



UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

INTERAÇÃO TRIDIMENSIONAL DE PAREDES E PÓRTICOS

MIGUEL CARLOS STAMATO
EDDIE MANCINI

SÃO CARLOS
2021

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS

INTERAÇÃO TRIDIMENSIONAL DE PAREDES E PÓRTICOS

Miguel Carlos Stamato
e
Eddie Mancini

São Carlos
Agosto de 1980

INTERAÇÃO TRIDIMENSIONAL DE PAREDES E PÔRTICOS

MIGUEL CARLOS STAMATO e
EDDIE MANCINI

INTRODUÇÃO. Este trabalho resume artigos anteriores dos autores (7, 10, 11) e leva em conta a rotação das paredes de secção aberta. Courbon (3) e Stiller (15) estudaram estruturas similares consistindo apenas de paredes. Rosman (8), Boudekian (1), Laredo (6), e Gluck (4) analisaram conjuntos contendo p \ddot{o} rticos e paredes ligados por lint \ddot{e} is: O m \acute{e} todo agora apresentado \acute{e} muito simples e d \acute{a} \hat{e} nfase \hat{a} exist \hat{e} ncia de dois sistemas de eixos centrais (um sistema para o conjunto de p \ddot{o} rticos e outro para o conjunto de paredes) cujas caracter \acute{i} sticas determinam a complexidade do problema. Coment \acute{a} rios sobre outros m \acute{e} todos s \ddot{a} o apresentados por Stamato (12) e Stafford-Smith e Coull (9).

A Fig. (1) mostra a planta da estrutura de um edif \acute{i} cio alto constitu \acute{i} do de v \acute{a} rias paredes planas e p \ddot{o} rticos ligados por lajes horizontais. O n \acute{u} mero discreto de lajes \acute{e} admitido equivalente a um "meio cont \acute{i} nua" constitu \acute{i} do de um n \acute{u} mero infinito de diafragmas horizontais sem rigidez trans \ddot{v} ersal mas com rigidez infinita no seu pr \acute{o} prio plano. As pa \ddot{r} edes planas s \ddot{a} o admitidas r \acute{i} gidas \hat{a} for \mathring{c} a cortante e cada p \ddot{o} rtico \acute{e} suposto ter o comportamento de um consolo n \ddot{a} o deform \acute{a} vel por momento fletor e com rigidez finita \hat{a} for \mathring{c} a cortante. Os p \ddot{o} rticos e as paredes possuem rigidez uniforme com a altura.

As cargas externas s \ddot{a} o horizontais e atuam em um plano vertical π sendo constitu \acute{i} da de uma carga distribu \acute{i} da p e uma carga concentrada P aplicada no topo do edif \acute{i} cio.

Uma parede de sec \mathring{c} ao aberta, como mostrado na Fig. (2) pode ser substitu \acute{i} da por duas paredes planas equivalen-



S 780 1st
 e.1
 sistema 1653897

tes que possam através do centro de torção orientadas segundo os eixos principais C_{w1} e C_{w2} e com rigidezes EJ_1 e EJ_2 (J_1 e J_2 são os momentos de inércia em relação aos eixos passando pelo centro de gravidade). A estas duas paredes é necessário adicionar uma "mola de torção" com rigidezes GJ_t e EJ_w como dado, respectivamente, pela teoria de torção uniforme (Saint-Venant) e pela teoria de Vlasov. Assim cada parede de secção aberta é decomposta em duas paredes planas sem rigidez transversal e uma mola de torção com os parâmetros elásticos mencionados anteriormente. Isto explica a presença de uma mola de torção, t , e a ausência de paredes de secções abertas na Fig.(1).

O sentido positivo das cargas é definido por um versor horizontal do plano π (Fig.1) cujas coordenadas a, b, c são respectivamente suas componentes em relação aos eixos Ox, Oy e seu momento em relação ao eixo vertical Oz (o sinal dos momentos é dado pela regra da mão direita).

Para as paredes planas é definido um sistema local similar aos eixos 1 e 2 Fig.(3) no plano de cada parede. A posição da parede genérica, w , é definida em relação ao sistema global $Oxyz$ pelas componentes a_w, b_w, c_w (Fig.1) do versor do eixo local 1 de maneira análoga àquela das cargas. O índice w será usado para representar a parede genérica sendo o número total de paredes n_w . Tomando o sentido positivo mostrado na Fig.(3), a equação da elástica e as equações de equilíbrio do elemento dz são para a parede genérica:

$$M_w = j_w u_w'' \dots \dots \dots (1)$$

$$Q_w = -M_w' = -j_w u_w''' \dots \dots \dots (2)$$

$$q_w = -Q_w' = j_w u_w^{IV} \dots \dots \dots (3)$$

onde $u_w'' = \frac{d^2 u_w}{dz^2}$; $u_w''' = \frac{d^3 u_w}{dz^3}$ e $u_w^{IV} = \frac{d^4 u_w}{dz^4}$

O parâmetro j_w representa a rigidez à flexão EJ_w em relação ao eixo perpendicular ao plano da parede w .

Cada pórtico possui seu próprio sistema local de referência similar àqueles definidos para as paredes (Fig. 3). O pórtico genérico f é referido ao sistema global de coordenadas $Oxyz$ pelas coordenadas a_f, b_f e c_f similares às coordenadas já definidas para as paredes planas e para o carregamento. O número total de pórticos é n_f . Tomando a convenção para esforços positivos análoga à da Fig. (3), a equação da elástica e as equações de equilíbrio do elemento dz do pórtico genérico são:

$$M'_f = -Q_f \dots\dots\dots (4)$$

$$Q_f = s_f u'_f \dots\dots\dots (5)$$

$$q_f = -Q'_f = -s_f u''_f \dots\dots\dots (6)$$

na qual s_f é a rigidez à força cortante, GS , da viga vertical equivalente ao pórtico. Valores de s_f são dados por diversos autores (2, 5) com função das características elásticas e geométricas das colunas e vigas do pórtico. De fato, alguns pórticos regulares têm o deslocamento relativo horizontal Δu , entre andares adjacentes afastados Δz dado por:

$$\frac{\Delta u}{\Delta z} = \frac{Q}{s} \dots\dots\dots (7)$$

onde Q é a soma das cargas horizontais acima do andar considerado e s é uma constante dependendo da rigidez das barras do pórtico. Quando há muitos andares a Eq. 5 é uma aproximação razoável da Eq. 7.

O subscrito t representa a "mola de torção" sendo o número de molas n_t . O momento de torção é suposto positivo quando seu vetor, dado pela regra da mão direita

tem o sentido de tração na parede. O momento de torção distribuído q_t , aplicado pelos diafragmas à mola genérica é positivo quando seu vetor possui o mesmo sentido do eixo Oz. Com essa convenção, sendo θ_t a rotação torsional, as equações de equilíbrio são:

$$M_t = s_t \theta_t' - j_t \theta_t'' \dots\dots\dots (8)$$

$$q_t = -M_t'$$

onde s_t e j_t representam, respectivamente, os produtos GJ_t e EJ_w da parede de secção aberta original cujo comportamento à torção é representado pela "mola de torção" considerada.

Equações de Equilíbrio

No sistema global Oxyz, o eixo vertical O_z , intercepta o diafragma genérico no ponto O_z ao nível z. As componentes dos deslocamentos do diafragma genérico são as seguintes funções de z: u = deslocamento de O_z no sentido de Ox; v = deslocamento de O_z no sentido de Oy; e θ é a rotação do diafragma em torno de O_z .

Superpondo os efeitos de u, v e θ os deslocamentos da parede plana genérica u_w , do pórtico genérico u_f e da mola genérica, θ_t são obtidos como função linear de u, v e θ , isto é:

$$u_w = a_w u + b_w v + c_w \theta \dots\dots\dots (10)$$

$$u_f = a_f u + b_f v + c_f \theta \dots\dots\dots (11)$$

$$\theta_t = \theta \dots\dots\dots (12)$$

Se Q é a resultante das cargas externas atuando acima do nível z, o equilíbrio da parte do edifício acima deste nível permite escrever:

$$\sum_1^{n_w} Q_w a_w + \sum_1^{n_f} Q_f a_f = Q_a \dots\dots\dots (13)$$

$$\sum_1^{n_w} Q_w b_w + \sum_1^{n_f} Q_f b_f = Q_b \dots\dots\dots (14)$$

$$\sum_1^{n_w} Q_w c_w + \sum_1^{n_f} Q_f c_f + \sum_1^{n_t} M_t = Q_c \dots\dots\dots (15)$$

Substituindo as equações 10, 11, 12 nas equações 2, 5 e 3 respectivamente tem-se

$$Q_w = -j_w (a_w u'' + b_w v'' + c_w \theta'') \dots\dots\dots (16)$$

$$Q_f = s_f (a_f u' + b_f v' + c_f \theta') \dots\dots\dots (17)$$

$$M_t = s_t \theta' - j_t \theta'' \dots\dots\dots (18)$$

as quais substituídas nas Eqs. 13, 14 e 15 dão

$$-[J][U''] + [S][U'] = Q[D] \dots\dots\dots (19)$$

onde

$$[J] = \begin{bmatrix} J_{aa} & J_{ab} & J_{ac} \\ J_{ab} & J_{bb} & J_{bc} \\ J_{ac} & J_{bc} & J_{cc}^* \end{bmatrix} \dots\dots\dots (20)$$

$$[S] = \begin{bmatrix} s_{aa} & s_{ab} & s_{ac} \\ s_{ab} & s_{bb} & s_{bc} \\ s_{ac} & s_{bc} & s_{cc}^* \end{bmatrix} \dots \dots \dots (21)$$

com

$$J_{de} = \sum_1^{n_w} j_w^d e_w \dots \dots \dots (22)$$

e

$$S_{de} = \sum_1^{n_f} s_f^d e_f \dots \dots \dots (23)$$

Nas equações (22) e (23), d e e representam qualquer das coordenadas a, b e c.

$$J_{cc}^* = J_{cc} + \sum_1^{n_t} j_t \dots \dots \dots (24)$$

$$S_{cc}^* = S_{cc} + \sum_1^{n_t} s_t \dots \dots \dots (25)$$

$$[U] = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \dots \dots \dots (26)$$

$$[D] = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \dots\dots\dots (27)$$

A equação característica do sistema de equação diferenciais, Eq. 19, é dada pelo determinante

$$\begin{vmatrix} -J_{aa}r^2 + S_{aa} & -J_{ab}r^2 + S_{ab} & -J_{ac}r^2 + S_{ac} \\ -J_{ab}r^2 + S_{ab} & -J_{bb}r^2 + S_{bb} & -J_{bc}r^2 + S_{bc} \\ -J_{ac}r^2 + S_{ac} & -J_{bc}r^2 + S_{bc} & -J_{cc}^*r^2 + S_{cc}^* \end{vmatrix} r^3 = 0 \dots\dots\dots (28)$$

Com um conveniente sistema de referência $O_w x_w y_w$ é sempre possível diagonalizar a matriz $[J]$ isto é, existe sempre um sistema $O_w x_w y_w$ no qual $\bar{J}_{ab} = \bar{J}_{ac} = \bar{J}_{bc} = 0$ (o novo símbolo, \bar{J}_{de} , é referido ao novo sistema $O_w x_w y_w$). Estas três condições podem ser facilmente satisfeitas com duas translações e uma rotação do sistema global de referência. As coordenadas, x_o e y_o de O_w referidas ao sistema inicial e o ângulo ϕ entre O_x e $O_w x_w$ são dados por:

$$x_o = \frac{J_{aa}J_{bb} - J_{ab}^2}{J_{aa}J_{bb} - J_{ab}^2} \dots\dots\dots (29)$$

$$y_o = \frac{-J_{bb}J_{ac} + J_{ab}J_{bc}}{J_{aa}J_{bb} - J_{ab}^2} \dots\dots\dots (30)$$

$$\text{tg } 2\phi = \frac{2J_{ab}}{J_{aa} - J_{bb}} \dots\dots\dots (31)$$

De maneira análoga é sempre possível diagonalizar a matriz $[S]$, isto é, existe sempre um sistema $O_f x_f y_f$ que dá $\bar{S}_{ab} = \bar{S}_{ac} = \bar{S}_{bc} = 0$ onde o novo símbolo é referido ao novo sistema $O_f x_f y_f$. Os eixos $O_w x_w y_w$ são chamados eixos centrais do conjunto de paredes; os eixos $O_f x_f y_f$ são chamados eixos centrais do conjunto de p \bar{o} rticos. A exist \bar{e} ncia de molas de torç \bar{a} o afeta somente os elementos J_{cc}^* e S_{cc}^* mas n \bar{a} o altera a posiç \bar{a} o dos eixos centrais $O_w x_w y_w$ e $O_f x_f y_f$ (ver Eqs. 29, 30 e 31).

Se os sistemas $O_w x_w y_w$ e $O_f x_f y_f$ s \bar{a} o coincidentes, as matrizes $[J]$ e $[S]$ s \bar{a} o simultaneamente diagonaliz \bar{a} veis produzindo a separaç \bar{a} o de vari \bar{a} veis u , v e θ na Eq. 19 simplificando radicalmente a soluç \bar{a} o. Este caso ocorre em estruturas com dois planos verticais de simetria e \bar{e} frequentemente encontrado na pr \bar{a} tica. Se esta situaç \bar{a} o ocorre tr \bar{e} s equaç $\bar{õ}$ es lineares de terceira ordem s \bar{a} o resolvidas separadamente para cada uma das vari \bar{a} veis u , v e θ .

A soluç \bar{a} o geral da Eq. (19) cont \bar{e} m termos polinomiais em z (correspondentes as ra \bar{i} zes nulas da Eq. 28) e termos exponenciais em z (correspondentes as ra \bar{i} zes n \bar{a} o nulas da Eq. 28). Se r_s \bar{e} o posto da matriz $[S]$ ent \bar{a} o:

$$\text{n \bar{u} mero de ra \bar{i} zes nulas da Eq. 28} = 9 - 2r_s \dots (32)$$

Isto \bar{e} facilmente entendido se a equaç \bar{a} o (28) \bar{e} referida aos eixos centrais $O_f x_f y_f$ que diagonaliza $[S]$. Assim os postos $r_s = 3, 2, 1, 0$ correspondem a serem nulas simultaneamente e respectivamente 0, 1, 2, 3 elementos diagonais S_{aa}^* , S_{bb}^* , S_{cc}^* .

Se r_j \bar{e} o posto da matriz $[J]$ ent \bar{a} o:

$$\text{n \bar{u} mero total de ra \bar{i} zes da Eq. 28} = 3 + 2r_j \dots (33)$$

Isto \bar{e} facilmente entendido se a Eq. 28 \bar{e} referida aos eixos centrais $O_w x_w y_w$ que diagonalizam $[J]$. Das equaç $\bar{õ}$ es

(33) e (32) o número de raízes não nulas da Eq. (28) = $2(r_s + r_j) - 6$. O posto r_s , de S será menor que três se há degeneração no conjunto de pórticos. Por degeneração entende-se a incapacidade deste conjunto de pórticos de receber sozinho (sem o conjunto de paredes planas) uma carga horizontal qualquer. Tal incapacidade ocorre no caso de número insuficiente de pórticos (menor que três) ou por um arranjo defeituoso dos pórticos (todos pórticos paralelos ou concorrentes). No conjunto de paredes haverá degeneração análoga se o posto r_j de $[J]$ é menor que três. Mesmo que ambas as matrizes $[J]$ e $[S]$ tenham posto menor do que três o sistema global de pórticos e paredes não será degenerado se o posto de

$$[J] + \lambda^2 [S] = 3 \dots\dots\dots(35)$$

onde λ = um comprimento arbitrário não nulo usado apenas para tornar as duas matrizes dimensionalmente homogêneas e podrem ser somadas.

Para determinar as raízes não nulas da Eq. (28) e resolvendo a Eq. (19) é conveniente escolher o sistema global de referência coincidente com os eixos centrais do conjunto de pórticos ou de paredes conforme a matriz $[S]$ ou $[J]$ possuem o menor posto. Se estes postos, r_s e r_j , são iguais dá-se preferência para o sistema $O_{W'} x_{W'} y_{W'}$.

Solução das Equações Diferenciais

A solução da Eq. (19) é influenciada pelos postos r_j e r_s que determinam o número total de raízes e o número de raízes nulas da equação característica (28). Quando há simetria ou degeneração dos conjuntos de paredes ou pórticos, ou ambas, a solução é simplificada (10). Como exemplo é apresentado o caso mais geral, no qual $[J]$ e $[S]$ são não singulares, isto é, $r_j = r_s = 3$.

As raízes não nulas da Equação característica (28) são supostas não múltiplas. Neste caso a solução geral da Eq. (19) é:

$$u = \sum_1^3 A_i z^{i-1} + \sum_4^9 A_i e^{r_i z} \dots \dots \dots (36)$$

$$v = \sum_1^3 B_i z^{i-1} + \sum_4^9 B_i e^{r_i z} \dots \dots \dots (37)$$

$$\theta = \sum_1^3 C_i z^{i-1} + \sum_4^9 C_i e^{r_i z} \dots \dots \dots (38)$$

onde r_i = as seis raízes não nulas da Eq.28. Estas raízes são determinadas resolvendo uma equação cúbica em r^2 (ver o determinante da Eq.28).

O sistema global de referência é tomado coincidente com os eixos centrais $O_w x_w y_w$ do conjunto de paredes.

Substituindo as equações (36), (37) e (38) na Eq. (19), para os termos polinomiais tem-se:

$$-[J] \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + [S] \begin{bmatrix} A_2 + 2A_3 z \\ B_2 + 2B_3 z \\ C_2 + 2C_3 z \end{bmatrix} = Q [D] \dots \dots \dots (39)$$

onde

$$Q = P + p(\ell - z) \dots \dots \dots (40)$$

Como a equação (39) é válida para qualquer nível z pode-se concluir que

$$\begin{bmatrix} A_2 \\ B_2 \\ C_2 \end{bmatrix} = [S]^{-1} [D] (P + p\ell) \dots \dots \dots (41)$$

$$\begin{bmatrix} A_3 \\ B_3 \\ C_3 \end{bmatrix} = - [S]^{-1} [D] \frac{p}{2} \dots\dots\dots (42)$$

A substituição das Eqs. 36, 37 e 38 na Eq. 19 dá também, para os termos exponenciais

$$(-[J]r_i^2 + [S]) \begin{bmatrix} A_i \\ B_i \\ C_i \end{bmatrix} r_i e^{r_i z} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (43)$$

O determinante da matriz

$$(-[J]r_i^2 + [S]) \dots\dots\dots (44)$$

é o mesmo da equação (28) e r_i é uma das raízes que o tornam nulo. Assim, existe não-triviais, isto é, soluções não nulas para A_i, B_i, C_i na Eq. (43). Por exemplo é admitido que a matriz na Eq. (44) tem posto 2 e que as duas últimas linhas e colunas formam um determinante diferente de zero. Neste caso a primeira das Eqs. 43 pode ser omitida uma vez que é uma combinação linear das últimas duas linhas da Eq. 43. Daí segue

$$\begin{bmatrix} S_{ab} \\ S_{ac} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -J_{bb}r_i^2 + S_{bb} & S_{bc} \\ S_{bc} & -J_{cc}^*r_i^2 + S_{cc}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_i \\ B_i \\ C_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \dots (45)$$



Com a partição mostrada na Eq.(45) é possível re-
escrevê-la usando a notação

$$\begin{bmatrix} S_{A_i} \end{bmatrix} A_i + \begin{bmatrix} S_{BC} \end{bmatrix}_i \begin{bmatrix} B_i \\ C_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (46)$$

Como $\begin{bmatrix} S_{BC} \end{bmatrix}$ foi suposta não singular, então

$$B_i = \beta_i A_i \dots\dots\dots (47)$$

$$C_i = \gamma_i A_i \dots\dots\dots (48)$$

onde β_i e γ_i são dadas por

$$\begin{bmatrix} \beta_i \\ \gamma_i \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} S_{BC} \end{bmatrix}_i^{-1} \begin{bmatrix} S_{A_i} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (49)$$

Vê-se que B_i e C_i não são independentes mas são re-
lacionados com A_i como mostram as equações (47) e (48).

Condições de Contorno

Na base ($z=0$) supondo $\begin{bmatrix} J \end{bmatrix}$ não singular então

$$u = v = \theta = 0 \dots\dots\dots (50)$$

e

$$u' = v' = \theta' = 0 \dots\dots\dots (51)$$

No topo ($z=l$) como os momentos fletores nas pare-
des são nulos (e $\begin{bmatrix} J \end{bmatrix}$ é não singular) tem-se

$$u'' = v'' = \theta'' = 0 \dots\dots\dots (52)$$

A consideração das equações (36), (37), (38) e (50) dá

$$\begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \\ C_1 \end{bmatrix} + \sum_4^9 \begin{bmatrix} A_i \\ B_i \\ C_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (53)$$

e tendo em conta as equações (36), (37), (38), (41) e (51) vem

$$\sum_4^9 \begin{bmatrix} A_i \\ B_i \\ C_i \end{bmatrix} r_i = - [S]^{-1} [D] (P+p\ell) \dots\dots\dots (54)$$

Pelas equações (36), (37), (38), (42) e (52) vem

$$\sum_4^9 \begin{bmatrix} A_i \\ B_i \\ C_i \end{bmatrix} r_i^2 e^{r_i \ell} = [S]^{-1} [D] p \dots\dots\dots (55)$$

Para determinar as 27 constantes das Eqs. (32), (37) e (38) temos: (1) Três equações (41) que dão diretamente A_2, B_2, C_2 ; (2) três equações (42) que dão diretamente A_3, B_3, C_3 ; (3) Para as seis raízes r_i haverá seis equações (47) mais seis equações (48) que expressarão, diretamente, dois dos valores de A_i, B_i e C_i como dependentes de um deles ($i = 4, 5, \dots 9$); (4) os resultados de (3) são substituídos nas Eqs. (54) e (55) resultando um sistema de seis equações lineares - este sistema é resolvido e seus resultados são substituídos em (3) para determinar as 18 constantes A_i, B_i e C_i ($i = 4, 5, \dots 9$); e (5) três equações (53) nos quais são levados os resultados de (4) para determinar A_1, B_1, C_1 .

É conveniente chamar atenção que em muitas aplicações o problema é mais simples que no caso geral agora apresentado. Muitas simplificações ocorrem quando a estrutura é simétrica ou quando há degeneração no sistema de paredes ou de pórticos. No caso comum de um edifício com um plano de simetria, por exemplo, o problema pode ser dividido em duas partes. Para as cargas atuando no plano de simetria há somente três constantes a determinar e o problema é equivalente à associação em série plana de pórticos e paredes. Para carga perpendicular ao plano de simetria há 12 constantes a determinar. Comentários e sugestões sobre os diversos casos particulares são apresentados por Stanato(10).

O problema pode ser generalizado de maneira a considerar as paredes com fundações elásticas (7). A solução é similar ao método aqui apresentado com algumas alterações nas condições de contorno.

Forças Internas

Após a determinação dos (27) constantes A_i, R_i, C_i ($i = 1, 2, \dots, 9$) os deslocamentos u, v e θ são dados pelas Equações (36), (37) e (38).

As forças internas em uma parede típica são obtidos das Equações (1), (2) e (3) e (10). Assim

$$M_w = j_w u_w'' = j_w (a_w u'' + b_w v'' + c_w \theta'') \dots\dots\dots (56)$$

$$Q_w = -j_w u_w''' = -j_w (a_w u''' + b_w v''' + c_w \theta''') \dots\dots (57)$$

$$q_w = j_w u_w^{IV} = j_w (a_w u^{IV} + b_w v^{IV} + c_w \theta^{IV}) \dots\dots (58)$$

As forças internas em um pórtico genérico são obtidos das Eqs. (4), (5), (6) e (11); então

$$Q_f = s_f u_f' = s_f (a_f u' + b_f v' + c_f \theta') \dots\dots\dots (59)$$

$$q_f = -s_f u_f'' = -s_f (a_f u'' + b_f v'' + c_f \theta'') \dots\dots\dots (60)$$

$$M_f = -s_f u_f' + D_f = -s_f (a_f u' + b_f v' + c_f \theta') + D_f \dots\dots\dots (61)$$

onde D_f é uma constante determinada com a condição $M_f = 0$ no topo $z = l$.

As forças concentradas F_w e F_f atuando nos topos das paredes e pórticos através do diafragma do topo (Fig.3) são obtidos das respectivas forças cortantes Q_w e Q_f no nível $z = l$. Após a determinação da força cortante total, Q_f (ou as cargas q_f e F_f) em cada pórtico é fácil (2, 5) determinar as forças internas nas barras do pórtico.

Na "mola de torção" genérica em qualquer nível z definem-se: o momento de torção total M_t ; o momento de torção uniforme \bar{M}_t ; o momento de flexo-torção $\bar{\bar{M}}_t$; o bi-momento B_t e o momento de torção distribuído q_t aplicado pelos diafragmas às "molas de torção". Estas variáveis são dados pelas Eqs. (8) e (9) e (12) e pela teoria de Vlasov da seguinte maneira:

$$M_t = s_t \theta' - j_t \theta''' = \bar{M}_t + \bar{\bar{M}}_t \dots\dots\dots (62)$$

$$\bar{M}_t = s_t \theta' \dots\dots\dots (63)$$

$$\bar{\bar{M}}_t = -j_t \theta''' \dots\dots\dots (64)$$

$$B_t = j_t \theta'' \dots\dots\dots (65)$$

$$q_t = -M_t' = -s_t \theta'' + j_t \theta^{IV} \dots\dots\dots (66)$$

Usando os valores M_w (Eq.56) e B_t as tensões normais nas paredes são facilmente determináveis. Também, conhecendo Q_w e $\bar{\bar{M}}_t$ pode-se determinar as tensões cisalhantes τ nas paredes.

Exemplo

A Fig.(4) mostra a planta de um modelo de um edifício de dez andares. O modelo foi feito um Perpex e testado por Stamato (13) nos laborat6rios do Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Southampton. O mesmo modelo foi previamente analisado por processos matriciais (13, 14) e os resultados foram comparados com aqueles do processo contínuo apresentado neste trabalho.

Todas as vigas com dimens6es 1/4 in x 5/4 in (6,4mm x 32mm), todas as colunas 3/4 in x 3/4 in (19mmx19mm) e a parede 1/4 in x 4in (6,4mm x 102mm) tem seça3o constantes ao longo da altura do edifício.

A dist4ncia entre as lajes 6 5in (127mm), mas las s3o supostas equivalentes a um n6mero infinito de diafragmas horizontais. Todas as lajes de espessura 3/16 in (4,8mm) est3o separada das vigas de uma dist4ncia s/16 in (1,6mm). Os resultados te6ricos e experimentais foram obtidos para o mesmo m3dulo de elasticidade longitudinal E = 420ksi (2,900MN/m²).

A carga horizontal uniformemente distribuída 6 p = 0,2lb/in (3,6kg/m) aplicada no mesmo plano do p3rtico (3). Todos os p3rticos s3o id6nticos e podem ser considerados separadamente.

Usando o m3todo descrito encontra-se

$$J_{aa} = J_{cc} = J_{ab} = J_{ac} = J_{bc} = 0 \quad \dots\dots\dots (67)$$

$$J_{bb} = EJ_1 = 420 \times 1,333 = 560\text{kip.in}^2 (137\text{kg.m}^2) \quad \dots\dots\dots (68)$$

$$s = s_2 = s_3 = s_4 = s_5 = 2,96\text{kip} (1,340\text{kg}) (\text{ver refer4ncias 2 e 5}) \quad \dots\dots\dots (69)$$

$$S_{aa} = S_{bb} = 2s = 5,92\text{kip} (2.550\text{kg}) \quad \dots\dots\dots (70)$$

$$S_{ab} = S_{ac} = 0 \quad \dots\dots\dots (71)$$

$$S_{bc} = s(10 \times 1 + 20 \times 1) = 88,8 \text{kip.in} \quad (1020 \text{kg.m}) \quad \dots\dots\dots (72)$$

$$S_{cc} = s(10^2 + 20^2 + 5^2 + 5^2) = 1,628 \text{kip-in}^2 \quad (475,8 \text{kg.m}^2) \quad \dots\dots (73)$$

Resolvendo as Eqs.(19) as quais tem, neste caso particular, $J_{ac} = J_{cc} = J_{ab} = J_{ac} = J_{bc} = S_{ab} = S_{ac} = 0$ os resultados são apresentados nas unidades polegadas, radianos, pounds e pound-polegadas.

$$u = 0 \quad \dots\dots\dots (74)$$

$$v = -0,1039 + 0,2126Z - 0,1063Z^2 + 0,4833C^* \quad \dots\dots\dots (75)$$

$$\theta = 0,00567 - 0,00854Z + 0,00427Z^2 - 0,02636C^* \quad \dots\dots\dots (76)$$

nos quais $Z = \frac{x}{L} = \frac{z}{50}$

$$C^* = 0,00752e^{2,2Z} + 0,207e^{-2,2Z} \quad \dots\dots\dots (77)$$

$$S^* = 0,00752e^{2,2Z} - 0,207e^{-2,2Z}$$

Os momentos fletores na parede são dados por

$$M_1 = 516,5(C^* - 0,0909) \quad \dots\dots\dots (78)$$

As forças cortantes nos pórticos são

$$Q_2 = +7,536(1-Z) + 28,614S^*$$

$$Q_3 = -2,486(1-Z) - 5,710S^* \quad \dots\dots\dots (79)$$

$$Q_4 = -Q_5 = -2,522(1-Z) - 17,166S^*$$

Os resultados estão mostrados nas Figs. 5 a 10 e são comparados com os obtidos do método matricial discreto no qual a carga uniforme $p = 0,20b/in$ ($3,6kg/m$) é substituída por cargas concentradas de $1 lb$ ($0,45kg$) em cada laje (apenas $0,5lb$ ($0,23kg$) na laje do topo). As Fig. 5 a 10 incluem alguns resultados experimentais da análise do modelo. Com as curvas mostram que existe uma boa aproximação entre os resultados obtidos pelos diferentes métodos. Com relação às forças cortantes Q_2, Q_3, Q_4, Q_5 a comparação entre os métodos contínuo e discreto precisa ser feita à meia-altura das colunas uma vez que nas juntas existem descontinuidades nos resultados do método discreto, causado pelas cargas concentradas.

Conclusões

O método é útil para análise triamensional de edifícios altos consistindo de paredes e pórticos de rigidez constante ao longo da altura do edifício. O uso da "técnica do meio contínuo" dá um pequeno número de equações diferenciais contrastando com os métodos matriciais discretos que necessitam a solução de um alto número de equações lineares. Os métodos discretos usam um alto número de parâmetros e variáveis que tornam difícil observar o comportamento macroscópico da estrutura e o modo com o qual a variação dos parâmetros afeta os resultados. Menciona-se ainda que a uniformidade estrutural com a altura ocorre frequentemente em edifícios altos por razões estéticas ou de construção ou por ambas.

Apêndice I - Referências

- 1 - Boudakian, A. - "Déformations et Contraintes dans les Structures Profilées Raidies", - Anais de L'Institut du Technique du Bâtiment et des Travaux Publics, Paris, França, nº 277, Jan. 1971, pp. 125-166.

- 2 - "Continuity in Concrete Building Frames" 3a. edição, Portland Cement Association, Chicago, Illinois, pp.45-53.
- 3 - Courbon J., "Calcul de l'Effect du Vent sur un Bâtiment Mixte" - Anais do Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics, Paris, França, nº 226, outubro 1966, pp. 1185-1197.
- 4 - Gluck J., "Lateral-Load Analysis of Assymmetric Multi-Story Structures", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 92, nº ST2, Proc. Paper 7089, Fevereiro/1970, pp. 317-333.
- 5 - Grinter, L.E., - "Theory of Modern Steel Structures", Vol. I, The MacMillan Co., Nova Iorque, 1953, pp.296-334.
- 6 - Laredo M., "Théorie Générale du Comportement des Grandes Structures Spatiales" - Anais do Institut Technique du Bâtiment et Travaux Publics - Paris - França, nº 254, Fev. 1969 - pp. 305-386.
- 7 - Mancini E., - "Associação Tridimensional de Pórticos e Paredes com Engastamentos Elásticos" - tese apresentada a Escola de Engenharia de São Carlos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia de Estruturas.
- 8 - Rosman R., "Statics of Non-Symmetric ShearWall Structures" Proceedings of the Institution of Civil Engineers", Londres, Inglaterra, Suplemento XII, Paper 7393S, 1971, pp. 211-244.
- 9 - Stafford-Smith, B. e Coull A., - "Elastic Analysis of Tall Concrete Buildings" - ASCE-IABSE International Conference on Planning and Design of Tall Buildings, Lehigh University, Bethlehem, Pa. Vol. III-21, Agosto/72, pp. 9-23.
- 10 - Stamato M.C., - "Associação Contínua de Painéis de Contraventamento" - Publicação nº 157, Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, SP., agosto 1971, pp.1-72.

- 11 - Stamato M.C., - "Associação Contínua de Paredes Planas e Pórticos" XVas. Jornadas Sul-Americanas de Engenharia Estrutural - Porto Alegre - RS - Vol. I, dezembro 1971, pp. 139-158.
- 12 - Stamato M.C., - "Three Dimensional Analysis of Tall Buildings. "ASCE-IABSE International Conference on Planning and Design of Tall Buildings - Lehigh University Bethlehem, Pa. Vol. III-24, Agosto 1972, pp.45-61.
- 13 - Stamato M.C., - "Linhas de Influência de Estruturas Tridimensionais de Edifícios Altos" - XVas. Jornadas Sul-Americanas de Engenharia Estrutural, Porto Alegre, R.S., Vol. I, Dez. 1971, pp. 115-138.
- 14 - Stamato M.C. e Stafford-Smith, B., - "An Approximate Method for the Three-Dimensional Analysis of Tall Buildings" - Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Londres, Inglaterra, Vol. 43, 1969, pp.361-379.
- 15 - Stiller M., - "Verteilung der Horizontalkräfte auf die Aussteifenden Scheibensysteme von Hochhäusern", Beton - und Stahlbetonbau, Vol. 60, Fev. 1965, pp. 42-45.

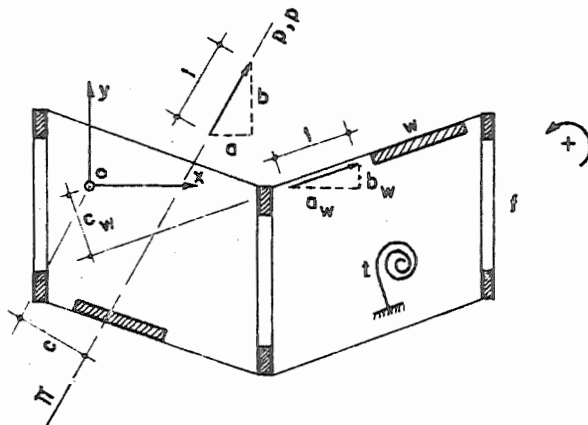


FIG. 1 - Planta do Edifício

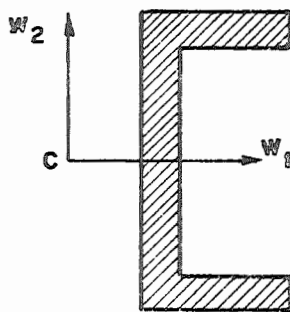


FIG. 2 - Parede de seção aberta

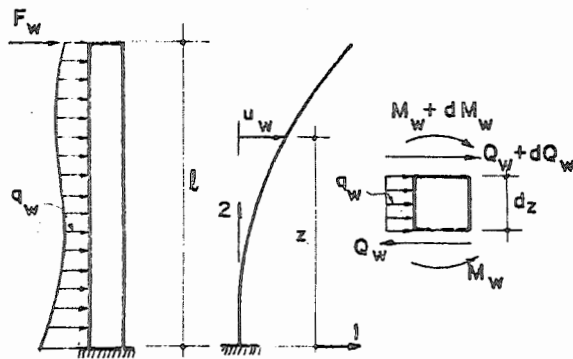


FIG. 3 - Parede plana isolada



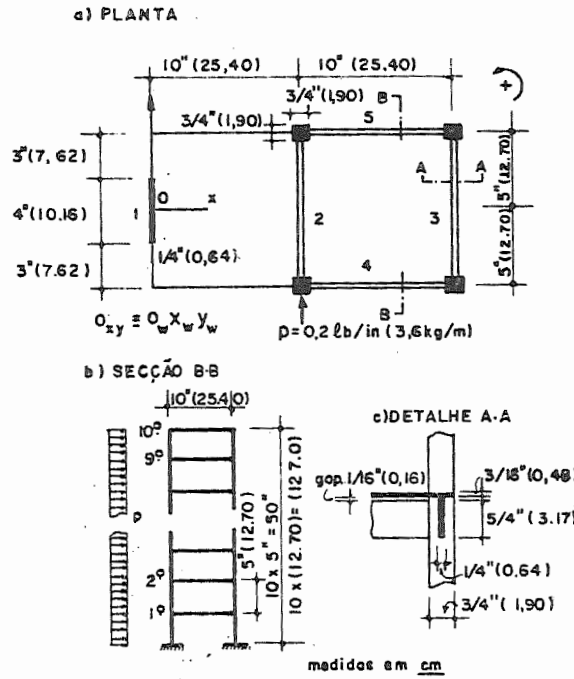


FIG.4- Modelo do Edifício

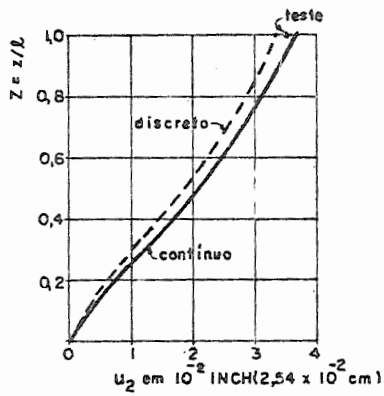


FIG.5-Deslocamentos do pórtico (3)

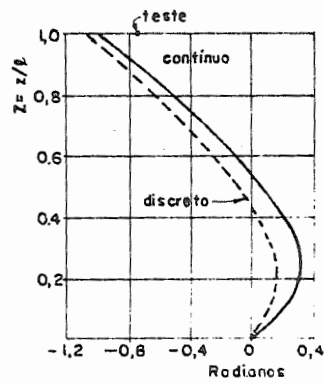


FIG.6-Rotação dos Diafragmas

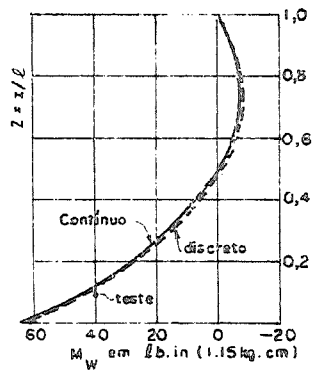


FIG.7-Momentos fletores M_W

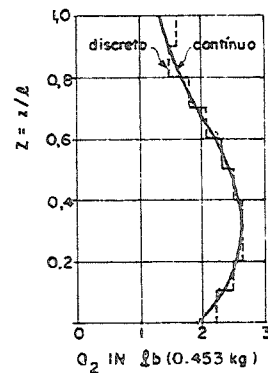


FIG.8 -Força cortante no pórtico (2)

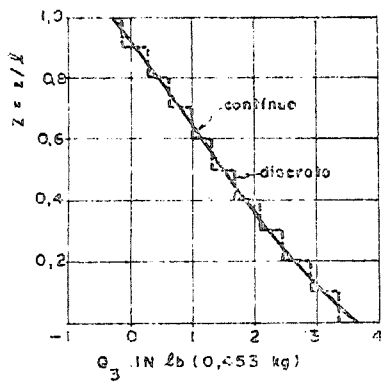


FIG.9-Forças cortantes no pórtico(3)

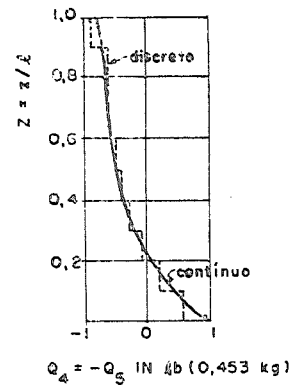


FIG.10-Forças cortantes nos pórticos (4) e (5).