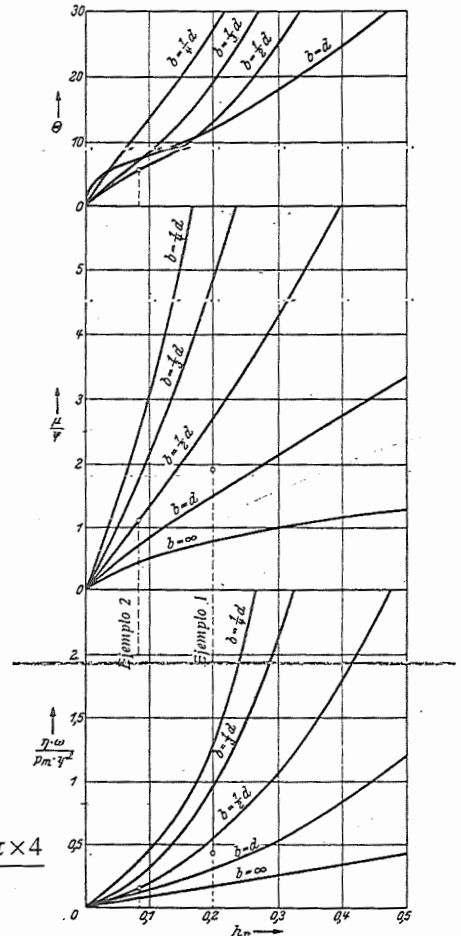


FIG. 15/4. Curvas características para calcular los cojinetes de acuerdo con la teoría de la lubricación (2)