

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

Departamento de Vias de Transportes e Topografia - STT

PROJETO DE ESTRADAS **2**
CURVAS HORIZONTAIS

Notas de Aula

Prof. Carlos Reynaldo Toledo Pimenta

ÍNDICE

1) Curvas Horizontais Circulares.....	1
1.1) Introdução.....	1
1.2) Características Geométricas das Curvas Horizontais.....	1
1.3) Estabilidade de Veículos em Curvas Horizontais <u>Su</u> perelevadas.....	2
1.4) Valores Máximos da Superelevação <u>e</u>	4
1.5) Valores Máximos do Coeficiente de Atrito Lateral (f_t).....	5
1.6) Raio Mínimo das Curvas Circulares.....	7
1.6.1) Raio Mínimo de Função da Estabilidade.....	7
1.6.2) Condições Mínimas de Visibilidade nas Cur- vas Horizontais.....	7
1.7) Escolha da Superelevação nos Trechos em Curva Cir- cular.....	9
1.7.1) Método da A.A.S.H.O.	13
1.7.2) Método de BARNETT	14
1.7.3) Método de LA TORRE	15
2) Curvas Horizontais com Transição.....	22
2.1) Tipos de Curvas Usadas para Transição.....	23
2.2) Escolha do Comprimento de Transição.....	24
2.2.1) Valores Mínimos e Máximos do Comprimento de Transição.....	25
2.2.2) Escolha do Valor de L_s	27
2.3) Espiral de Transição (Clotoide).....	28
2.3.1) Cálculo dos Elementos Necessários à Defini- ção da Curva.....	28
2.3.2) Localização da transição na curva horizontal.....	29
2.4) Estaqueamento e Locação das Transições.....	31
2.4.1) Cálculo das estacas dos pontos TS, SC, CS e ST.....	31
2.4.2) Execução de Tabelas de Dados para a Locação das Espirais.....	31
2.5) Curvas Reversas com Espirais de Transição.....	33
2.6) Curvas Circulares com Espirais não Simétricas.....	34

2.7) Concordância de Curvas Compostas com Transição.....	36
2.7.1) Sequência de Operações para a Locação da Es piral.....	39
3) Variação da Seção Transversal da Estrada para Obtenção da Superelevação.....	40
3.1) Escolha do Comprimento (LR) do Trecho de Variação da Superelevação.....	41
3.1.1) Determinação do (LRmin) Mínimo Comprimento do Trecho de Variação da Superelevação.....	41
3.2) Processos de Variação da Superelevação.....	43
3.3) Variação da Superelevação em Estradas com Pista - Dupla.....	48
4) Alargamento da Pista nas Curvas	51
4.1) Cálculo do Alargamento.....	51
4.2) Variação do Alargamento ao Longo da Transição.....	53
5) Bibliografia.....	55

1. CURVAS HORIZONTAIS CIRCULARES

1.1) Introdução

De forma simplificada o traçado em planta de uma estrada é composto de trechos retos concordados com curvas circulares.

Curvas horizontais são usadas para desviar a estrada de obstáculos que não possam ser vencidos economicamente.

Sem desprezar o princípio de que uma estrada deva ter o traçado mais curto possível, a experiência na escolha de traçados tem mostrado que a estrada deve ter as curvas necessárias para harmonizá-la com a topografia da região gerando um traçado agradável que permita um bom paisagismo.

Geralmente a topografia da região, as características geológicas e geotécnicas dos terrenos atravessados, problemas de desapropriação e outros obrigam o uso de inúmeras curvas horizontais.

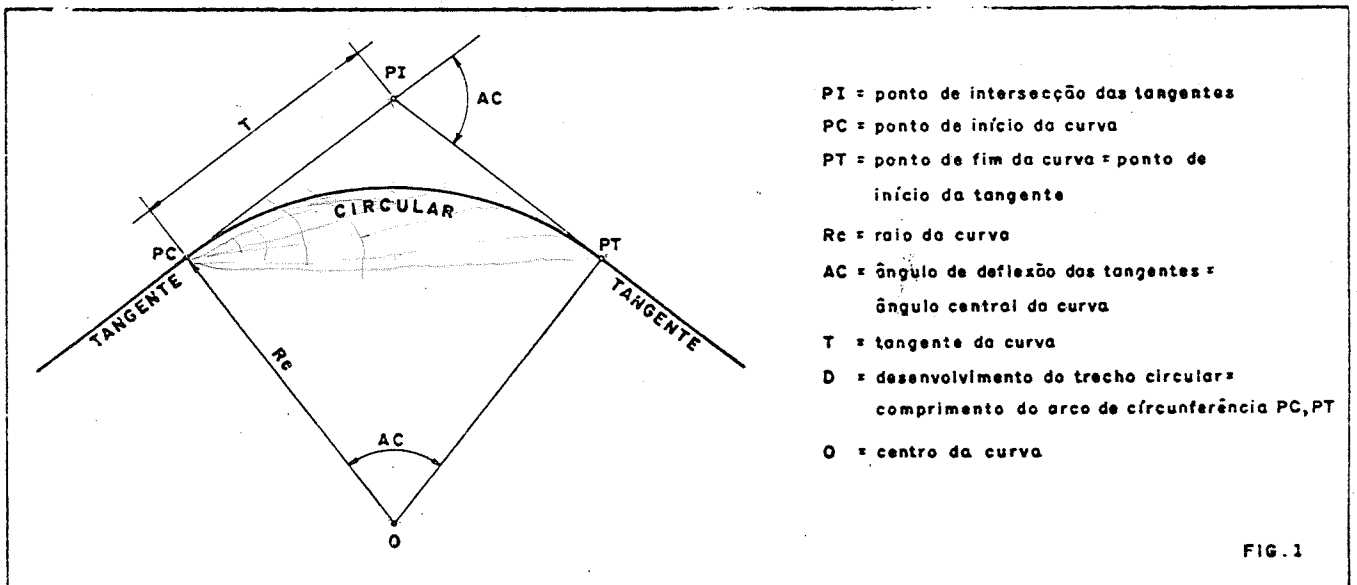
A escolha do raio a ser adotado para uma determinada curva de um traçado depende da análise de diversos fatores específicos da curva e da harmonia do conjunto de elementos que constituirão a planta da estrada. Muitas vezes problemas locais obrigam o uso de raios de valor baixo.

Dois fatores principais limitam os mínimo valores dos raios a serem adotados.

- estabilidade dos veículos que percorrem a curva com grande velocidade.
- mínimas condições de visibilidade.

1.2) Características Geométricas das Curvas Horizontais

A figura 1 mostra a geometria de concordância das curvas horizontais circulares com as tangentes (trechos retos) do traçado e a nomenclatura adotada.



Chamando-se de desenvolvimento (D) da curva circular ao comprimento do arco de círculo compreendido entre os pontos PC e PT e grau da curva (G) ao ângulo com vértice em o que corresponde a um desenvolvimento de 20m (uma estaca) teremos:

- grau da curva

$$G = \frac{20 \times 360}{2\pi R_c} = \frac{1146}{R_c} \text{ para } G \text{ em graus e } R_c \text{ em metros} \quad (1)$$

- tangente da curva

$$T = R_c \tan \frac{AC}{2} \quad (2)$$

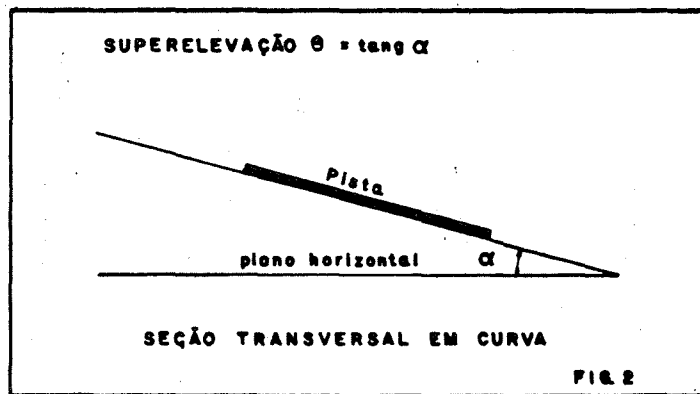
- desenvolvimento do trecho circular

$$D = \frac{20AC}{G} \text{ para } AC \text{ e } G \text{ em graus e } D \text{ em metros} \quad (3)$$

$$\text{ou } D = AC \cdot R_c \text{ para } R_c \text{ e } D \text{ em metros e } AC \text{ em radianos} \quad (4)$$

1.3) Estabilidade de Veículos em Curvas Horizontais Superelevadas

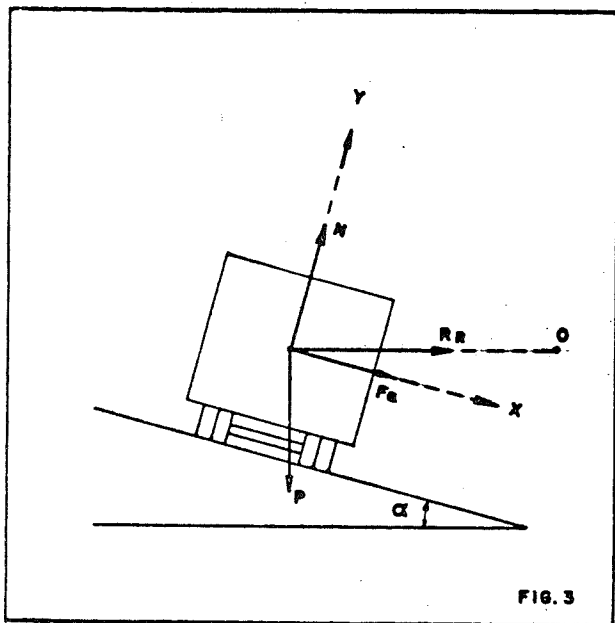
Chama-se superelevação de uma curva circular o valor e da inclinação transversal da pista em relação ao plano horizontal.



Quando um veículo trafega por uma curva horizontal circular de raio (R_c), centro (o), com uma velocidade (V), a resultante das forças atuantes (R_r), na condição de equilíbrio será igual a força centrípeta (F_c), isto é:

$$R_r \text{ será equilibrada por } F_c \text{ e } |R_r| = |F_c|$$

A figura 3 mostra a seção transversal de uma curva horizontal superelevada, e as forças que atuam sobre o veículo. Para simplificação de raciocínio, suporemos as forças aplicadas no C.G. do veículo.



Define-se como superelevação (e) de uma curva circular o valor:

$$e = \text{tang } \alpha \quad (5)$$

onde: α = ângulo de inclinação transversal do pavimento

Da figura 3 teremos:

na direção do eixo x: $R_r \cos \alpha = P \sin \alpha + F_a$ (6)

na direção do eixo y: $R_r \sin \alpha = N - P \cos \alpha$ (7)

onde: peso do veículo $P = mg$

reação devido ao atrito $F_a = f_t N$

f_t = coeficiente de atrito transversal pneu-pavimento

N = reação normal da estrada

$R_r = F_c$ força centrípeta

da equação 6 teremos: $F_c \cos \alpha = P \sin \alpha + f_t (F_c \sin \alpha + P \cos \alpha)$

$$\frac{mV^2}{R_c} = mg \text{ tang} \alpha + f_t \left(\frac{mV^2}{R_c} \text{ tang} \alpha + mg \right)$$

$$R_c = \frac{V^2 (1 - f_t \text{ tang} \alpha)}{g (\text{tang} \alpha + f_t)} \quad (8)$$

como no caso normal das estrada os valores $e = \text{tang} \alpha$ e f_t são pequenos, podemos considerar $f_t \text{ tang} \alpha = 0$ e teremos:

$$R_c = \frac{V^2}{g(e + f_t)} \quad (9)$$

Os diversos métodos de cálculo de superelvações e raios mínimos são unânimes em aceitar os valores obtidos pela equação 9, deferindo apenas na escolha do valor do coeficiente de atrito transversal máximo ($f_{t \text{ max}}$) e na maior ou menor precisão na fixação do valor da aceleração da gravidade (g), adotado entre os valores:

$$g = 9,8 \text{ m/s}^2 \text{ a } g = 10,0 \text{ m/s}^2$$

Adotando-se $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ teremos

$$R_c = \frac{V^2}{127(e+f_t)} \quad (10)$$

onde: R_c = raio da curva em metros
 V = velocidade de percurso em km/h
 e = superelevação
 f_t = coeficiente de atrito transversal pneu-pavimento

1.4) Valores Máximos da Superelevação e

O valor da superelevação e a ser adotado para uma determinada curva circular deve ser limitado a um valor máximo por razões práticas.

Uma curva com superelevação excessivamente alta pode provocar o deslizamento do veículo para o interior da curva ou mesmo o tombamento de veículos que percorram a curva com velocidade muito baixas ou parem sobre a curva por qualquer motivo.

Casos como esses podem ocorrer, por exemplo, em curvas horizontais localizadas em rampas com greides elevados onde caminhões pesados, com centro de gravidade alto, trafegam com baixas velocidades.

Os valores máximos adotados para a superelevação no projeto das curvas horizontais, segundo a AASHO (1), são determinados em função dos seguintes fatores:

- Condições climáticas, isto é, frequência de ocorrência de chuvas, eventual ocorrência de gelo ou neve.
- Condições topográficas do local.
- Tipo de área: rural ou urbana
- Frequência de tráfego lento no trecho considerado.

A análise qualitativa desses fatores levou os diversos autores a conclusões diferentes quanto à máxima superelevação a ser adotada.

Para estradas rurais, em condições favoráveis alguns autores adotam o valor máximo de 0.12 enquanto outros adotam 0.10 m/m.

A análise quantitativa do problema ainda não foi tentada, a grande variedade no tipo e estado dos pneus dos veículos, a variação na rugosidade e estado do pavimento dificultam a análise do escorregamento dos veículos e a variedade no tipo e especialmente na carga dos caminhões dificulta a análise do tombamento desses veículos.

A tabela 1 mostra os valores da superelevação máxima adotada por alguns dos métodos de análise das curvas circulares.

TABELA 1
VALORES MÁXIMOS DA SUPERELEVAÇÃO

fatores determinantes	MÁXIMA SUPERELEVAÇÃO e_{max}			
	AASHO	BARNETT	LA TORRE	COQUAND
zona rural boas condições	0.12	0.12	0.12	0.10
zona rural-possibilidade de gelo ou neve	0.08	0.10	-	-
zona urbana- ou trechos de baixas velocidades	0.06	-	-	0.06

1.5) Valores Máximos do Coeficiente de Atrito Lateral (f_t)

Quando um veículo percorre uma curva horizontal circular o máximo valor do atrito lateral é o valor do atrito desenvolvido entre o pneu do veículo e a superfície do pavimento na iminência do escorregamento.

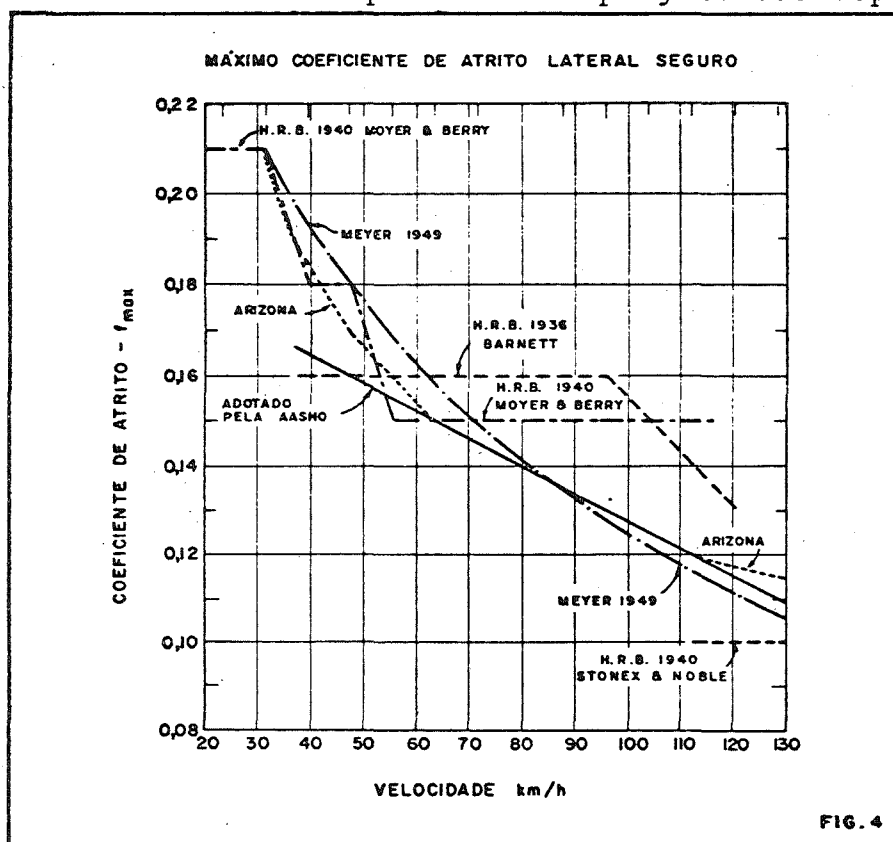
A medida experimental desse valor é obviamente difícil, além disso, os dados obtidos em testes diretos teriam valor relativo devido à dificuldade de estabelecer-se tipos e condições de pneus e rugosidade e estado de pavimento que fossem realmente representativos.

Para um veículo que percorre uma curva horizontal circular com uma velocidade determinada, a relação entre superelevação, coeficiente de atrito lateral e raio é feita com base na análise da estabilidade do veículo na iminência do escorregamento, os métodos usuais, baseados na equação 9, não incluem, explicitamente, o necessário fator de segurança no relacionamento desses elementos, considerando esse fator de segurança incluído no valor máximo do coeficiente de atrito lateral a ser utilizado.

Em consequência do exposto, é usual adotar-se para o coeficiente de atrito lateral máximo valores bem menores do que os obtidos na iminência do escorregamento, isto é, valores já corrigidos com um suficiente fator de segurança.

Diversas experiências (BARNETT (10), MOYER (14)), objetivando a determinação desse coeficiente foram feitas, geralmente, orientadas no sentido da determinação do coeficiente de atrito correspondente à velocidade de segurança das curvas, isto é, a menor velocidade com a qual a força centrífuga criada com o movimento do veículo na curva cause ao motorista ou passageiro a sensação de escorregamento.

O gráfico da figura 4, tirado do manual da AASHO (1), mostra o resultado de diversas experiências objetivando a determinação do máximo coeficiente de atrito lateral para uso no projeto das superelevações



A tabela 2 mostra os máximos valores da coeficiente de atrito lateral admitidos por alguns dos métodos de análise das curvas circulares.

TABELA 2
VALORES MÁXIMOS DO COEFICIENTE DE ATRITO LATERAL f_{tmax}

velocidade km/h	f_{tmax}			
	AASHO	BARNETT	LA TORRE	COQUAND
50	0.16	0.16	0.16	0.40*
60	0.15	0.16	0.15	0.40
70	0.15	0.16	-	0.40
80	0.14	0.16	0.14	0.40
90	0.13	0.16	-	0.40
100	0.13	0.15	0.13	0.40
110	0.12	-	-	0.40
120	0.11	0.14	0.12	0.40

* o método adota um coeficiente de segurança diretamente sobre o raio mínimo e não sobre o coeficiente de atrito como os demais métodos.

1.6) Raio Mínimo das Curvas Circulares

As curvas circulares de uma estrada projetada para uma determinada velocidade diretriz deverão atender as seguintes condioes mínimas:

- garantir a estabilidade dos veículos que percorram a curva na velocidade diretriz.
- garantir condioes mínimas de visibilidade em toda a curva

1.6.1) Raio Mínimo de Funao da Estabilidade

Quando um veículo trafega por uma curva circular de raio R_c com uma velocidade constante V , a relaao entre o raio da curva e a superelevaao, como vimos no capítulo 1.3,  dada pela equaao 9.

$$R_c = \frac{V^2}{g(e+f_t)}$$

Assim na iminencia do escorregamento, o menor raio a ser adotado pode ser calculado com base na equaao 9, adotando-se para a superelevaao e o coeficiente de atrito lateral seus valores máximos admitidos.

$$R_{cmin} = \frac{V^2}{g(e_{max} + f_{tmax})} \quad (11)$$

onde: R_{min} = raio mínimo

V = velocidade diretriz

e_{max} = máximo valor da superelevaao

f_{tmax} = máximo valor do coeficiente de atrito lateral

1.6.2) Condioes Mínimas de Visibilidade nas Curvas Horizontais

Definido o raio mínimo quanto  estabilidade (equaao 11) para o projeto de uma estrada, devemos ainda verificar para cada curva horizontal se o valor do raio adotado para essa curva satisfaz às condioes mínimas de visibilidade.

Assim, todas as curvas horizontais de um traçado devem necessariamente assegurar a visibilidade a uma distância não inferior  distância de frenagem (D_f).

Distância de frenagem (D_f)  a mínima distância necessária para que um veículo que percorra a estrada na velocidade de projeto possar parar, com segurança, antes de atingir um obstáculo na sua trajetória.

$$D_f = 0,69V + 0,0039 \frac{V^2}{f+i} \quad (12)$$

onde: D_f = distância de frenagem em metros
 V = velocidade diretriz em km/h
 f = coeficiente de atrito longitudinal pneu x pavimento
 i = inclinação longitudinal do trecho (rampa)
sinal + para as rampas em subida e - para as rampas em descida

Assim, em cada curva, a visibilidade deverá ser verificada em função dos obstáculos à visibilidade existentes, ou no caso de curvas dentro de cortes, em função da posição e inclinação dos taludes adotados.

A figura 5 mostra esquematicamente essa verificação.

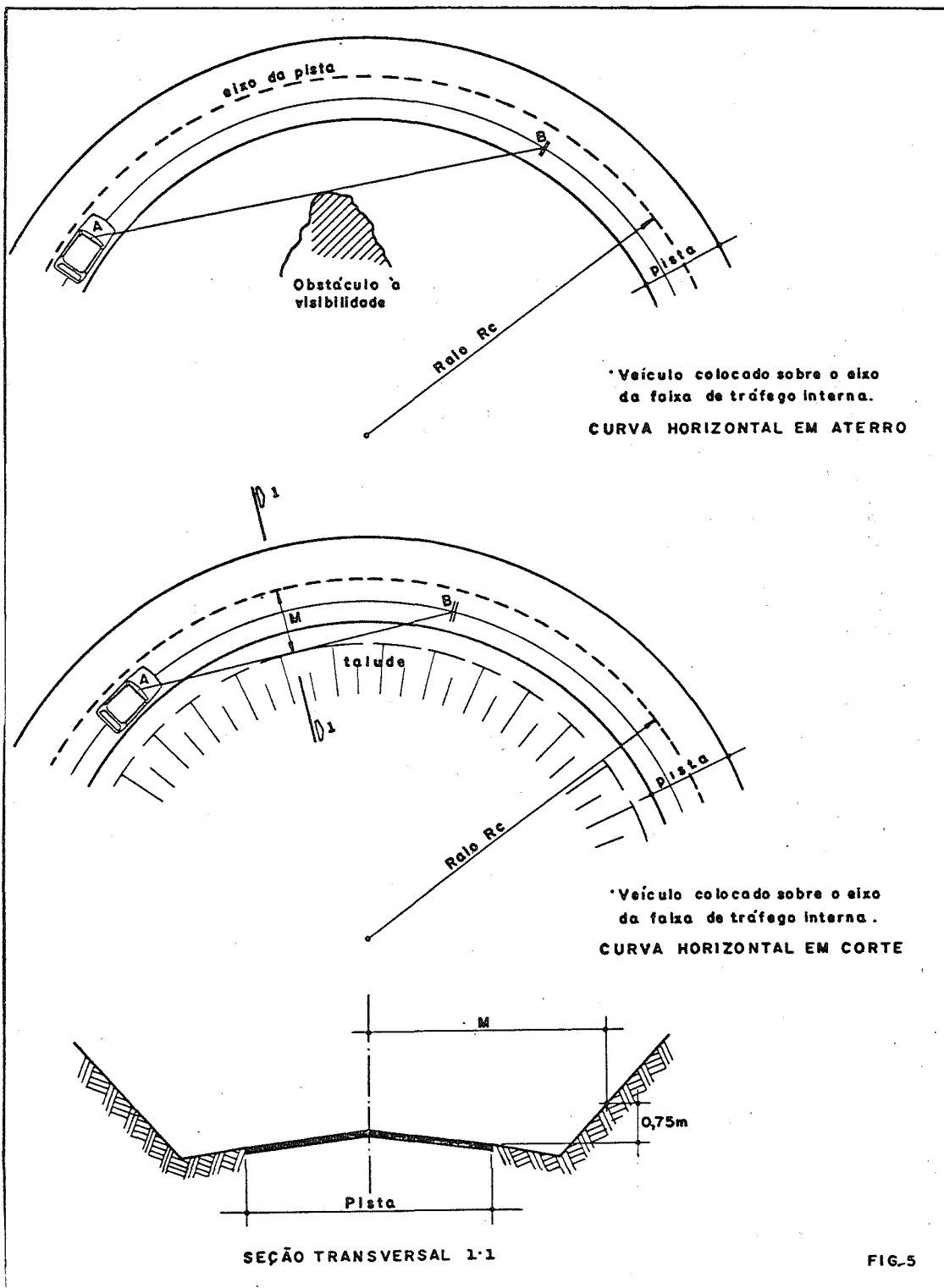


FIG.5

Condição mínima de visibilidade

$$\text{arco } \widehat{AB} \geq Df$$

$$\text{isto é: } M \geq R_c \left(1 - \cos \frac{Df}{2R_c}\right) \quad (13)$$

onde: arco \widehat{AB} = arco de circunferência percorrido pelo veículo entre o instante em que o motorista vê um obstáculo na sua faixa de tráfego e o instante em que o veículo chega ao obstáculo.

1.7) Escolha da Superelevação nos Trechos em Curva Circular

Definidos os valores da máxima superelevação admitida para o projeto e o máximo coeficiente de atrito lateral a ser adotado para a velocidade diretriz estabelecida, podemos calcular o valor do raio mínimo. Porém, no projeto de uma estrada, só serão utilizados raios mínimos em casos extremos, normalmente as curvas horizontais circulares terão raios bem maiores que os mínimos estabelecidos, criando a necessidade de definir métodos para a escolha da superelevação mais adequada para esses casos.

Vimos no capítulo 1.3 (equação 9) que a relação teórica entre a velocidade de percurso, o raio da curva, superelevação e coeficiente de atrito é dada pela equação 9

$$R_c = \frac{V^2}{g(e+ft)} \quad (14)$$

onde: R_c = raio da curva circular
 g = aceleração da gravidade
 V = velocidade de projeto
 e = superelevação
 f_t = coeficiente de atrito lateral pneu x pavimento

da equação 14 temos:

$$e = \frac{V^2}{gR_c} - ft \quad (15)$$

Estabelecida uma velocidade constante V , teremos:

$$\frac{V^2}{g} = \text{constante} \quad (16)$$

Definindo-se como curvatura da curva circular o valor:

$$C_c = 1/R_c \quad (17)$$

teremos:

$$e = \frac{V^2}{g} C_c - ft \text{ ou } C_c = \frac{(e+ft)g}{V^2} \quad (18)$$

Assim escolhido um raio R_c e conseqüentemente uma curvatura C_c o valor para a superelevação e deverá ser um valor compreendido entre os seguintes valores extremos:

$e_1 = KCc$ quando $f_t = 0$ isto é o veículo é equilibrado exclusivamente pelo efeito da superelevação não existindo atrito lateral.

$e_2 = KCc - f_{tmax}$ quando o veículo será equilibrado com a contribuição de todo o atrito lateral possível.

Obviamente os valores de e_1 e e_2 terão que atender à relação

$$e_{max} > e_1 > e_2 > 0$$

Concluimos que existe uma faixa de valores da superelevação e (compreendidos entre os valores e_1 e e_2) que satisfazem as condições de segurança quanto a estabilidade.

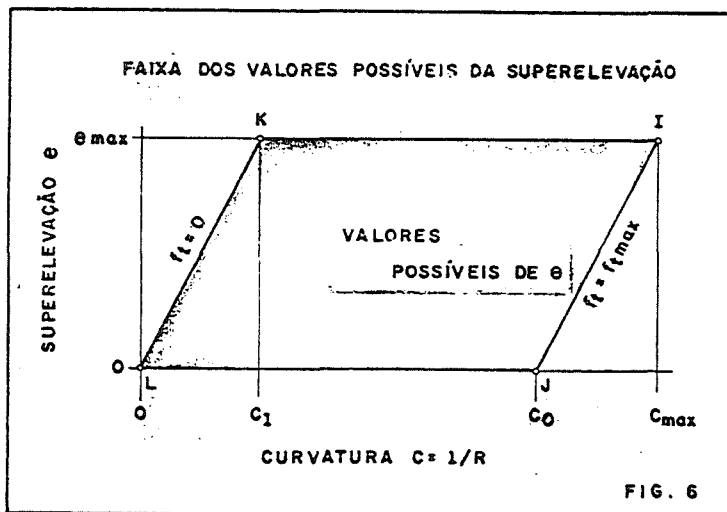
Lançando-se os valores da superelevação (e) e da curvatura (c) em um gráfico (figura 6) constatamos que os valores da superelevação (e) que atendem a equação 14 encontraram-se em um paralelogramo definido pelas linhas correspondentes aos valores $e = 0$, $e = e_{max}$, $f_t = 0$, $f_t = f_{tmax}$ cujas interseções definem os pontos:

Ponto I quando $e = e_{max}$, $f_t = 0$
 da equação 18: $Cc = C_{cmax} = \frac{(e_{max} + f_{tmax}) g}{V^2}$

Ponto J quando $e = 0$, $f_t = f_{tmax}$
 da equação 18: $Cc = C_o = \frac{(f_{tmax}) g}{V^2}$

Ponto K quando $e = e_{max}$, $f_t = 0$
 da equação 18: $Cc = C_1 = \frac{(e_{max}) g}{V^2}$

Ponto L quando $e = 0$, $f_t = 0$
 da equação 18: $Cc = 0$



Qualquer variação da superelevação em função do raio da curva que fique dentro dos limites estabelecidos na figura 6, atende às exigências mínimas de estabilidade dos veículos na curva.

Assim para a escolha da melhor curva que relacione a superelevação com a curvatura (ou com o raio) devemos levar em consideração um novo fator, o conforto, e procurar dentro do paralelogramo da figura 6, - que define as condições mínimas de segurança, a curva de conforto máximo.

Voltando à equação 14 teremos:

$$g(e+f_t) = V^2/R \quad (19)$$

$$V^2/R = ge + gft \quad (20)$$

para V = velocidade diretriz o termo ge representa a aceleração centrípeta compensada pela superelevação e o termo gft representa a aceleração centrípeta não compensada.

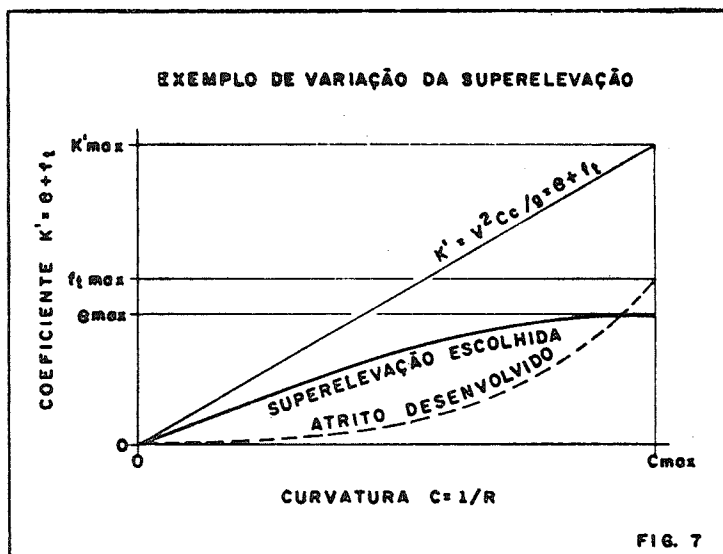
O viajante que estiver percorrendo a curva em uma velocidade constante, terá o seu conforto máximo no limite $f_t = 0$, quando toda a aceleração centrípeta for compensada pela aceleração devido à componente da reação normal, quando este percorre a curva sem precisar contar com nenhum atrito. Uma superelevação adequada a esse viajante será inadequada para outros viajantes que percorrem a curva com velocidade muito diferente,

Essa condição, entretanto, cria desconforto para os veículos que percorrem a curva com velocidades inferiores à velocidade diretriz.

Normalmente a maioria dos veículos percorre a estrada com velocidade inferior à velocidade diretriz. Para esses veículos, a existência de superelevação acima de valores compatíveis com sua velocidade de percurso cria desconforto, e principalmente insegurança para o motorista - que percorre a curva. Esse problema é agravado nos casos em que a média das velocidades de percurso é muito baixa em relação à velocidade diretriz estabelecida.

Assim, a escolha da superelevação está ligada à análise das condições de segurança e conforto dos veículos que percorrem a estrada nas mais variadas velocidades, e na decisão da relação entre a superelevação e o coeficiente de atrito a ser adotado.

A figura 7 mostra um exemplo de variação da superelevação com a curvatura e a curva de atrito desenvolvido correspondente.

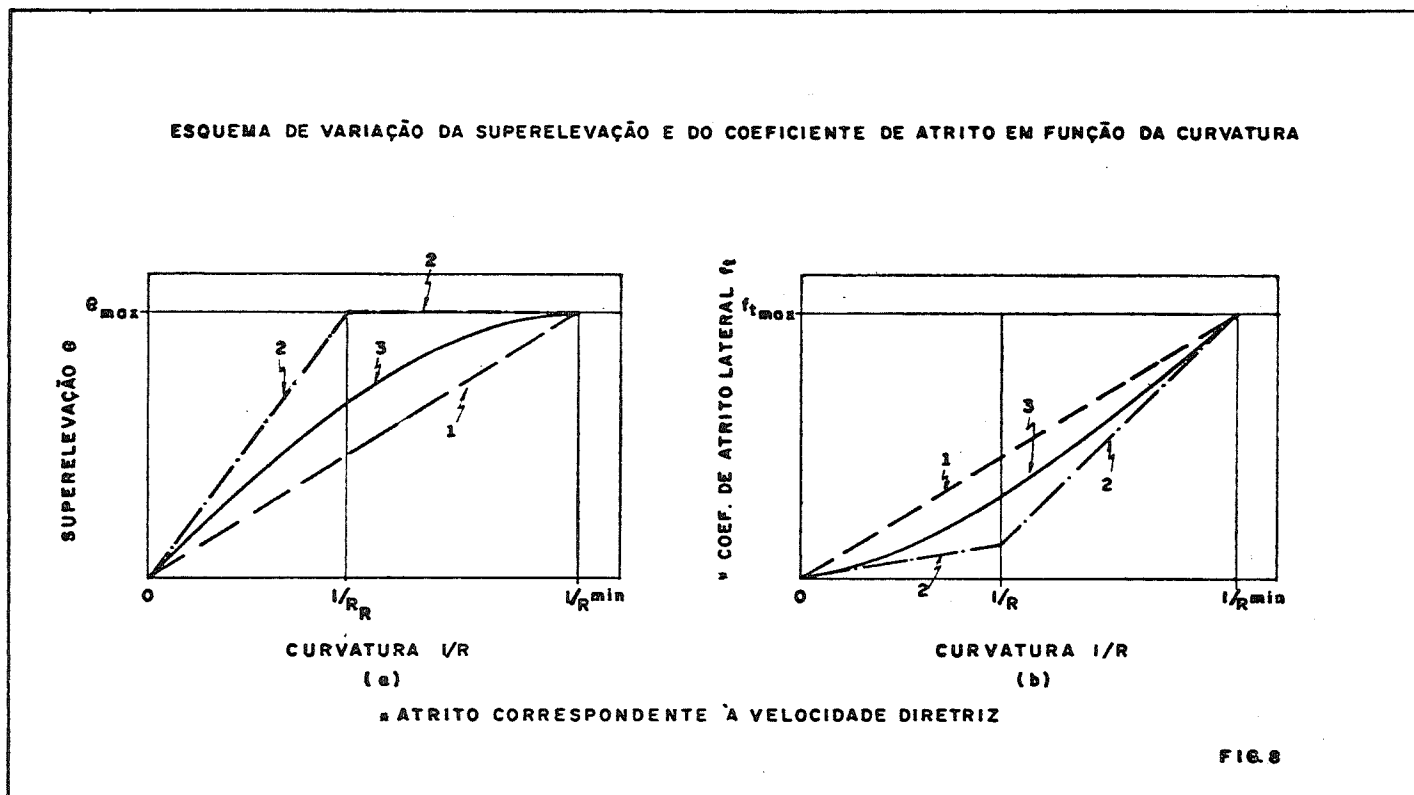


Fixados os valores da velocidade diretriz (V) existem 3 processos principais para a escolha da relação entre a superelevação (e) e o raio da curva (Rc).

O primeiro processo (curva 1 da figura 8a) quando a superelevação é obtida de forma que exista, para todas as curvas, uma mesma relação constante entre a superelevação e o coeficiente de atrito, isto é $e/ft = \text{constante}$.

O segundo processo (curva 2 da figura 8a) quando a superelevação é obtida de forma que não exista atrito lateral para o veículo que percorra a curva com uma determinada velocidade uniforme até o limite $e = \text{max}$, isto é para curvas abertas quando os raios são maiores que o raio correspondente à superelevação máxima.

O terceiro processo (curva 3 da figura 8a) adotando uma variação curvilínea entre a superelevação e a curvatura.



1.7.1) Método da A.A.S.H.O.

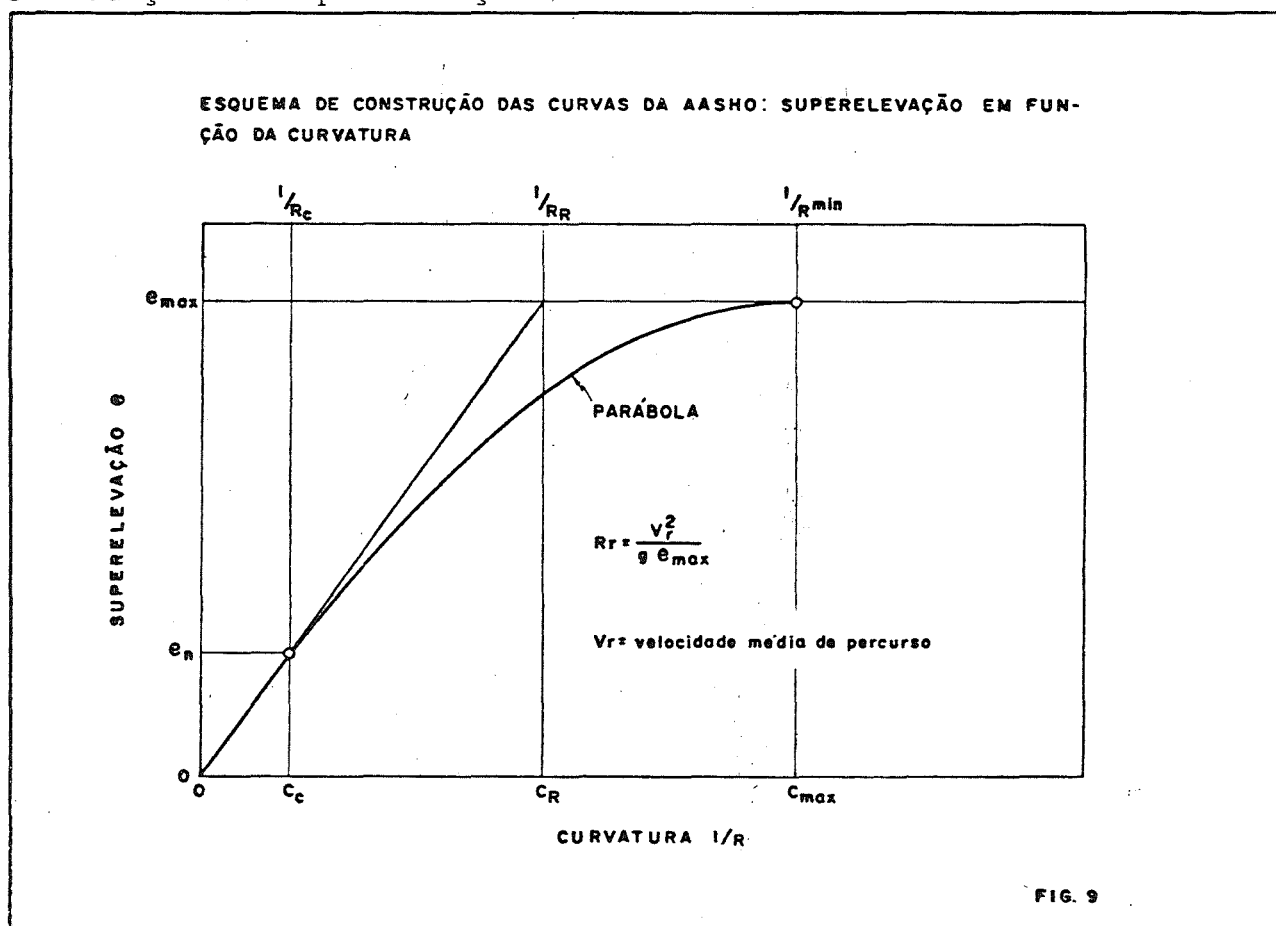
A análise dos dois primeiros métodos, levou a AASHO a concluir que o processo 1 leva a valores baixos da superelevação, especialmente para as curvas intermediárias, entre curvas abertas (raios grandes) e curvas fechadas (raios pequenos). O processo 2 tem o inconveniente de apresentar um crescimento brusco do coeficiente de atrito, (curva 2 da figura 8b) para curvas de raios menores que o raio correspondente à superelevação máxima.

Em consequência, a AASHO aconselha o uso de uma curva intermediária entre as curvas dos processos 1 e 2, isto é uma curva compreendida no triângulo de controle formado pelas retas dos processos 1 e 2 da figura 9a.

A adoção de uma curva desse tipo tem como consequência - uma variação curvilínea do coeficiente de atrito lateral (curva 3 da figura 8b), evitando assim o crescimento brusco do coeficiente de atrito lateral do processo 2.

Uma triagem feita com várias curvas compreendidas no triângulo de controle levou a AASHO a optar pela forma parabólica para a distribuição da superelevação.

A figura 9 mostra o processo de obtenção das curvas de distribuição da superelevação da AASHO.



As figuras 13 a 16 fornecem as curvas da AASHO definidas para alguns valores da superelevação máxima (emax) e alguns valores da velocidade diretriz.

1.7.2) Método de BARNETT

O método estabelece uma relação linear, entre a superelevação e a curvatura, baseada nos seguintes princípios: Barnett (2), "A maior superelevação admitida é 12% e o máximo valor do coeficiente de atrito lateral 0.16, dentro de uma aceitável margem de segurança, assim em uma curva de raio mínimo só 43% de força centrífuga será contrabalancada pela superelevação.

$$\frac{0.12}{0.12+0.16} = 0.43 \quad (21)$$

Se a superelevação fosse escolhida de forma que 43% da força centrífuga fosse absorvida por esta e o resto pelo atrito, somente nas curvas de raio mínimo utilizar-se-ia a superelevação máxima. Nas curvas com raios maiores que o mínimo a superelevação decrescia proporcionalmente ao raio.

Essa forma de cálculo leva a uma redução da margem de segurança para os veículos que percorrem curvas de raios grandes com velocidades maiores que a velocidade diretriz estabelecida.

Por outro lado, se tentarmos equilibrar toda a força centrífuga pela superelevação até o limite da superelevação máxima, o cálculo nos levaria a adotar a superelevação de 12% para a grande maioria das curvas com prejuízo do conforto dos veículos que percorram a curva com velocidades menores.

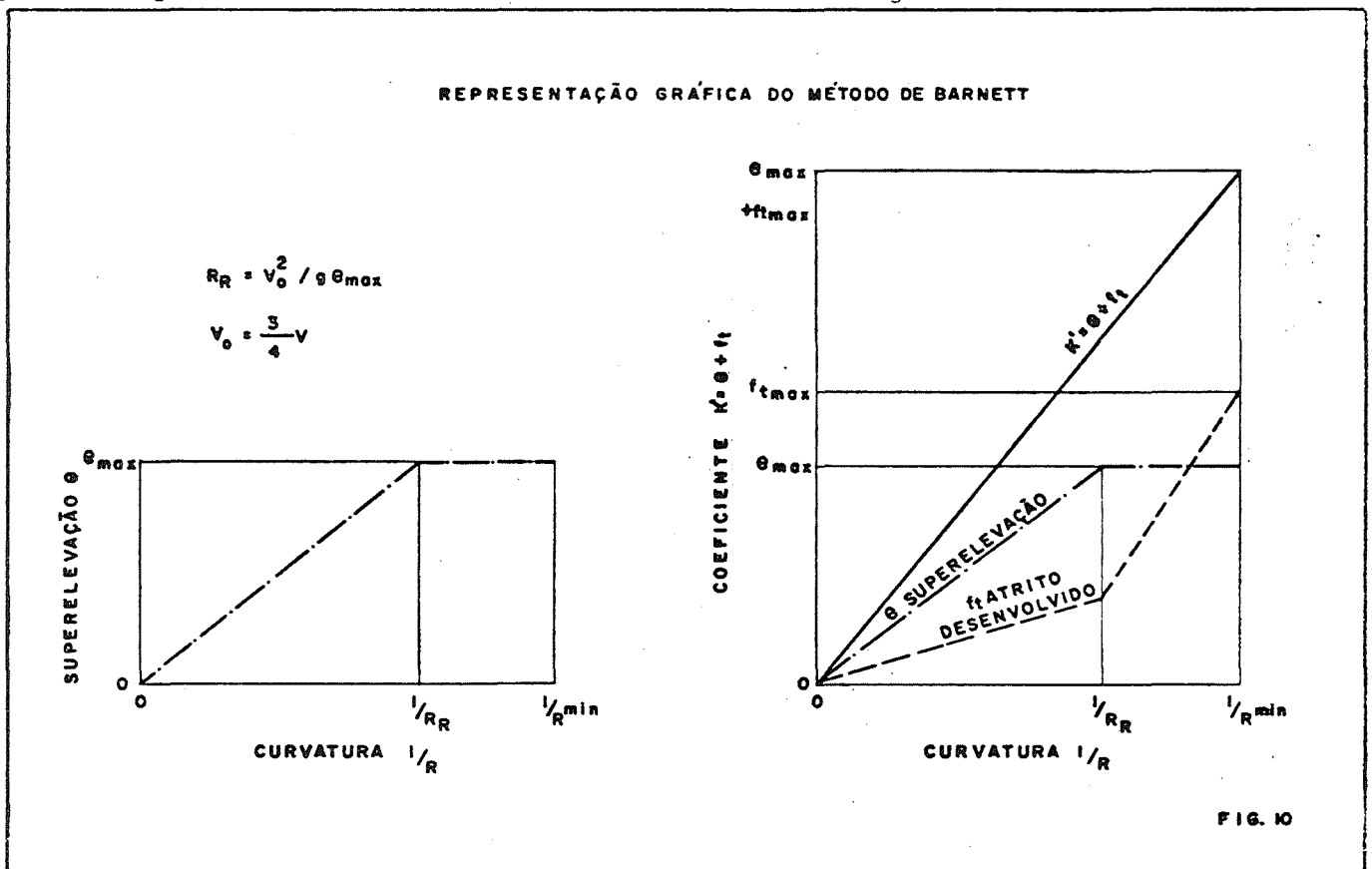
Essas são as considerações principais feitas por Barnett para a justificativa do método adotado, que o levaram a aconselhar o uso de um valor para a superelevação que equilibre 55% da aceleração centrípeta, isto é, uma solução intermediária entre os extremos analisados.

A superelevação é, portanto, calculada de forma que a força centrípeta seja totalmente anulada pela componente da normal, para um veículo que percorra a curva com uma velocidade $V_0 = \frac{3}{4} V$.

Com esse valor os veículos mais lentos serão beneficiados sem que a segurança dos veículos que percorram a curva na velocidade diretriz seja prejudicada.

Se a velocidade do veículo na curva for menor que a velocidade diretriz o atrito desenvolvido será menor que o máximo, diminuindo proporcionalmente à velocidade, até se anular para a velocidade V_0 , beneficiando os veículos que percorrem a estrada com velocidades médias próximas de V_0 .

Os gráficos da figura 10 esquematizam as variações da superelevação e do coeficientes de atrito em função da curvatura.



1.7.3) Método de LA TORRE

O método adota uma variação linear entre a superelevação e a curvatura (processo 1, curva 1 da figura 8a), mantendo a mesma proporcionalidade existente entre os valores máximos adotados, isto é:

$$\frac{e}{f_t} = \frac{e_{max}}{f_{tmax}} \quad (22)$$

A tabela 3 mostra os valores da relação e/f consequentes dos valores de e_{max} e f_{max} adotados pelo método.

TABELA 3
VALORES DA RELAÇÃO e/f PARA O MÉTODO DE LA TORRE

velocidade diretriz V km/h	50	60	80	100	120	140
superelevação máxima	0.12	0.12	0.12	0.12	0.12	0.12
máximo coef. de atrito lateral	0.16	0.15	0.14	0.13	0.12	0.12
$f_t/e = f_{tmax}/e_{max}$	1.33	1.25	1.17	1.08	1.00	1.00

O método apresenta as vantagens e desvantagens comentadas no método de Barnett. Justifica-se por manter a mesma relação entre a superelevação e o coeficiente de atrito para a variação da superelevação ao longo do trecho em curva de transição (ver capítulo 3).

Valor da superelevação adotado pelo método:

$$e = \frac{v^2}{128 R(1+m)} \tag{23}$$

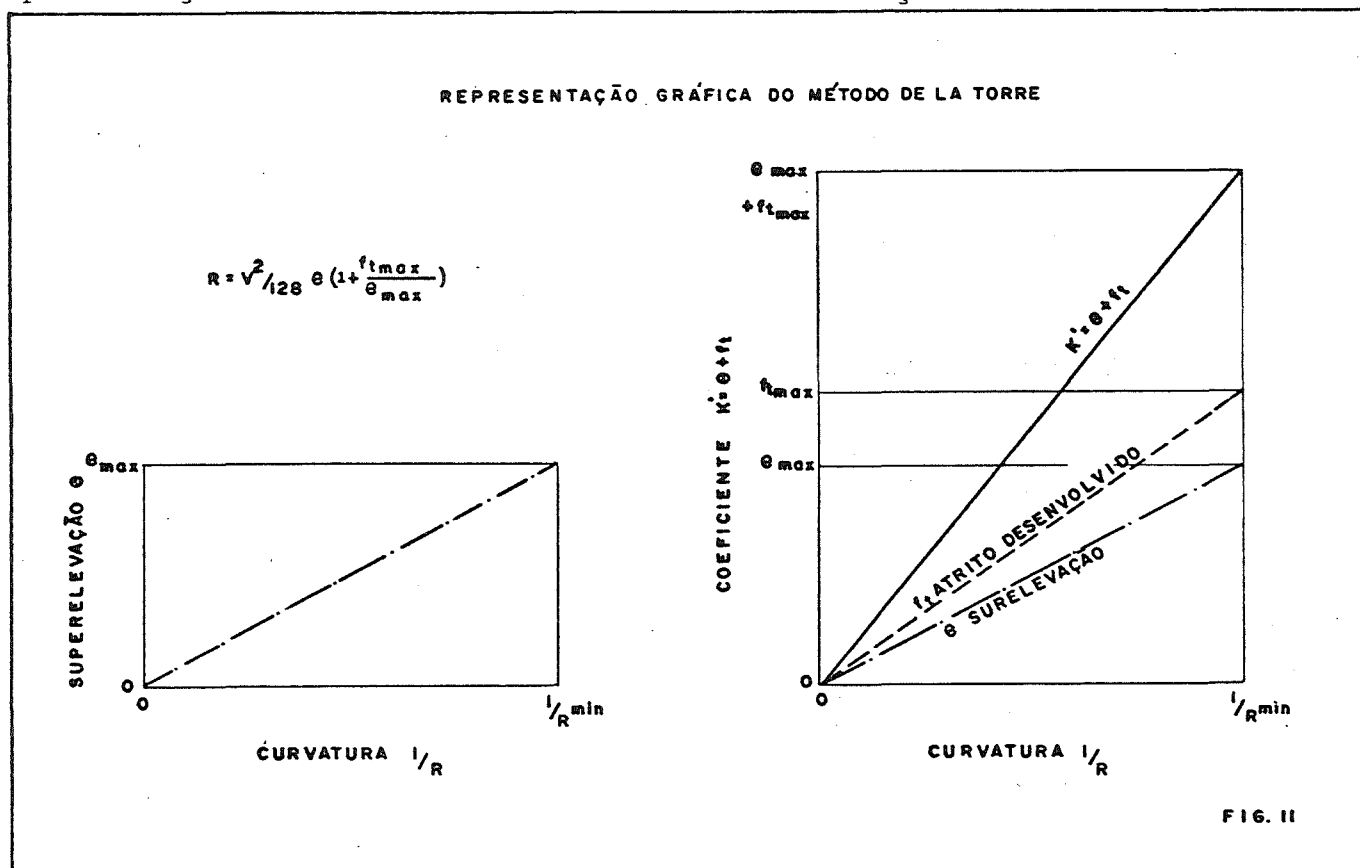
onde: e = superelevação

V = velocidade de projeto em km/h

R = raio da curva em m

m = relação f_{max}/e_{max}

Os gráficos da figura 11, esquematizam as variações da superelevação e do coeficiente de atrito em função da curvatura.



O gráfico da figura 12 mostra, como exemplo, valores da superelevação calculados por alguns dos métodos usuais para cálculo de superelevação.

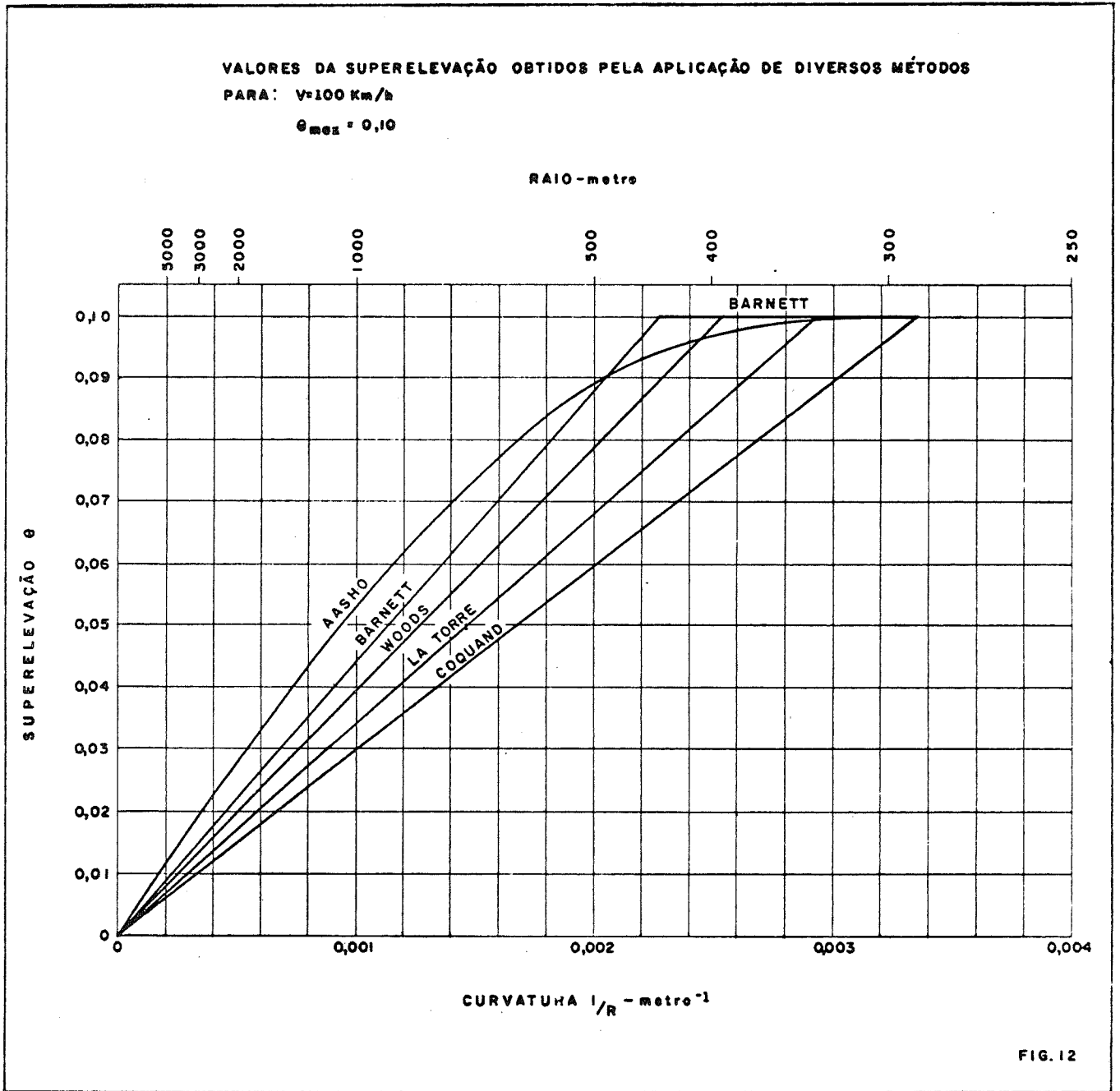


FIG. 12

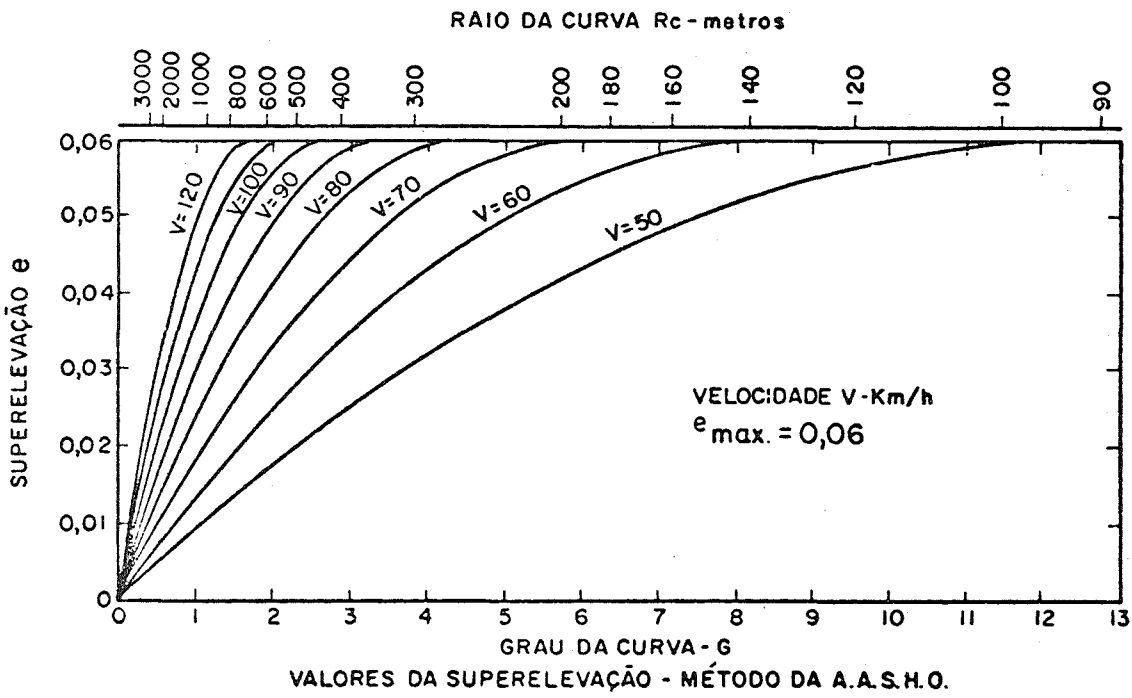


FIG. 13

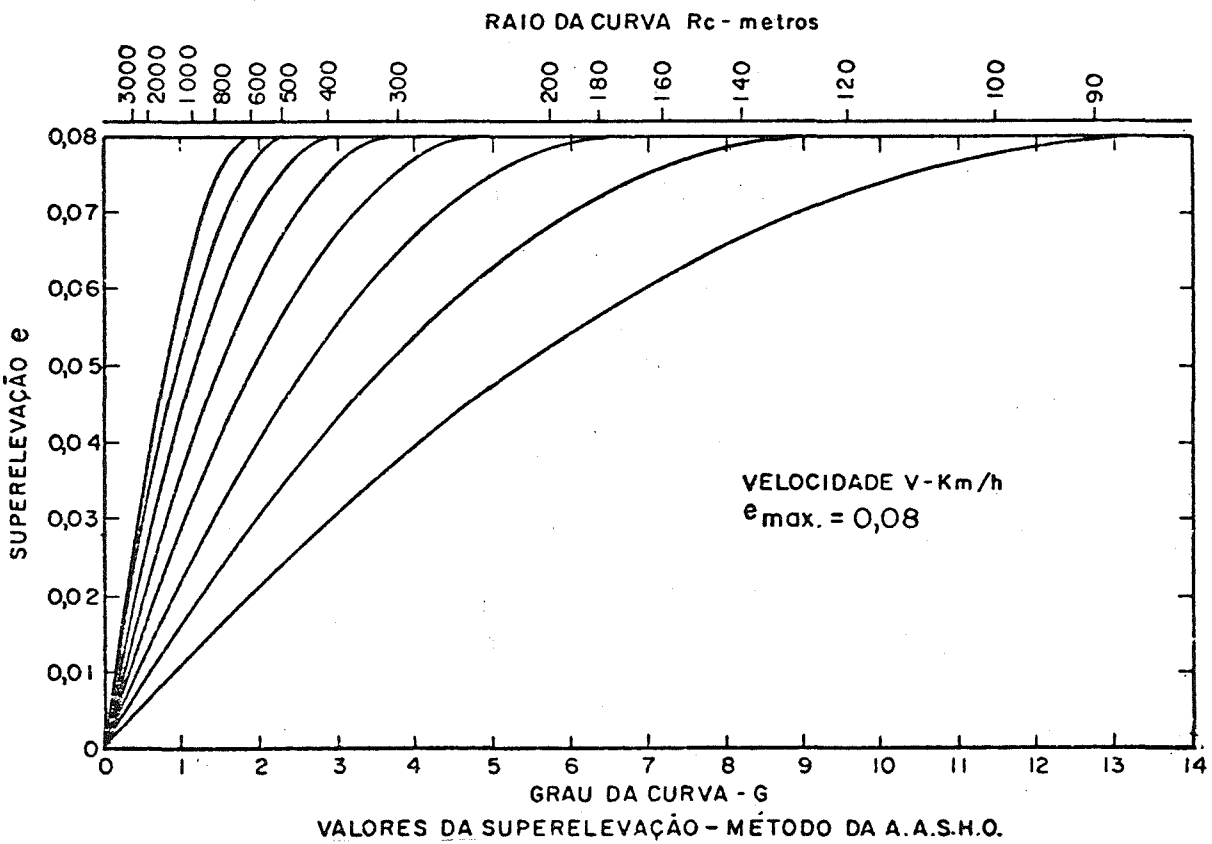
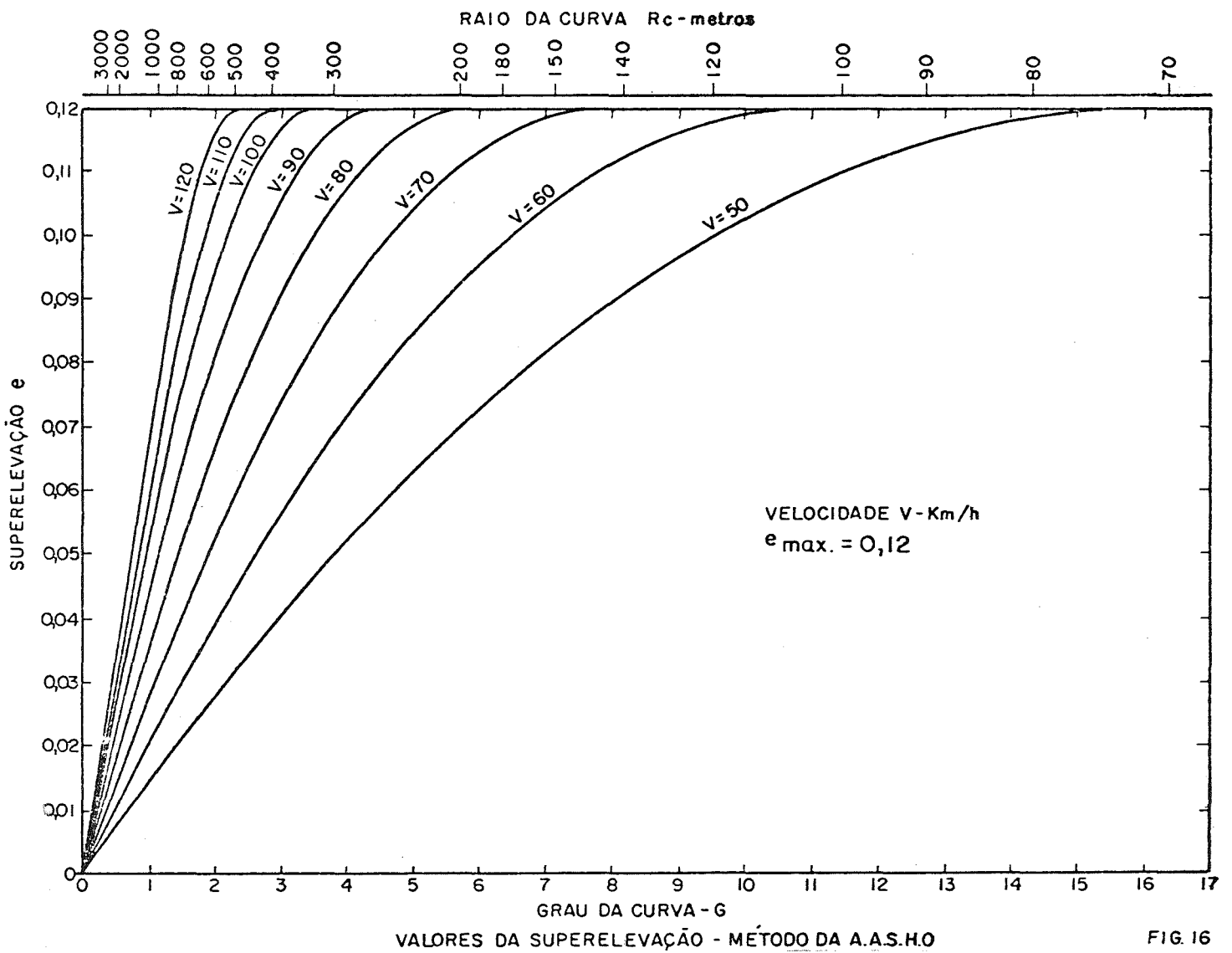
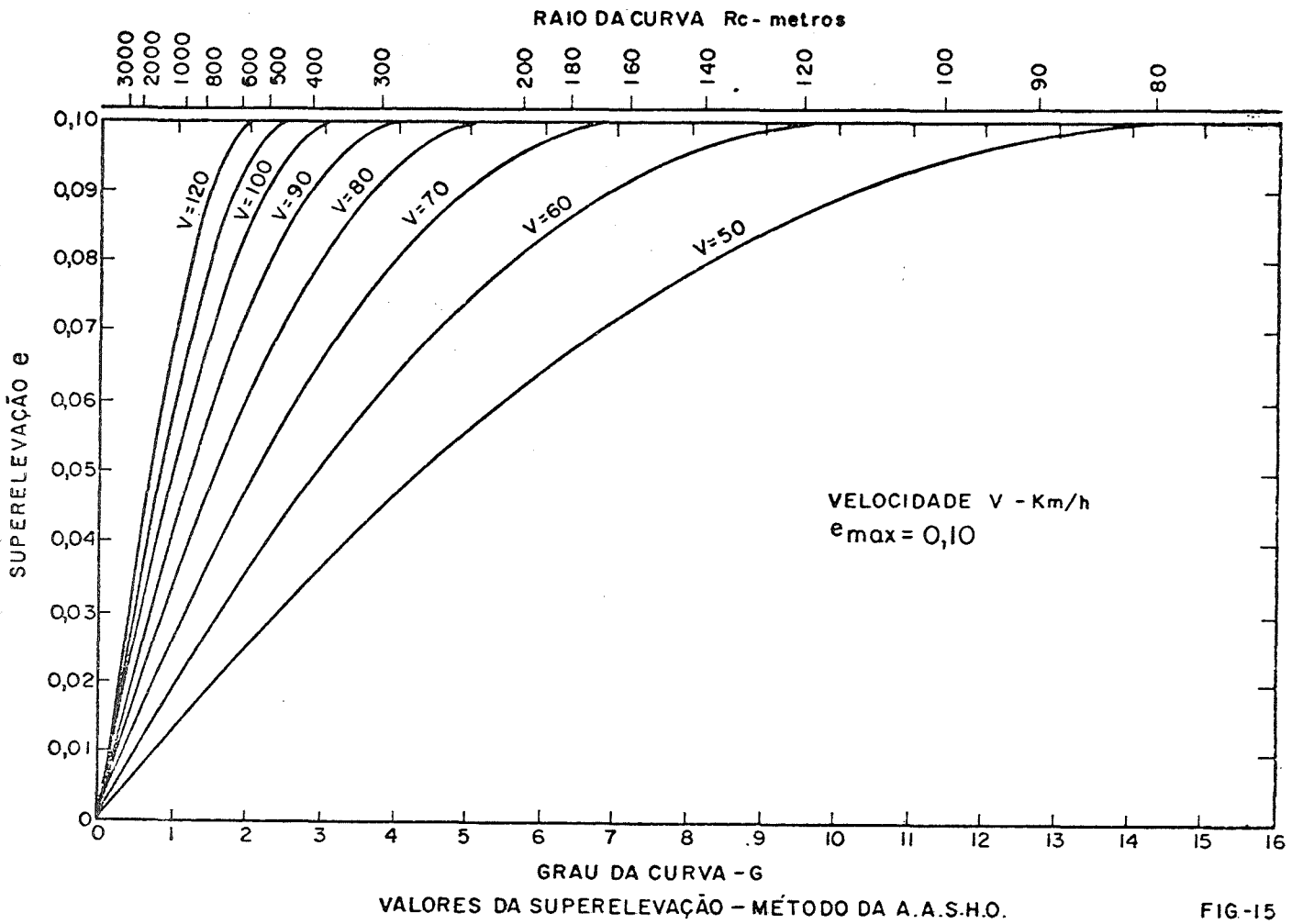


FIG. 14



2. CURVAS HORIZONTAIS COM TRANSIÇÃO

Introdução

A definição do traçado de uma estrada por meio de linhas retas concordando diretamente com curvas circulares, só pode ser admitida em casos especiais. A descontinuidade da curvatura que existe no ponto de passagem da tangente para a circular (ponto PC) ou da circular para a tangente (ponto PT) não pode ser aceita em um traçado racional.

Na passagem do trecho em tangente para o trecho circular e vice-versa, deverá existir um trecho com curvatura progressiva para cumprir as seguintes funções:

- Permitir uma variação progressiva da superelevação, teoricamente nula nos trechos retos e de valor contante no trecho circular.
- Possibilitar uma variação contínua de aceleração centrípeta na passagem da tangente para o trecho circular.
- Proporcionar um traçado fluente, sem impressão de descontinuidade da curvatura e esteticamente agradável, graças à variação suave da curvatura, como mostra a figura 17.

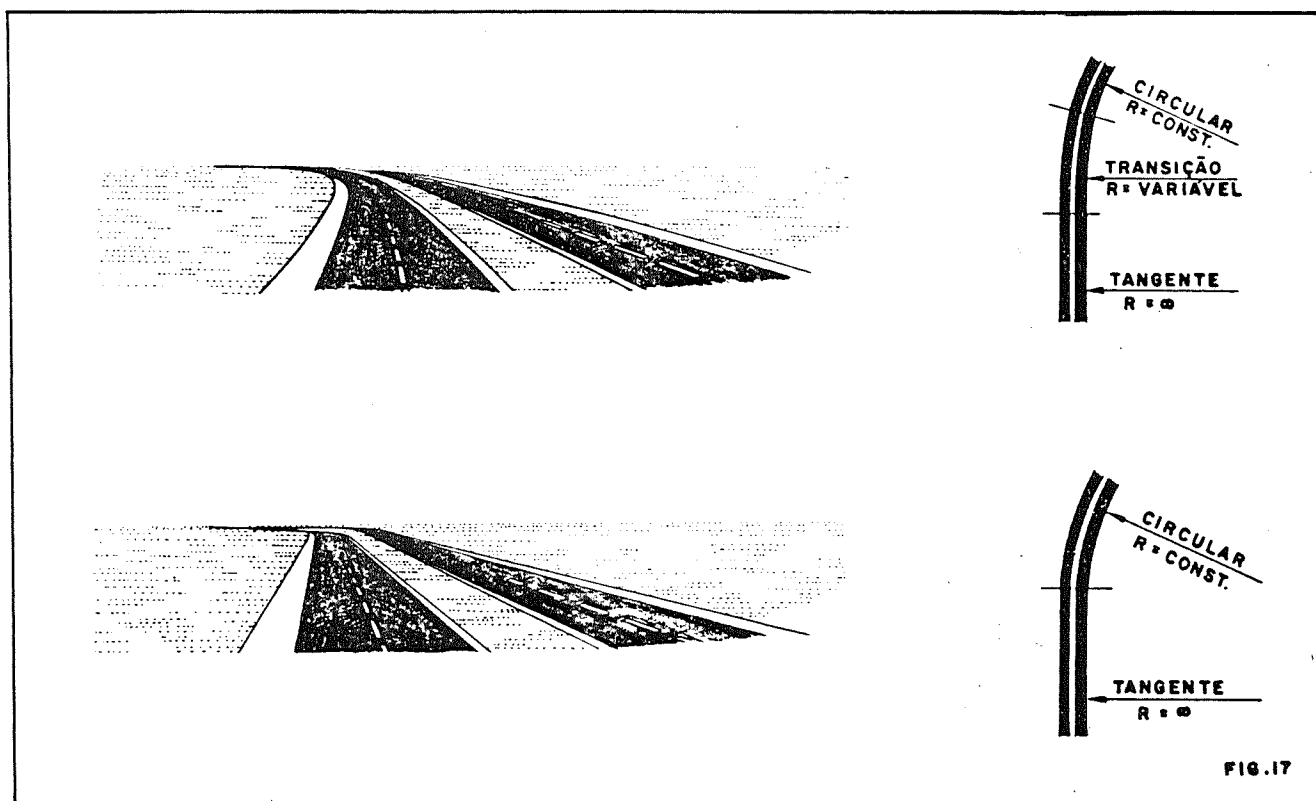
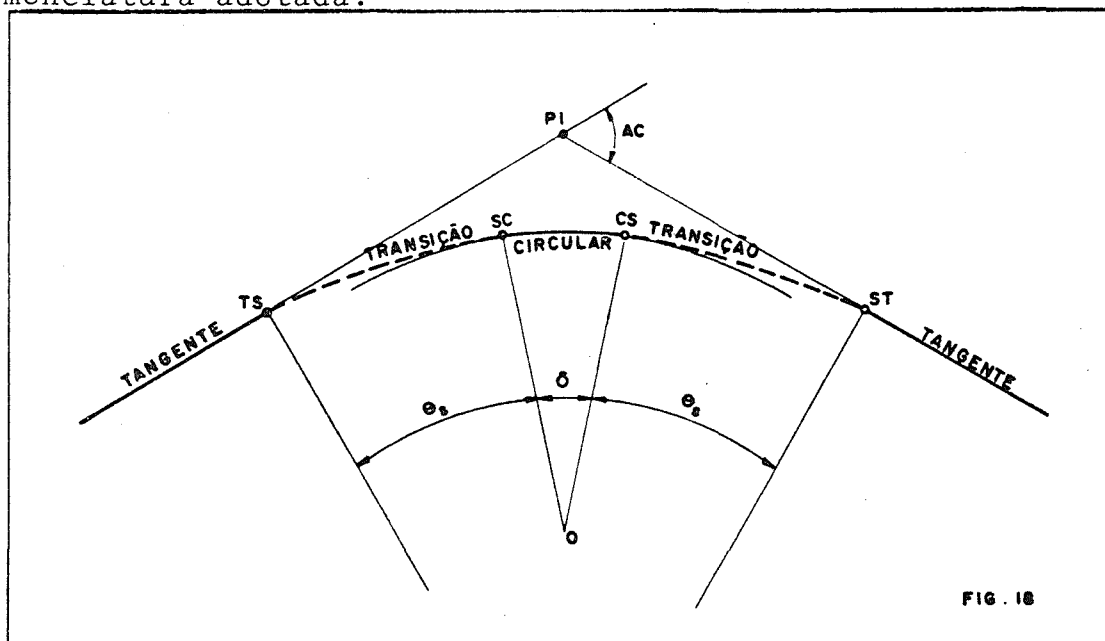


FIG. 17

Essas curvas de curvatura progressiva são chamadas curvas de transição e são curvas cujo raio instantâneo varia em cada ponto desde o valor R_c (na concordância com o trecho circular de raio R_c) até o valor infinito (na concordância com o trecho em tangente).

A figura 18 mostra o esquema de uma curva circular com transição e a nomenclatura adotada.



2.1) Tipos de Curvas Usadas para Transição

Qualquer curva contínua cujo raio instantâneo varie de ponto para ponto poderá ser usada como curva de transição, entretanto a longa experiência no uso de diversos tipos de curvas, mostra que algumas curvas especiais oferecem vantagens no seu uso, ou pela maior facilidade de cálculo ou porque atendem melhor às exigências técnicas um bom traçado.

Curvas usuais:

- a) Espiral ou Clotoide
- b) Lemniscata
- c) Parábola Cúbica

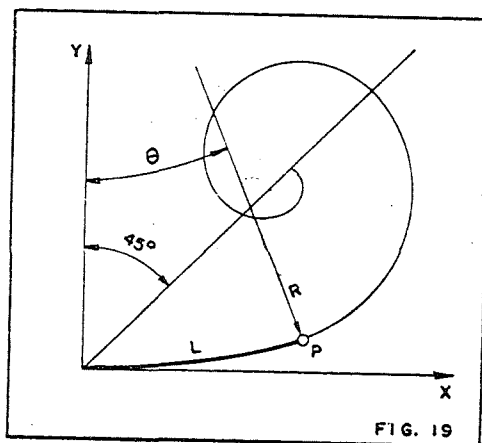
Para valores pequenos do ângulo de transição θ_s (fig. 18) (caso normal dos traçados de estradas) as três curvas relacionadas apresentam resultados muito semelhantes.

Devido a maior facilidade de cálculo dos elementos da curva e preparo de elementos para as cadernetas de locação muitas vezes são usadas a lemniscata ou a parábola cúbica como curva de transição, porém, embora mais trabalhosa a espiral é a curva que melhor atende as exigências de um traçado racional.

A espiral é a curva descrita por um veículo que trafega a uma velocidade constante, enquanto o motorista gire o seu volante a uma velocidade angular constante.

A figura 19 mostra esquematicamente uma espiral de equação:

$$RL = N$$



Para um ponto P genérico L = comprimento da curva desde a origem até o ponto P.

R = raio instantâneo no ponto P.

N = (constante) parâmetro da espiral.

Com o advento dos computadores que hoje permitem o rápido cálculo dos diversos elementos da transição, bem como, a elaboração direta de cadernetas de locação, o uso das espirais vem sendo cada vez mais generalizado.

Considerando-se a maior conveniência técnica do uso da espiral trataremos apenas desse tipo de curva.

2.2) Escolha do Comprimento de Transição

Sendo a espiral uma curva de equação:

$$RL = N \tag{24}$$

A determinação da constante N está relacionada ao valor do comprimento de transição (L_s) a ser adotado para a curva. Definido o valor de L_s a condição necessária à concordância da transição com a circular impõe:

$$RcLs = N$$

onde: Rc = raio da curva circular

Ls = comprimento de transição adotado

Conhecido o valor do raio da curva circular (Rc) e adotado um valor conveniente para o comprimento de transição (Ls) o valor da constante (N) estará definido.

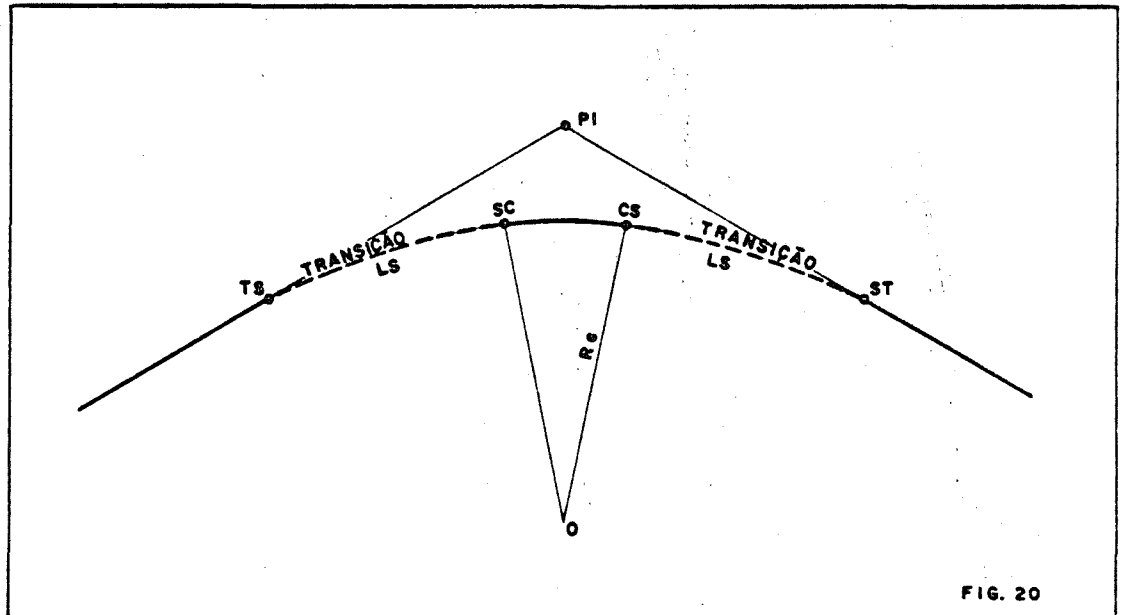


FIG. 20

O valor do comprimento de transição Ls a ser adotado (ver ítem 2.2.2) será necessariamente um valor compreendido entre os limites: Lsmin e Lsmax.

2.2.1) Valores Mínimos e Máximos do Comprimento de Transição

A determinação do comprimento mínimo de transição (Lsmin) é feita de forma que a variação da aceleração centrípeta (ac) que atua sobre um veículo que percorra a transição com uma velocidade (V) constante, não ultrapasse valores confortáveis.

A experiência mostrou que a variação confortável da aceleração centrípeta por unidade de tempo (J) não deve ultrapassar o valor de $0,6m/s^3$ *.

Para um veículo que percorra a curva de transição com velocidade constante em um tempo ts, a variação da aceleração centrípeta será:

$$J = \frac{ac}{ts} = \frac{V^2/Rc}{LS/V} \quad \text{ou} \quad Ls = \frac{V^3}{J Rc} \quad (25)$$

* valor originalmente estabelecido por Shortt para estradas de ferro e posteriormente adotado por Barnett (2) para estradas de rodagem:

$$J = 2pés/s^3 = 0.6m/s^3$$

Adotando-se $J_{max} = 0,6 \text{ m/s}^3$ podemos definir o valor do comprimento de transição correspondente a essa variação máxima de aceleração centrípeta:

$$L_{smin} = \frac{V^3}{0,6Rc} \quad (26)$$

nas unidades usuais:

$$L_{smin} = 0,036 \frac{V^3}{Rc} \quad (27)$$

onde L_{smin} = mínimo comprimento de transição em m

Rc = raio do trecho circular em m

V = velocidade de projeto em km/h

O valor a ser escolhido para o comprimento de transição (L_s) está também sujeito à limitações superiores:

- a) quando existem outras curvas horizontais nas proximidades da curva - estudada, o comprimento de transição adotado deverá ser tal que não interfira com as curvas imediatamente anterior e/ou posterior.
- b) o maior comprimento de transição (L_s) possível, para uma dada deflexão entre as tangentes (ângulo AC) e um determinado raio (Rc) do trecho circular, é o que ocorre quando as duas espirais encontram-se no centro da curva. Para que as curvas de transição não se cruzem, o valor adotado para L_s não pode ultrapassar o valor L_{smax} correspondente ao valor nulo do desenvolvimento do trecho circular, isto é, quando os pontos SC e CS são coincidentes

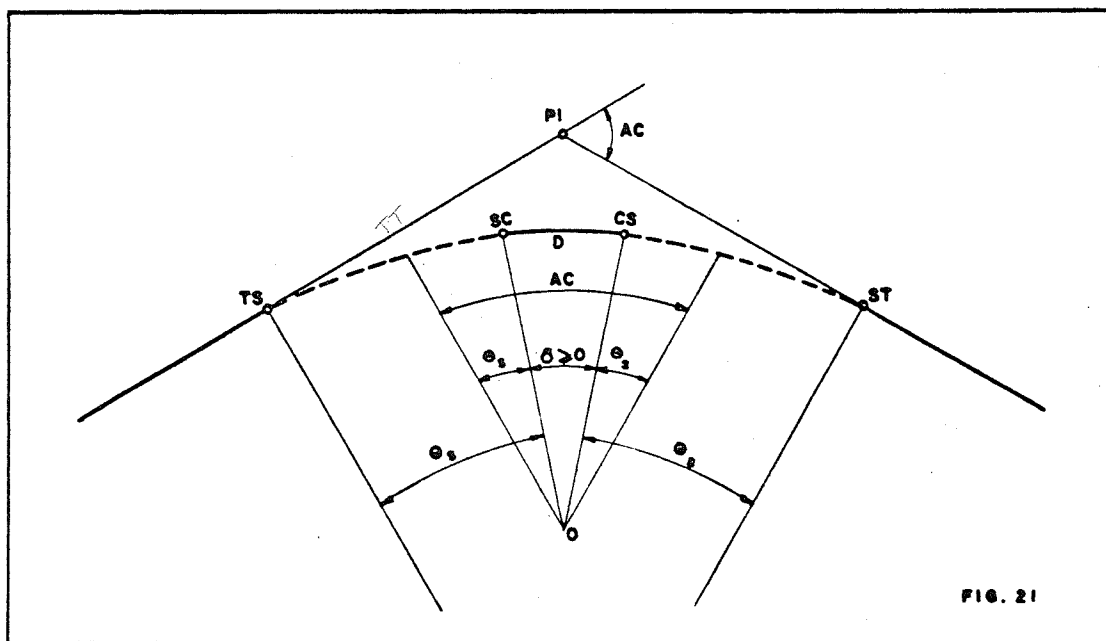


FIG. 21

$$\text{Condição de máximo comprimento de transição } \delta = 0 \quad (28)$$

sendo: $\delta = AC - 2\theta s \quad (29)$

para $\delta = 0$ teremos $AC = 2\theta s$ ou $\theta_{smax} = AC/2 \quad (30)$

onde θ_{smax} = máximo valor do ângulo de transição.

Valor máximo do comprimento de transição L_s :

$$L_{smax} = 2 R_c \theta_{smax} \quad (\text{ver equação 39}) \quad (31)$$

$$L_{smax} = R_c \cdot AC \quad (32)$$

onde L_{smax} = máximo valor do comprimento de transição em m.

R_c = raio de trecho circular em m

AC = ângulo central em rad.

2.2.2) Escolha do Valor de L_s

O comprimento de transição (L_s) pode ser um valor qualquer escolhido entre os limites L_{smin} e L_{smax} . A escolha de comprimento de transição muito grandes, geram grandes valores de p (afastamento da curva circular), criando um deslocamento do trecho circular em relação à sua posição primitiva, excessivamente grande.

Assim é aconselhável que seja definido um valor mínimo - para a variação da aceleração centrípeta (J_{min}) e não adotar comprimentos de transição que ultrapassem ao valor ($L's$) obtido com o uso desse J_{min}

$$L's = \frac{V^3}{J_{min} R_c} \quad (33)$$

Um critério para a escolha do comprimento de transição - (L_s)* das diversas curvas de uma estrada, baseia-se na adoção de um valor único para J (variação da aceleração centrípeta) para todas as curvas da estrada, dando ao motorista a mesma variação da aceleração centrípeta em todas as curvas.

O critério define as seguintes fases:

- a) determinação de L_{smin} , L_{smax} e $L's$ para todas as curvas
- b) verificação $L_s \geq L_{smax}$
- c) adotar para cada curva L_s'' igual ao menor dos valores L_s' ou L_{smax}
- d) calcular para cada curva $J'' = \frac{V^3}{L_s'' R_c} \quad (34)$
- e) calcular J_u (valor único de J) igual ao maior dos valores de J'' calculados

* critério proposto por Marcio Pires de Oliveira (7)

f) adotar para cada curva de transição:

$$L_s = \frac{V^3}{J_u R_c}$$

2.3) Espiral de Transição (Clotoide)

2.3.1) Cálculo dos elementos necessários à definição da curva.

Sendo L_s o comprimento de transição e R_c o raio do trecho circular temos:

$$RL = N = RcL_s \quad (35)$$

da figura 22 temos:

$$dL = R d\theta$$

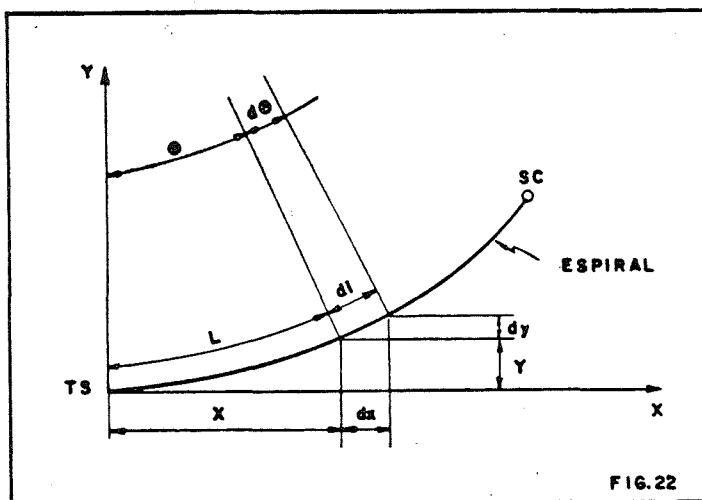
$$R = N/L$$

$$d\theta = \frac{LdL}{N}$$

$$\theta = \frac{L^2}{2N} = \frac{L^2}{2RcL_s} \quad (36)$$

$$dx = dL \cos\theta$$

$$dy = dL \sin\theta$$



desenvolvendo-se $\sin\theta$ e $\cos\theta$ em série e integrando:

$$X = L (1 - \theta^2/10 + \theta^4/216 - \dots) \quad (37)$$

$$Y = L (\theta/3 - \theta^3/42 + \theta^5/1320 - \dots) \quad (38)$$

no ponto SC quando $L = L_s$

$$\theta_s = \frac{L_s}{2Rc} \quad (39)$$

$$X_s = L_s (1 - \theta_s^2/10 + \theta_s^4/216 - \dots) \quad (40)$$

$$Y_s = L_s (\theta_s/3 - \theta_s^3/42 + \theta_s^5/1320 - \dots) \quad (41)$$

Determinamos os valores de X , Y e θ para qualquer ponto da espiral e em especial X_s , Y_s e θ_s para o ponto SC (ponto de concordância da espiral com a circular), a espiral está definida, restando o problema da localização da espiral na curva de forma que haja a concordância da transição com o trecho reto (tangente) no ponto TS e com o trecho circular no ponto SC.

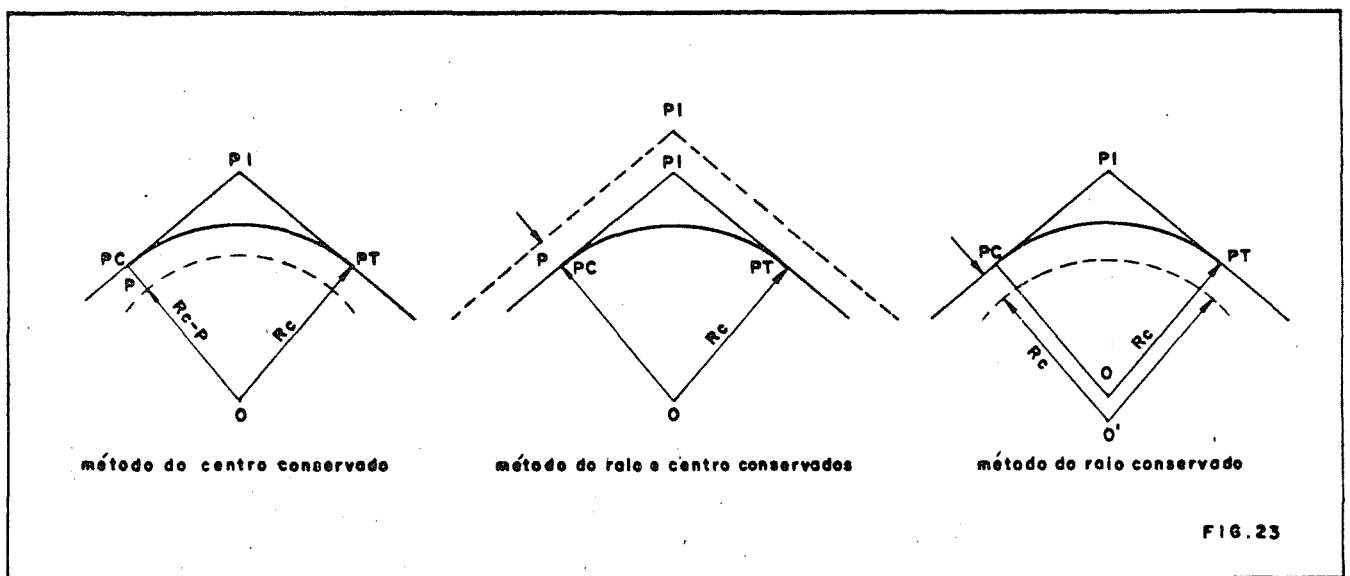
2.3.2) Localização da transição na curva horizontal

Para essa operação há necessidade do afastamento da curva em relação à tangente, para a introdução da espiral.

Esse afastamento que tem um valor determinado (p) pode ser conseguido de três maneiras diferentes:

- a) Com a redução do raio R_c da curva circular para o valor (R_c-p) , mantendo-se o mesmo centro (O) da curva circular. Método do centro conservado.
- b) Mantendo-se a curva circular na sua posição original e afastando-se a tangente a uma distância (p) da curva circular. Método do raio e centro conservados.
- c) Afastando-se o centro (O) da curva circular para uma nova posição (O'), de forma que seja conseguido o afastamento (p) desejado, conservando-se o raio R_c da curva circular. Método do raio conservado.

A figura 23 mostra esquematicamente os 3 procedimentos.



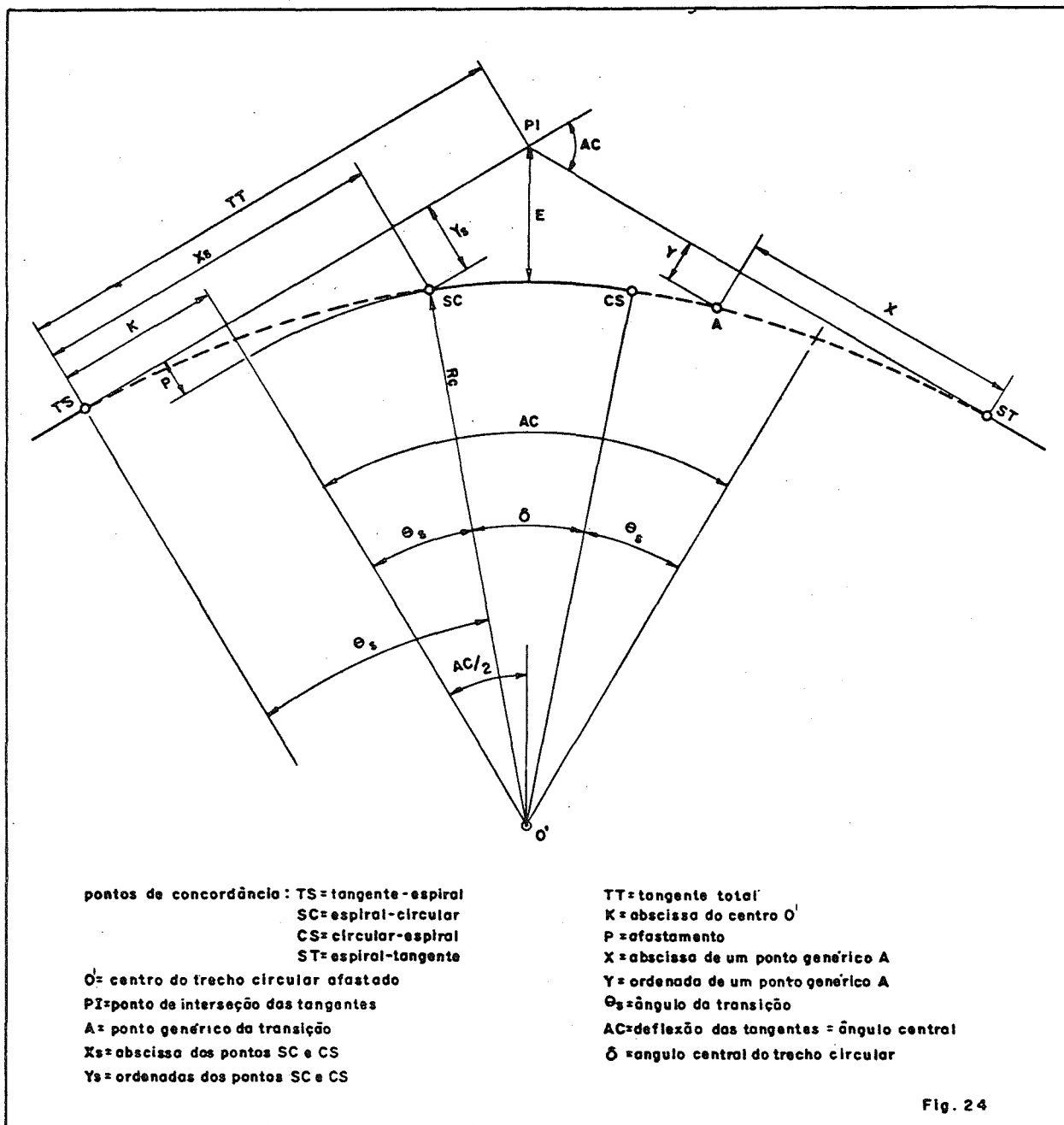
O método do raio conservado é geralmente o mais usado, - apresenta as vantagens de não alterar o raio (R_c) pré-estabelecido para a curva circular e de não alterar a posição das tangentes.

A alteração da posição das tangentes traz como consequência a modificação do traçado e a alteração das curvas imediatamente anterior e posterior à curva estudada. Em casos especiais pode acontecer que o uso dos outros dois métodos seja mais indicado.

Calculados X_s , Y_s e θ_s (item 2.3.1) e escolhido o método de afastamento, a posição da transição em relação à curva circular estará definida com a determinação de:

- p = valor do afastamento da curva circular
- TT = distância dos pontos TS e ST ao PI

A figura 24 mostra uma curva circular com transição e a nomenclatura adotada.



Da figura 24 temos:

$$p = Y_s - R_c (1 - \cos \theta_s) \quad (42)$$

$$K = X_s - R_c \sin \theta_s \quad (43)$$

$$TT = K + (R_c + p) \tan AC/2 \quad (44)$$

$$E = \left[\frac{(R_c + p)}{\cos AC/2} \right] - R_c \quad (45)$$

O valor K indica a distância dos pontos TS ou ST aos pontos obtidos pela intersecção das tangentes com as perpendiculares a essas baixadas pelo centro (O') da curva circular, ie, K representa a abscissa do centro (O') em relação aos pontos TS ou ST. Serve para localizar o centro (O') em relação aos pontos TS ou ST.

No caso comum de uso das transições, quando ambas as espirais tem mesmo comprimento, (Ls) as transições são simétricas em relação à bissetriz do ângulo das tangentes.

2.4) Estaqueamento e Locação das Transições.

2.4.1) Cálculo das estacas dos pontos TS, SC, CS e ST.

Definida a estaca do ponto de intersecção das tangentes - (PI) teremos:

$$\text{estaca do TS} = \text{estaca do PI} - TT$$

$$\text{estaca do SC} = \text{estaca do TS} + Ls$$

$$\text{estaca do CS} = \text{estaca do SC} + D$$

$$\text{estaca do ST} = \text{estaca do CS} + Ls$$

onde: D (desenvolvimento do trecho circular)

$$D = Rc \cdot \delta$$

no caso de espirais simétricas (figura 24)

$$\delta = AC - 2\theta s$$

$$D = Rc (AC - 2\theta s)$$

obs: necessariamente $D \geq 0$

(46)

2.4.2) Execução de tabelas de dados para a locação das espirais.

Normalmente o trecho de transição é locado em estacas de 5 em 5 metros ou 10 em 10 metros, dependendo da precisão desejada, pelo método das ordenadas sobre a tangente, com o uso dos valores de X e Y - obtidos para os diversos pontos da curva.

$$X = L \left(1 - \frac{\theta^2}{10} + \frac{\theta^4}{216} \right)$$

$$Y = L \left(\frac{\theta}{3} - \frac{\theta^3}{42} + \frac{\theta^5}{1320} \right) \text{ veja equações 37 e 38}$$

Outro método usado é o das deflexões sobre a tangente - usando-se para isso os ângulos:

$$i = \text{arc tang } Y/X \quad (47)$$

Primeiramente são locadas as tangentes à curva e o ponto PI de intersecção dessas tangentes, a seguir, são locados os pontos TS e ST sobre as tangentes a uma distância TT do ponto PI.

A duas transições (de entrada e saída) são locadas a partir do TS e ST respectivamente com o uso dos valores X e Y ou i retirados de uma tabela semelhante à da figura 25.

É aconselhável que o primeiro valor de L (distância do primeiro ponto a ser locado à origem TS ou ST) seja escolhido de forma que sejam locadas as estacas inteiras.

Os valores de i_s (deflexão para o ponto SC) e c (corda da transição) deverão ser calculados, independente do método de locação escolhido.

$$i_s = \text{arc tang } Y_s/X_s \tag{48}$$

$$c = X_s/\cos i_s \tag{49}$$

Esses valores servirão para a verificação de locação executada.

O trecho de curva circular entre as transições é locado pelos métodos clássicos de locação de curvas circulares, bastando para isso que seja fornecida a posição da tangente à curva nos pontos SC ou CS de início do trecho circular.

A posição dessa tangente fica definida com o cálculo do ângulo j_s (ver figura 25).

$$j_s = \theta_s - i_s \tag{50}$$

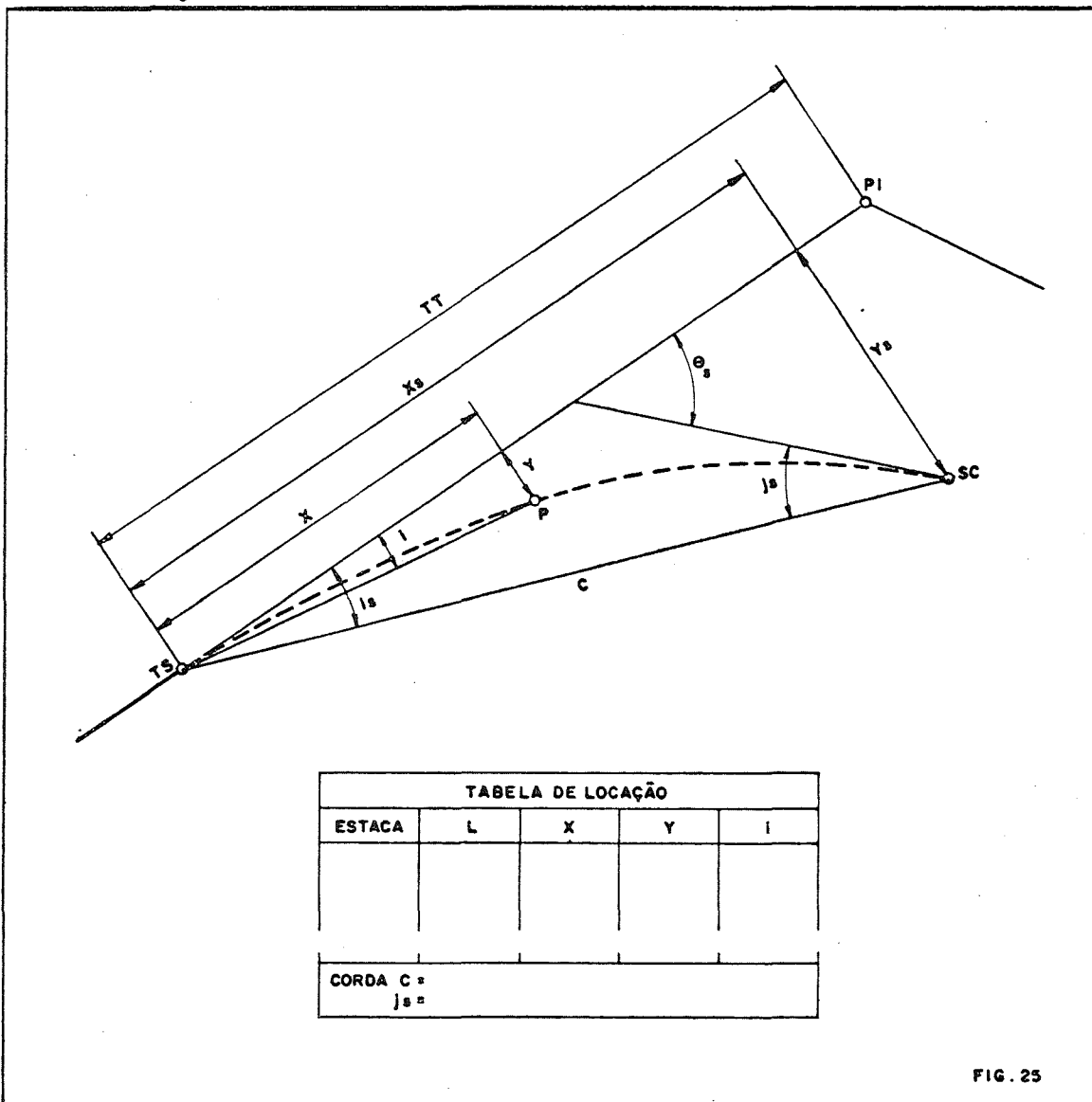


FIG. 25

2.5) Curvas Reversas com Espirais de Transição.

Quando no traçado de uma estrada existem duas curvas de sentido contrário muito próximas, pode acontecer que o espaço existente entre os seus PI seja insuficiente para a colocação das duas curvas com as transições escolhidas.

Chamando-se de (T) o espaço existente entre os PI das duas curvas e sendo (Ls_1) e (Ls_2) os comprimentos de transição das duas curvas poderemos calcular (TT_1) e (TT_2) com o auxílio da equação 44.

As curvas só poderão ser colocadas quando:

$$TT_1 + TT_2 \leq T \quad (51)$$

Quando a inequação 51 não for satisfeita há a necessidade da escolha de valores menores para os comprimentos de transição.

A determinação dos máximos comprimentos de transição compatíveis com o espaço (T) disponível, só pode ser feita por tentativas, porém valores de (Ls) próximos dos máximos possíveis podem ser obtidos sabendo-se que:

$$Ls \approx 2 (TT - Rc \text{ tang } AC/2) \quad (52)$$

Os máximos valores de Ls ocorrerão quando:

$$T = TT_1 + TT_2$$

baseando-se na relação aproximada 52 teremos:

$$T = Ls_1/2 + Rc_1 \text{ tang } AC_1/2 + Ls_2/2 + Rc_2 \text{ tang } AC_2/2$$

sendo (figura 26) $M = T - (Rc_1 \text{ tang } AC_1/2 + Rc_2 \text{ tang } AC_2/2)$

$$\text{temos:} \quad M = Ls_1/2 + Ls_2/2 \quad (53)$$

Usando-se o critério de escolha de uma única variação da aceleração centrípeta (J) para as duas curvas teremos:

$$\text{(equação 29):} \quad Ls_1 = \frac{V^3}{J Rc_1}, \quad Ls_2 = \frac{V^3}{J Rc_2}$$

$$\frac{Ls_1}{Ls_2} = \frac{Rc_2}{Rc_1} = \rho \quad (54)$$

das equações 53 e 54 teremos:

$$Ls_1 = \frac{2M}{(1+1/\rho)}, \quad Ls_2 = \frac{2M}{(1+\rho)} \quad (55)$$

Os valores calculados pelas equações 55 são valores muito próximos dos máximos comprimentos de transição possíveis, e só poderão ser utilizados se forem maiores que os mínimos comprimentos de transição de finidos no ítem 2.2.1, isso ocorrerá quando:

$$J = \frac{V^3}{Ls_1 \cdot Rc_1} \leq J_{max} \quad (56)$$

Se essa inequação não for verdadeira, ie, $J > J_{max}$, isso significa que o espaço (T) é insuficiente para a introdução das duas curvas, mesmo usando-se os comprimentos mínimos para as transições, nesse caso deverá ser adotada uma das seguintes soluções:

- a) Redução do raio do trecho circular de uma ou das duas curvas.
- b) Alteração do alinhamento original para a obtenção de um espaço (T) maior entre os PI.

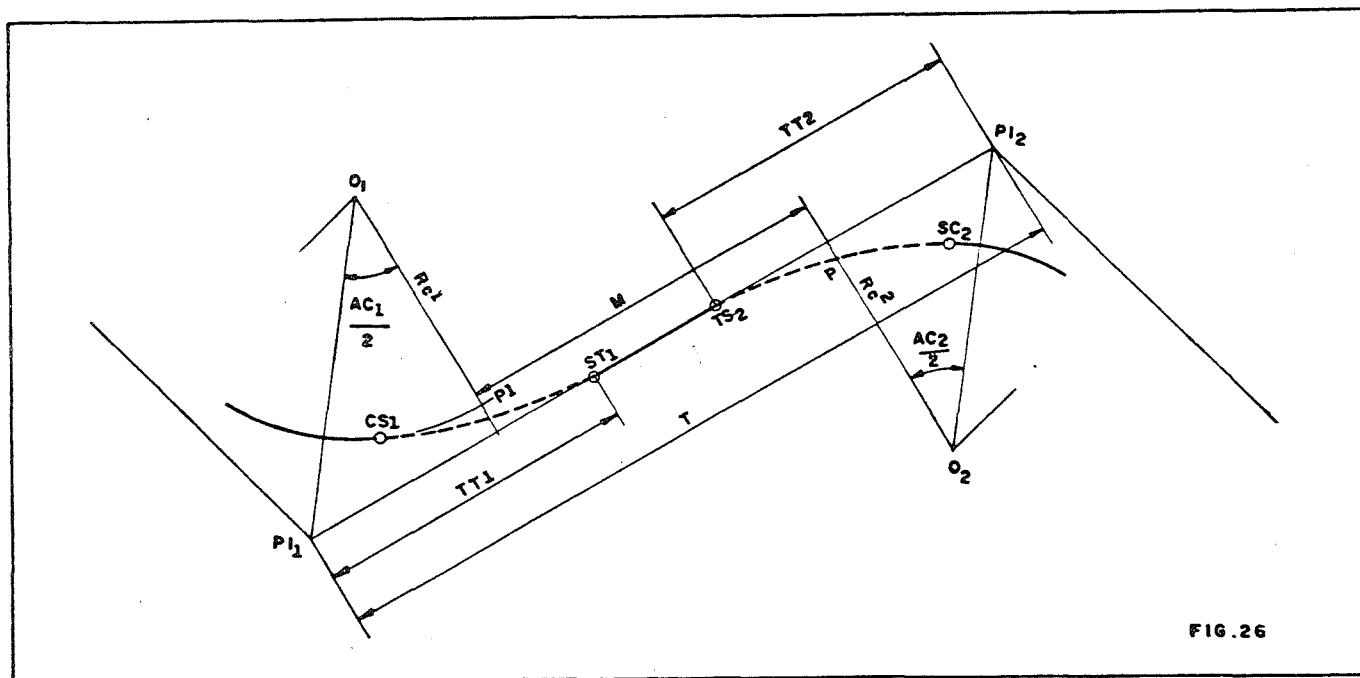


FIG. 26

2.6) Curvas Circulares com Espirais não Simétricas

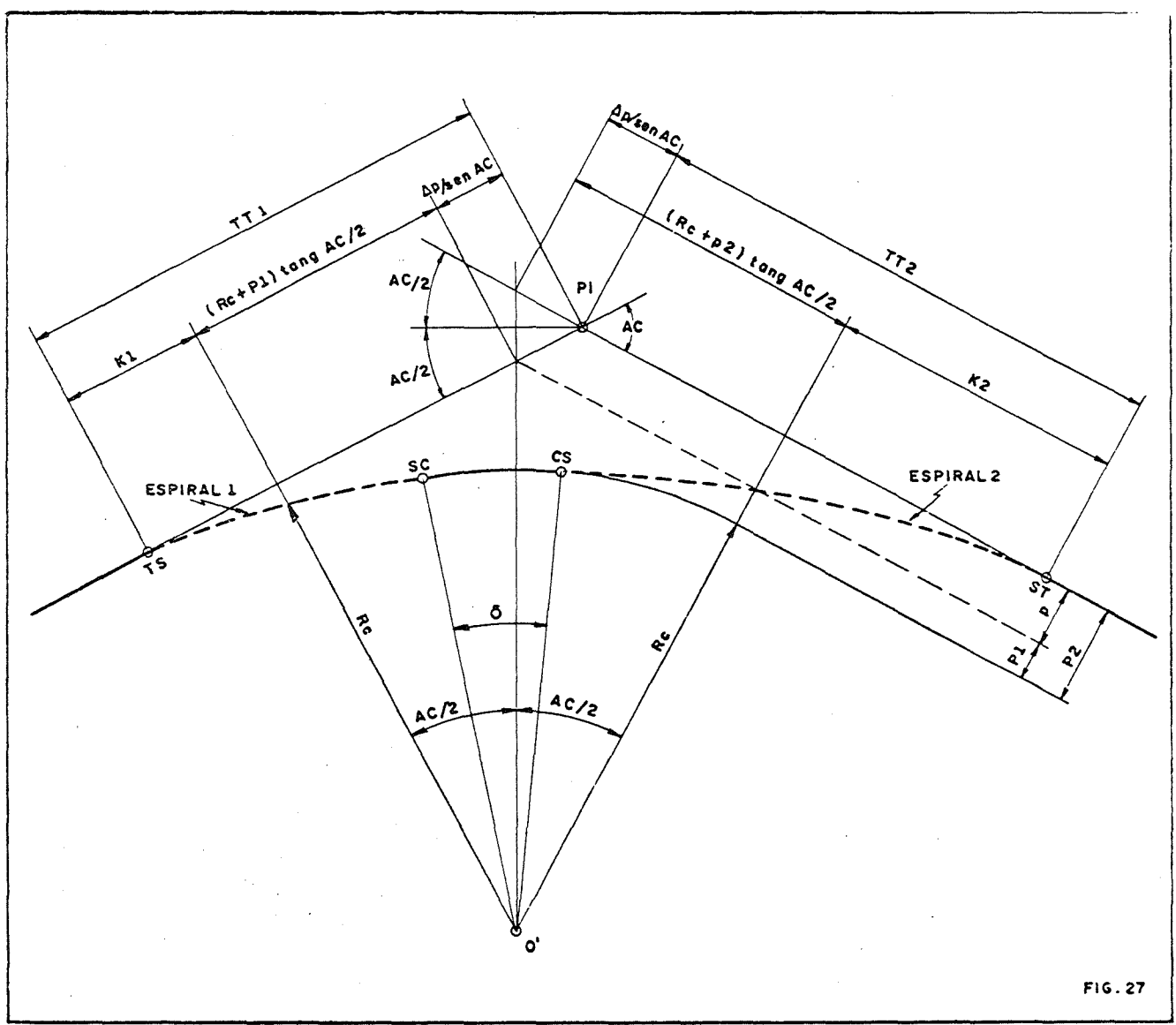
Curvas horizontais com espirais não simétricas são curvas que possuem transições com comprimentos diferentes, ié um comprimento (Ls1) dá espiral de entrada diferente do comprimento (Ls2) da espiral de saída.

É sempre aconselhável o uso de espirais simétricas, o uso das não simétricas só é justificável em casos especiais.

Cálculo das espirais não simétricas:

Com excessão dos valores (TT_1) e (TT_2) que localizam os pontos TS e ST sobre a primeira e segunda tangente respectivamente, os demais elementos da transição são calculados analogamente às espirais simétricas.

A figura 27 mostra, esquematicamente uma curva circular com espirais não simétricas.



Definidos os valores de Ls_1 e Ls_2 , comprimentos da primeira e segunda transição respectivamente, sendo $Ls_2 > Ls_1$.

teremos: para a 1.^a espiral

$$\begin{aligned} \theta s_1 &= Ls_1 / 2Rc_2 \\ Xs_1 &= Ls_1 (1 - \theta s_1 / 10 + \dots) \\ Ys_1 &= Ls_1 (\theta s_1 / 3 - \dots) \\ p_1 &= Ys_1 - Rc (1 - \cos \theta s_1) \\ K_1 &= Xs_1 - Rc \text{ sen } \theta s_1 \end{aligned}$$

para a 2.^a espiral

$$\begin{aligned} \theta s_2 &= Ls_2 / 2Rc_2 \\ Xs_2 &= Ls_2 (1 - \theta s_2 / 10 + \dots) \\ Ys_2 &= Ls_2 (\theta s_2 / 3 - \dots) \\ p_2 &= Ys_2 - Rc (1 - \cos \theta s_2) \\ K_2 &= Xs_2 - Rc \text{ sen } \theta s_2 \end{aligned}$$

fazendo-se $\Delta p = p_2 - p_1$

$$TT_1 = K_1 + (Rc + p_1) \operatorname{tang} \frac{AC}{2} + \frac{\Delta p}{\operatorname{sen} AC}$$

$$TT_2 = K_2 + (Rc + p_2) \operatorname{tang} \frac{AC}{2} - \frac{\Delta p}{\operatorname{sen} AC}$$

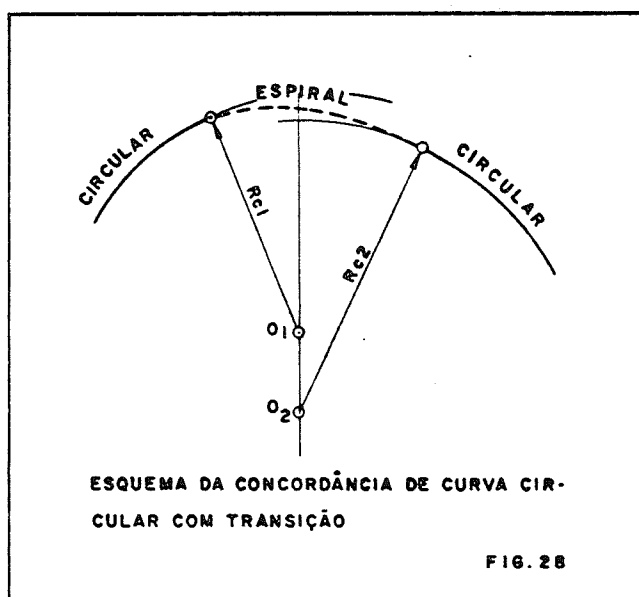
$$\delta = AC - (\theta s_1 + \theta s_2) \quad (57)$$

condição de máximos comprimentos de transição: $\delta \geq 0$

2.7) Concordância de Curvas Compostas com Transição

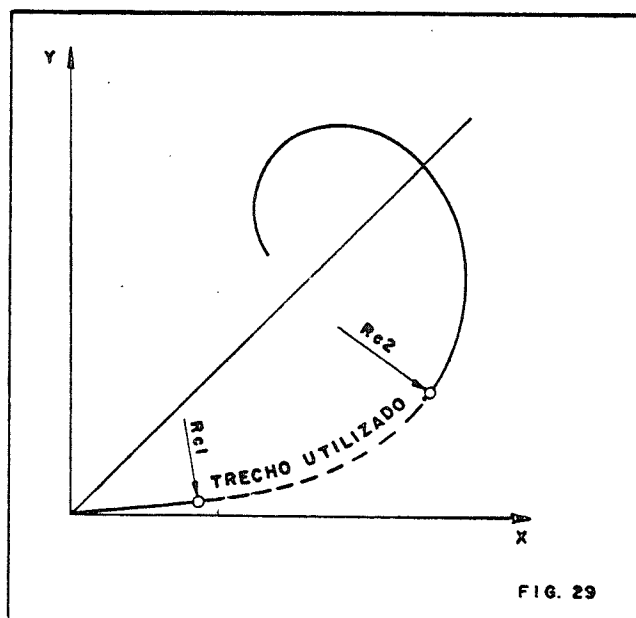
Trata-se da concordância entre duas curvas circulares consecutivas de raios diferentes com o uso de um trecho de espiral de forma a tornar contínua a variação da curvatura entre as duas circulares.

A figura 28 ilustra o caso.



Analogamente ao caso de concordância entre reta e curva circular, a concordância entre duas circulares de raios diferentes pode ser feita com o uso de qualquer curva que atenda às exigências de uma transição.

Pelos mesmos motivos expostos no ítem 2.1.1 usaremos aqui curvas espirais (clotoides), ie, usaremos trechos de espirais compreendidas entre os pontos correspondentes aos raios instantâneos Rc_1 e Rc_2 (fig.29)



onde:

Rc_1 = raio da curva circular 1

Rc_2 = raio da curva circular 2

Definição do parâmetro (λ) da espiral.

A figura 30 mostra duas curvas circulares concordadas por um trecho de espiral compreendido entre os pontos CS e SC.

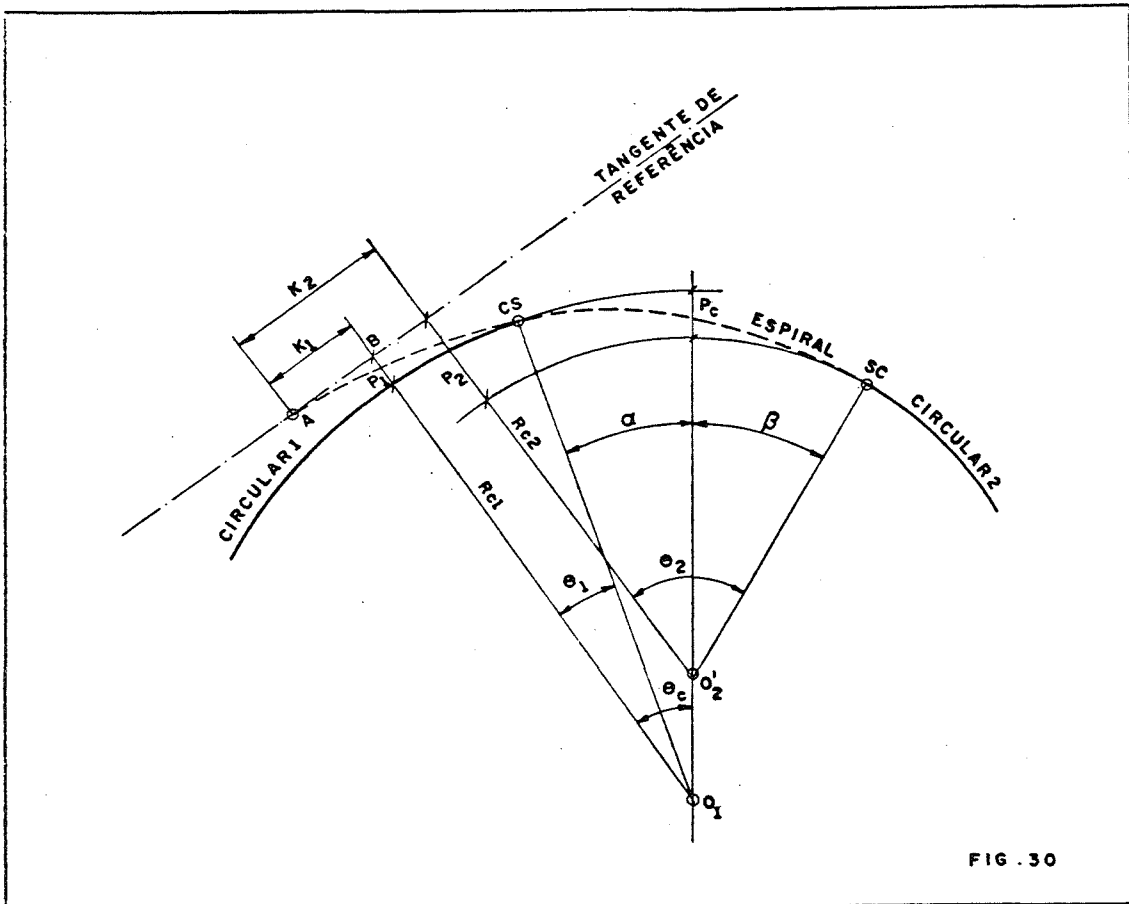


FIG. 30

Obs: a tangente de referência é uma reta imaginária independente das tangentes das curvas circulares.

Sendo a equação da espiral: $RL = \lambda$ (constante) da figura 30 teremos:

$$\text{no ponto CS (início da espiral)} \quad Rc_1 L_1 = \lambda \quad (58)$$

$$\text{no ponto SC (fim da espiral)} \quad Rc_2 L_2 = \lambda \quad (59)$$

onde L_1 = comprimento da espiral entre a origem A e o ponto CS

L_2 = comprimento da espiral entre a origem A e o ponto SC

Chamando-se de L_s o comprimento do trecho de transição teremos:

$$L_s = L_2 - L_1 \quad (60)$$

sendo: $Rc_1 L_1 = Rc_2 L_2 = \lambda$ temos: $L_s = L_1 \frac{(Rc_1 - Rc_2)}{Rc_2}$

Analogamente à concordância entre circular e tangente (item 2.3), definido um valor adequado para L_s podemos calcular:

$$L_1 = L_s \left(\frac{Rc_2}{Rc_1 - Rc_2} \right)$$

$$L_2 = L_s \left(\frac{Rc_1}{Rc_1 - Rc_2} \right)$$

$$\theta_1 = \frac{L_1}{2Rc_1} = \frac{Rc_2 L_s}{2Rc_1 (Rc_1 - Rc_2)}$$

$$\theta_2 = \frac{L_2}{2Rc_2} = \frac{Rc_1 L_s}{2Rc_2 (Rc_1 - Rc_2)}$$

$$\theta_s = \theta_2 - \theta_1 = \frac{(Rc_1 + Rc_2) L_s}{2Rc_1 \cdot Rc_2}$$

$$X_1 = L_1 (1 - \theta_1^2 / 10 + \dots)$$

$$X_2 = L_2 (1 - \theta_2^2 / 10 + \dots)$$

$$Y_1 = L_1 (\theta_1 / 3 - \dots)$$

$$Y_2 = L_2 (\theta_2 / 3 - \dots)$$

$$p_1 = Y_1 - Rc_1 (1 - \cos \theta_1)$$

$$p_2 = Y_2 - Rc_2 (1 - \cos \theta_2)$$

$$K_1 = X_1 - Rc_1 \sin \theta_1$$

$$K_2 = X_2 - Rc_2 \sin \theta_2$$

onde: θ_1 = ângulo de transição relativo ao trecho de espiral entre os pontos A e CS.

θ_2 = ângulo de transição relativo ao trecho de espiral entre os pontos A e SC

θ_s = ângulo de transição relativo ao trecho de espiral entre os pontos CS e SC

X_1 = abscissa do ponto CS em relação à tangente de referência e a origem A.

X_2 = abscissa do ponto SC em relação à tangente de referência e a origem A.

Y_1 = ordenada do ponto CS em relação à tangente de referência e a origem A.

Y_2 = ordenada do ponto SC em relação à tangente de referência e a origem A.

p_1 = afastamento entre a curva circular 1 e a tangente de referência.

p_2 = afastamento entre a curva circular 2 e a tangente de referência.

K_1 = abscissa do centro da curva 1 (O_1) em relação à tangente de referência e a origem A.

K_2 = abscissa do centro da curva 2 (O_2) em relação à tangente e a origem A.

Chamando-se de p_c o afastamento entre as duas curvas circulares teremos: (ver figura 30).

$$\theta_c = \text{arc tang} \frac{K_2 - K_1}{(Rc_1 + p_1) - (Rc_2 + p_2)} \quad (61)$$

$$\alpha = \theta_c - \theta_1 \quad (62)$$

$$\beta = \theta_2 - \theta_c \quad (63)$$

$$\theta_s = \alpha + \beta \quad (64)$$

$$pc = (Rc_1 - Rc_2) - \frac{(Rc_1 + p_1) - (Rc_2 + p_2)}{\cos \theta_c} \quad (65)$$

onde os ângulos θ_c , α e β tem seus significativos mostrados na figura 50.

Obs: A escolha do comprimento de transição L_s deve ser feita com base nos mesmos critérios estabelecidos para o caso da concordância entre curva circular e tangente (item 2.2.2).

2.7.1) Sequência de Operações para a Locação da Espiral

Dada uma curva composta por duas curvas circulares de raios Rc_1 e Rc_2 respectivamente, a inclusão da transição entre essas curvas deverá seguir a seguinte sequência de operações:

a) Manter a circular de raio maior na sua posição original e afastar a curva de raio menor.

Supondo-se que: $Rc_1 > Rc_2$, tomamos a linha dos centros O_1 e O_2 e mudamos O_2 para a posição O'_2 sobre a reta O_1O_2 afastada da distância pc de O_2 , i.é, criamos o afastamento pc (equação 65).

b) Marcar os pontos CS e SC com o uso do ângulo α (equação 62) e β (equação 63) respectivamente.

c) Determinar a posição da tangente de referência com o uso do ângulo θ_c (equação 61) e do comprimento $Rc_1 + p_1$ (a tangente de referência será perpendicular à reta BO_1)

d) Qualquer ponto da espiral pode ser determinado por suas ordenadas X e Y em relação à tangente de referência e a origem A, i.é, para qualquer (L) compreendido no intervalo: $L_1 \leq L \leq L_2$

$$X = L (1 - \theta^2/10 + \dots)$$

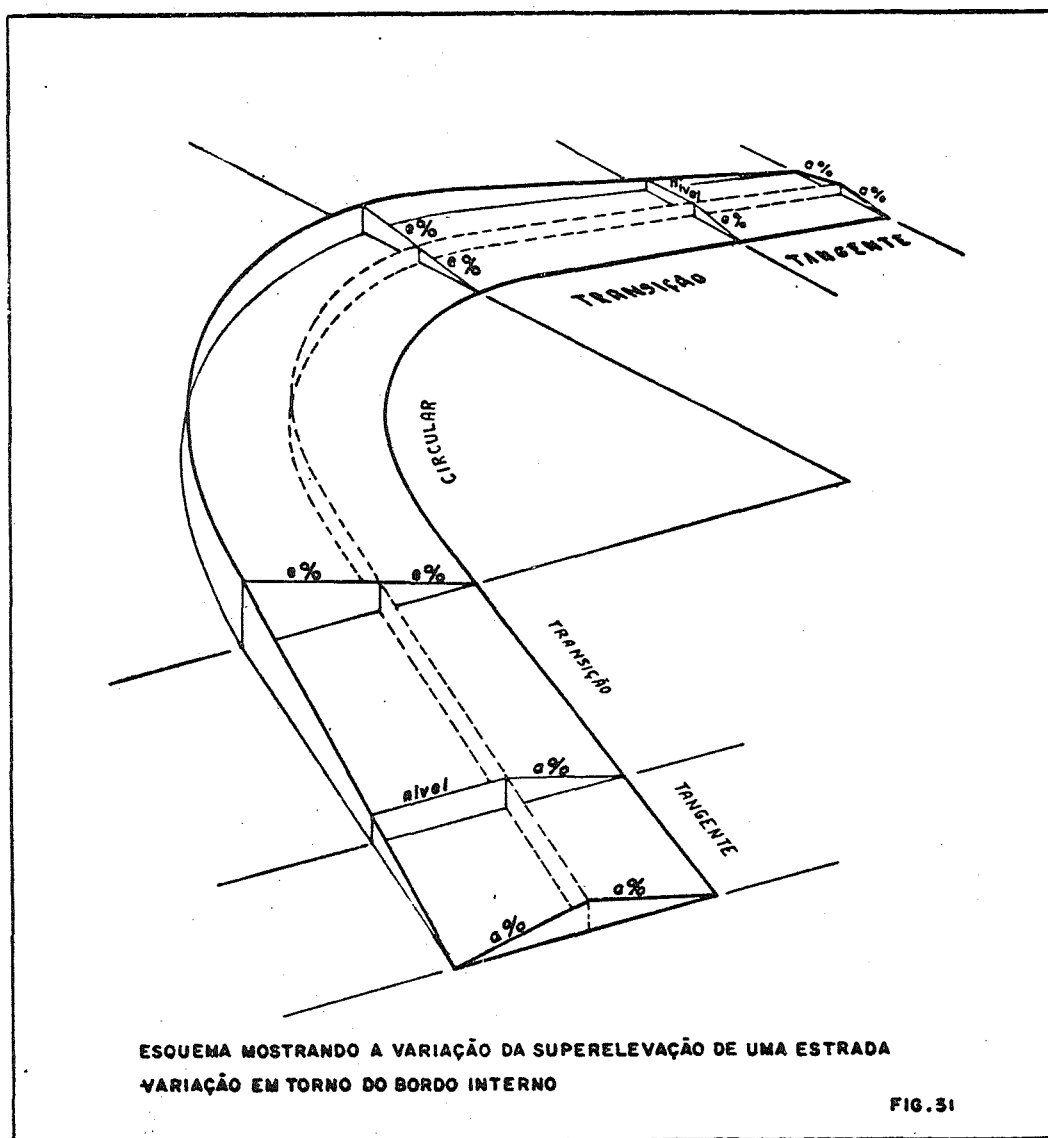
$$Y = L (\theta/3 - \dots)$$

$$\text{onde: } \theta = \frac{L^2}{2Rc_2 \cdot L_2}$$

3. VARIAÇÃO DA SEÇÃO TRANSVERSAL DA ESTRADA PARA OBTENÇÃO DA SUPERELEVACÃO.

Denominaremos "variação da superelevação" ao processo de variação da seção transversal da estrada entre a seção normal, adotada nos trechos em tangente, e a seção superelevada adotada nos trechos circulares.

A figura 31 esquematiza um dos processos de variação da superelevação desde uma seção normal com dupla inclinação de $a\%$ em um trecho em tangente, até uma seção superelevada com inclinação $e\%$ em um trecho circular.



Em todos os métodos que formos analisar, veremos que a variação da seção transversal da estrada é sempre feita de forma suave e contínua, e sempre que possível dentro do trecho de transição da curva

3.1) Escolha do Comprimento (LR) do Trecho de Variação da Superelevação.

Sendo a curva de transição uma curva cujo raio varia desde ∞ até R_c (raio do trecho circular) é lógico que a variação da superelevação desde 0 à $e\%$ (superelevação do trecho circular) seja feita dentro da curva de transição, i.é., a medida que o raio da transição vai diminuindo a superelevação deverá ir aumentando até atingir o valor $e\%$ no ponto SC do raio R_c , onde a transição concorda com a curva circular.

Assim o comprimento (LR) do trecho de variação da superelevação deverá ser o próprio comprimento (L_s) da transição definido no item 2.2.

Em alguns casos, fatores locais obrigam ao uso de valores pequenos para (L_s), próximos ou iguais à (L_{smin}), nesses casos pode ocorrer que o comprimento de transição seja insuficiente para a variação da superelevação de forma confortável e segura.

3.1.1) Determinação do (LR_{min}) mínimo comprimento do trecho de variação da superelevação.

Para atender às necessárias condições de conforto, segurança e estética das curvas horizontais, a variação da superelevação deverá ser feita em um trecho de comprimento adequado, nunca inferior ao mínimo que será estipulado a seguir.

Para que uma curva tenha uma boa aparência, a variação da superelevação deverá ser feita de forma suave, de forma a não dar a impressão de distorção da estrada do ponto de vista do motorista.

A tabela 4 fornece valores mínimos de (LR) verificados experimentalmente e recomendados pela A.A.S.H.O. (1), os valores mínimos recomendados são dados em função da máxima inclinação relativa (α).

Os valores indicados na última linha da tabela (LR_{min}) correspondem aproximadamente ao espaço percorrido por um veículo, que trafegue na velocidade de projeto, durante 2 segundos. Esse mínimo também deve ser observado no projeto para manter-se boa estética da curva.

Assim a tabela 4 deve ser usada apenas nos casos em que o valor de (LR) caia abaixo da linha cheia, caso contrário adotar o valor da linha (LR_{min}).

TABELA 4

COMPRIMENTO MÍNIMO LR DOS TRECHOS DE VARIAÇÃO DA SUPERELEVAÇÃO, PARA
ESTRADAS DE PISTA ÚNICA, 2 FAIXAS DE TRÁFEGO DE 3,6 m.

SUPERELEVAÇÃO (e)	VELOCIDADE (km/h)							
	50	60	70	80	90	100	110	120
	máxima inclinação relativa entre o perfil dos bordos do pavimento e o eixo da pista (α)							
	0,66%	0,60%	0,54%	0,50%	0,47%	0,43%	0,40%	0,37%
0,02 0,04 0,06 0,08 0,10 0,12	VALORES DE LR (m)							
	11	12	13	14	15	17	18	19
	22	24	27	29	31	33	36	39
	33	36	40	43	46	50	54	58
	44	48	53	58	61	67	72	78
	55	60	67	72	77	84	90	97
	65	72	80	86	92	100	108	117
LRmin	28	33	39	44	50	56	61	67

Como o comprimento (LR) é função da inclinação relativa (α) adotada e da largura (L) da pista, para pistas com um número de faixas maior que duas ou com faixas de tráfego de largura maior que 3,6 m, devemos adotar para LRmin valores maiores que os estabelecidos pela tabela 4.

Para pistas com um número de faixas maior que dois a A.A.S.H.O. (1) aconselha o uso das seguintes relações empíricas:

para 3 faixas de tráfego: $L'R = 1.2 LR$

4 faixas de tráfego: $L'R = 1.5 LR$

6 faixas de tráfego: $L'R = 2.0 LR$

onde LR = comprimento do trecho de variação da superelevação para pistas com 2 faixas de tráfego.

Quando o valor LRmin calculado for menor que o comprimento de transição LS devemos adotar $LR = LS$, ié, a variação da superelevação é feita junto com a transição.

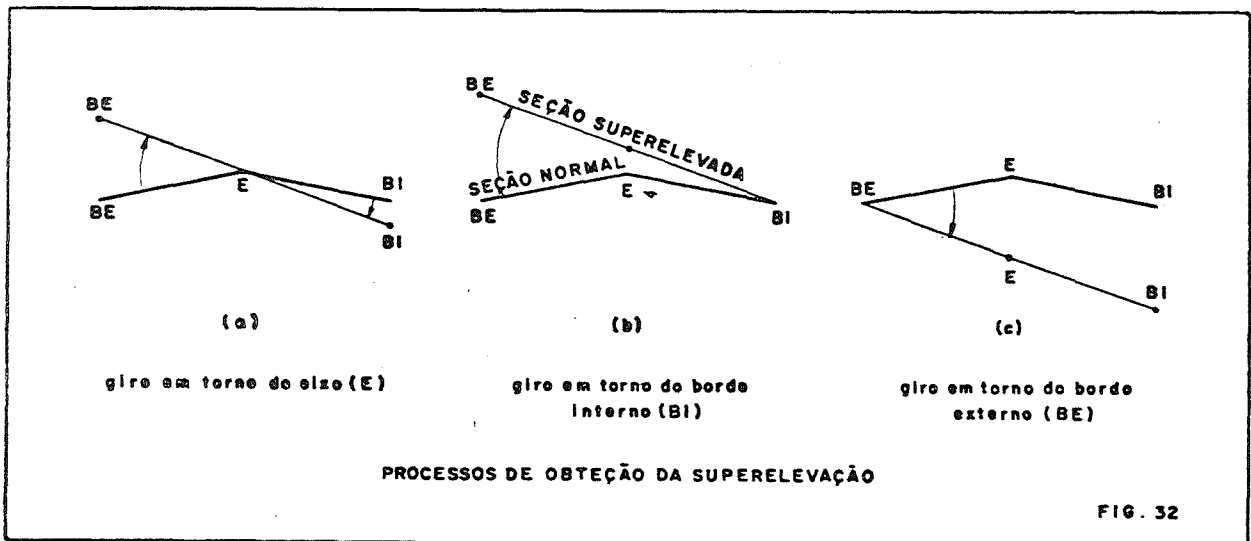
Quando o valor LRmin for maior que o comprimento de transição devemos primeiramente analisar possibilidade de aumentarmos o comprimento LS para o valor $LS = LR \geq LRmin$ de forma a termos toda a varia

ção da superelevação dentro da transição, quando isso não for possível ou quando a curva não tiver transição a variação da superelevação deverá ser feita parte no trecho em tangente e parte no trecho circular.

3.2) Processos de Variação da Superelevação.

Os processos utilizados para a variação da superelevação a partir da seção normal procuram evitar variações bruscas nos perfis longitudinais dos bordos da pista e são classificados em função da posição - do centro de giro do pavimento.

- a) giro em torno do eixo da pista (figura 32-a)
- b) giro em torno do bordo interno da pista (figura 32-b)
- c) giro em torno do bordo externo da pista (figura 32-c)



Não é possível a eleição de um desses processos para ser utilizado indiscriminadamente em toda a estrada, cada curva tem as suas peculiaridades e a escolha do processo a ser usado deverá levar em conta as características específicas da curva principalmente: perfil longitudinal da estrada de forma que o bordo externo não ultrapasse o greide máximo, estética da curva e condições de drenagem, de forma que o processo escolhido não prejudique a drenagem longitudinal do pavimento.

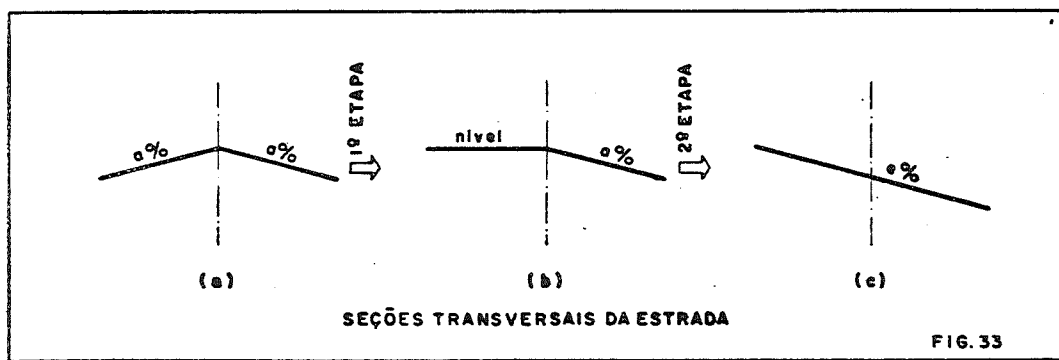
O processo de giro em torno do eixo da pista é o mais usado por que altera pouco o greide do bordo externo, leva a menores distorções do pavimento dando uma boa estética à curva.

Consideremos a seção normal de um trecho de estrada em tangente (figura 33-a), essas seções não são horizontais como deveriam ser, geralmente possuem inclinação transversal simétrica para permitir o rápido escoamento das águas de chuva.

Qualquer que seja o processo adotado, sempre o giro do pavimento é feito em duas etapas:

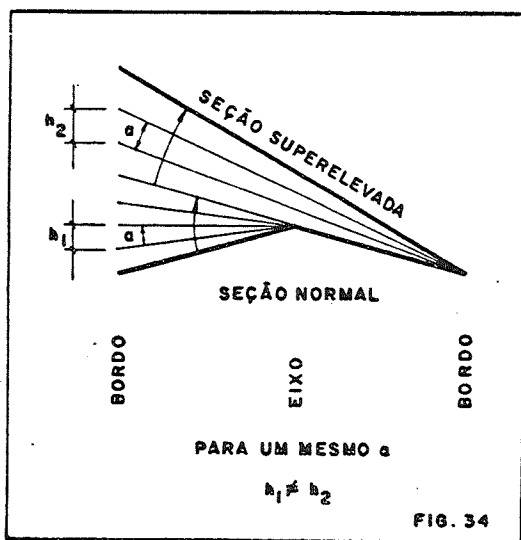
- 1.^a etapa - eliminação da superelevação negativa, feita antes do início da transição.
- 2.^a etapa - obtenção da superelevação e estabelecida para o trecho circular, feita dentro do trecho de transição.

A figura 33 ilustra o método.



A figura 35 mostra o esquema da variação da superelevação proposto pela A.A.S.H.O. (1) para giro em torno do eixo da pista (figura 35-A) e para giro em torno do bordo interno (figura 35-B).

O método apresenta como peculiaridade a adoção de um valor constante para a variação do ângulo de giro os bordos ao longo da transição.



Quando o giro não é feito ao redor do eixo, o método produz uma descontinuidade na inclinação dos bordos, na passagem pelo ponto M (figura 35-B), quando o centro de giro do pavimento deixa de ser o eixo da pista e passa a ser o bordo fixo. A figura 34 ilustra a questão

A figura 36 mostra o esquema de variação da superelevação proposto por Barnett (2). O método adota uma inclinação máxima do bordo ex

terno de 1:400 no trecho relativo à 1.^a etapa, ié, quando é eliminada a superelevação negativa e uma inclinação máxima de 1:200 no trecho relativo à 2.^a etapa. O uso do método também provoca descontinuidade na inclinação do bordo externo sempre que a inclinação adotada para o trecho de transição (2.^a etapa) for superior a 1:400.

ESQUEMA DE VARIAÇÃO DA SUPERELEVAÇÃO- MÉTODO AASHO

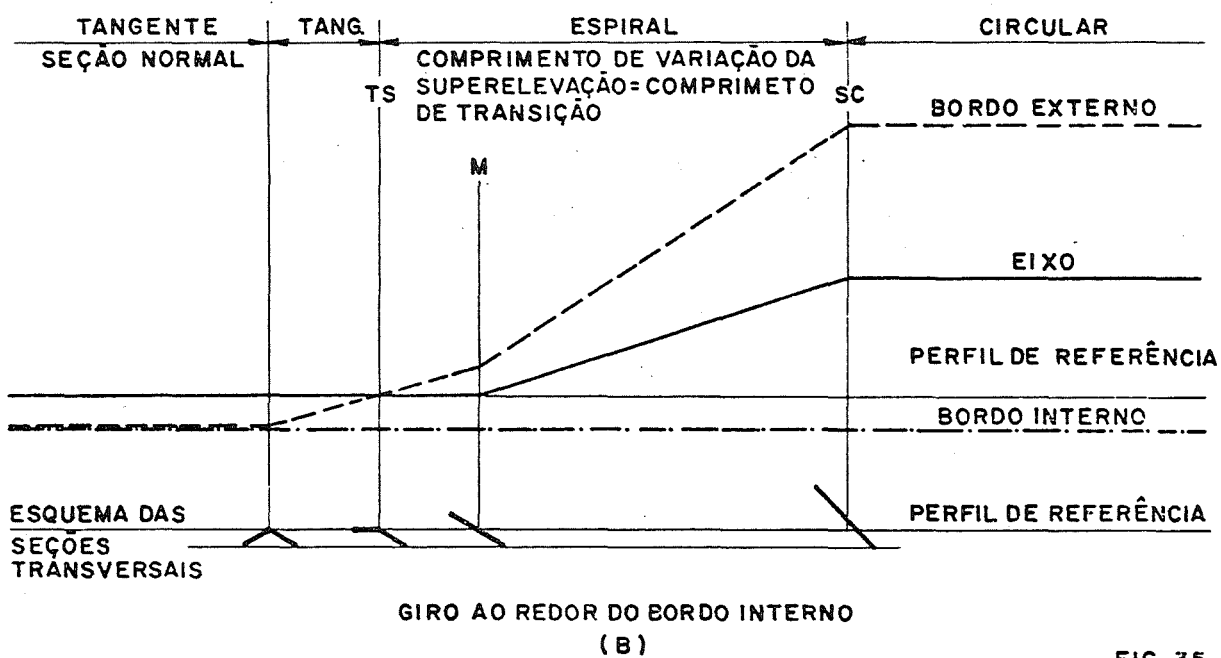
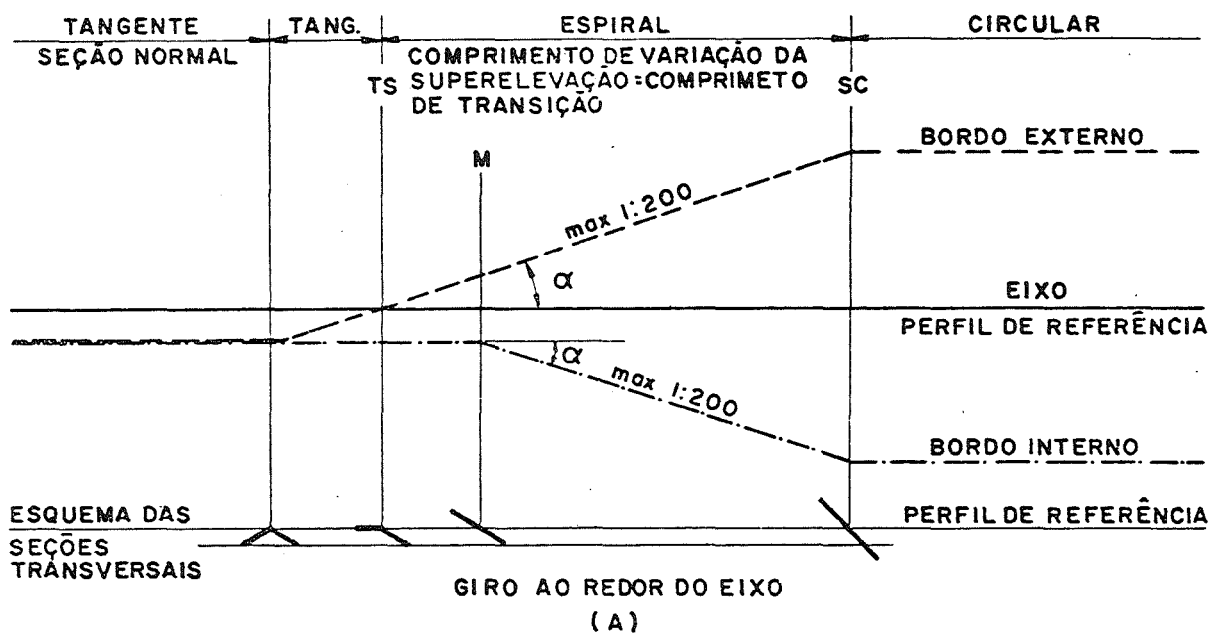


FIG. 35

ESQUEMA DE VARIAÇÃO DA SUPERELEVAÇÃO-MÉTODO DE BARNETT

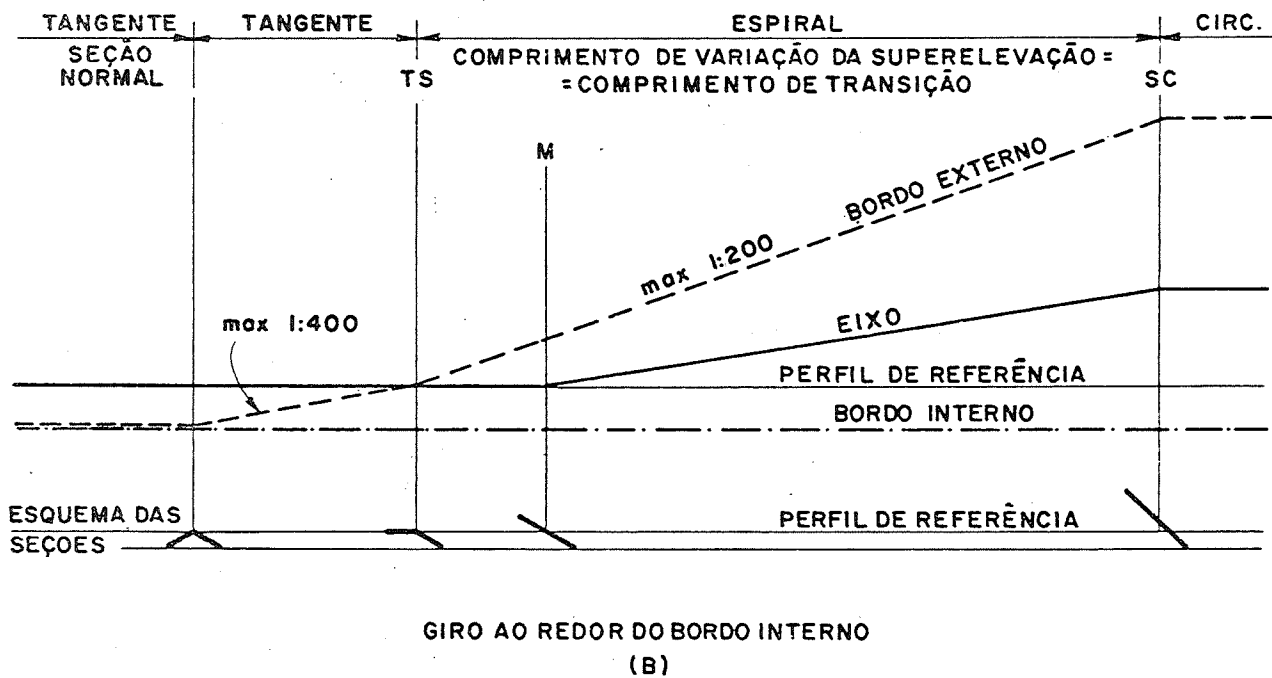
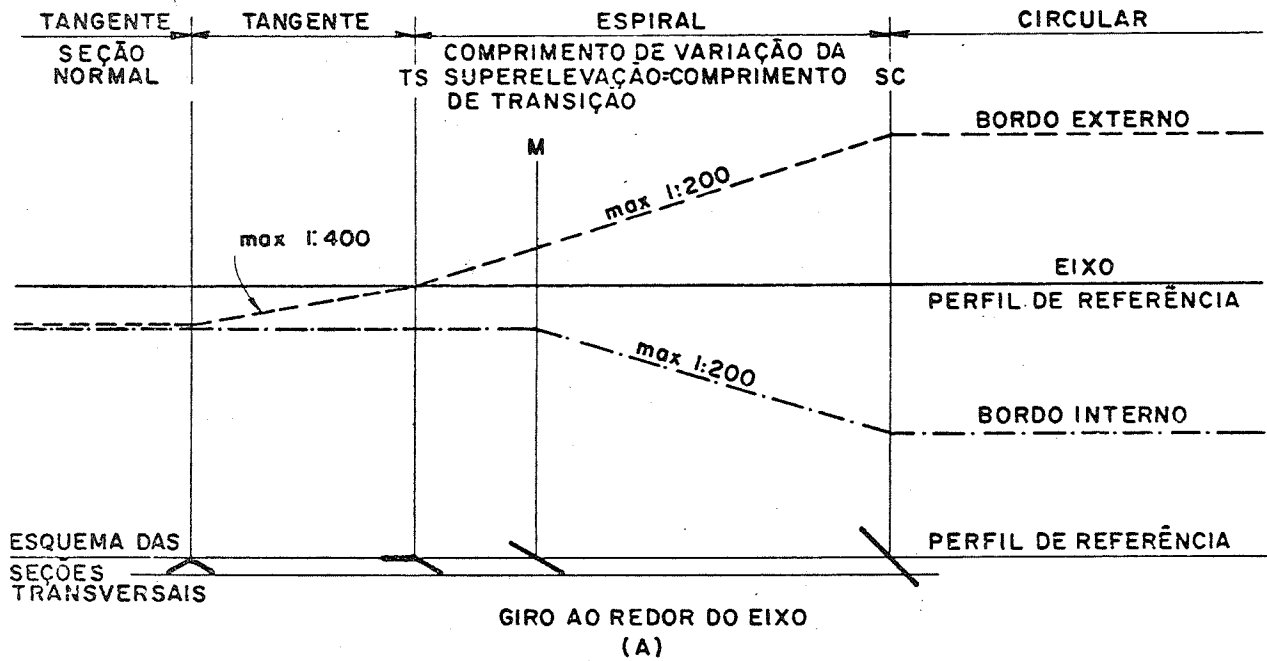
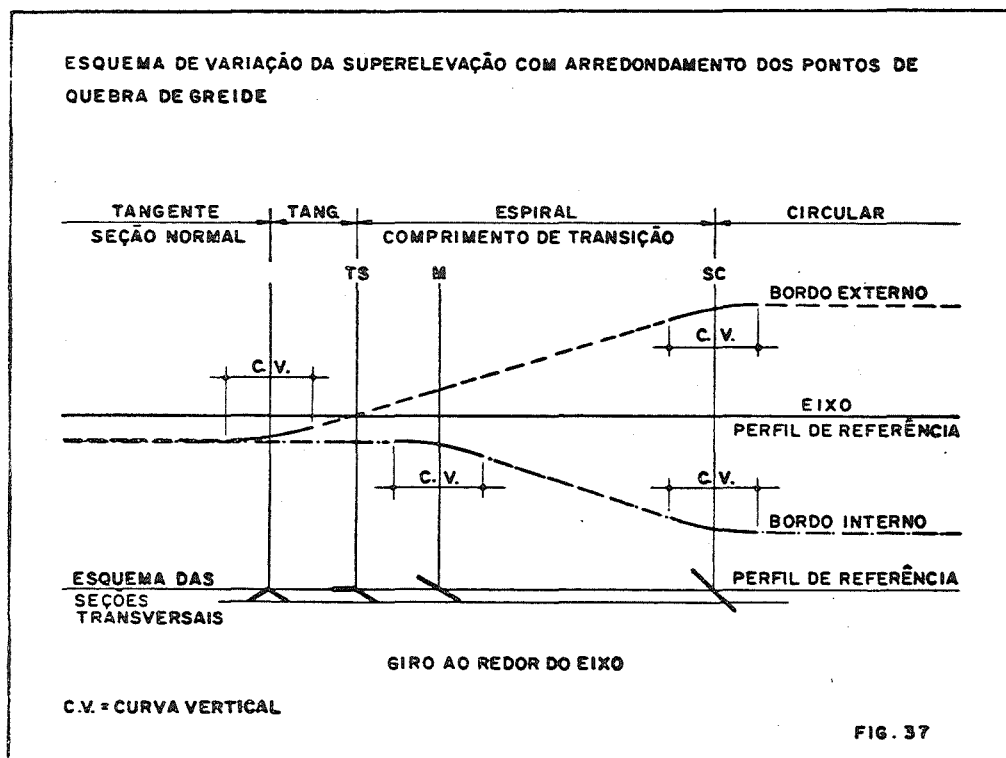


FIG. 36

A figura 37 mostra o esquema de variação da superelevação adotado por alguns autores, onde são incluídas curvas de concordância vertical em todos os pontos de quebra de greide dos bordos de forma a melhorar a estética das curvas. A A.A.S.H.O. (1) e Barnett (2) consideraram aconselhável, mas não necessária a inclusão dessas curvas.



3.3) Variação da Superelevação em Estradas com Pista Dupla

No projeto das estradas com pista dupla, a inclusão de um canteiro central altera o tratamento a ser dado para a variação da superelevação.

Dependendo da largura e forma do canteiro central um dos seguintes processos pode ser usado para a variação da superelevação:

- a) Toda a seção transversal, incluindo o canteiro central gira ao redor de um ponto, deixando as duas pistas em um mesmo plano (figura 38-a).
- b) O canteiro central é mantido em um plano horizontal e as duas pistas giram separadamente ao redor dos bordos do canteiro (figura 38-b).

c) As duas pistas são tratadas separadamente resultando uma diferença de cotas entre os bordos do canteiro (figura 38-c).

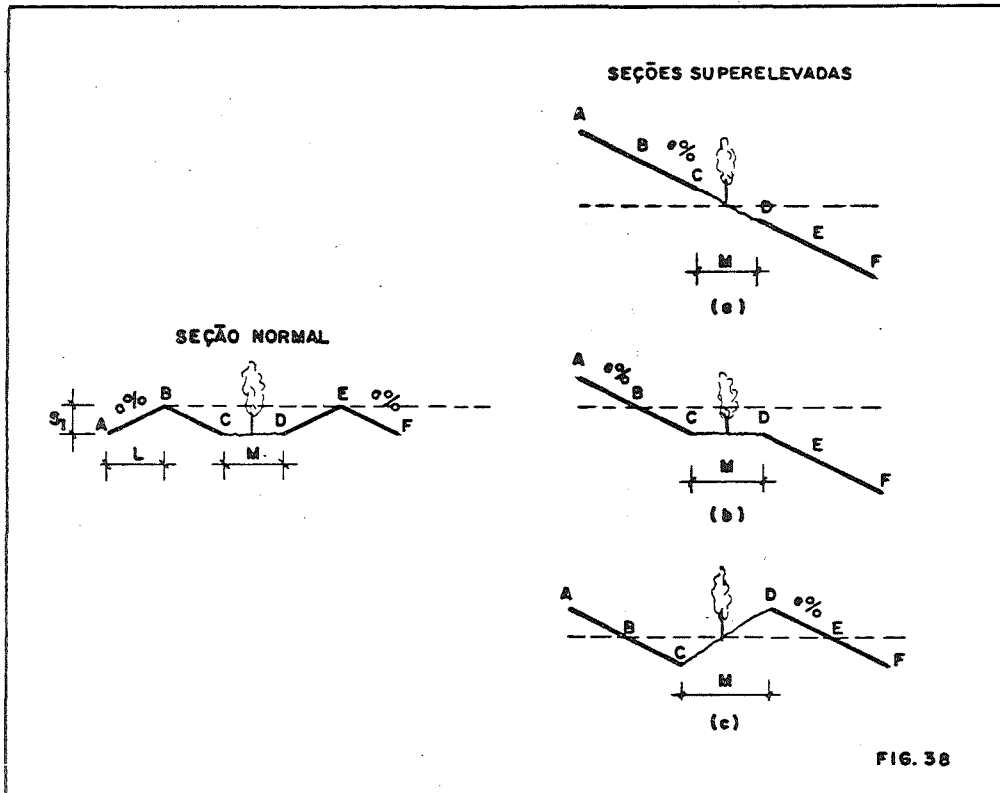


FIG. 38

O primeiro processo (processo a) só é usado para canteiros estreitos e valores baixos da superelevação e , quando a sua aplicação não leva a substanciais diferenças entre as cotas dos bordos externos das pistas.

O segundo processo (processo b) é aplicável para canteiros com qualquer largura e mais usado para canteiros de largura média, mantendo os bordos do canteiro no mesmo nível, obtendo a superelevação das pistas só com o giro dos pavimentos.

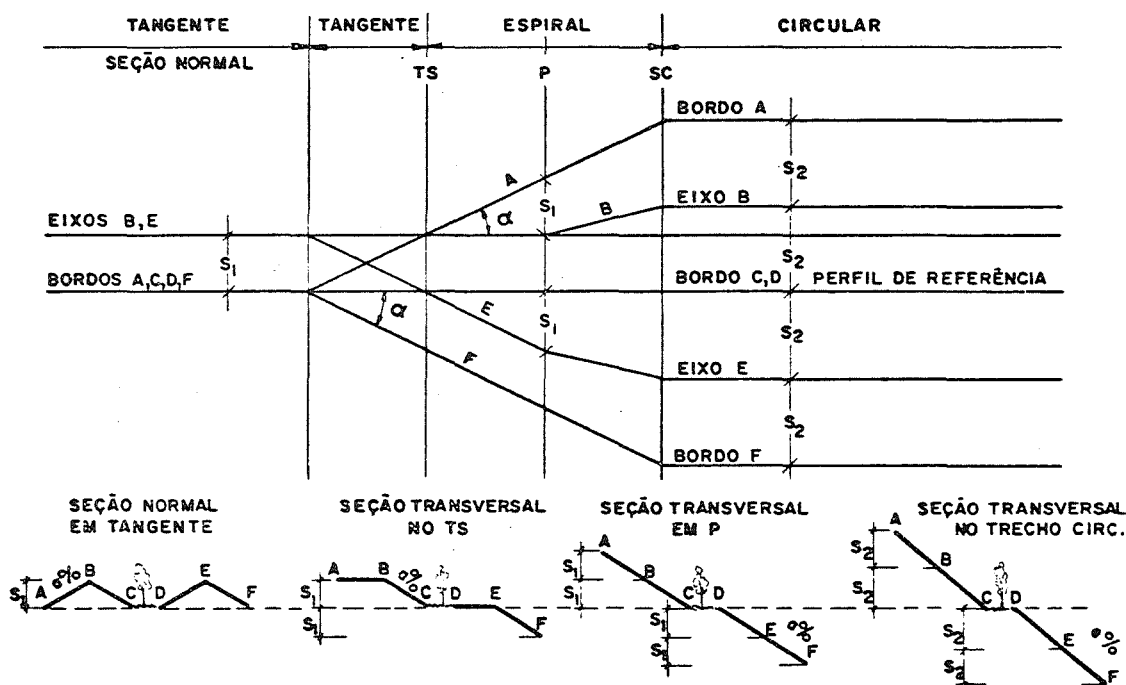
O terceiro processo (processo c) é o usado para canteiros largos, quando os seus bordos em cotas diferentes podem ser unidos por rampas suaves.

Atualmente o projeto das modernas auto-estradas com mais de uma pista trata essas pistas como estradas independentes, i.é, cada pista pode ter um traçado diferente das demais, resultando canteiros centrais de largura variável ou mesmo inexistência de canteiros centrais. Nesses casos a variação da superelevação é tratada como se cada pista fosse uma estrada independente.

A figura 30 mostra o esquema de variação da superelevação para uma estrada de duas pistas, processos a e b.

ESQUEMA DE VARIAÇÃO DA SUPERELEVAÇÃO MEDIANTE A ROTAÇÃO DE CADA PISTA AO REDOR DOS BORDOS DO CANTEIRO CENTRAL

ESTRADA DE PISTA DUPLA - 4 FAIXAS



ESQUEMA DE VARIAÇÃO DA SUPERELEVAÇÃO MEDIANTE ROTAÇÃO INDEPENDENTE DE CADA PISTA AO REDOR DO SEU EIXO

ESTRADA DE PISTA DUPLA - 4 FAIXAS

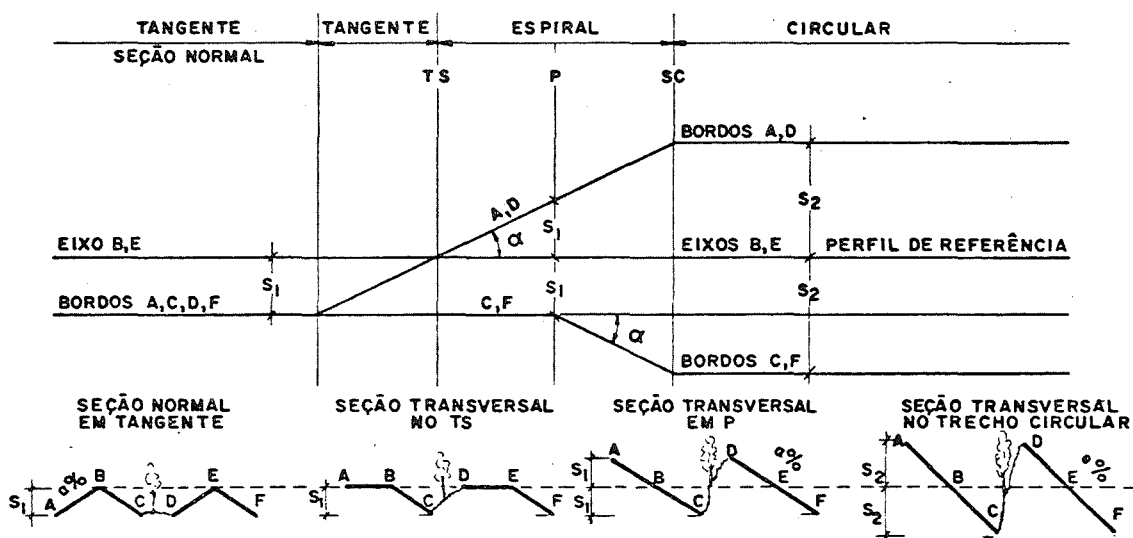


FIG. 39

4. ALARGAMENTO DA PISTA NAS CURVAS

A pista de uma estrada, muitas vezes, é alargada nas curvas para dar ao motorista as mesmas condições de operação do veículo encontradas nos trechos em tangente.

O alargamento da pista em certas curvas é necessário porque:

a) quando um veículo percorre uma curva circular e o ângulo de ataque de suas rodas diretrizes é constante, a trajetória de cada ponto do veículo é circular. O anel circular formado pela trajetória de seus pontos externos é mais largo que o gabarito transversal do veículo em linha reta.

b) O motorista tem uma maior dificuldade em manter o veículo sobre o eixo de sua faixa de tráfego.

Devido a isso estradas com pistas estreitas e/ou com curvas fechadas necessitam de um alargamento de suas pistas nos trechos em curva, mesmo que a velocidade do veículo seja baixa.

4.1) Cálculo do Alargamento

A figura 40 mostra uma estrada de pista única, duas faixas de tráfego com largura (L) no trecho em tangente e largura $L_c > L$ no trecho circular:

O alargamento (ΔL) será:

$$\Delta L = L_c - L \quad (66)$$

Conhecido o valor de L:

$$L = 2U + 4C \quad (67)$$

onde: L = largura da pista em tangente

U = largura do veículo padrão

C = espaços de segurança

A largura da estrada no trecho circular será:

$$L_c = 2(U + \Delta U) + 4C + \Delta F + Z$$

$$\text{ou } L_c = L + 2\Delta U + \Delta F + Z \quad (68)$$

onde L_c = largura da pista no trecho de curva circular

ΔU = acréscimo de largura do veículo devido à diferença de trajetória das rodas dianteiras e trazeiras

ΔF = acréscimo de largura devido à frente do veículo

Z = espaço de segurança para compensar a maior dificuldade de operação do veículo nas curvas.

da equação 66 teremos:

$$\Delta L = 2\Delta U + \Delta F + Z \quad (69)$$

Da figura 40 temos:

$$\Delta U = R_c - \sqrt{R_c^2 - S^2} \tag{70}$$

$$\Delta F = \sqrt{R_c^2 + F(2S+F)} - R_c \tag{71}$$

onde: R_c = raio da curva circular

S = distância entre eixos do veículo padrão

F = distância entre o eixo dianteiro e a frente do veículo padrão:

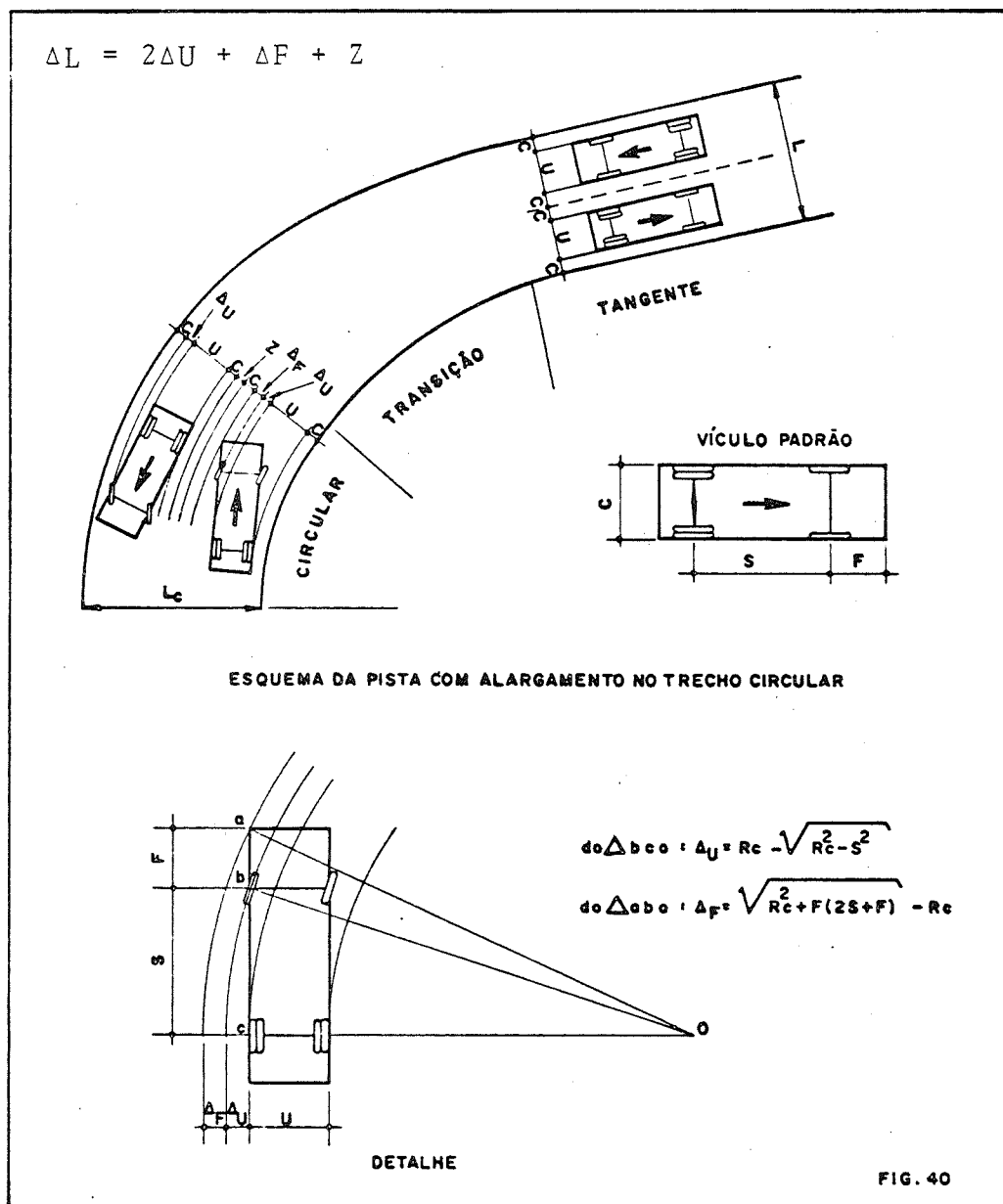
Para Z aconselha-se o valor:

$$Z = \frac{V}{10 \sqrt{R_c}} \tag{72}$$

onde: V = velocidade de projeto em km/h

R_c = raio da curva circular em m

Z = espaço de segurança em m



A A.A.S.H.O. (1) recomenda para pistas com um número de faixas maior que 2 o seguinte:

- para 3 faixas multiplicar o valor de Lc por 1.5
- para 4 faixas multiplicar o valor de Lc por 2.0
- valores de ΔL inferiores à 50 cm podem ser desprezados

Barnett (2) e outros autores adotam para o alargamento da pista (ΔL) equações semelhantes às apresentadas:

$$\Delta L = Lc - L = 2\Delta U + Z$$

$$\Delta L = n \left(Rc - \sqrt{Rc^2 - S^2} \right) + \frac{V}{10\sqrt{Rc}}$$

onde: ΔL , Lc, L, ΔU , Z, Rc, S e V tem o mesmo significado do método anterior e n = número de faixas de tráfego da pista.

4.2) Variação do Alargamento ao Longo da Transição

Analogamente à superelevação, a variação do alargamento é feita de forma suave e contínua, no mesmo trecho de variação da superelevação, que no caso normal deve coincidir com o trecho de transição.

O trecho de variação do alargamento não pode ser muito curto - nem muito longo, embora não existam limites máximos e mínimos.

Esse trecho deverá ter comprimento suficiente para que os veículos possam trafegar sobre o trecho alargado sem a necessidade de executarem manobras bruscas e comprimento suficiente para uma boa estática da curva.

Por outro lado não podem ser muito grandes porque a variação na largura da pista de ponto para ponto cria dificuldades construtivas e conseqüentemente acréscimos de custo.

Assim quando os trechos de variação da superlargura são muito pequenos ou muito grandes, a extensão do trecho de variação do alargamento deve ser escolhida, independentemente, nesses casos aconselha-se o uso de comprimentos entre 30 e 60 metros.

O alargamento da pista é geralmente feito no bordo interno da curva ou distribuído igualmente entre os dois bordos, nesse caso tomando-se o cuidado de não criar curvas reversas no traçado do bordo externo.

A concordância dos bordos do trecho circular e do trecho em tangente pode ser feita com o uso de uma curva parabólica ou circular de grande raio, a solução exata com o uso de espirais é impossível.

Muitas vezes a concordância dos bordos nas curvas com alargamento não é detalhada no projeto e nesse caso a concordância é feita no campo empiricamente, pelo engenheiro da obra, tal procedimento exige um engenheiro experiente.

Qualquer que seja o processo usado para a concordância dos bordos os pontos externos de concordância deverão ser sempre arredondados de forma a não criar pontos angulosos no traçado dos bordos.

5) BIBLIOGRAFIA

Livros

- 1) AASHO - American Association of State Highway Officials. A Polocy Geometric Design of Rural Highways. Association General Offices - 1965.
- 2) BARNETT, Joseph - Transition Curves for Highways. Public Roads Administration - 1954.
- 3) COQUAND, Roger - Routes - Circulation - Tracé - Construction - Editions Eyrolles, 1956.
- 4) LA TORRE, Alfonso De - Critério de proporcionalidad en la elecion del peralte. IPR - Instituto de Pesquisas Rodoviárias - 1965.
- 5) O'FLAHERTY, C.A. - Highways - Highways and Traffic. Edward Arnold 1974.
- 6) OGLESBY, Clarkson H. e Laurence I. Hewes - Highways Engineering - John Wiley e Sons, Inc. 1963.
- 7) OLIVEIRA, Marcio Pires de - Critérios para a escolha do comprimento de transição e cálculo de curvas horizontais por computador. - Escola de Engenharia de São Carlos - 1976.
- 8) PIMENTA, Carlos R. T. - Análise comparativa de critérios para a escolha da superelevação em estradas de rodagem. Escola de Engenharia de São Carlos - 1975.
- 9) WOODS, Kenneth B. - Highways Engineering Handbooks. Mc Graw-Hill-1960.

Artigos

- 10) BARNETT, Joseph - Safe Side Friction Factors and Superelevation design. Highway Research Board, Proceedings 1936, pag- 69 à 76 - 1936.

- 11) LEYGUE, F. e C. Berlioz - *Le véhicule sur la route. Revue Générale des Route et des Aérodrômes, supplément, n° 451, pag. 1 à 8 - feve-reiro de 1970.*
- 12) MILLS, J. - *Caracteristiques géométriques des routes. Revue Générale des Route et des Aérodrômes, supplément, n° 455, pag 1 à 14.*
- 13) MOYER, R.A. e D.S. Berry - *Marking Highways Curves with Safe Speed Indications. Highway Research Board, Proceedings 1940, pag 399 à 428 - 1940.*
- 14) TARAGIN, A. - *Driver Performance on Horizontal Curve. Highway Research Board, Proceedings 1954, pag 446 à 466 - 1954.*