

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS

DISTRIBUIÇÃO DO CISALHAMENTO EM BARRAS DE
SEÇÃO DELGADA FECHADA E CENTRO DE CISALHAMENTO

José Elias Laier

SÃO CARLOS - 1988
Publicação 011/88

PREFÁCIO

O presente texto vem complementar o estudo da teoria Técnica da Flexão apresentado no Curso Normal de Resistência dos Materiais oferecido pelo Departamento de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos - USP. Assim, a leitura deste texto está obviamente vinculada ao domínio dos conhecimentos básicos adquiridos no Curso Normal referido.



INDICE

1. INTRODUÇÃO	1
2. CONSIDERAÇÕES BÁSICAS	2
3. SEÇÃO DELGADA FECHADA EM UMA CÉLULA	3
4. PRIMEIRO EXEMPLO DE APLICAÇÃO	12
5. SEÇÃO DELGADA FECHADA COM DUAS OU MAIS CÉLULAS	14
6. SEGUNDO EXEMPLO DE APLICAÇÃO	18

DISTRIBUIÇÃO DO CISALHAMENTO EM BARRAS DE SEÇÃO DELGADA FECHADA E CENTRO DE CISALHAMENTO

1 - INTRODUÇÃO

A distribuição das tensões de cisalhamento oriundas tanto da torção como do esforço cortante constitui, sem dúvida, uma questão bastante delicada dentro da Teoria Técnica da Flexão. A propósito, vale assinalar que soluções satisfatórias verificam-se apenas nos casos de seção delgada, para as quais considerações simplificadoras decorrentes da abordagem de pequenas espessuras como uma grandeza de dimensão infinitesimal tornam o problema bem mais simples de se tratar. No caso de seções não delgadas a questão é bem mais complicada, exigindo-se uma abordagem pela Teoria da Elasticidade. Todavia, nesse caso, felizmente, as tensões de cisalhamento oriundas do esforço cortante, por exemplo, possuem magnitude, em geral, muito menor que a das tensões decorrentes do momento fletor; não sendo, portanto, muito inconveniente, para as aplicações práticas, eventuais erros até grosseiros na distribuição de tal cisalhamento.

As tensões cisalhantes decorrentes do esforço cortante apresentam distribuição um tanto imediata nos casos de seção delgada aberta. Por outro lado, no caso de seções delgadas fechadas a distribuição do cisalhamento depende de certas grandezas hiperestáticas da seção. O estudo detalhado de tais grandezas ocupa uma posição central no presente texto.

Inicialmente, apresenta-se uma discussão um tanto sumária das considerações simplificadoras adotadas. Em seguida é abordado o caso de seções delgadas fechadas em uma única célula. O caso de seções delgadas com duas ou mais células é tratado como uma extensão do caso de uma única célula. Exemplos de aplicação são oportunamente inseridos ao longo do texto. Discussões baseadas nos resultados encontrados nos exemplos de aplicação sinalizam, com bastante clareza, alguns aspectos do comportamento

das seções delgadas fechadas sob a ação do esforço cortante.

2 - CONSIDERAÇÕES BÁSICAS

A consideração de que seções planas permanecem planas na deformação por flexão constitui o ponto de partida da Teoria Técnica da flexão. Além disso, considerando-se também tratar-se de material obediente à lei de Hooke tem-se, em decorrência, uma distribuição linear para as tensões normais de flexão. Por outro lado, essa distribuição linear impõe, por considerações de equilíbrio, algumas sinalizações para a distribuição do cisalhamento oriundo do esforço cortante.

Antes de se passar ao estudo da distribuição do cisalhamento da força cortante, torna-se necessário formular algumas considerações sobre a geometria da seção e, em primeiro lugar, sobre a distribuição do cisalhamento ao longo da espessura.

A figura 1 exibe uma seção delgada típica, com trechos fechados (células) e eventuais trechos abertos. A linha pontilhada que percorre a seção pelo centro médio da espessura é usualmente denominada linha esqueleto da seção. Todas as grandes medidas da seção, como altura, largura etc., referem-se à linha esqueleto, porquanto a espessura supõe-se com magnitude muito menor que as relativas à linha esqueleto. Grosso modo, considera-se uma seção como delgada quando a maior espessura é da ordem de um décimo de uma das medidas características da linha de esqueleto (altura, largura etc.). Essa definição de seção delgada, como se percebe, não é muito precisa e, a exemplo do princípio de Saint-Venant, carece de uma análise um tanto orientada pelo sentimento e experiência em cada caso em particular.

Examinando-se agora a distribuição do cisalhamento ao longo da espessura, tem-se, em primeiro lugar, que o cisalhamento nas bordas devem ser tangentes, porquanto, pelo teorema de Cauchy, em não havendo sollicitação na superfície lateral da barra, eventual componente transversal de cisalhamento deve ser nula. Além disso, considerando-se a espessura uma dimensão

infinitesimal (como se fosse um Δx tendendo para zero), o cisalhamento ao longo da espessura pode ser, com boa precisão, interpolado linearmente (aproximação baseada na série de potência desenvolvida até o primeiro grau), conforme ilustra-se na figura 1. Mais ainda, a direção tangente pode ser a dada pela linha esqueleto.

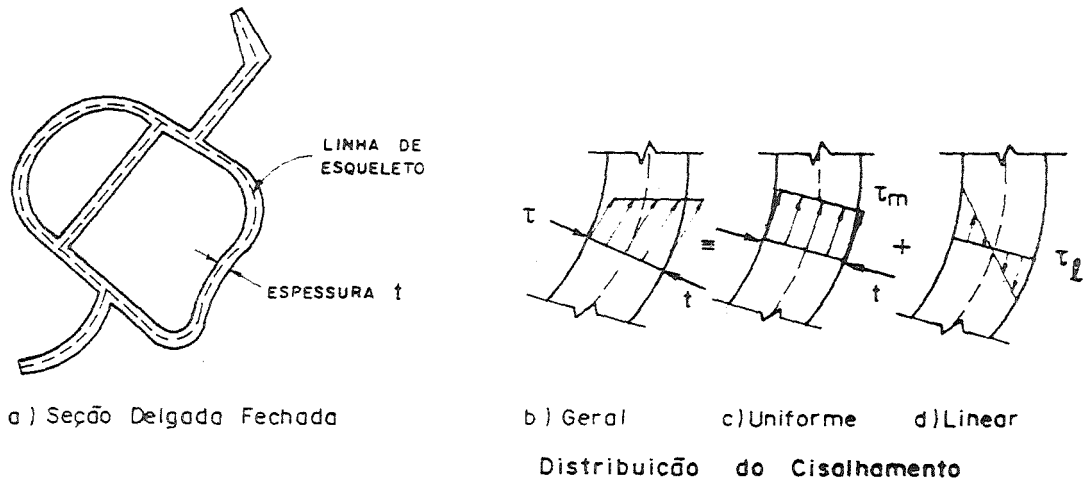


FIG. 1 — SEÇÃO DELGADA FECHADA E DISTRIBUÍDA DO CISALHAMENTO

Por outro lado, a distribuição mostrada na figura 1b) pode ser decomposta numa distribuição uniforme média, figura 1c), mais uma distribuição linear antimétrica, conforme ilustrado na figura 1 d). A distribuição uniforme verifica-se no caso de cisalhamento oriundo do esforço cortante em seções abertas ou fechadas, e também da torção em seções fechadas nos trechos celulares; já a distribuição da figura 1d) verifica-se no caso de torção em seções abertas ou trechos abertos de seção celular.

3 - SEÇÃO DELGADA FECHADA EM UMA CÉLULA

A figura 2 ilustra o caso de flexão de uma barra de seção delgada fechada em uma única célula, contendo eventuais trechos abertos (esse é o caso das seções celulares de vigas de ponte de grandes vãos). A título de simplificar a exposição,

supõe-se, sem perda de generalidade, que a flexão ocorre segundo um dos eixos principais de inércia da seção, porquanto a flexão fora dos eixos principais de inércia pode ser resolvida por decomposição segundo tais eixos.

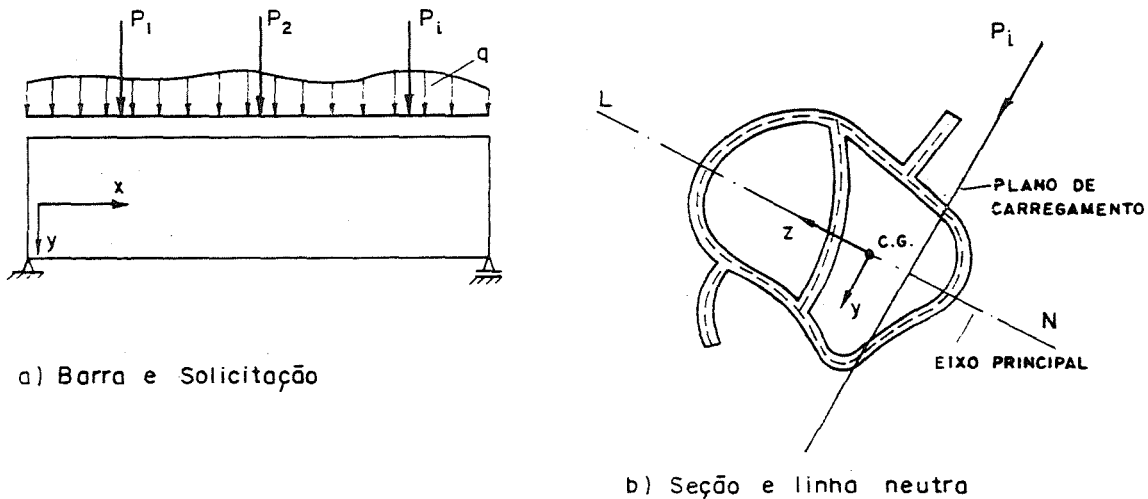


FIG. 2 — BARRA DE SEÇÃO DELGADA FECHADA :
SOLICITAÇÃO E SEÇÃO

Assim sendo, as tensões normais provocadas pelo momento fletor são dadas pela expressão elementar:

$$\sigma = \frac{M}{I} y \quad (1)$$

onde σ é a tensão normal de flexão, M o momento fletor, I o momento de inércia correspondente e y a ordenada do ponto considerado. Cabe nesse ponto chamar a atenção para o fato de que a flexão segundo um dos eixos principais de inércia promove linha neutra (região de tensões normais nulas) segundo o outro eixo, que é, naturalmente, ortogonal ao primeiro; além disso, tendo-se

em mente que se estuda apenas um problema de flexão supondo-se ausência de torção, o plano do carregamento deve passar pelo centro de cisalhamento a ser ainda procurado. Uma outra relação elementar de interesse decorre das condições de equilíbrio de um elemento infinitesimal de barra, ou seja:

$$\frac{dM}{dx} = Q \quad (2)$$

a qual estabelece que a variação do momento fletor M ao longo da barra (fig. 2a)) está associada à existência de esforço cortante Q (essa relação é uma daquelas empregadas no estudo dos diagramas de esforços solicitantes).

Considerando-se agora o equilíbrio de forças no sentido axial da barra de uma parte de um elemento de barra de comprimento infinitesimal dx , conforme ilustra-se na figura 3, tem-se:

$$-\int_{S^*} \sigma \, dS - \tau_1 \, t_1 \, dx + \tau_2 \, t_2 \, dx + \int_{S^*} (\sigma + d\sigma) \, dS = 0 \quad (3)$$

onde, em primeiro lugar, já se supõe tensão cisalhante uniforme na espessura, também a existência de força cortante, ou seja, conforme (2) isso implica em variação do momento fletor; o qual por sua vez promove, conforme o expresso em (1), variação também na tensão normal: σ e $\sigma + d\sigma$. O domínio de integração corresponde à área da seção no trecho em consideração.

O expresso em (3), tendo-se em vista o expresso em (1), pode assumir uma nova redação, ou seja:

$$-\frac{M}{I} \int_{S^*} y ds - \tau_1 t_1 dx + \tau_2 t_2 dx + \frac{M+dM}{I} \int_{S^*} y ds = 0 \quad (4)$$

ou ainda, eliminando-se os termos que se anulam e o diferencial dx , tendo-se em vista o expresso em (2):

$$\tau_1 t_1 - \tau_2 t_2 = \frac{Q}{I} \int_{S^*} y ds \quad (5)$$

onde o termo integral no segundo membro trata-se do momento estático de área de seção contida no trecho em questão. O produto da tensão de cisalhamento pela espessura consiste no fluxo de cisalhamento; a determinação desse fluxo ao longo da seção é parte da questão em estudo neste texto.

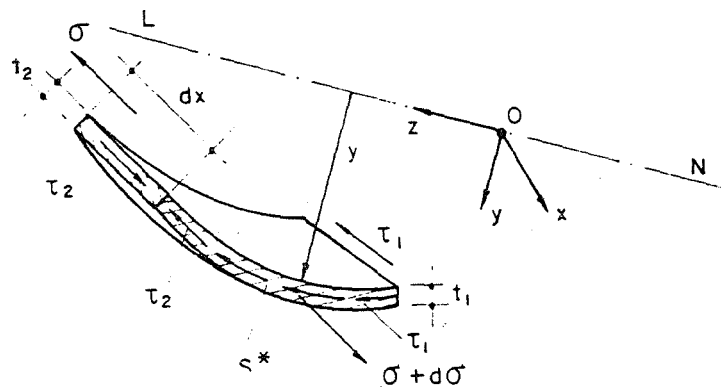


FIG. 3 — CONFIGURAÇÃO DE TENSÃO DE UMA PARTE DE UM ELEMENTO DE BARRA

Naturalmente, a expressão (5) permite obter o fluxo de cisalhamento (distribuição do cisalhamento) no caso de se conhecer o fluxo em algum ponto da seção, como no caso de seções abertas, onde o fluxo nas extremidades é nulo. Em seção fechada tem-se, obviamente, uma situação de hiperestaticidade, porquanto o fluxo na região celular em nenhuma posição pode ser de imediato avaliado. Contudo, em situação de flexão com ausência de torção a seção deve apresentar giro nulo; e essa condição permite levantar a hiperestaticidade verificada nesse caso.

No sentido de facilitar o trabalho algébrico no que se segue é conveniente providenciar uma transformação nas grandezas de fluxo presentes em (5), ou seja, tomando-se:

$$f = \frac{I}{Q} \cdot \tau_1 t_1 \quad (6)$$

$$f_1 = \frac{I}{Q} \cdot \tau_2 t_2$$

o expesso em (5), ganha a seguinte escrita:

$$f = f_1 + \int_{S^*} y ds \quad (7)$$

eliminando-se, pois, o fator Q/I , que não varia, obviamente, ao longo da seção. As grandezas envolvidas em (7) apresentam características apenas geométricas.

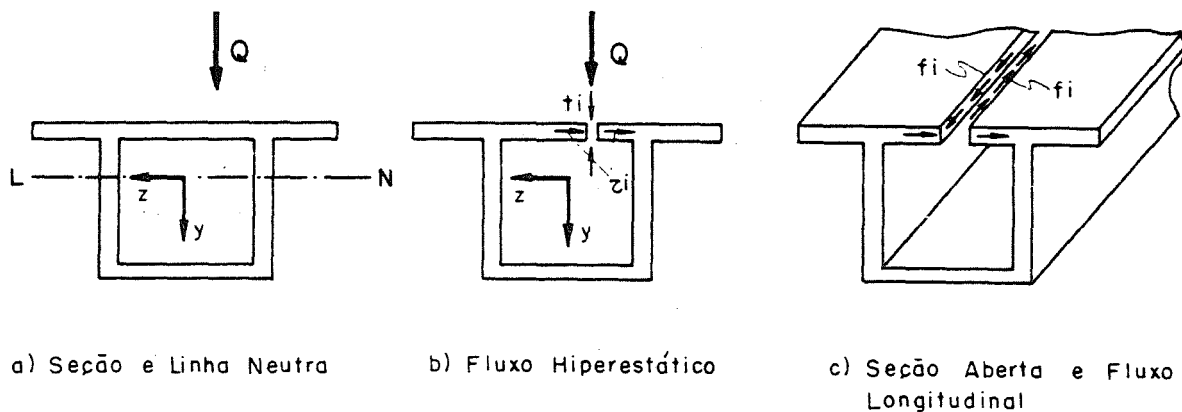


FIG. 4 - SEÇÃO CELULAR EM UMA CÉLULA

Para ilustrar o procedimento de determinação da hiperestaticidade verificada no caso de seção delgada fechada em uma única célula, e conseqüentemente a distribuição de cisalhamento ao longo da seção, considere-se o caso da seção retangular mostrada na figura 4, onde se apresentam também trechos abertos. Trata-se de uma seção com simetria em relação ao plano vertical que contem a linha dos centros de gravidade, sendo também vertical o plano que contem o carregamento. Na figura 4 é ilustrado o fluxo hiperestático numa posição arbitrariamente escolhida. Cabe nesse ponto uma consideração muito importante. A barra real, seção fechada, apresenta o mesmo estado de tensão que a barra cortada longitudinalmente naquela posição, supondo-se a existência de um fluxo de cisalhamento igual ao hiperestático agindo segundo o corte, conforme ilustrado na figura 4c). Esse procedimento é análogo ao empregado no estudo de estruturas hiperestáticas.

Pois bem, o fluxo de cisalhamento em qualquer outra posição da seção pode ser então obtido conforme o expresso em (7). Por outro lado, o expresso em (7) indica, naturalmente, que o fluxo de cisalhamento é o resultado da superposição de um fluxo

constante f_i mais um fluxo variável segundo o momento estático. A figura 5 ilustra a superposição apontada. Cabe chamar a atenção para o fato de que o fluxo constante f_i não se estende para os trechos abertos. De fato, considerações de equilíbrio, a exemplo do mostrado na figura 3, mostra facilmente que isolando-se uma parte da seção segundo corte longitudinal num trecho aberto, a parte que contém aquele fluxo f_i apresenta resultante nula, pois no corte da posição do fluxo hiperestático a resultante da solicitação aplicada é nula (vide fig. 4c)).

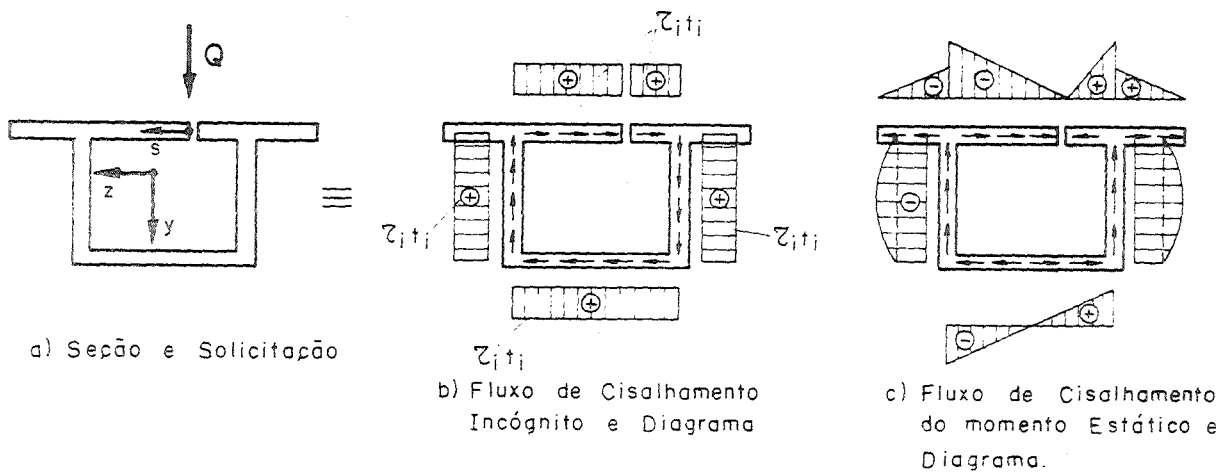


FIG. 5 - SUPERPOSIÇÃO DE FLUXOS DE CISALHAMENTO

Para se levantar o fluxo incógnito f_i , cabe agora lançar mão da condição de giro nulo da seção (compatibilidade), porquanto supõe-se flexão sem torção. Obviamente, em sendo nulo o giro em qualquer seção da barra, o giro por unidade de comprimento deve também anular-se. Assim, a condição de giro nulo pode ser alcançada impondo-se a condição de não haver giro relativo entre duas seções afastadas de uma distância infinitesimal dx . Essa condição é mais prontamente formulada com o auxílio do Princípio dos Trabalhos Virtuais, tomando-se como estado de carregamento um momento torçor que provoca no trecho celular fluxo de cisalhamento unitário, conforme a transformação

apontada em (6), e o estado de deslocamento o correspondente à situação real de cisalhamento conforme expresso em (7), ou seja:

$$\gamma = \frac{1}{tG} f = \frac{1}{tG} \left[f_i + \int_{S^*} y ds \right] \quad (8)$$

onde G é o módulo de elasticidade transversal. Cumpre notar que a distorção γ também está transformada segundo (6). Em sendo unitário o fluxo de cisalhamento do momento torçor considerado, é facilmente verificado que a magnitude desse momento é proporcional à duas vezes a área interna à linha esqueleto do trecho celular. Assim, o Princípio dos Trabalhos virtuais permite escrever-se:

$$\left(\frac{Q}{I}\right)^2 2A\theta = \int_{\text{seção}} 1 \cdot \gamma ds = 0 \quad (9)$$

sendo A a área referida, θ o giro por unidade de comprimento, o qual deve ser nulo, e o fator Q/I decorre da transformação (6). Na expressão (9) o termo comum dx já se encontra eliminado.

Tendo-se em vista o expresso em (8), a equação (9) ganha a seguinte escrita:

$$\int_{\text{seção}} 1 \cdot (f_i/t) ds + \int_{\text{seção}} 1 \cdot \left[\left(\int_{S^*} y ds \right) / t \right] ds = 0 \quad (10)$$

onde elimina-se o fator comum G. As integrações presentes em (10) podem ser mais convenientemente colocadas em termos de uma



variável curvilínea s com origem no ponto do fluxo incógnito, conforme o indicado na figura 5. Cumpre, nesse ponto, chamar a atenção para o fato de que o momento torçor considerado promove fluxo de cisalhamento unitário no trecho celular; todavia promove também cisalhamento nos trechos abertos. Ocorre que o cisalhamento nos trechos abertos apresenta a distribuição indicada na figura 1d); a resultante torçora desse cisalhamento pode ser perfeitamente desprezada (os braços têm magnitude da ordem da espessura), e esse fato já estava implícito ao se formular a expressão (9). Além disso, em face da distribuição antimétrica do cisalhamento segundo a espessura nos trechos abertos, a segunda integral em (10) não se estende ao longo desses trechos. Assim, em termos da coordenada curvilínea s , o expresso em (10) passa a ser dado por:

$$\oint f_i ds + \oint \left[\int_{S^*} y dS \right] ds = 0 \quad (11)$$

onde a integração desenvolve-se segundo a linha esqueleto do trecho fechado. Tendo-se em vista que o fluxo incógnito f_i é constante ao longo dessa linha, o expresso em (11) permite, finalmente, exprimir aquele fluxo, ou seja:

$$f_i = \frac{1}{\ell} \oint \left[\int_{S^*} y dS \right] ds \quad (12)$$

sendo ℓ o perímetro do trecho celular.

Finalizando, cabe assinalar que, uma vez determinado, conforme (12), o fluxo incógnito f_i , o fluxo ao longo da seção é determinado a partir da expressão (7), ou da superposição equivalente ilustrada na figura 5. O fluxo real é então dado pela

transformação inversa de (6). Por outro lado, de posse do fluxo de cisalhamento, a resultante do cisalhamento ao longo da seção é obtida de modo imediato; a reta lugar geométrico dessa resultante fica então definida. Estudando-se, em seguida, a flexão segundo o outro eixo principal tem-se uma nova reta lugar geométrico de resultante, e no cruzamento localiza-se o centro de cisalhamento. O exemplo de aplicação a seguir esclarece bem essa questão.

4 - PRIMEIRO EXEMPLO DE APLICAÇÃO

Como primeiro exemplo de aplicação, considere-se o caso da seção celular, em uma única célula, mostrada na figura 6. O sistema de referência oyz já se encontra com a origem posicionada no centro de gravidade da seção, bem como as direções principais de inércia coincidentes com os eixos ordenados oy e oz . Os momentos de inércia valem, respectivamente:

$$I_y = 33,14m^4$$

$$I_z = 5,18m^4$$

Estudando-se, inicialmente, a flexão segundo o eixo oz (carregamento vertical e linha neutra segundo oz), o diagrama de momento estático, supondo-se fluxo incógnito no centro da mesa superior, apresenta a lei de variação mostrada na figura 7a), cuja resultante por trechos acha-se também na figura 7a). O fluxo incógnito acha-se ilustrado na figura 7b).

É evidente, nesse caso, que a integral curvilínea do diagrama de momento estático resulta nula, em face da antimetria verificada; o que resulta, conforme (12), fluxo incógnito nulo, o que era de se esperar, em face da simetria da seção em relação ao

plano vertical que passa pela linha do centro de gravidade.

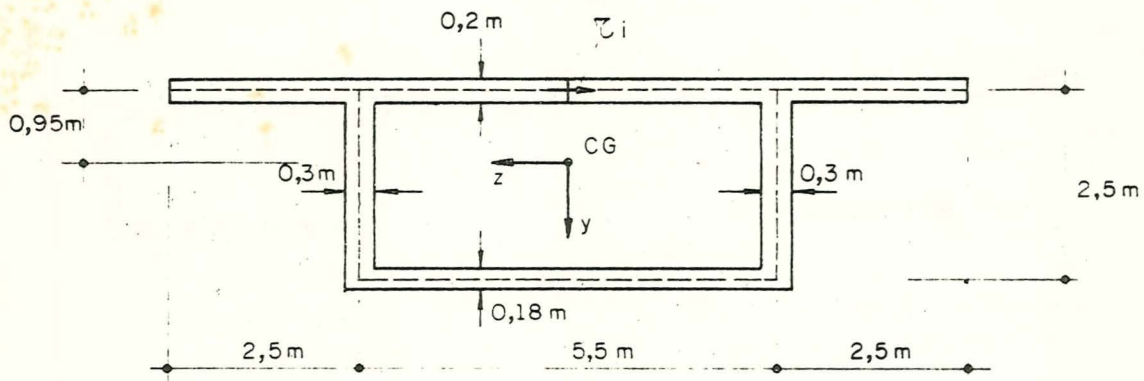


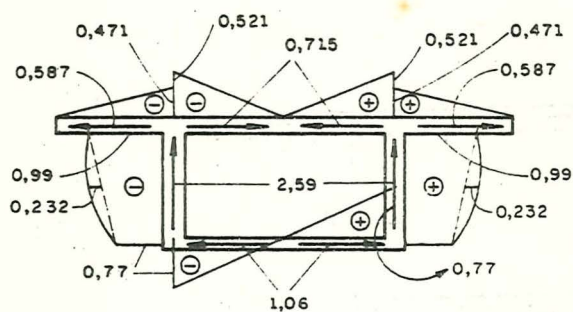
FIG. 6 - SEÇÃO CELULAR DO 1º EXEMPLO

Assim, o diagrama mostrado na figura 7a) fornece a variação do fluxo de cisalhamento, com resultante por trechos mostrada na figura 7a). É óbvio também que a resultante do cisalhamento ao longo da seção tem lugar geométrico no traço do plano vertical de simetria. Em face da transformação (6), os resultados reais são obtidos multiplicando-se os valores indicados na figura 7 pelo fator Q/Iz .

Estudando-se agora a flexão segundo o eixo oy , arbitrando-se o fluxo incógnito na alma superior junto à mesa maior, conforme ilustra-se na figura 8c), tem-se o diagrama de momento estático mostrado na figura 8a), cujas resultantes por trechos encontram-se indicadas na figura 8b).

Procedendo-se as operações indicadas em (12), tem-se:

$$f_i = -\frac{1}{16} (-5,17) = 0,323\text{m}^3$$



a) Diagrama de Momento Estático e Resultantes por Trecho.



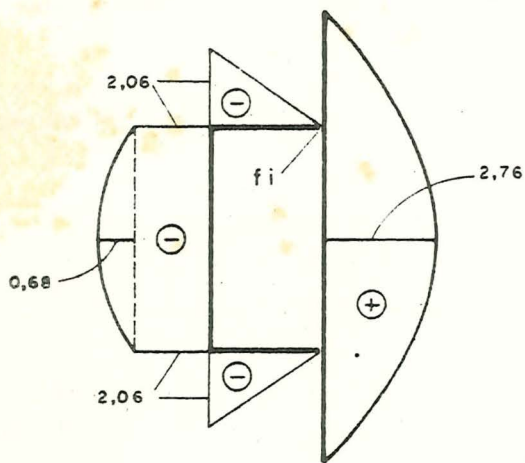
b) Fluxo Incógnito

FIG. 7 - DIAGRAMA DE MOMENTO ESTÁTICO E FLUXO INCÓGNITO

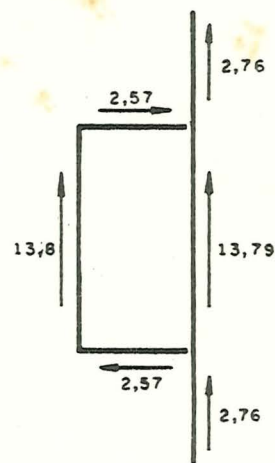
o que leva ao fluxo de cisalhamento, cujo diagrama e resultantes por trechos indicam-se na figura 9; a menos, naturalmente, do fator Q/I_y . A figura 9b) indica também o lugar geométrico da resultante do cisalhamento ao longo da seção. Com o outro lugar geométrico já anteriormente definido, o ponto assinalado na figura 9b) é então o procurado centro de cisalhamento.

5 - SEÇÃO DELGADA FECHADA COM DUAS OU MAIS CÉLULAS

O procedimento desenvolvido no item anterior é facilmente estendido para a abordagem de seções celulares com duas ou mais células. Com efeito, considere-se a seção bicelular mostrada na figura 10a). Em primeiro lugar, verifica-se de imediato que o fluxo de cisalhamento ao longo da seção depende de dois fluxos incógnitos, um em cada célula, conforme os ilustrados na figura 10b); porquanto a expressão (7) permite, por exemplo, obter o fluxo na célula 1 em função de f_1 ao longo do trecho não comum às duas células, e de f_1 e f_2 no trecho comum. Por outro

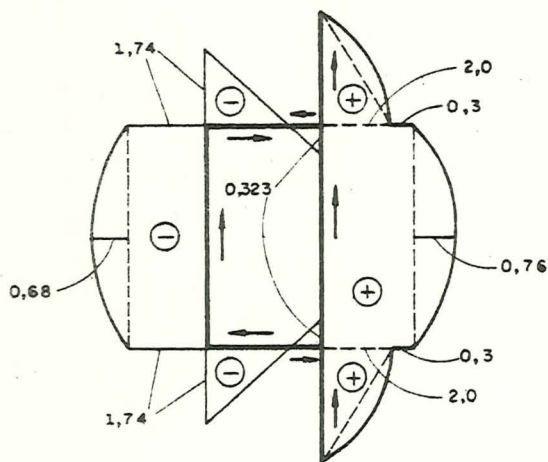


a) Diagrama de Momento Estático

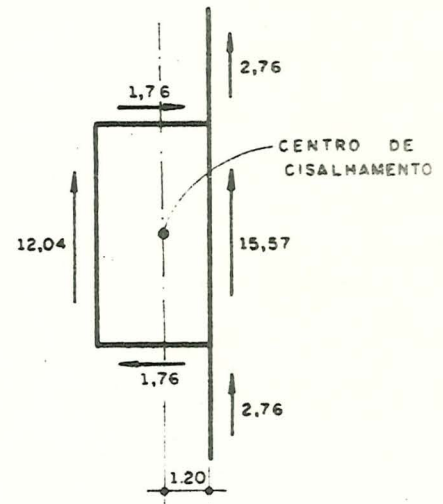


b) Resultantes por trechos

FIG. 8 - DIAGRAMA DE MOMENTO ESTÁTICO E RESULTANTES POR TRECHOS



a) Diagrama de Cisalhamento



b) Resultantes e Centro de Cisalhamento.

FIG. 9 - DIAGRAMA E CENTRO DE CISALHAMENTO

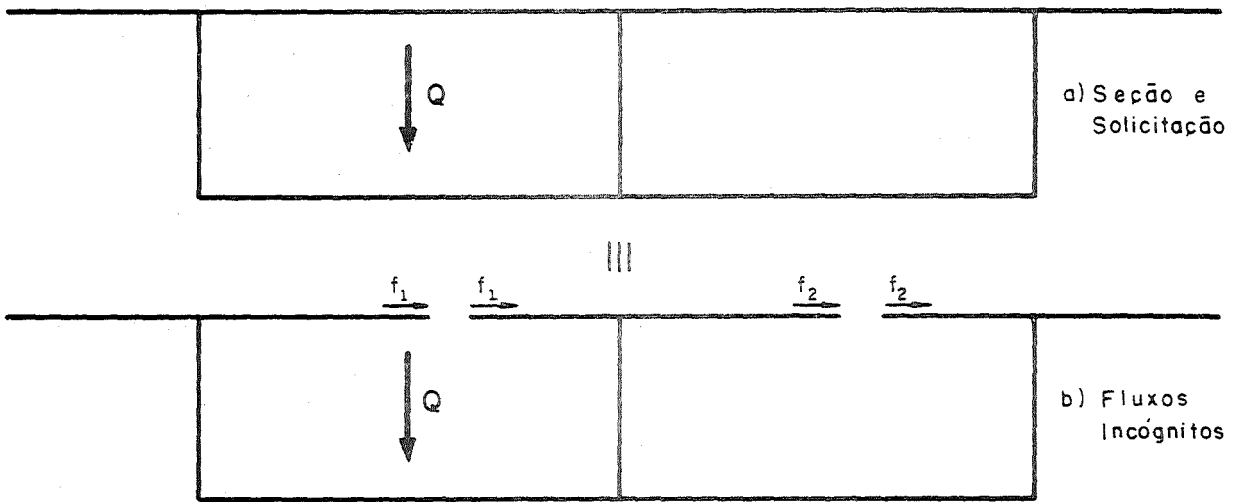


FIG. 10 - SEÇÃO, SOLICITAÇÃO E FLUXOS INCÓGNITOS

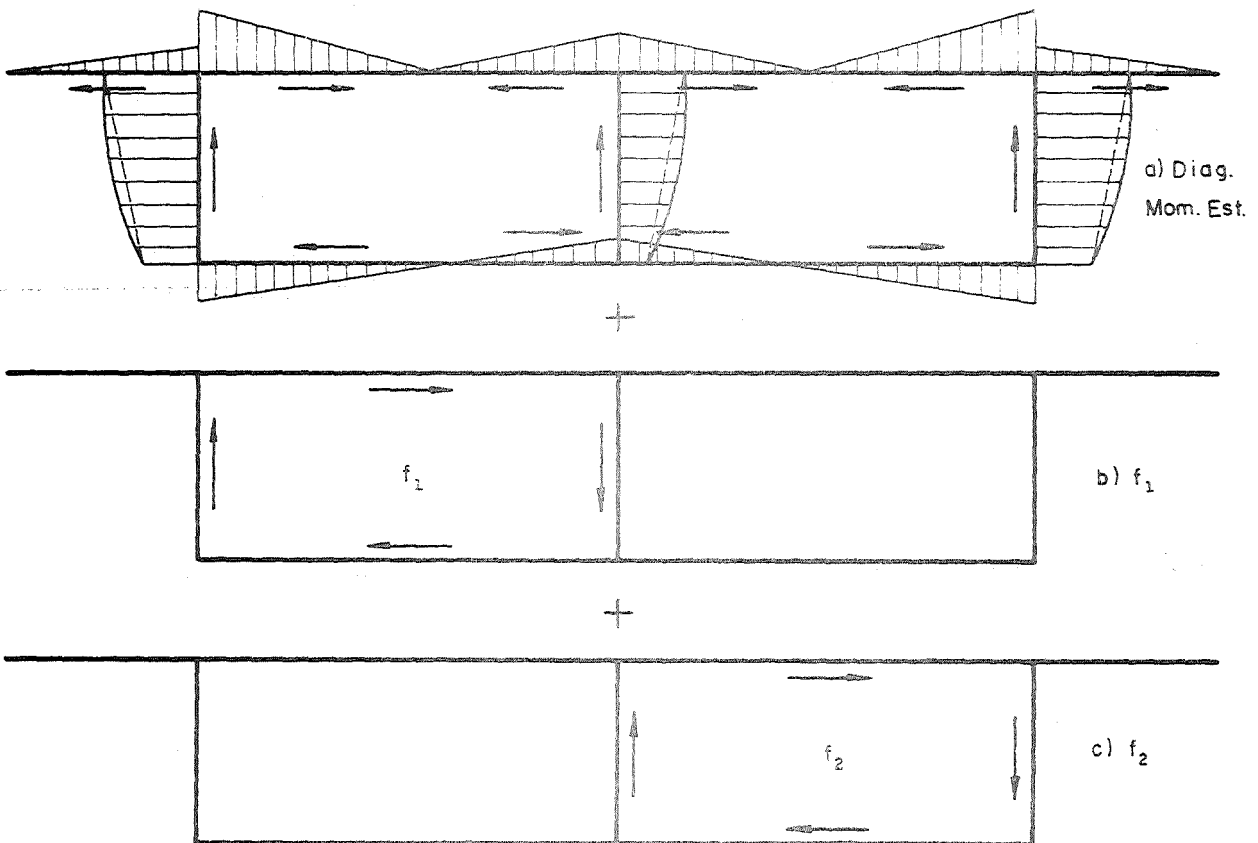


FIG. 11 - SUPERPOSIÇÃO DE FLUXOS

lado, o fluxo real pode ser alcançado pela superposição de fluxos indicada na figura 11, a exemplo do já exposto no item anterior.

Para se levantar os fluxos incógnitos f_1 e f_2 basta recorrer-se ao fato de que, em havendo flexão sem torção, as células 1 e 2 devem apresentar giro por unidade de comprimento nulo. Essas condições são facilmente formuladas pelo Princípio dos Trabalhos Virtuais, considerando-se momento torçor promovendo fluxo unitário na célula 1, ou seja, momento torçor agindo na seção supondo-se abertura segundo a posição do fluxo f_2 , e o mesmo ocorrendo na célula 2 com abertura segundo o fluxo incógnito f_1

O Princípio dos Trabalhos Virtuais no caso da célula 1 leva a :

$$\oint_1 f_1 ds - \oint_c f_2 ds + \oint_2 \left[\int_{S^*} y ds \right] ds = 0 \quad (13)$$

e, na célula 2, tem-se:

$$\oint_1 f_2 ds - \oint_c f_1 ds + \oint_2 \left[\int_{S^*} y ds \right] ds = 0 \quad (14)$$

onde a integração é realizada ao longo da célula 1 e 2 conforme a indicação, e no trecho comum quando se indica com um c . O exposto em (13) e (14) leva a um sistema de equações lineares nos fluxos incógnitos f_1 e f_2 , que resolvido encerra o problema.

Naturalmente, no caso de seções com maior número de células, a solução é alcançada de modo análogo. O número de fluxos incógnitos é igual ao número de células; assim, equações do tipo (13) e (14) podem ser obtidas em número bastante para as incógnitas existentes.

Finalizando, vale ressaltar que o centro de cisalhamento, uma vez conhecidos os fluxos de cisalhamento nas flexões segundo os eixos principais de inércia da seção, é obtido de modo imediato, a semelhança do caso já exposto no primeiro exemplo de aplicação (item 4).

6 - SEGUNDO EXEMPLO DE APLICAÇÃO

Considere-se agora a seção bicelular mostrada na figura 12a). Tomando-se os fluxos incógnitos f_1 e f_2 junto à alma central, no caso de flexão segundo oz tem-se o diagrama de momento estático mostrado na figura 12b) , cujas resultantes por trechos acham-se também aí indicadas. A figura 12c) ilustra a configuração do fluxo promovido ao longo da seção pelo fluxos incógnitos considerados (o sistema de referência já se acha com origem no centro de gravidade da seção e orientados segundo as direções principais de inércia, que valem $I_y = 8,952m$ e $I_x = 133,6 m$). As condições de giro por unidade de comprimento nulo nas duas células são dadas, respectivamente, por:

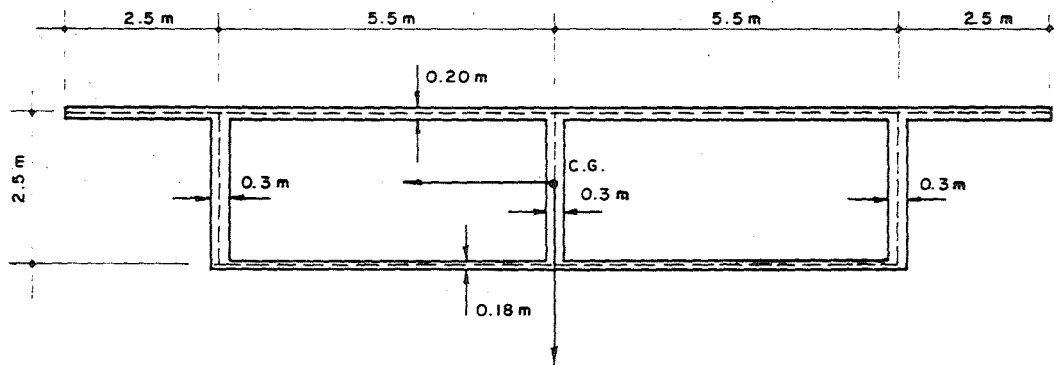
$$16 f_1 - 2,5 f_2 + (3,160 + 4,380 + 4,387 - 0,192) = 0$$

$$-2,5 f_1 + 16 f_2 + (3,160 - 4,380 - 4,387 + 0,192) = 0$$

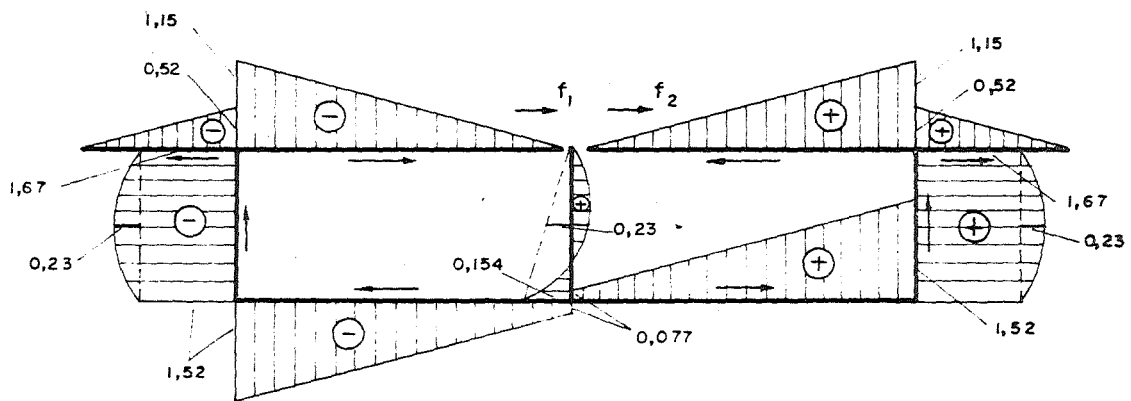
cuja solução consiste em:

$$f_1 = - 0,634m^3$$

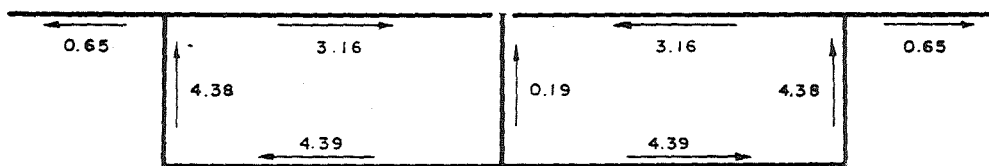
$$f_2 = 0,634m^3$$



a) Seção do 2º Exemplo



b) Diagrama de Momento Estático e Orientação do Fluxo



c) Resultante por Trechos

FIG. 12 — SEÇÃO, DIAGRAMA E RESULTANTES POR TRECHOS

Com esse resultado tem-se o diagrama de fluxo de cisalhamento segundo o diagrama mostrado na figura 13, juntamente com as resultantes por trecho. A resultante, nesse caso óbvia, tem linha de ação segundo o traço do plano de simetria da seção.

A flexão segundo o eixo oy leva ao diagrama de momento estático mostrado na figura 14a), juntamente com os resultantes por trecho. Os fluxos incógnitos apresentam a configuração exibida na figura 14b). As equações nesse caso são:

$$16 f_1 - 2,5 f_2 = - 94,57$$

$$-2,5 f_1 + 16 f_2 = - 94,57$$

cuja solução vem a ser:

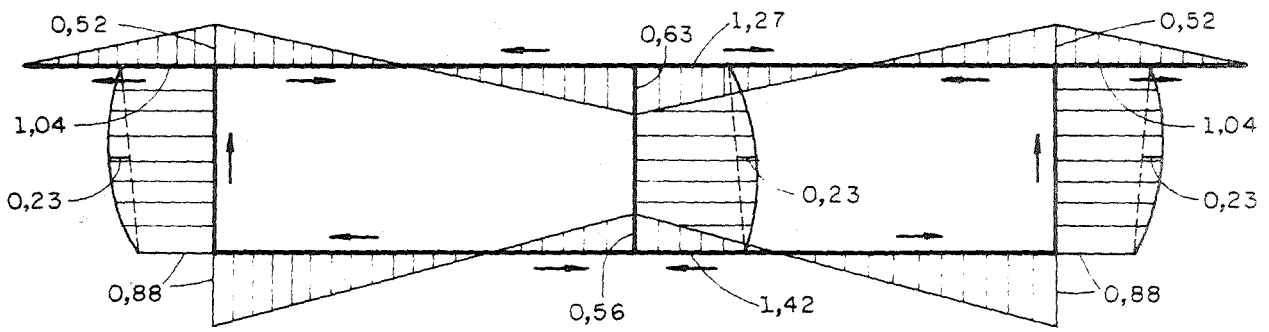
$$f_1 = - 7,00$$

$$f_2 = - 7,00$$

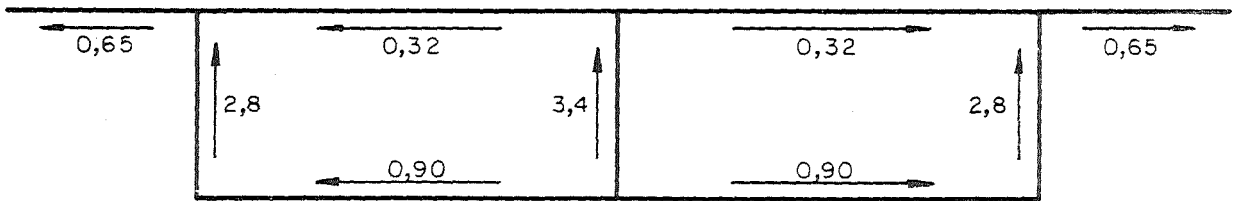
Assim, o fluxo de cisalhamento ao longo da seção consiste no ilustrado na figura 15, juntamente com as resultantes parciais e a linha de ação da resultante global. O centro de cisalhamento tem também sua posição exibida nessa figura.

A posição do centro de cisalhamento nesse caso parece, à primeira vista, um tanto estranha, pois o centro de cisalhamento afasta-se da mesa maior, mais rígida. Todavia, nunca é de mais ter-se em mente que o bom senso, em se tratando de um problema que envolve torção, costuma falhar com frequência.

A razão desse resultado inesperado pode ser explicada da seguinte maneira. Considere-se, em primeiro lugar a mesma seção

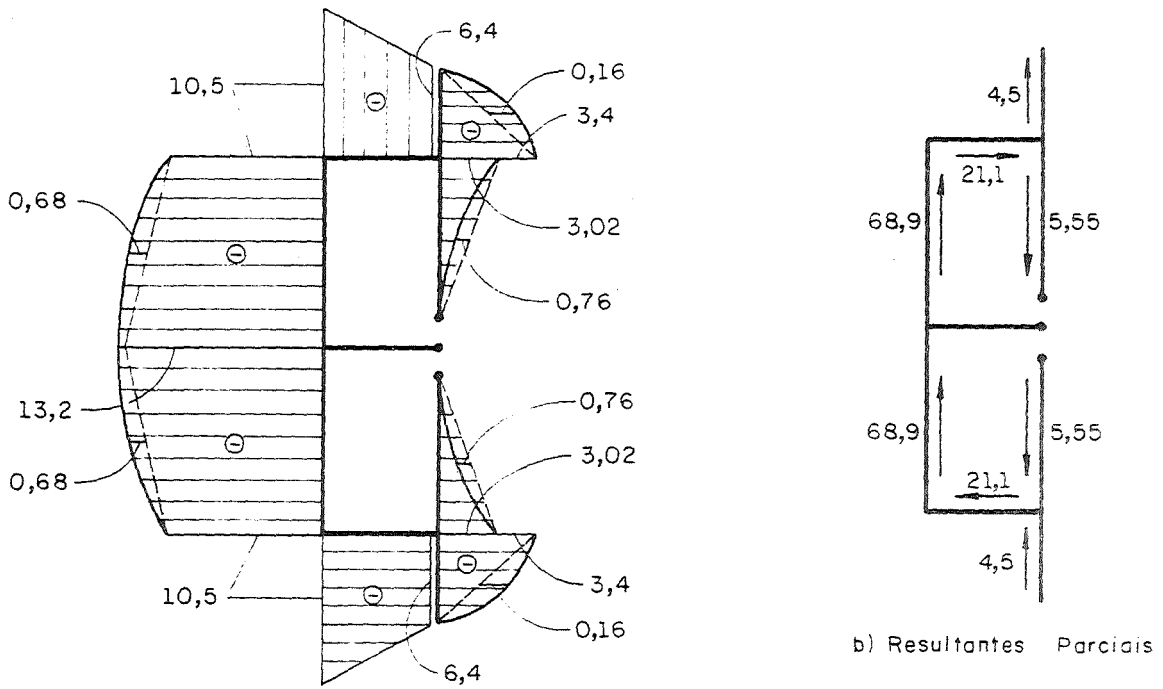


a) Diagrama do Fluxo de Cisalhamento



b) Resultantes Parciais

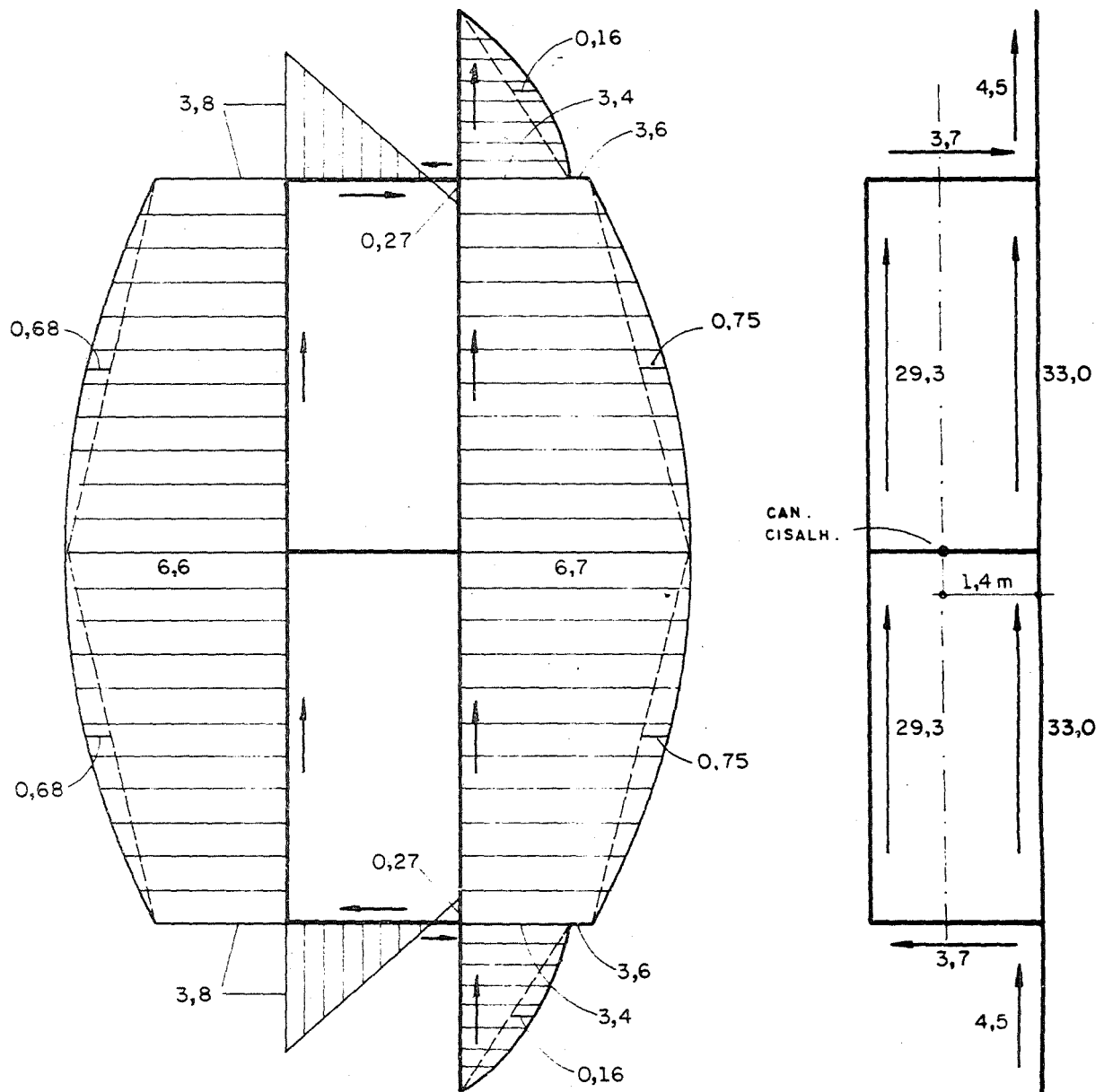
FIG. 13 - CISALHAMENTO RESULTANTE



a) Diagrama de Momento Estático

b) Resultantes Parciais

FIG. 14 - DIAGRAMA DE MOMENTO ESTÁTICO E RESULTANTES



a) Diagrama do Fluxo

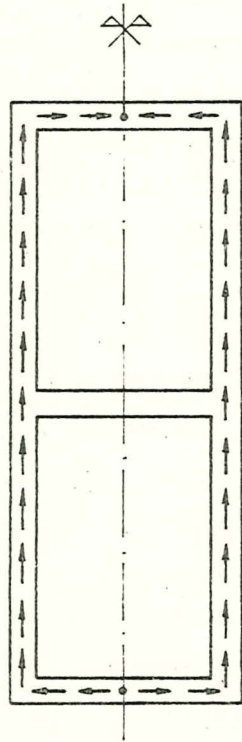
b) Resultantes Parciais e Centro de Cisalhamento

FIG. 15 - FLUXO REAL E CENTRO DE CISALHAMENTO

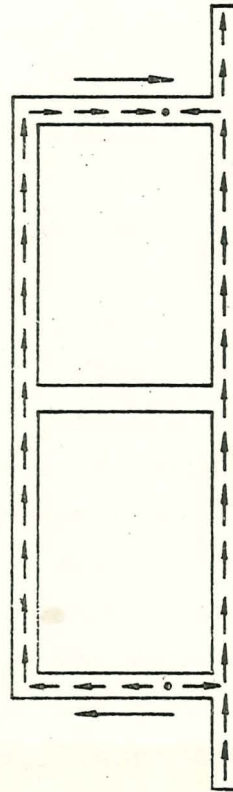
celular sem os trechos abertos. Nesse caso é óbvio que o cisalhamento anula-se no centro das almas extremas, conforme indica-se na figura 16a). A medida que os trechos abertos vão crescendo, é natural, também, que o ponto de cisalhamento nulo aproxima-se da mesa maior, conforme ilustra-se na figura 16b). Com isso, a resultante do fluxo de cisalhamento nas almas passam a produzir um binário que força o afastamento do centro de cisalhamento da mesa maior.

Em termos numéricos, os seguintes resultados ilustram esse comportamento. Considerando-se, em primeiro lugar, trechos abertos com comprimento de 0,5m, no lugar de 2,5m, o centro de cisalhamento situa-se à 1,32m da mesa maior, ou seja, afasta-se dessa mesa. Em se considerando agora abas de 6m, o centro situa-se à 1,27m da mesa maior, ou seja, nesse caso o centro já começa a recuar para a posição central que ocorria no início. Finalmente, considerando-se uma aba gigantesca com 50m, o centro de cisalhamento fica a apenas 0,23m da grande mesa, o que é um resultado mais afim ao que o bom senso conduziria.

De qualquer forma, os números apresentados evidenciam, em primeiro lugar, que em problemas que envolvem torção, os resultados são, em geral, um tanto surpreendentes. Em segundo lugar, eles indicam que, com a variação do comprimento das abas, inicialmente o centro de cisalhamento pode afastar-se da mesa maior; naturalmente atingindo-se um afastamento máximo, e, a partir dessa situação, com o aumento crescente das abas o centro recua em direção à grande mesa, alinhando-se nessa mesa no caso limite de mesa com comprimento infinito.



a) Seção Simétrica



b) Seção com Abas e Binário das Almas

FIG. 16 - ALTERAÇÃO DO FLUXO PROMOVIDA PELAS ABAS

