

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE HIDRÁULICA E SANEAMENTO



FENÔMENOS DE TRANSPORTE

CAPÍTULO 2

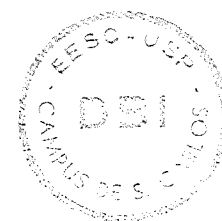
DEDALUS - Acervo - EESC



Marcus F. Giorgetti

SÃO CARLOS – 1981
Publicação 031/84
Reimpressão

CAPÍTULO 2



CARACTERÍSTICAS FENOMENOLÓGICAS DOS ESCOAMENTOS

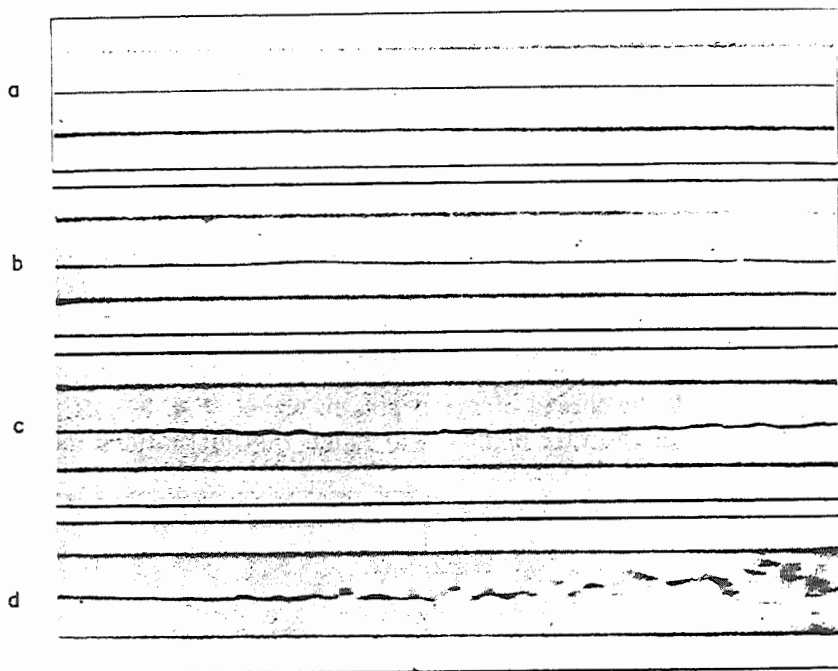
2.1 - ESCOAMENTO LAMINAR E TURBULENTO EM TUBOS

Em 1883 Osborne Reynolds publicou uma série de artigos descrevendo suas experiências a respeito das "circunstâncias que determinam se o movimento da água deverá ser retilíneo ou sinuoso, e da lei da resistência ao escoamento em canais de paredes paralelas" [2.1].

Seu experimento clássico consistia em injetar um filete de corante aquoso no centro de um tubo de vidro no qual escoava água, e observar o comportamento do filete para diferentes condições de escoamento. Em certas condições, o filete mantinha-se retilíneo ao longo de todo o tubo, enquanto que em outras, o corante dissipava-se rapidamente na direção transversal logo depois de sair da agulha injetora. A figura 2.1 ilustra diferentes observações.

De a até d há um aumento gradual da vazão. Na primeira foto, nota-se que o filete é perfeitamente retilíneo, o que quer dizer que o escoamento é absolutamente "bem comportado", com todas as partículas escoando exatamente na direção do eixo do tubo. Nas figuras b e c podem ser observadas pequenas sinuosidades, sem, entretanto, haver aumento substancial na dispersão do filete; na figura d, finalmente, pode-se perceber que há uma quebra total da estrutura organizada do escoamento. O fluido como um todo ainda se move na direção longitudinal do tubo, porém, uma partícula, individualmente, pode oscilar amplamente nas direções transversais enquanto se move. O filete de corante desagrega-se e espalha muito rapidamente na direção transversal, revelando que, embora em média o fluido ainda se mova na direção axial, deve haver superposto a este escoamento, um outro mecanismo misturador bem mais intenso do que a simples difusão molecular.

Nos casos em que a difusão rápida era observada, ao examinar o escoamento sob a luz de uma descarga elétrica, Reynolds verificou a existência de um amplo conjunto de vórtices superpostos ao escoamento principal.



Experiencia de Reynolds

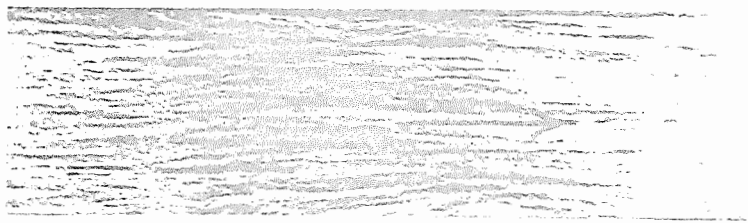
Figura 2.1

Este fenômeno é difícil de ser observado, porque o escoamento principal que se dá na direção do tubo ou canal muitas vezes camufla a existência dos vórtices. E o que acontece quando se fotografa um líquido escoando no qual existam partículas marcadoras em suspensão. Ao ser fotografada com um tempo de exposição Δt , cada partícula deixará na foto um pequeno traço orientado conforme sua velocidade; como a velocidade do escoamento principal é em geral muito maior do que a velocidade adicional criada pelos vórtices, apenas a primeira ressaltará. A observação visual é prejudicada pelo mesmo tipo de problema. Uma maneira interessante de extrair a imagem criada pela estrutura de vórtices seria através do "congelamento" do escoamento principal, mas apenas dele. Isto pode ser feito se for usado um observador que se mova com a mesma velocidade que a do escoamento principal.

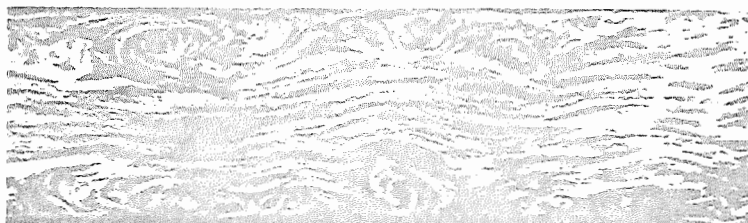
A sequência de fotografias mostrada na figura 2.2, ilustra muito bem a existência do conjunto de vórtices superposto ao escoamento principal. Todas as fotos foram tiradas do mesmo escoamento, porém com a câmera movendo-se na direção e sentido do escoamento com as velocidades indicadas. Estes resultados foram obtidos por Nikuradse em 1929 e publicados por Tollmien em 1931.

O escoamento principal (ou médio) em um canal apresenta um perfil não uniforme de velocidades na seção transversal; a velocidade é maior no centro, e decresce até zero junto às paredes laterais. Dessa forma,

vê-se que com a câmara movendo-se com a velocidade de 12,15 cm/s apenas alguns vórtices junto às paredes foram revelados, enquanto que no centro do canal não aparecia nenhum vórtice. Com a câmara a 27,6 cm/s, os vórtices no centro do canal ficaram evidentes, enquanto que os outros não apareceram.



a - Velocidade da câmara: 12,15 cm/s



b - Velocidade da câmara: 20 cm/s



c - Velocidade da câmara: 25 cm/s



d - Velocidade da câmara: 27,5 cm/s

Figura 2.2

Reynolds determinou as velocidades críticas para as quais os escoamentos "retilíneos" (laminares) transformavam-se em escoamentos "sinuosos" (turbulentos), e verificou que a velocidade crítica era proporcional à viscosidade cinemática da água e inversamente proporcional ao diâ-

metro do tubo, ou seja:

$$v_{cr} = C \frac{\nu}{D} \quad (2.1)$$

O valor de C variava entre 1900 e 2000.

A equação (2.1) pode ser rearranjada como

$$\frac{v_{cr} \cdot D}{\nu} = C \quad (2.2)$$

O primeiro membro da equação (2.2) é um adimensional. Este parâmetro, atualmente conhecido como número de Reynolds, e simbolizado por Re_D é capaz de informar se um escoamento confinado em um tubo cilíndrico é laminar ou turbulento. Em tese, se Re_D for menor do que 2000 o escoamento será laminar, e se for maior do que 2000 o escoamento deverá ser turbulento. A primeira afirmação, é verdadeira; a segunda, no entanto, pode não ser.

Tem sido observado em condições de laboratório, em que o fluido em escoamento origina-se de um reservatório com o fluido totalmente em repouso, e com o escoamento protegido de vibrações, que Re_D até da ordem de até 40000 pode ser alcançado antes que haja a transição. Na prática, no entanto, o critério baseado em um Re_D crítico da ordem de 2000 pode ser usado com segurança para decidir se um escoamento em uma tubulação cilíndrica longa será laminar ou turbulento.

O motivo pelo qual um escoamento laminar torna-se subitamente turbulento é de difícil compreensão. Muitas teorias foram propostas com este objetivo. A teoria de pequenas perturbações de Tollmien e Schlichting leva à conclusão de que abaixo do número de Reynolds crítico o escoamento é estável quanto às perturbações, isto é, as forças viscosas são maiores do que as forças da inércia associadas com as perturbações, e estas são prontamente amortecidas. Entretanto, acima do número de Reynolds crítico o escoamento é instável, e as perturbações eventuais são prontamente amplificadas e difundidas.

2.2 - ESCOAMENTO LAMINAR E TURBULENTO NÃO CONFINADO.

CAMADA LIMITE.

A exposição e descrição do item anterior diz respeito aos escoamentos confinados totalmente estabelecidos ou desenvolvidos, isto é, escoamento no interior de dutos depois de o fluido ter percorrido uma distân-

cia suficientemente grande no interior do tubo, de modo que o perfil de velocidades já tenha adquirido uma forma estável. Quando o fluido entra em um duto, tendo vindo de um reservatório, não há motivo nenhum para que o perfil de velocidades não seja uniforme em todos os pontos da seção de entrada, exceto junto às paredes onde a velocidade é igual a zero.

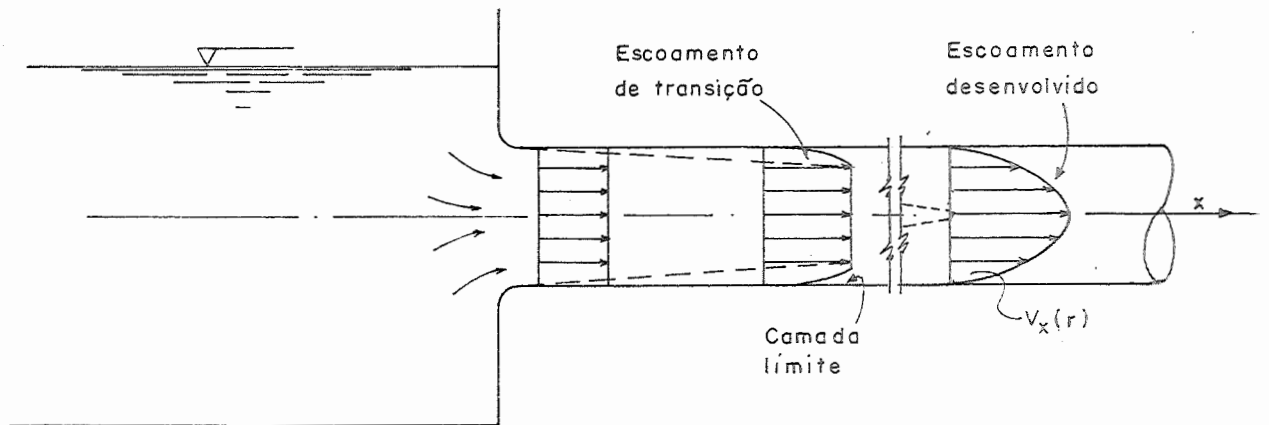


Figura 2.3

Com o progredir do escoamento, entretanto, a troca de quantidade de movimento iniciada junto às paredes difunde-se em direção ao centro do tubo, até atingí-lo. Só quando isto acontece é que o escoamento se torna desenvolvido ou estabelecido. Na fase de transição podem-se distinguir duas zonas, o núcleo central, onde o perfil de velocidades é uniforme, e uma zona periférica dentro da qual há um pronunciado gradiente de velocidades. Esta zona periférica é chamada de camada limite. A figura 2.3 mostra essa evolução em um exemplo em que o escoamento estabelecido é laminar, isto é, caracterizado pelo clássico perfil parabólico de velocidades.

Escoamentos de transição são a regra da natureza. Ocorrem sobre as asas e fuselagem de aviões, ao longo dos cascos de navios, no interior de dutos curtos, no vento junto ao solo, etc.. O entendimento do conceito de camada limite foi essencial para o desenvolvimento da Mecânica dos Fluidos, e é fundamental para a sua correta utilização. O mesmo foi criado por L. Prandtl e apresentado em uma série de publicações iniciadas em 1904 [2.2].

A região de transição, na parte inicial de um duto comporta-se mais ou menos como em escoamento não confinado, isto é, como o que ocorre sobre a asa de um avião. Para melhor entender os escoamentos não confinados, em contato com uma superfície sólida é conveniente analisar-se o modelo clássico do escoamento sobre uma placa plana. A figura 2.4 representa a parte inicial ou frontal de uma placa plana colocada em um meio onde sem a sua presença haveria um escoamento com velocidade U .

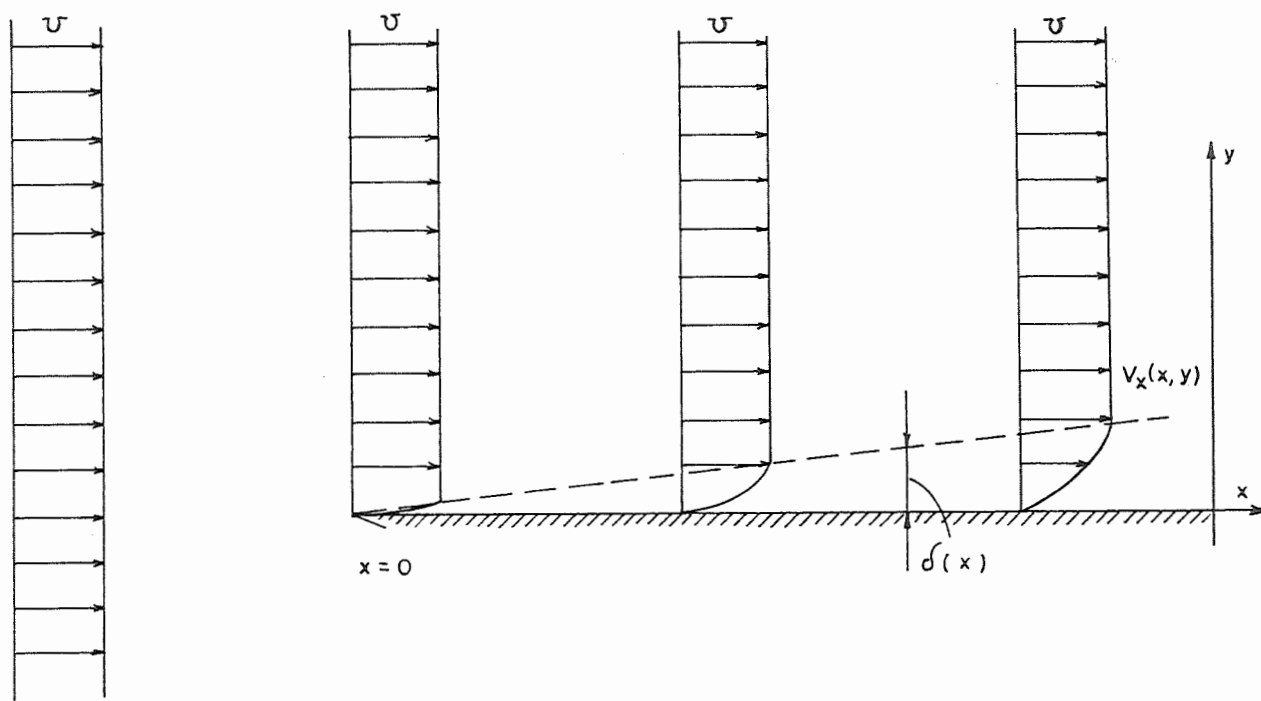


Figura 2.4

O escoamento no interior da camada limite formada nesta região frontal apresenta estrutura laminar; a mesma é chamada, então, de camada limite laminar. A medida que o escoamento progride na direção longitudinal o intercâmbio de quantidade de movimento penetra cada vez mais profundamente no fluido, e a espessura da camada limite δ cresce em função de x . Além disto, verifica-se experimentalmente que δ cresce proporcionalmente à viscosidade μ do fluido, inversamente à sua massa específica ρ e à velocidade U . A correlação entre estas variáveis é do tipo

$$\delta \sim \sqrt{\frac{\mu x}{\rho U}} \quad (2.3)$$

ou seja

$$\frac{\delta}{x} \sim \frac{1}{\sqrt{\frac{\rho U x}{\mu}}} \quad \text{ou} \quad \frac{1}{\sqrt{U x / \nu}} \quad (2.4)$$

É fácil de se ver que quanto mais espessa for a camada limite, menor será o valor de $\frac{\partial u}{\partial y}$ junto à placa. Sabe-se que $\partial u / \partial y$ junto à placa é proporcional à tensão de cisalhamento τ_{yx} que existe entre o fluido e a placa. Portanto, a força entre fluido e sólido deverá depender da espessura da camada limite δ . Da mesma forma, quanto mais espessa for a camada limite, maior será o "isolamento" entre o escoamento externo, de velocidade U , e a placa; portanto, menor será a remoção de calor e de massa capaz de ser efetuada pelo fluido em escoamento.

O parâmetro $\frac{\rho U x}{\mu}$ ou $\frac{U x}{\nu}$ é semelhante ao número de Reynolds anteriormente definido para escoamentos em dutos cilíndricos Re_D . Aqui, o diâmetro é substituído pela abscissa x , e o número de Reynolds Re_x , assim, definido, será chamado de número de Reynolds local, para indicar que o mesmo varia de um ponto para outro em função da mudança do valor de x .

No escoamento estabelecido em dutos cilíndricos quando há um aumento do número de Reynolds causado por um aumento na velocidade pode-se chegar a uma situação ($Re_D > 2000$) em que o escoamento laminar torna-se insustentável, e ocorre a transição para um escoamento turbulento. No caso agora analisado, ocorre algo semelhante.

O escoamento no interior da camada limite permanece laminar somente até uma certa distância da borda frontal, ou borda de ataque, tornando-se então turbulento. Sempre há perturbações em um fluido em escoamento, porém, desde que as forças viscosas sejam grandes quando comparadas com as forças inerciais associadas às perturbações, elas impedem o crescimento das mesmas. Forças viscosas são forças associadas às tensões de cisalhamento τ_{yx} conforme definidas através da equação da viscosidade de Newton. Com o aumento da espessura da camada limite os gradientes de velocidade diminuem, e portanto, as tensões de cisalhamento também diminuem. As forças viscosas decrescem relativamente às forças inerciais, e desde que x seja suficientemente grande ($\delta \sim \sqrt{x}$) atinge-se um ponto no qual as perturbações não mais se amortecerão, mas sim crescerão com o tempo. A camada limite torna-se instável, e começa a fase de transição do escoamento de laminar para turbulento. A camada limite passa a apresentar um escoamento em que ao escoamento principal soma-se, superpõe-se um conjunto amplo de turbilhões e vórtices. Um escoamento quase laminar persiste, entretanto, numa fina camada junto à placa; esta região é denominada sub-camada laminar. A região que separa a sub-camada laminar da zona ni-

tidamente turbulenta é denominada de camada amortecedora. Deve-se ter em conta que esta estratificação em três camadas é feita principalmente por razões didáticas e com o objetivo de analisar-se matematicamente o escoamento através de modelos diferentes; na verdade, não há uma separação nítida, mas sim uma mudança gradual nas características do escoamento, desde laminar, bem junto à placa, até totalmente turbulento mais além passando por uma fase intermediária de ligação.

A transição do escoamento de laminar para turbulento dá-se também neste caso, quando o número de Reynolds, aqui o Re_x , torna-se suficientemente elevado. É preciso, entretanto, que se tenha em mente que termina aí a semelhança entre os dois casos. No escoamento estabelecido no interior de um duto circular de diâmetro constante, o aumento do número de Reynolds é causado, em geral, pelo aumento da velocidade média. Aqui, mesmo com velocidade média constante, a transição se dá quando Re_x se torna suficientemente grande, pois isto significa uma camada limite suficientemente espessa e, portanto, instável pela sua falta de capacidade de amortecer as eventuais perturbações. Na transição em escoamentos sobre placas planas ou em qualquer outro escoamento fenomenologicamente semelhante, o valor 2.000 atribuído ao número de Reynolds crítico Re_{Dc} carece de qualquer significado e não deve ser utilizado.

A figura 2.5 ilustra um trecho mais a jusante da placa da figura 2.4, onde ocorre a transição.

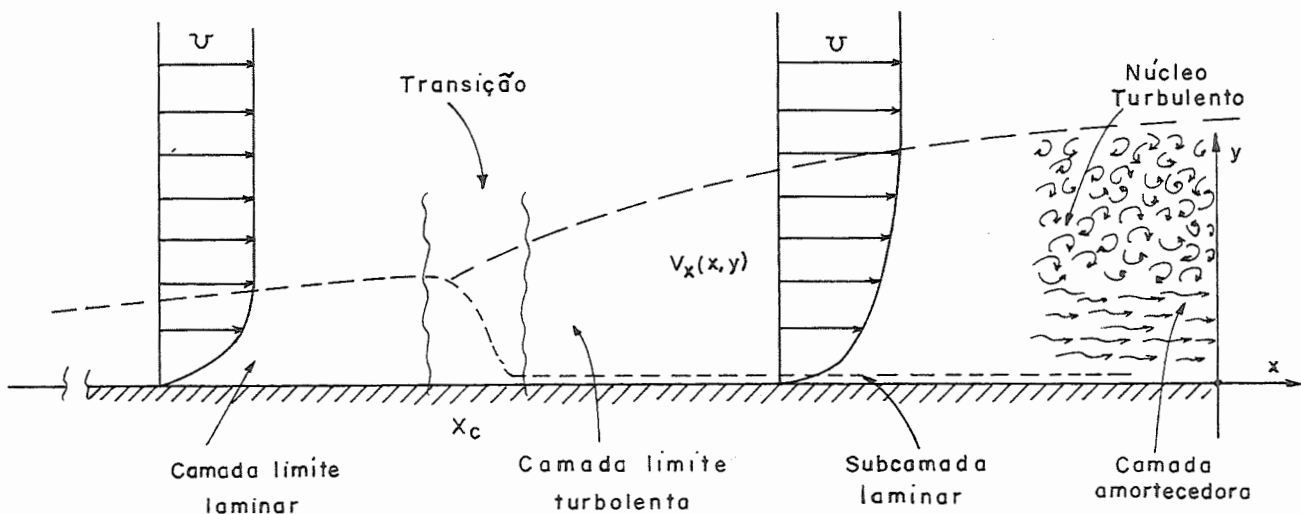


Figura 2.5

A distância desde a borda de ataque até o ponto em que a camada limite torna-se turbulenta é chamada de comprimento crítico x_c . Em condições usuais de escoamento, na prática, para gases e líquidos, a transição ocorre quando o número de Reynolds local é da ordem de 5×10^5 , isto é,

$$Re_{x_c} = \frac{\rho U x_c}{\mu} \cong 5 \times 10^5 \quad (2.5)$$

Este valor pode variar bastante em função da ocorrência de fatores como rugosidade superficial elevada, troca de calor entre a placa e o fluido, etc.. Valores variando desde 8×10^4 até 5×10^6 têm sido observados; o valor $Re_{x_c} = 5 \times 10^5$ costuma ser usado, entretanto, como um valor médio indicador e caracterizador da transição.

Quando o escoamento desenvolvido em uma tubulação é turbulento, o fenômeno de entrada, já examinado na figura 2.3 passa a ter as características mostradas na figura 2.6, isto é, a transição nas características da camada limite ocorre antes que o valor de δ se iguale ao do raio da tubulação. Então, forma-se a camada limite turbulenta, e quando esta crescer até ocupar toda a tubulação, o escoamento estabelecido será necessariamente turbulento.

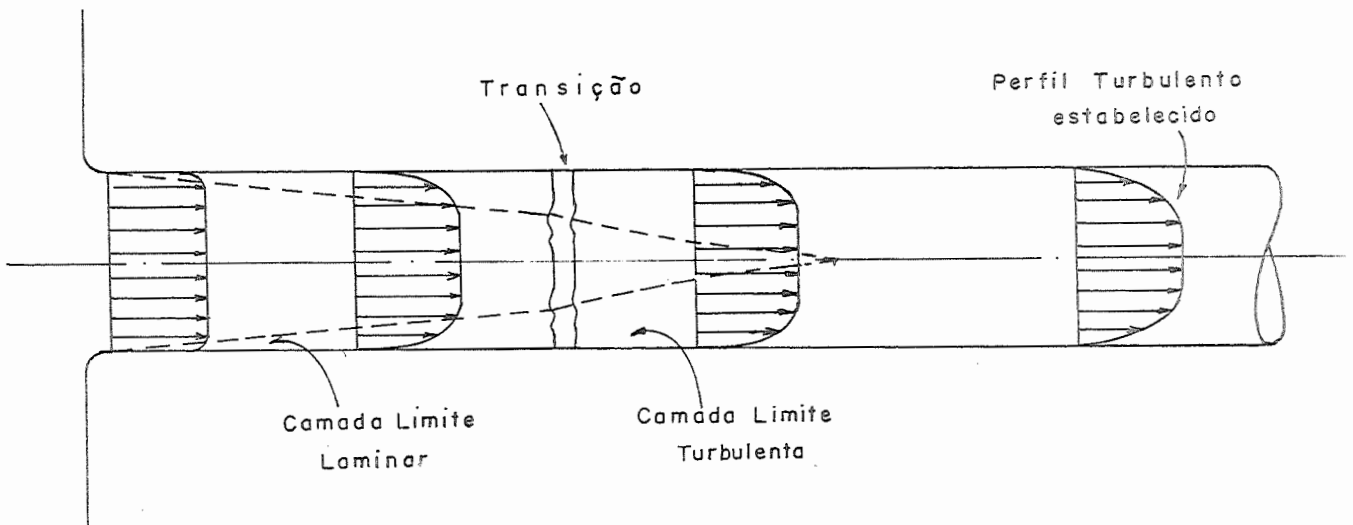


Figura 2.6

Quando a superfície sobre a qual o fluido escoar é curva, como por exemplo, a asa de um avião ou a capota de um automóvel, o escoamento na camada limite é qualitativamente semelhante ao escoamento sobre uma pla

ca plana. Entretanto, isto é verdade apenas na parte frontal da superfície sólida; na parte posterior pode ocorrer o fenômeno do descolamento da camada limite. A figura 2.7 ilustra um exemplo de descolamento ou separação da camada limite no escoamento de ar ao redor de um cilindro.

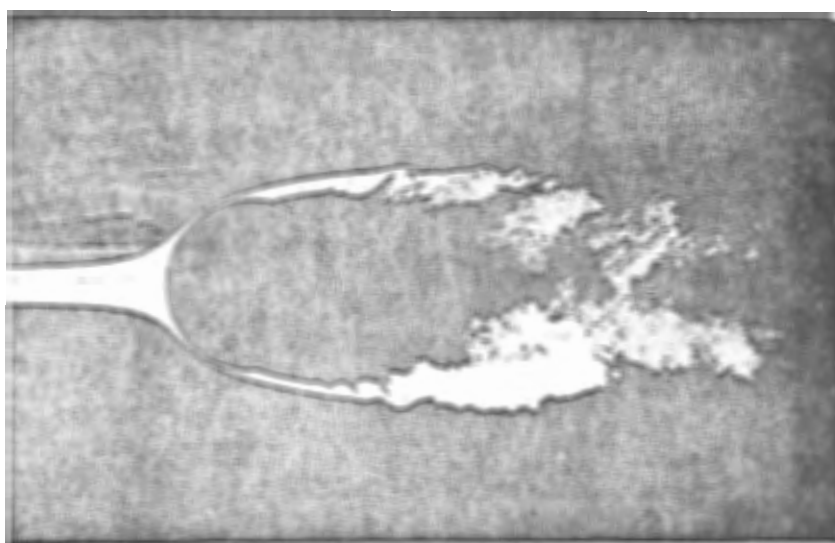


Figura 2.7

Teorias avançadas da mecânica dos escoamentos em camadas limites permitem calcular o ponto onde se dá o descolamento. Camadas limites laminares descolam mais facilmente que as turbulentas. A figura 2.8 mostra dois exemplos de escoamentos ao redor de uma esfera ilustrando este fato. Nas figuras a e b vêem-se escoamentos de ar no exterior de uma esfera, respectivamente com camada limite laminar e turbulenta. Nas figuras c e d o mesmo fato é ilustrado para escoamentos de água.

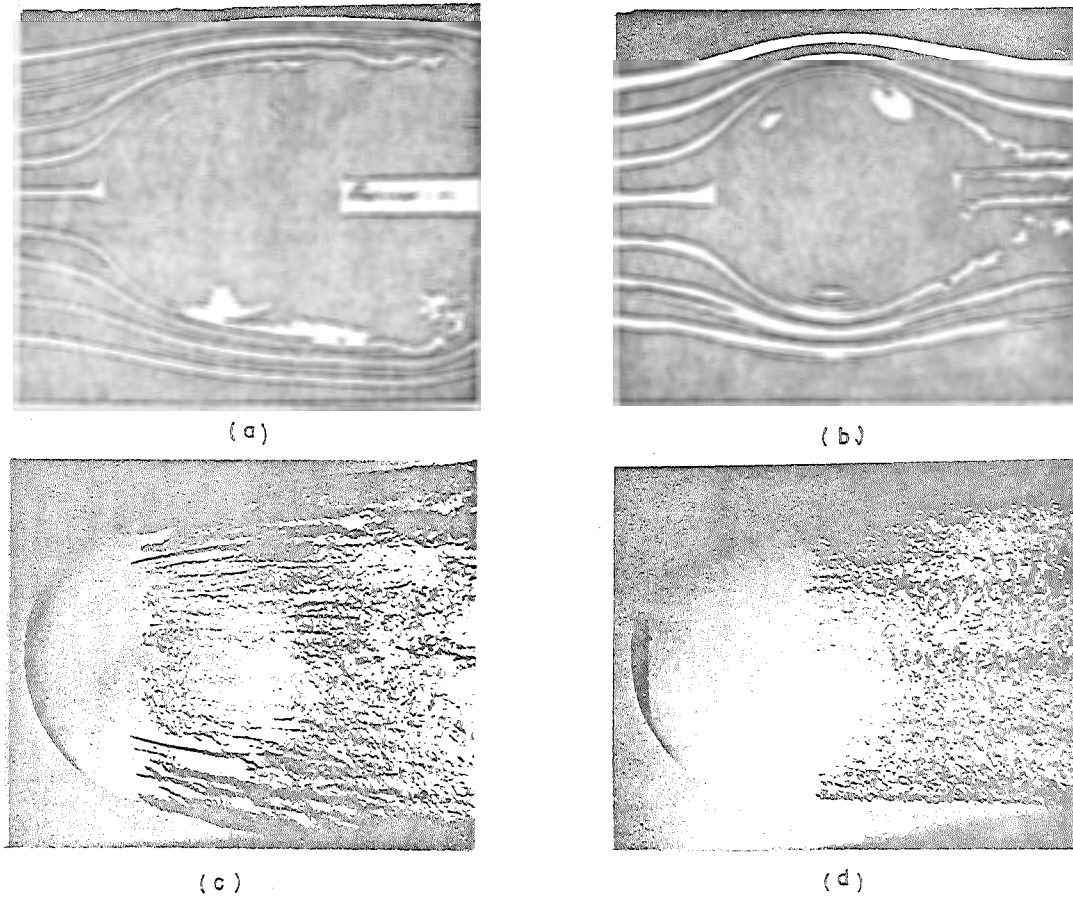


Figura 2.8

2.3 - ESCOAMENTOS LIVRES

Em muitas situações a turbulência, e portanto, os escoamentos turbulentos ocorrem em escoamentos livres, isto é, sem contatos diretos com superfícies sólidas. Uma fonte comum de turbulência nestes casos é a descontinuidade causada no perfil de velocidades por um agente qualquer, como por exemplo um sólido sobre o qual o fluido tenha escoado, ou um jato, ou uma esteira. Uma esteira é uma estrutura de escoamento que se encontra a jusante de um sólido como na figura 2.7.

As figuras 2.9 ilustram exemplos típicos de escoamentos turbulentos livres sendo produzidos por descontinuidades.

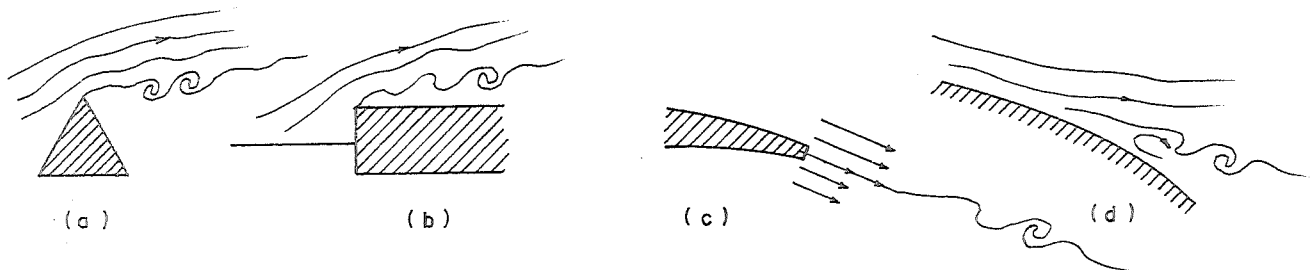


Figura 2.9

Nos casos a e b a perturbação é criada por uma aresta; o fluido não consegue acompanhar a superfície sólida em uma região de raio de curvatura muito pequeno. No caso c escoamentos com velocidades diferentes, como por exemplo do fluido que passa por cima e por baixo de um perfil de asa de avião são postos em contato. O caso d é um exemplo, já conhecido, de descolamento da camada limite.

Um jato livre de ar em ar ou água em água cria uma situação semelhante às dos exemplos anteriores, e serve bem para ajudar a entender o mecanismo de transição.

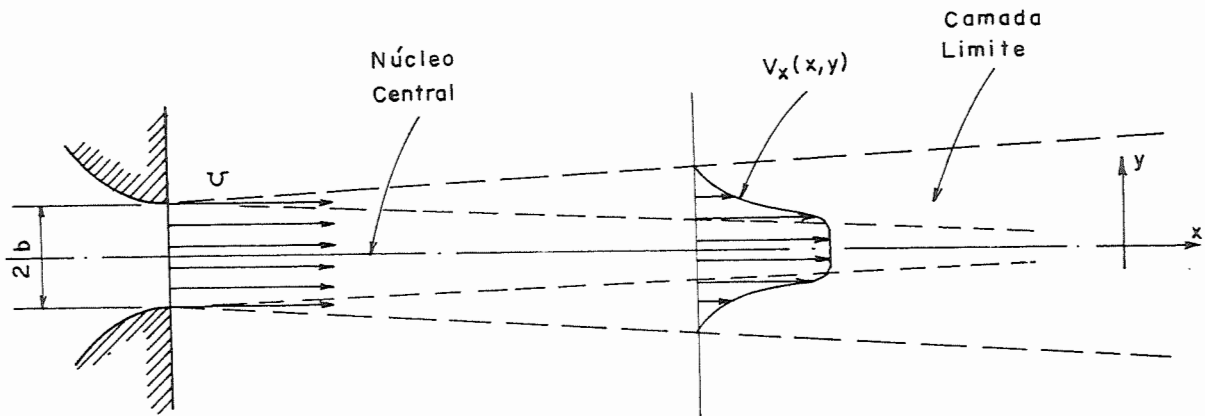


Figura 2.10

A figura 2.10 ilustra o comportamento cinemático de um jato livre de um determinado fluido que saindo de uma fenda bidimensional de largura $2b$ imerge em um grande volume do mesmo fluido em repouso. Na secção de saída a velocidade é igual a U em todos os pontos da secção para os quais $-b \leq y \leq b$, e igual a zero nas vizinhanças. Isto faz com que o gradiente de velocidades seja muito grande (teoricamente infinito) em $y = \pm b$. A jusante da secção de saída, por causa da forte interação do jato com o meio forma-se uma região, originalmente muito fina, mas que cresce com x , dentro da qual os gradientes de velocidade, e portanto as

forças viscosas são muito elevadas. Esta região tem características muito semelhantes às da camada limite anteriormente apresentada; ambas são regiões onde os gradientes de velocidade são elevados e que se avizinham com fluido escoando com velocidade uniforme, isto é, gradiente nulo.

Com progredir do escoamento esta camada cresce, por causa da difusão da quantidade de movimento, os gradientes e as forças viscosas diminuem, a relação entre forças viscosas e inerciais diminuem e o escoamento torna-se instável e turbulento, como ocorre sobre uma placa plana.

Um cigarro aceso cria no ambiente um jato ascendente de baixa velocidade e com características de escoamento laminar. As figuras seguintes mostram a transição acima descrita. Pode-se observar que onde a difusão molecular radial de fumaça é maior e, portanto maior era a camada limite, mais cedo ocorre a transição. Note nas três fotos que quando a transição se inicia a espessura do filete de fumaça é aproximadamente a mesma.

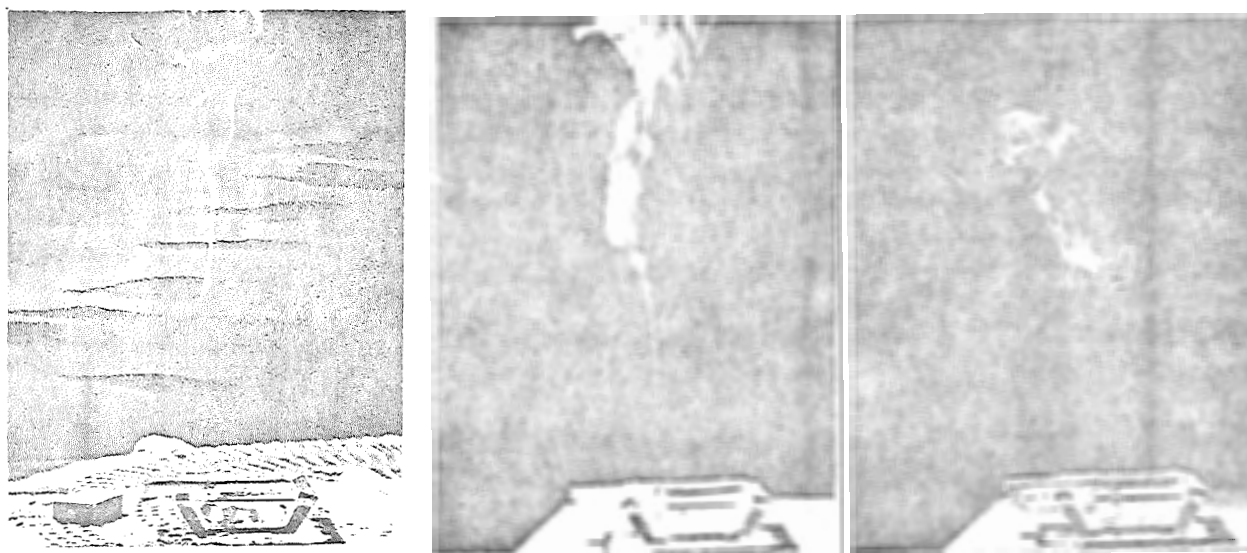


Figura 2.11

2.4 - CAMADA LIMITE TÉRMICA

A definição da espessura δ da camada limite fluido-dinâmica é mais ou menos arbitrária porque a velocidade $V_x(x, y)$ tende assintoticamente para a velocidade U . Há diversas definições usuais, algumas inclusive, mais úteis do que a que será apresentada a seguir, porém inade

quadas para serem introduzidas neste ponto deste trabalho. Uma definição prática para δ em qualquer ponto x é a distância da parede onde

$$v_x(y) = 0,99 U \quad (2.6)$$

ou seja

$$v_x(y = \delta) = 0,99 U$$

Se a temperatura da placa plana for diferente da do fluido em escoamento haverá uma variação acentuada da temperatura através de uma fina camada junto à placa e em seguida, para valores maiores de y a temperatura fica constante. A camada junto à superfície sólida no interior da qual ocorrem fortes gradientes de temperatura é chamada de camada limite térmica. Sua espessura será simbolizada por δ_T . A figura 2.12 ilustra dois exemplos de formação de camada limite térmica. No caso (a) tem-se um exemplo de convecção forçada, isto é, troca de calor entre fluido e sólido com o fluido sendo movimentado por um agente mecânico externo. No caso (b) tem-se um exemplo de convecção livre ou natural; o fluido é posto em movimento pelas diferenças de densidade causadas pelo próprio aquecimento.

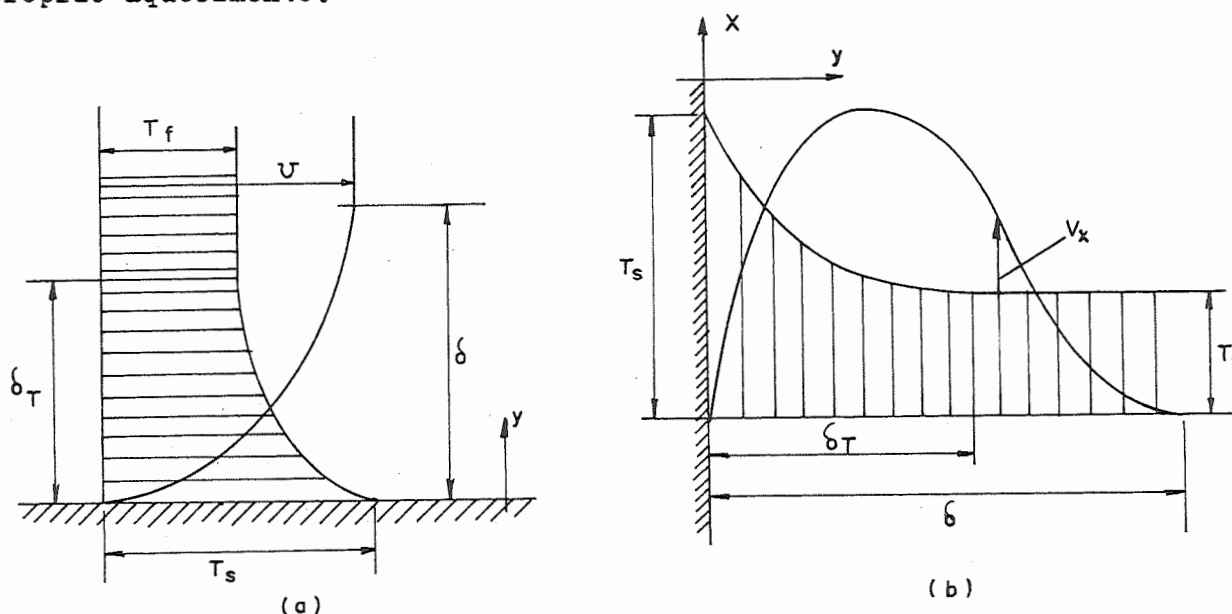


Figura 2.12

Nos dois casos, a temperatura varia de T_s na superfície até T_f no escoamento externo. A espessura δ_T é definida como o valor de y onde $T_s - T$ é igual a 99% de $T_s - T_f$, ou seja:

$$T(\delta_T) - T_s = 0,99 (T_f - T_s) \quad (2.7)$$

Os valores de δ e de δ_T não são necessariamente iguais em um mesmo ponto. É conveniente examinar-se o seguinte problema sob esta ótica:

Exemplo 2.1:

Suponha-se uma placa plana como nos exemplos anteriores (figura 2.4), porém aquecida à temperatura T_s , exposta a um escoamento com velocidade externa U e temperatura T_f . As duas camadas limites originam-se no bordo de ataque e crescem em função de x . Qual será maior se o fluido tiver número de Prandtl maior que 1,0?

Se o número de Prandtl é maior que 1,0, isto quer dizer que

$$\frac{\nu}{\alpha} > 1 \quad \text{ou} \quad \nu > \alpha$$

A equação (2.3) informa que se $\nu = 0$, $\delta = 0$, isto é $\delta \ll \delta_T$.

Sabe-se que se $Pr = 1$, $\delta = \delta_T$. Portanto, se $Pr > 1$, δ será maior do que δ_T .

2.5 - CAMADA LIMITE DE CONCENTRAÇÃO

A figura 2.13 mostra uma placa plana exposta a um escoamento paralelo com velocidade U de uma mistura fluida com a concentração original $c_{A\infty}$ do componente A. A placa tem sua superfície superior mantida à concentração $c_{Ao} > c_{A\infty}$, de tal modo que haverá um transporte de massa de A da placa para o fluido. Forma-se uma camada limite de concentração, semelhante à térmica, a partir do bordo de ataque, como na figura 2.13.

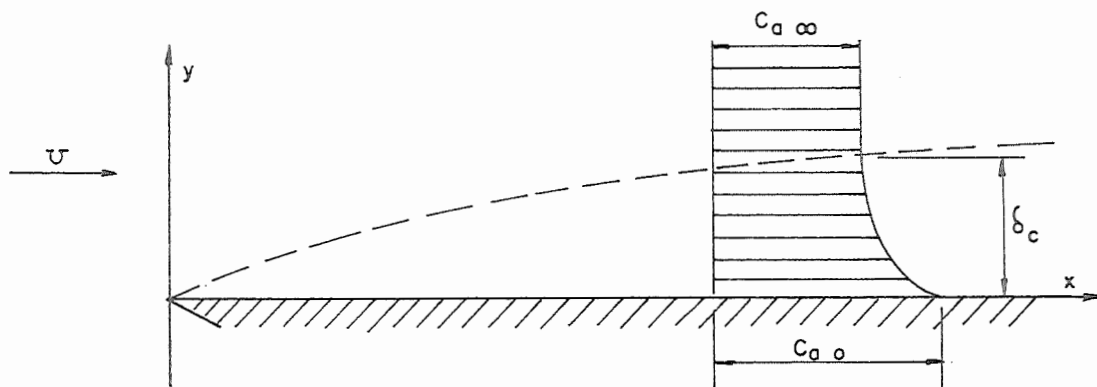


Figura 2.13

A espessura δ_c da camada limite de concentração pode ser defini-

da, analogamente, como a distância da placa onde

$$(c_{A0} - c_A) = 0,99 (c_{A0} - c_{A\infty}),$$

ou seja

$$c_{A0} - c_A(\delta) = 0,99 (c_{A0} - c_{A\infty}) \quad (2.8)$$

A taxa relativa de crescimento de δ comparada com δ_c é determinada pelo número de Schmidt ($S_c = \nu/D$) do fluido. Adicionalmente, se houver uma diferença de temperatura entre a placa e o fluido, aparecerá uma camada limite térmica, cujo crescimento relativo às outras é determinado pelos adimensionais Prandtl e Lewis. Quando $Pr = Sc = Le = 1$ as três camadas limites coincidem.

2.6 - MECANISMO DE TRANSPORTE NOS ESCOAMENTOS TURBULENTOS

Uma característica interessante dos escoamentos turbulentos é que qualquer que seja a grandeza física associada ao escoamento a mesma variará em função do tempo em torno de um valor médio, quando observada em um mesmo ponto, mesmo em um escoamento permanente.

Por exemplo, a velocidade em um ponto no interior de uma tubulação onde escoar com vazão constante, de maneira turbulenta, pode ser medida com um anemômetro de fio quente. Para um escoamento permanente, isto é, que não varie em função do tempo, ainda assim, a velocidade, se registrada em um osciloscópio, se apresentaria como na figura 2.14.

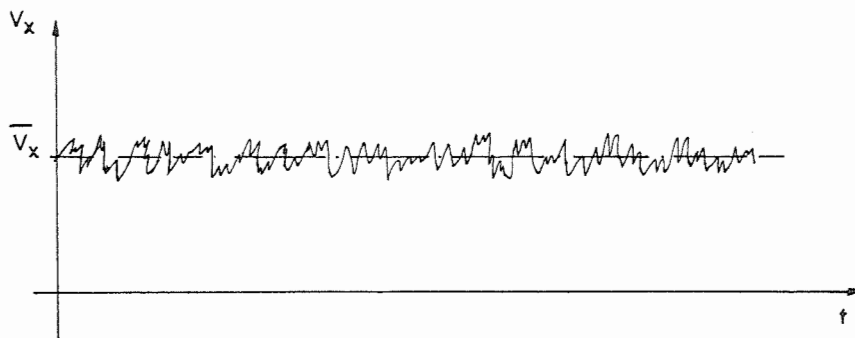


Figura 2.14

A velocidade instantânea V_x oscila em torno de uma média \bar{V}_x . Se esta oscilação ou perturbação causada pelos vórtices for apresentada por V'_x pode-se escrever que

$$V_x = \bar{V}_x + V'_x \quad (2.9)$$

Da mesma forma, em um ponto genérico acima da brasa do cigarro da figura 2.11, no interior da pluma turbulenta, a concentração instantânea de fumaça pode ser escrita como

$$c_f = \bar{c}_f + c'_f \quad (2.10)$$

Ou em um fluido trocando calor por convecção com um sólido sobre o qual escoa em movimento turbulento a temperatura instantânea em um ponto qualquer será dada por

$$T = \bar{T} + T' \quad (2.11)$$

A observação e medida das grandezas instantâneas é muito difícil porque exige instrumentos de grande precisão e sensibilidade; além disso, na grande maioria dos casos o conhecimento dos valores médios é mais do que suficiente do ponto de vista prático. Um tubo de Pitot acoplado a um manômetro convencional só é capaz de medir \bar{V}_x . Um termômetro de vidro só consegue medir \bar{T} . O mesmo ocorre quando uma concentração é determinada a partir de uma amostra que é coletada durante um certo intervalo de tempo.

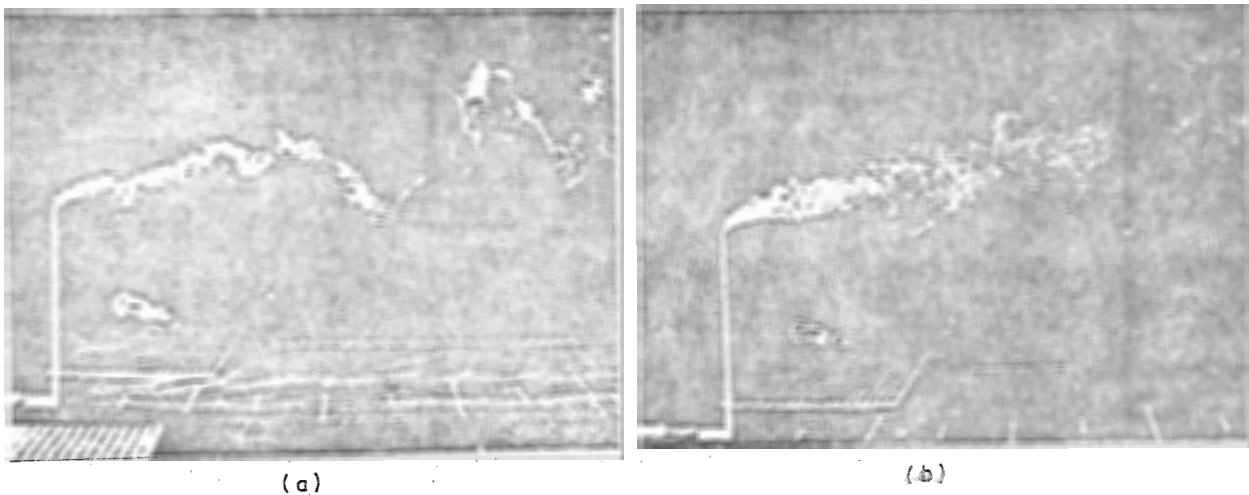


Figura 2.15

A figura 2.15 mostra uma comparação interessante entre duas fotografias de um mesmo fenômeno, o da difusão turbulenta da pluma de um modelo de chaminé. A figura (a) é uma fotografia instantânea, que apresenta a distribuição espacial de c_f , enquanto que a figura (b) é uma múltipla exposição, representando, portanto, \bar{c}_f . É interessante notar-se que a distribuição de \bar{c}_f é simétrica, mais uniforme, (seria ainda mais com um tempo de exposição maior) muito parecida com a distribuição observada na figura 2.11 no trecho de escoamento laminar. A única grande dife-

rença é o ângulo de difusão que é maior no escoamento turbulento médio do que no laminar. Estas observações e considerações levam a uma importante conclusão: que o mecanismo de difusão nos escoamentos turbulentos quando grandezas médias são consideradas, podem ser analisadas através de equações semelhantes às usadas nos escoamentos laminares, com a única diferença quanto ao valor numérico dos coeficientes de difusão, que devem ser maiores. Na verdade, mesmo quando ocorre a difusão turbulenta, a difusão laminar continua a dar-se ao mesmo tempo. As equações básicas podem ser reescritas, em geral, como:

$$J_y = - (D + E_m) \frac{\partial (\rho c)}{\partial y} \quad (2.12)$$

$$\dot{q}_y = - (\alpha + E_c) \frac{\partial (\rho e)}{\partial y} \quad (2.13)$$

$$\zeta_{yx} = - (\nu + E_q) \frac{\partial (\rho v_x)}{\partial y} \quad (2.14)$$

onde E_m , E_c e E_q são respectivamente as difusividades turbulentas de massa, calor e quantidade de movimento.

Deve ficar bem claro que D , α e ν são propriedades características dos fluidos, enquanto que as difusividades turbulentas dependem da geometria e da cinemática dos escoamentos. Seus valores podem ser determinados experimentalmente ou estimados através de teorias fenomenológicas, como por exemplo, a teoria do comprimento de mistura de Prandtl, da qual um bom sumário pode ser encontrado nas referências [2.3] ou [2.4].

2.7 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [2.1] REYNOLDS, O.- "An Experimental Investigation of the Circumstances Which Determine Whether the Motion of Water Shall be Direct or Sinuous, and of the Laws of Resistance in Parallel Channels", Trans. Roy. Soc. London, vol 174, 1883.
- [2.2] PRANDTL, L.- "Über Flüssigkeitsbewegung bei sehr Kleiner Reibung", Proc. Third Int. Math. Congress, Heidelberg, 1904.
- [2.3] STREETER, V. L.- "Mecânica dos Fluidos",
- [2.4] SHAMES, I. H. - "Mecânica dos Fluidos; tradução, Mauro O. C. Amorelli, São Paulo, Edgard Blucher; Brasília, INL, 1973.

- [2.5] SCHILLER, L.; "Z. Angew. Math. u. Mech"., 2:96, 1922
- [2.6] PRANDTL, L. e TIETJENS, O.; "Hydro und Aeromechanik", vol 2, p. 28, Springer-Verlag, 1931
- [2.7] LANGHAAR, H. L.; Trans. ASME, 64, A-5, 1942
- [2.8] BLASIUS, H.; "Z. Math. u. Phys.", 56:1, 1908
- [2.9] KREITH, F.; "Princípios da Transmissão do Calor", p. 393, Edgard Blucher, 1973.

2.8 - PROBLEMAS PROPOSTOS

1 - A velocidade da água nos encanamentos domésticos varia normalmente entre 0,5 e 1,5 m/s. Os diâmetros mais comuns são de 0,5 e 0,75 polegadas; em casos especiais são usados diâmetros de até 2,0 polegadas. Os escoamentos são laminares ou turbulentos?

2 - Nos escoamentos laminares em dutos cilíndricos de diâmetro D o comprimento da região de transição L , até que seja atingido o regime de escoamento desenvolvido (fig. 2.3) pode ser dado por

$$\frac{L}{D} = 0,0288 Re_D \quad \text{conforme Schiller [2.5]}$$

$$\frac{L}{D} = 0,05 Re_D \quad \text{conforme Prandtl e Tietjens [2.6]}$$

$$\frac{L}{D} = 0,0575 Re_D \quad \text{conforme Langhaar [2.7]}$$

Verifique qual o máximo comprimento necessário para atingir-se escoamento laminar estabelecido em um tubo com 20 mm de diâmetro.

3 - O perfil de velocidades na camada limite laminar sobre uma placa plana pode ser dado pela solução de Blasius [2.8]. A tabela abaixo mostra como é que $\frac{V_x(x,y)}{U}$ varia em função do parâmetro $\eta = y \sqrt{\frac{U}{\nu x}}$

η	v_x / U	η	v_x / U
0,0	0,000	3,2	0,876
0,4	0,133	3,6	0,923
0,8	0,265	4,0	0,956
1,2	0,394	4,4	0,976
1,6	0,517	4,8	0,988
2,0	0,630	5,2	0,994
2,4	0,729	5,6	0,997
2,8	0,812	6,0	0,999

a) Utilizando a definição de espessura de camada limite δ , equação (2.6), verifique a partir dos dados acima qual a função $\delta = \delta(\nu, x, U)$. Compare o resultado com a relação (2.3).

b) Uma função analítica simples que pode representar aproximadamente os valores previstos por Blasius é

$$\frac{v_x}{U} = A \eta + B \eta^3$$

Determine os valores de A e B que melhor correlacionem os dados da tabela.

4 - Uma barcaça de fundo chato com 6,0 m de largura e 18 m de comprimento é rebocada em um lago com a velocidade de 3 m/s. Se a transição da camada limite de laminar para turbulenta ocorre com $Re_x = 5 \times 10^5$, determine a que distância da proa a mesma se dá.

5 - Uma placa plana com comprimento igual a 6 m e largura igual a 1,5 m é colocada em contato com um fluido viscoso escoando paralelamente a ela. Suponha que a camada limite seja laminar. Em que circunstância a força de arrasto sobre a placa será maior, quando o escoamento for na direção da largura ou na direção do comprimento. Justifique.

6 - O perfil de temperaturas através de um fluido que escoa paralelamente a uma placa plana é levantado experimentalmente em um ponto $x = x_1$ obtendo-se

y(mm)	T(°C)	y(mm)	T(°C)
0,0	50,0	9,0	108,5
1,0	63,2	10,0	111,0
2,0	74,1	11,0	112,6
3,0	81,5	12,0	114,0
4,0	88,5	13,0	116,5
5,0	94,5	14,0	117,6
6,0	98,5	15,0	118,8
7,0	103,0	16,0	119,9
8,0	105,5	17,0	120,0

A partir da equação (2.7) e destes dados, determine o valor de δ_T na posição x em que o perfil foi medido.

7 - Com os dados do problema anterior, e supondo que o fluido em escoamento seja ar à pressão atmosférica, determine aproximadamente o fluxo de calor que passa da placa para o fluido na posição x em que o perfil foi determinado. A condutividade térmica do ar a 50°C é $k = 0,025 \text{ kcal/h m }^\circ\text{C}$.

8 - Água a 20°C ($\nu \approx 0,004 \text{ m}^2/\text{h}$) escoar sobre uma placa plana com velocidade $U = 2,5 \text{ m/s}$. Verifique se a 10 cm do bordo de ataque a camada limite é laminar. Em caso afirmativo, usando os dados da tabela do problema 3, calcule a tensão de cisalhamento τ junto à placa ($y = 0$), na posição $x = 10 \text{ cm}$. Determine τ também usando o resultado do item b do problema 3.

9 - Como seria a figura 2.12 - b, se o fluido fosse mais quente do que a parede. Haveria convecção natural ?

10 - A concentração de oxigênio dissolvido nas águas calmas de um lago varia verticalmente a partir da superfície conforme a tabela abaixo. A variação deve-se ao consumo do oxigênio por parte de organismos vivos na água, abastecidos pelo ar atmosférico na superfície .

y(cm)	c _{ox} (ppm massa)
0,0	8,15
0,1	6,85
0,2	6,00
0,3	5,50
0,4	5,15
0,5	4,93

y(cm)	c _{ox} (ppm massa)
0,6	4,75
0,7	4,70
0,8	4,65
0,9	4,60
1,0	4,55
1,1	4,55

Use a equação (2.8) para determinar a espessura da camada limite de concentração δ_c .

11 - Com os dados do problema 10, determine o fluxo de massa de oxigênio que penetra na água através da interface. O coeficiente de difusão do oxigênio na água pode ser suposto igual a $D = 2,03 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$.

12 - A queda de pressão ao longo de um comprimento $L = 100 \text{ m}$ da tubulação é igual a $\Delta p = 260 \text{ kgf/m}^2$. No capítulo 4 será demonstrado que a relação entre Δp e τ_s na parede é:

$$\Delta p = 4 \tau_s \frac{L}{D}$$

portanto, τ_s pode ser determinado e é igual a $0,87 \text{ kgf/m}^2$.

A tensão de cisalhamento no interior do fluido diminui linearmente desde τ_s até zero no centro do duto [2.9]

A partir do perfil de velocidades para o escoamento turbulento, e usando a equação (2.14) obtenha uma estimativa para E_q nos pontos $r = 0,2 \text{ m}$ e $r = 0,5 \text{ m}$.

Compare o valor de E_q com o de ν .

13 - No problema 10, suponha um volume prismático com 1 m^2 de área na base, 5 cm de altura (vertical), localizado da superfície da água para baixo. Qual é o consumo de oxigênio em $\mu\text{g/hora}$ dos microorganismos localizados no interior do volume.

14 - No problema 6 suponha um volume de controle semelhante ao do problema anterior, porém, com altura de 5 mm medida a partir da superfície da placa. Mostre que a carga térmica que atravessa a base do volume

de controle é maior do que a que atravessa o topo (transporte de calor por difusão). O que acontece com a diferença ?

15 - No problema anterior, o fluido em escoamento é ar, a velocidade é constante e para qualquer valor de y .

Se o comprimento ($x_2 - x_1$) do volume de controle é 1 m a partir de x_1 , verifique que é possível determinar-se o aumento médio de temperatura do fluido que escoou de x_1 a x_2 .

Problemas como este poderão ser resolvidos com a matéria que será dada em capítulos futuros, e ilustra desde já o mecanismo de cálculo em problemas de trocadores de calor.