



UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Variadores de Velocidade para Máquinas Ferramenta

ROSALVO TIAGO RUFFINO
BENEDITO DE MORAES PURQUERIO

SÃO CARLOS
2020

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
LABORATÓRIO DE MÁQUINAS E FERRAMENTAS

VARIADORES DE VELOCIDADE PARA
MÁQUINAS FERRAMENTA

R.T. RUFFINO
B. DE M. PURQUERIO

APOSTILA
R923v

SÃO CARLOS, 1981
PUBLICAÇÃO 042/93
REIMPRESSÃO

VARIADORES DE VELOCIDADES PARA MÁQUINAS FERRAMENTA

1- INTRODUÇÃO

Os materiais da ferramenta e da peça, a forma da ferramenta, o processo de fabricação e a qualidade das superfícies a serem produzidas determinam as velocidades ótimas e econômicas para os dois movimentos da máquina: - o de corte e o de avanço.

O projetista de uma máquina tem, portanto, que prever uma certa gama de velocidades que cubra os requisitos para diferentes operações, tipos e formas de peças e qualidades das superfícies a serem usinadas.

Os valores das velocidades de corte necessarias dependem sobretudo de considerações técnicas (propriedades de corte da ferramenta, acabamento das superfícies usinadas) e econômicas (vida da ferramenta entre afiação, custo de afiação). Quanto maior for a variedade de materiais utilizados para as ferramentas e as peças, maior de verá ser a gama de velocidades disponíveis

Os movimentos de corte e avanço podem ser circular ou retilíneo conforme o processo de usinagem. Contudo, na maioria dos casos, os movimentos são circulares, de forma que as mudanças de velocidades são obtidas variando-se a rotação dos eixos motores. Por esse motivo, o problema da variação da velocidade é importante.

2- MOVIMENTO CIRCULAR

2.1- Campo de Rotações

Quando o movimento de corte de uma máquina ferramenta é circular (torno, fresadora, furadeira, mandriladora, retificadora) a velocidade de corte é dada pela relação:

$$v = \frac{\pi \cdot D \cdot n}{1000} \quad (2.1)$$

$$n = \frac{1000 \cdot v}{\pi \cdot D} \quad (2.2)$$

onde v (m/min), D (mm) e n (rpm) são respectivamente:

- a) velocidade de corte, diametro e rotaçãõ da Peça no torneamento.
- b) velocidade de corte, diametro e rotaçãõ da Ferramenta no fresamento, mandrilamento, furaçãõ e retificaçãõ.

Quando as especificações da máquina ferramenta requerem que diferentes diametros possam ser usinados a diferentes velocidades de corte, é necessário que a rotaçãõ (n) seja variável para se adaptar às diferentes condições de trabalho, ou seja:

$$n = f(v, D) \quad (2.3)$$

onde: v = velocidade econômica de corte

D = diametro da peça (ou ferramenta)

Dessa forma sãõ definidos os limites máximo e mínimo da velocidade e do diametro.

$$n_{\min} = \frac{1000 \cdot v_{\min}}{\pi \cdot D_{\max}} \quad (2.4)$$

$$n_{\max} = \frac{1000 \cdot v_{\max}}{\pi \cdot D_{\min}} \quad (2.5)$$

Através das relações (2.4) e (2.5) é definido o Campo de Rotações da máquina.

$$C = \frac{n_{\max}}{n_{\min}} = \frac{v_{\max}}{v_{\min}} \cdot \frac{D_{\max}}{D_{\min}} \quad (2.6)$$

O campo de rotações da máquina é entãõ igual ao produto do campo de velocidades $C_v = v_{\max} / v_{\min}$ pelo campo de diametros $C_d = D_{\max} / D_{\min}$

No caso de movimento de corte retílineo (v.g. aplainamento) o campo de rotações vai depender sobre tudo do campo de velocidades; no caso de movimento circular (torneamento, furaçãõ, fresamento, mandrilamento e retificaçãõ) o campo de diametros deve também ser considerado.

Exemplo: - Determinaçãõ do campo de velocidades para ferramenta de metal duro, usinando aço e metal leve.

Velocidade econômica para o aço - $v_{\text{aço}} \approx 100\text{m/min.}$

Velocidade econômica para o metal leve - $v_{\text{metal leve}}$
 $\tilde{v} = 2000 \text{ m/min}$

$$\therefore C_v = \frac{2000}{100} = 20$$

Se for utilizada também ferramenta de aço rápido, o campo de velocidades aumentará, pois:

$$v_{\text{aço}} \tilde{c}/AR = 20 \text{ m/min} \quad \therefore C_v = \frac{2000}{20} = 100$$

Quando o campo de velocidades se torna muito grande, é necessário diminuir o campo de diâmetros para que o cambio de velocidades não fique exagerado. Da mesma forma se faz, no caso de um campo de diâmetros muito grande - reduz-se o campo de velocidades.

2.2- Escalonamento das Rotações

A variação de rotações da árvore (eixo árvore, eixo principal) e do mecanismo de avanço da máquina ferramenta pode ser feita por sistemas mecânicos, hidráulicos ou elétricos, bem como por uma combinação deles. Os sistemas mecânicos usuais utilizam cadeia cinemática de engrenagens ou polias escalonadas, transmissões por atritos ou ainda uma sua combinação.

O escalonamento das rotações pode ser em progressão aritmética ou em progressão geométrica.

Em progressão aritmética, cada rotação da máquina é associada a um termo da progressão. Assim,

$$n_1 = n_{\min} ; n_2 = n_1 + \delta ; n_3 = n_2 + \delta ; \dots ; n_z = n_{z-1} + \delta = n_{\max}$$

$$\therefore n_z = n_1 + (z-1)\delta \quad \text{ou}$$

$$\delta = \frac{n_z - n_1}{z - 1} \quad \text{é a razão da progressão}$$

$$e \quad z = \frac{n_z - n_1}{\delta} + 1 \quad \text{é o número de termos da progressão}$$

Analogamente, em progressão geométrica, as rotações da máquina são associadas aos termos da progressão:

$$n_1 = n_{\min} ; n_2 = n_1 \cdot \psi ; n_3 = n_2 \cdot \psi ; \dots n_z = n_{z-1} \cdot \psi = n_{\max}$$

$$\therefore n_z = n_1 \cdot \psi^{z-1} \quad \text{ou}$$

$$\psi = \sqrt[z-1]{\frac{n_z}{n_1}} \quad \text{é a razão da progressão}$$

$$e \quad z = \frac{\log \frac{n_z}{n_1}}{\log \psi} + 1 \quad \text{é o número de termos da progressão}$$

É vantajoso o emprego das rotações escalonadas em progressão geométrica. Para demonstrar as vantagens, será analisado o caso de um torno mecânico com 6 rotações variando de 8 a 256 rpm.

a) Progressão aritmética

- razão da progressão:

$$\psi = \frac{256 - 8}{6 - 1} = \frac{248}{5} = 49,6$$

- rotações - série inferior $n_1 = 8$; $n_2 = 57,6$; $n_3 = 107,2$

- série superior $n_4 = 156,8$; $n_5 = 206,4$; $n_6 = 256$

b) Progressão geométrica

- razão da progressão:

$$\psi = \sqrt[6-1]{\frac{256}{8}} = 2$$

- rotações - série inferior $n_1 = 8$; $n_2 = 16$; $n_3 = 32$

- série superior $n_4 = 64$; $n_5 = 128$; $n_6 = 256$

Analisando as duas progressões, notamos no caso da

progressão geométrica, a série superior é exatamente igual a série inferior multiplicada por 8. Isso permite a construção de uma transmissão mais simples capaz de fornecer as rotações previstas. O mesmo não ocorre no caso da progressão aritmética, que para se obter as rotações previstas seria necessário uma transmissão bem mais complicada. Esta é uma razão porque se adota sempre o escalonamento de rotações em progressão geométrica.

Da relação 2.1 $v = \frac{\pi \cdot D \cdot n}{1000}$ podemos fazer:

$$K = \frac{\pi \cdot n}{1000}$$

$$\therefore v = K \cdot D \quad (2.7)$$

A velocidade v varia linearmente com o diametro D , que em gráfico seria uma reta passando pela origem dos eixos.

A fig. 2.1 mostra o diagrama de serra para o escalonamento aritmético do torno mecânico de 6 velocidades. A queda de velocidades A não é constante nesse diagrama; para diâmetros grandes o cambio não satisfaz e para diâmetros pequenos o número de velocidades é grande.

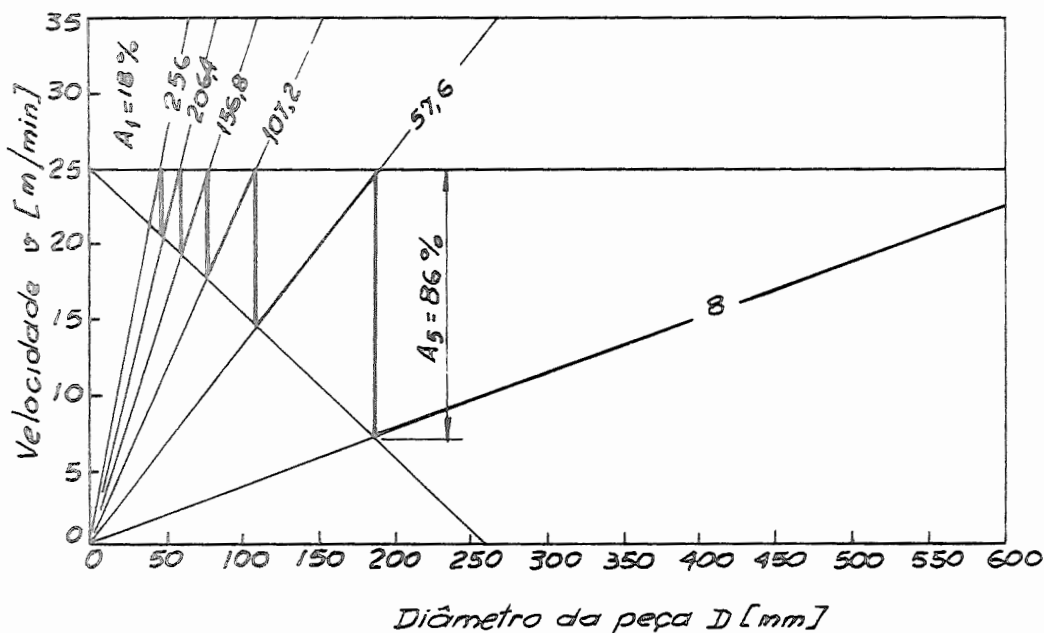


FIG. 2.1 - Diagrama de serra para um escalonamento aritmético

A queda de velocidades em porcentagem é dada pela relação:

$$A = \frac{v - v'}{v} \cdot 100 \quad (2.8)$$

No caso do escalonamento aritmético as quedas de velocidades A_1 e A_5 calculadas pela relação 2.8 são respectivamente 18% e 86%.

No escalonamento geométrico, a queda de velocidades A é constante. A fig. 2.2 mostra o diagrama de serra para o escalonamento geométrico do torno mecânico de 6 velocidades.

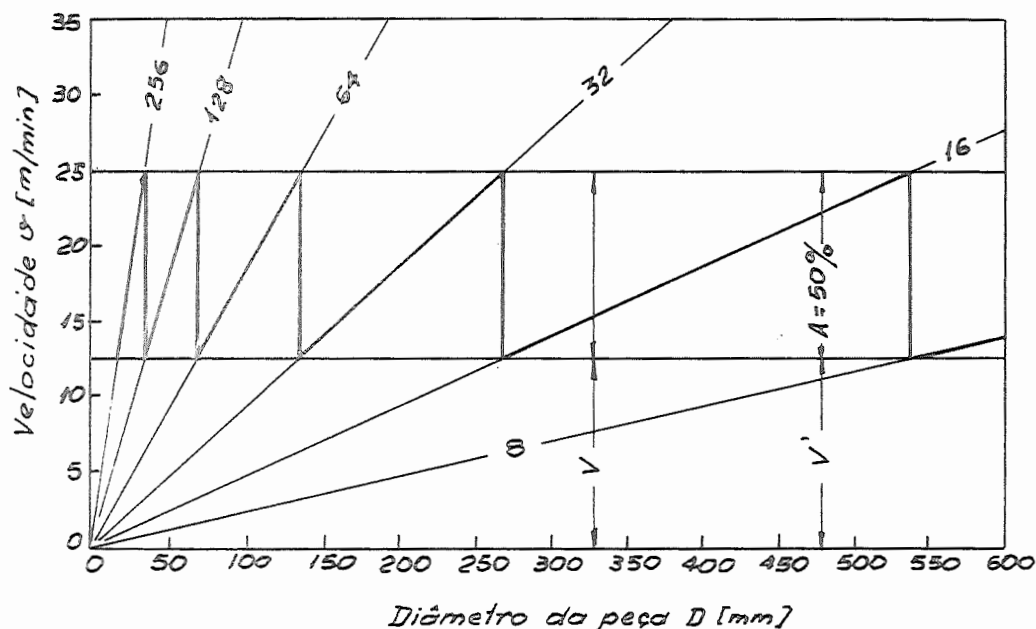


FIG. 2.2 - Diagrama de serra para um escalonamento geométrico

A queda de velocidade para o escalonamento geométrico calculada pela relação 2.8 é constante e igual a 50% para a razão $\psi = 2$. Para outros valores da razão da progressão, teremos:

$\psi = 1,25$	-	$A \approx 20\%$
$\psi = 1,4$	-	$A \approx 30\%$
$\psi = 1,6$	-	$A \approx 40\%$

As relações também pode ser representadas de forma logarítmica. Considerando a relação 2.7, temos:

$$\log v = \log D + \log K \quad \text{ou, para } n \text{ constante.}$$

$$\log v = \log D + \text{constante} \quad (2.9)$$

Na fig. 2.3 temos representado o diagrama de serra em papel dilogarítmico correspondente a relação 2.9.

As retas que representam as rotações são retas paralelas entre si a 45° . Esse gráfico será de muita utilidade no traçado de diagramas de máquinas.

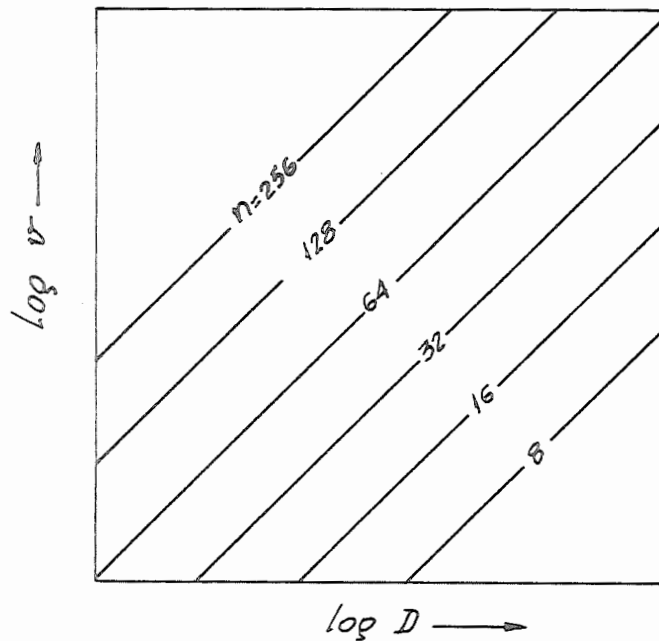


FIG. 2.3 - Diagrama de serra em papel dilogarítmico

2.3 - Números Normalizados

A Norma Brasileira NB - 71 fixou as séries dos números normalizados para fins industriais. São chamadas séries de ba

se e são quatro séries geométricas que contém as potencias inteiras de dez, cujas razões são:

$$\sqrt[5]{10} , \sqrt[10]{10} , \sqrt[20]{10} , \sqrt[40]{10}$$

São representadas respectivamente por R5, R10, R20 e R40 em homenagem a Charles Renard.

As séries são ilimitadas nos dois sentidos e a simbologia apresentada é suficiente para defini-las.

Caso as series sejam limitadas estas são simbolizadas conforme os exemplos:

- R10 (1,25...) - Série limitada ao termo de valor 1,25 (inclusive), limite inferior.
- R20 (... 45) - Série limitada ao termo de valor 45 (inclusive), limite superior.
- R40 (75...300)- Série limitada aos termos compreendidos entre 75 e 300 (inclusive), respectivamente limites inferior e superior.

A preferencia na escolha das séries deve obedecer a ordem:

$$R5 , R10 , R20 , R40 .$$

Os termos das séries expressos com 5 algarismos são chamados Números Calculados.

Os valores aproximados dos numeros calculados são os Números Normalizados.

Um número normalizado pode ser expresso da seguinte forma:

$$n_z = n_{z-1} \cdot \psi = n_1 \cdot \psi^{z-1}$$

para $n_1 = 1$, temos,

$$n_z = \psi^{z-1} = (\sqrt[r]{10})^N$$

onde $r = 40$

$N = z-1$ é o número de ordem

Portanto, os números de ordem exprimem o valor de

qualquer número normalizado da série R40. Assim, para os números normalizados 1,00 e 10,00, os números de ordem são 0 e 40 respectivamente; para 100,00 o número de ordem é 80.

Séries Derivadas : São as séries formadas a partir de um termo qualquer de uma série de base e cada 2º, 3º, 4º ou enésimo termo da série de base. A notação é feita antepondo-se a letra R ao número indicativo do expoente da raiz de 10, barra e o número indicativo do grupo de termos considerados. (Por exemplo, a série R20 /3 (140...) é uma série derivada da série R20 cujo 1º termo é 140 e os seguintes constituem cada 3º termo da série R20. Assim:

$$R20/3(140...) = 140, 200, 280, 400, 560, \dots$$

Pode ser o caso de arredondamento dos valores dos termos da série de base. Temos assim as séries Ra5, Ra10, Ra20 e Ra40.

A tabela 2.1 mostra a construção dos números normalizados.

Na coluna 6(1) estão representadas as diferenças relativas entre as séries de base e os números normalizados (%)

Os números normalizados apresentam certas propriedades como:

- A multiplicação e divisão de números normalizados produz um novo número normalizado.

$$\text{Exemplo: } 1,8 \cdot 2,12 = 3,75; 630/224 = 2,80$$

- Potências em números inteiros de números normalizados fornecem outros números normalizados.

$$\text{Exemplo: } 2,12^3 = 9$$

- A multiplicação ou divisão de um número normalizado de uma série de base por 10, origina outro termo da mesma série.

- Cada termo de uma mesma série normalizada é a média geométrica de dois termos dele equidistantes na série.

- O número normalizado corresponde ao número = 3,1416 é o número normalizado 3,16.

- As mantissas dos logaritimos dos números normalizados exatos são números inteiros.

Números de ordem			Mant. dos Log.	NºS Calculados	(1)	Série de Base				Valores aproximados apenas p/a serie			Valores Próx.
De 0,1-1	De 1-10	De 10-100				R 40	R 20	R 10	R 5	R _a 20	R _a 10	R _a 5	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		11		12
-40	0	40	000	1,0000	+0	1,00	1,00	1,00	1,00				
-39	1	41	025	1,0593	+0,07	1,06							
-38	2	42	050	1,1220	-0,18	1,12	1,12			1,1	11	110	
-37	3	43	075	1,1885	-0,71	1,18							$\sqrt[3]{2}$
-36	4	44	100	1,2589	-0,71	1,25	1,25	1,25		1,2	12		$\sqrt{2}$
-35	5	45	125	1,3335	-1,01	1,32							
-34	6	46	150	1,4125	-0,88	1,40	1,40						
-33	7	47	175	1,4962	+0,25	1,50							
-32	8	48	200	1,5849	+0,95	1,60	1,60	1,60	1,60				
-31	9	49	225	1,6788	+1,26	1,70							
-30	10	50	250	1,7783	+1,22	1,80	1,80						
-29	11	51	275	1,8836	+0,87	1,90							
-28	12	52	300	1,9953	+0,24	2,00	2,00	2,00					
-27	13	53	325	2,1135	+0,31	2,12							
-26	14	54	350	2,2387	+0,06	2,24				2,2	22	220	
-25	15	55	375	2,3714	-0,48	2,36							
-24	16	56	400	2,5119	-0,47	2,50	2,50	2,50	2,50				
-23	17	57	425	2,6607	-0,40	2,65							
-22	18	58	450	2,8184	-0,65	2,80	2,80						
-21	19	59	475	2,9854	+0,49	3,00							
-20	20	60	500	3,1623	-0,39	3,15	3,15	3,15		3	32		π
-19	21	61	525	3,3497	+0,01	3,35							
-18	22	62	550	3,5481	+0,05	3,55	3,55			3,5	36		
-17	23	63	575	3,7584	-0,22	3,75							
-16	24	64	600	3,9811	+0,47	4,00	4,00	4,00	4,00				
-15	25	65	625	4,2170	+0,78	4,25							
-14	26	66	650	4,4668	+0,74	4,50	4,50						
-13	27	67	675	4,7315	+0,39	4,75							
-12	28	68	700	5,0119	-0,24	5,00	5,00	5,00					
-11	29	69	725	5,3088	-0,17	5,30							
-10	30	70	750	5,6234	-0,42	5,60	5,60			5,5			
-9	31	71	775	5,9566	+0,73	6,00							
-8	32	72	800	6,3096	-0,15	6,30	6,30	6,30	6,30	6			2π
-7	33	73	825	6,6834	+0,25	6,70							
-6	34	74	850	7,0795	+0,29	7,10	7,10			7	70		
-5	35	75	875	7,4989	+0,01	7,50							
-4	36	76	900	7,9433	+0,71	8,00	8,00	8,00					$\pi/4$
-3	37	77	925	8,4140	+1,02	8,50							
-2	38	78	950	8,9125	+0,98	9,00	9,00						
-1	39	79	975	9,4406	+0,63	9,50							
0	40	80	000	10,0000	0	10,00	10,00	10,00	10,00				$8, \pi^2$

TAB. 2.1 - Construção dos números normalizados

2.4- Rotações Normalizadas

Como rotações normalizadas subentendem-se as rotações em carga, as quais são valores arredondados das séries de base dos números normalizados. As rotações em carga servem para os eixos principais das máquinas ferramenta com o motor de acionamento a plena carga. Os valores nominais das rotações normalizadas são os indicados na tabela do número de rotações ou na escala de ajuste da máquina. São empregados também no cálculo do tempo de fabricação por peça.

São números normalizados em escalonamento geométrico segundo a série fundamental R20 com escalonamento $\psi = 1,12$; bem como as séries derivadas R20/2, R20/3, R20/4, e R20/6 com escalonamento $\psi = 1,25; 1,4; 1,6$ e 2.

A tabela 2.2 mostra as rotações normalizadas segundo a DIN 804.

Série		Valores nominais rpm						Valores limite rpm			
Fundamental R 20	R 20/2	Séries derivadas						da Série Fundamental R 20			
		R 20/3 (..2800..)		R 20/4 (1400) (2800)		R 20/6 (..2800..)		Em tolerâncias Mecânicas		Em tolerâncias Elétricas	
$\psi = 1,12$	$\psi = 1,25$	$\psi = 1,4$		$\psi = 1,6$	$\psi = 1,6$	$\psi = 2$		-2%	+2%	-2%	+2,5%
1	2	3		4	5	6		7	8	9	10
100								98	102	98	102
112	112	11,2			112	11,2		110	114	110	117
125			125					123	128	123	132
140	140			1400	140		1400	138	144	138	148
160		16						155	162	155	166
180	180		180		180		180	174	181	174	186
200				2000				196	204	196	209
224	224	22,4			224		22,4	219	228	219	234
250			250					246	256	246	262
280	280			2800			2800	276	287	276	294
315		31,5						310	323	310	330
355	355		355		355		355	348	362	348	372
400				4000				390	406	390	416
450	450	45				450	45	438	456	438	467
500			500					491	511	491	524
560	560			5600	560			551	574	551	588
630		63						618	643	618	659
710	710		710			710	710	694	722	694	740
800				8000				778	810	778	830
900	900	90			900		90	873	909	873	939
1000			1000					980	1000	980	1050

TAB. 2.2 - Rotações normalizadas segundo DIN 804

Considerações sobre a tabela 2.2

a) Na série fundamental R20 as rotações a plena carga dos motores elétricos com um escorregamento de 6% correspondem aproximadamente aos valores 355, 710, 1400 e 2800 (para $f = 50 \text{ Hz}$) e 425, 850, 1700, e 3350 (para $f = 60 \text{ Hz}$) segundo a frequência da rede elétrica.

b) Os valores limites contém as diferenças admissíveis dos valores nominais, tendo em conta a tolerância mecânica e elé

trica. A tolerancia mecânica de -2% ou + 3% limita as diferenças admissíveis das transmissões com valores teóricos. A tolerancia elétrica de +3% tem em conta o escorregamento a plena carga dos motores de diferentes procedencia e potencia, que varia entre 3,5 a 6%. Os valores limites estão calculados para os valores da série R20. Para o cálculo de engrenagens devem ser observados os valores limites das colunas 7 e 8 para os quais deverão ser adotados como rotações com carga do motor os valores 355, 710, 1410 e 2800 ou 425, 850, 1700 e 3350 conforme a frequência da rede.

3- MOVIMENTO RETILÍNEO

A velocidade de avanço de uma máquina ferramenta pode ser referida à rotação do eixo principal (dada em mm/giro da árvore como no torno, furadeira e mandriladora) ou é independente do movimento do eixo principal (nesse caso dada em mm/min como nas fresadoras). Para determinar o tempo necessário à execução de um dado comprimento de furação ou torneamento é necessário conhecer a velocidade de avanço por unidade de tempo (mm/min), que é igual ao produto da rotação n pelo avanço por volta a . Quando tomamos, além das rotações normalizadas da árvore, também os avanços normalizados, teremos seu produto, ou seja, a velocidade de avanço também um número normalizado.

A tabela 3.1 fornece os avanços normalizados, quer em mm/ giro quer em mm/min.

Observações sobre a tabela 3.1

- Os valores nominais são válidos para avanços em mm/ volta e mm/curso; bem como para avanços independentes do acionamento principal em mm/min.

- Os valores limites contém os desvios admissíveis, em relação aos valores nominais, levando em conta as tolerâncias mecânicas e elétricas.

A tolerância mecânica de $\pm 2\%$ limita os desvios admissíveis das transmissões mecânicas em relação aos seus valores nominais os quais geralmente não são possíveis de serem conseguidos.

A tolerância elétrica de 2,5% é válida apenas para avanços com acionamento elétrico individual e leva em consideração os diferentes escorregamentos dos motores de potencia e procedencias diversas, o qual oscila entre os limites de 3,5 a 6%.

Valores nominais (1)									Val. lim. da Sér. Fund. R 20			
Série Fundament		Série Derivada R 20/3 (...1...)			Série Fundam. R 5	Série Derivada R 10/3 (...1...)			Em tolerâncias Mecânicas		Em tolerâncias Mecânicas Elétricas	
R 20	R 10	$\psi = 1,4$			$\psi = 1,6$	$\psi = 2$			-2%	+2%	-2%	+4,5%
1	1		1	11,2	1		1		0,98	1,02	0,98	1,05
1,12									1,10	1,14	1,10	1,17
1,25	1,25	0,125				0,125			1,23	1,28	1,23	1,32
1,4			1,4	16	1,6			16	1,38	1,44	1,38	1,48
1,6	1,6								1,55	1,62	1,55	1,66
1,8		0,18							1,74	1,81	1,74	1,86
2	2		2	22,4			2		1,96	2,04	1,96	2,04
2,24									2,19	2,28	2,19	2,34
2,5	2,5	0,25			2,5	0,25			2,46	2,56	2,46	2,62
2,8			2,8	31,5				31,5	2,76	2,87	2,76	2,87
3,15	3,15								3,10	3,23	3,10	3,30
3,55		0,355							3,48	3,62	3,48	3,71
4	4		4	45	4		4		3,90	4,06	3,90	4,16
4,5									4,38	4,56	4,38	4,67
5	5	0,5				0,5			4,91	5,11	4,91	5,24
5,6			5,6	6,3	6,3			6,3	5,51	5,74	5,51	5,88
6,3	6,3								6,18	6,43	6,18	6,59
7,1		0,71							6,94	7,22	6,94	7,40
8	8		8	90			8		7,78	8,10	7,78	8,30
9									8,73	9,09	8,73	9,31
10	10				10				9,80	10,20	9,80	10,50

TAB. 3.1 - Avanços Normalizados segundo a DIN 803

4- TRANSMISSÃO DO MOVIMENTO NAS MÁQUINAS FERRAMENTA

Serão estudadas as transmissões por polias escalonadas, por engrenagens e por polias escalonadas e engrenagens.

4.1- Transmissão por Polias Escalonadas

Apesar deste sistema ser primitivo, será analisado em virtude de sua simplicidade e de seu valor didático. Analisemos primeiramente uma transmissão por polia e correia plana conforme mostra a fig. 4.1

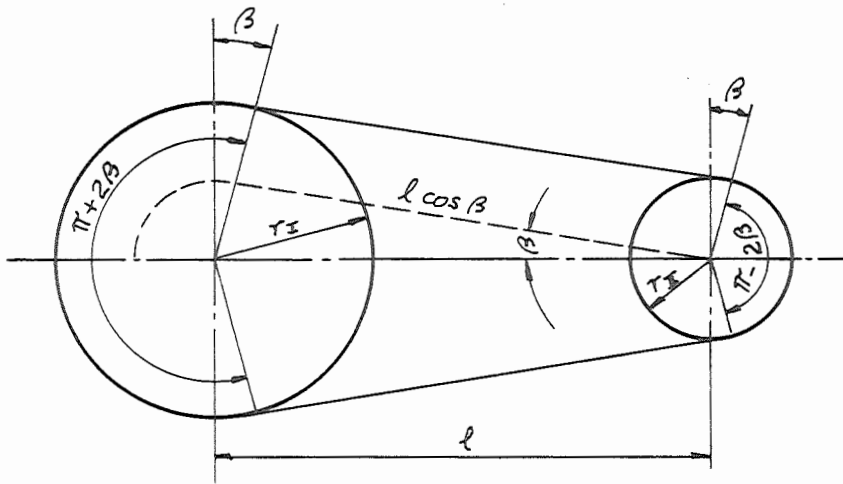


FIG. 4.1 - Transmissão por correia plana

O comprimento da correia é obtido pela relação:

$$L = r_I (\pi + 2\beta) + r_{II} (\pi - 2\beta) + 2l \cos\beta$$

ou

$$L = \pi (r_I + r_{II}) + 2\beta (r_I - r_{II}) + 2l \cos\beta \quad (4.1)$$

supondo que $2\beta \approx \frac{r_I - r_{II}}{l}$; $\cos\beta = 1 - \frac{\beta^2}{2} + \frac{\beta^4}{24} + \dots$

Substituindo-se na relação 4.1, fica:

$$L = \pi (r_I + r_{II}) + 2l + \frac{1}{l} (r_I - r_{II})^2$$

ou

$$L = \frac{\pi}{2} (d_I + d_{II}) + 2l + \frac{1}{4l} (d_I - d_{II})^2 \quad (4.2)$$

Na relação 4.2 d_I e d_{II} são respectivamente os diâmetros das polias motoras e movidas de um mesmo par e l é a distância entre elas.

Admitindo que $l > 10(d_I - d_{II})$ e que $d_I > d_{II}$ podemos obter com uma margem razoável de segurança que

$$d_I + d_{II} \approx \text{constante} = K \quad (4.3)$$

A fig. 4.2 apresenta quatro tipos de transmissão por polias escalonadas com duas, três, quatro, e cinco velocidades.

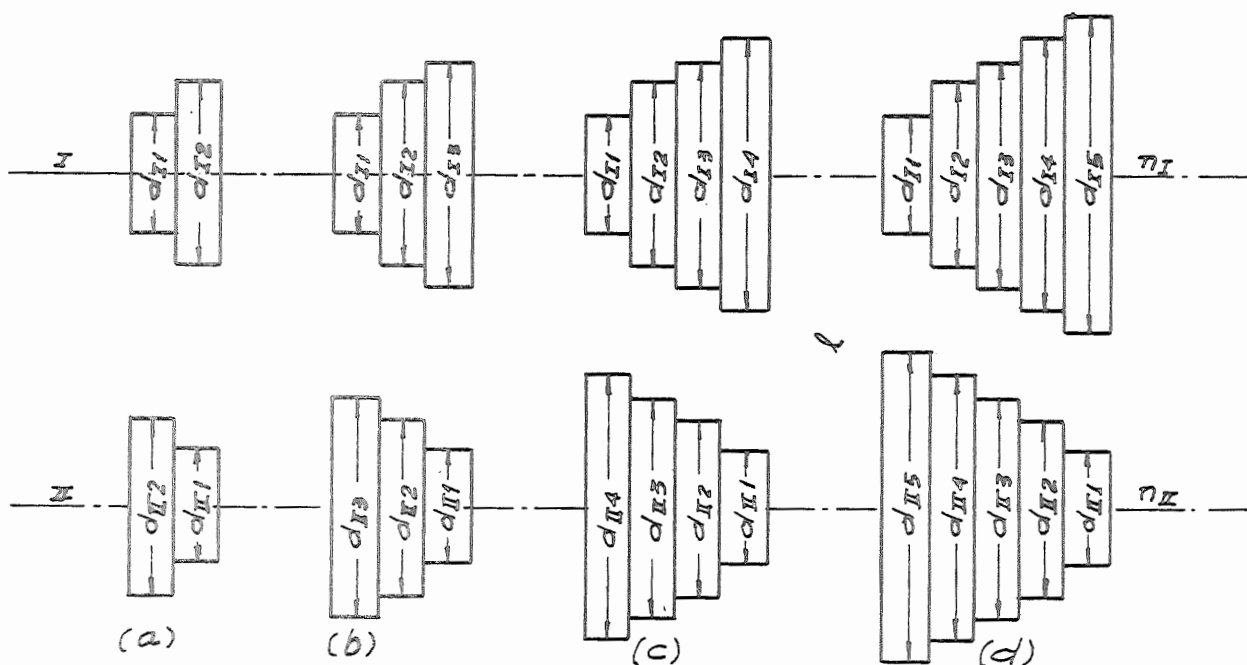


FIG. 4.2 - Transmissão por cone de polias escalonadas de 2,3,4 e 5 velocidades

Na análise de uma transmissão por cone de polias escalonadas devemos considerar que o comprimento da correia permanece constante. Tomemos por exemplo o caso (c) da fig. 4.2.

Temos, pela relação 4.3, que

$$d_{I1} + d_{II4} = d_{I2} + d_{II3} = d_{I3} + d_{II2} = d_{I4} + d_{II1} = k \quad (4.4)$$

Supondo que não haja escorregamento da correia com a polia, teremos.

$$\frac{d_{I1}}{d_{II4}} = \frac{n_{II1}}{n_I}; \quad \frac{d_{I2}}{d_{II3}} = \frac{n_{II2}}{n_I}; \quad \frac{d_{I3}}{d_{II2}} = \frac{n_{II3}}{n_I}; \quad \frac{d_{I4}}{d_{II1}} = \frac{n_{II4}}{n_I} \quad (4.5)$$

onde n_I é a rotação do eixo motor (admitida constante) e n_{II1}, \dots, n_{II4} são as rotações do eixo movido para as posições 1, ..., 4 da correia respectivamente.

As rotações $n_{II1}, n_{II2}, n_{II3}$ e n_{II4} , como já foi visto, são estabelecidas numa série geométrica de razão ψ .

$$n_{II2} = \psi \cdot n_{II1}; \quad n_{II3} = \psi \cdot n_{II2}; \quad n_{II4} = \psi \cdot n_{II3}$$

As relações 4.4 e 4.5 fornecem um sistema de 8 equações e 9 incógnitas. A nona equação é obtida pelo dimensionamento de um dos diâmetros e da correia. Para que as polias fiquem com dimensões razoáveis, a rotação motora n_I , normalmente é intermediária entre as outras n_{III} e n_{II4} . Frequentemente inicia-se o dimensionamento de um jogo d_I e d_{II} extremo, como por exemplo d_{II} e d_{II4} .

Admitindo-se que o diâmetro d_{II4} seja previamente fixado pelas condições de projeto (nona incógnita), teremos para o caso da transmissão analisada os seguintes valores:

$$d_{II} = d_{II4} \cdot \frac{n_{III}}{n_I}$$

Para o cálculo dos diâmetros d_{I2} e d_{II3} temos agora duas igualdades:

$$\frac{d_{I2}}{d_{II3}} = \frac{n_{II2}}{n_I} \quad \text{e} \quad d_{I2} + d_{II3} = d_{II} + d_{II4} = k$$

Portanto :

$$d_{II3} = \frac{k}{\frac{n_{II2}}{n_I} + 1} \quad \text{e} \quad d_{I2} = \frac{k \cdot \frac{n_{II2}}{n_I}}{\frac{n_{II2}}{n_I} + 1}$$

Analogamente,

$$d_{II2} = \frac{k}{\frac{n_{II3}}{n_I} + 1} \quad \text{e} \quad d_{I3} = \frac{k \cdot \frac{n_{II4}}{n_I}}{\frac{n_{II4}}{n_I} + 1}$$

Normalmente as dimensões do cone de polias motoras são iguais as do cone de polias movidas. Considerando esse fato, temos para o caso do exemplo analisado (fig. 4.2 c):

$$d_{II} = d_{III} = d_1 \quad ; \quad d_{I2} = d_{II2} = d_2 \quad ; \quad d_{I3} = d_{II3} = d_3 \quad \text{e}$$

$$d_{I4} = d_{II4} = d_4$$

Substituindo esses valores na relação 4.5

$$\frac{d_1}{d_4} = \frac{n_{III1}}{n_I}, \quad \frac{d_2}{d_3} = \frac{n_{II2}}{n_I}, \quad \frac{d_3}{d_2} = \frac{n_{II3}}{n_I}, \quad \frac{d_4}{d_1} = \frac{n_{II4}}{n_I} \quad (4.6)$$

Das relações 4.6 temos:

$$d_2 \cdot n_I = d_3 \cdot n_{II2} \quad (4.7)$$

$$d_3 \cdot n_I = d_2 \cdot n_{II3} \quad (4.8)$$

Seja $n_{II3} = \psi \cdot n_{II2}$ e substituindo em 4.8

$$d_3 \cdot n_I = d_2 \cdot \psi \cdot n_{II2} \quad (4.9)$$

Dividindo a relação 4.7 pela relação 4.9, resulta

$$\frac{d_2}{d_3} = \frac{1}{\sqrt{\psi}}$$

Analogamente, as relações 4.6 fornecem

$$d_1 \cdot n_I = d_4 \cdot n_{III1} \quad (4.10)$$

$$d_4 \cdot n_I = d_1 \cdot n_{II4} = d_1 \cdot n_{III1} \cdot \psi^3 \quad (4.11)$$

Dividindo-se a relação 4.10 pela 4.11, resulta

$$\frac{d_1}{d_4} = \frac{1}{\sqrt{\psi^3}}$$

Multiplicando-se a relação 4.7 pela 4.9, obtêm-se as rotações do eixo motor em função das rotações do eixo movido. Cu seja:

$$n_I = n_{II2} \cdot \sqrt{\psi} = n_{III1} \cdot \sqrt{\psi^3}$$

A tabela 4.1 fornece as relações entre os diâmetros das cones de polias escalonadas para os casos da fig.4.2 e os respectivos valores da rotação n_I .

Fig. 1a		Fig. 1b			Fig. 1c				Fig. 1d				
$\frac{d_1}{d_2}$	$\frac{d_2}{d_1}$	$\frac{d_1}{d_3}$	$\frac{d_2}{d_2}$	$\frac{d_3}{d_1}$	$\frac{d_1}{d_4}$	$\frac{d_2}{d_3}$	$\frac{d_3}{d_2}$	$\frac{d_4}{d_1}$	$\frac{d_1}{d_5}$	$\frac{d_2}{d_4}$	$\frac{d_3}{d_3}$	$\frac{d_4}{d_2}$	$\frac{d_5}{d_2}$
$\frac{1}{\sqrt{\varphi}}$	$\frac{\sqrt{\varphi}}{1}$	$\frac{1}{\varphi}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{\varphi}{1}$	$\frac{1}{\sqrt{\varphi^3}}$	$\frac{1}{\sqrt{\varphi}}$	$\frac{\sqrt{\varphi}}{1}$	$\frac{\sqrt{\varphi^3}}{1}$	$\frac{1}{\varphi^2}$	$\frac{1}{\varphi}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{\varphi}{1}$	$\frac{\varphi^2}{1}$
$n_I = n_{III} \cdot \sqrt{\varphi}$		$n_I \cdot n_{III} \cdot \varphi = n_{III2}$			$n_I = n_{III} \cdot \sqrt{\varphi^3}$				$n_I = n_{III} \cdot \varphi^2 = n_{III3}$				

TAB. 4.1 - Relações dos diâmetros dos cones de polias escalonadas, para o caso das rotações em série geométrica de razão φ conforme a fig. 4.2

Devido a aproximação da relação 4.3, depois de calculada a transmissão, deve-se corrigir os diâmetros das polias de maneira que o comprimento da correia permaneça o mesmo. O erro nas rotações, proveniente desta correção, deve ser sempre inferior a 2%.

4.2- Transmissão por Engrenagens

Existem três vínculos engrenagens X eixo empregados nas máquinas ferramentas assim caracterizados: engrenagens fixas, engrenagens loucas e engrenagens deslizantes.

As engrenagens fixas são travadas rigidamente ao eixo e transmitem o momento de torção através de chavetas; as engrenagens loucas tem rotação livre sobre o eixo e não transmitem o momento de torção; as engrenagens deslizantes podem deslizar sobre o eixo através de chavetas deslizantes ou ranhuras especiais através das quais transmitem o momento de torção.

Esses três tipos de engrenagens são representados esquematicamente na fig. 4.3.

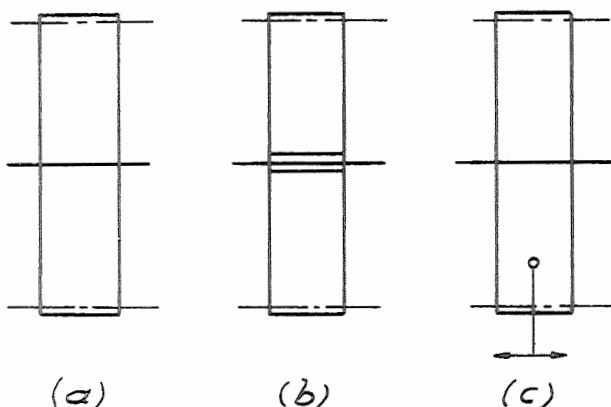


FIG. 4.3- Representação esquemática para transmissão com engrenagens.

- a) engrenagem fixa sobre o eixo
- b) engrenagem louca
- c) engrenagem deslizante

Os acoplamentos móveis empregados nas transmissões, podem ser de dentes ou de atrito. Os tipos mais comuns estão representados na fig. 4.4.

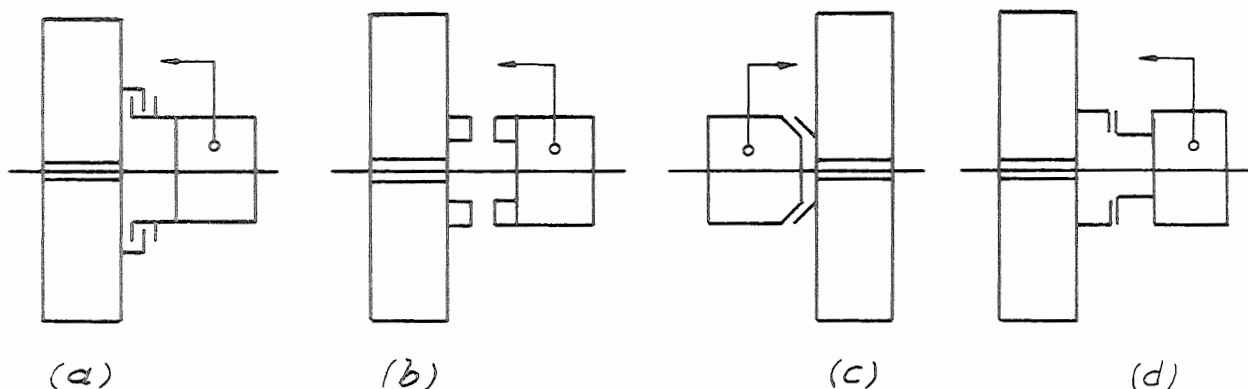


FIG. 4.4 - Representação esquemática de acoplamentos móveis.

- a) acoplamento de atrito por discos
- b) acoplamento de garras
- c) acoplamento cônico de atrito
- d) acoplamento de dentes

Na fig. 4.5 temos a representação de duas rodas engrenadas. A relação de transmissão de um engrenamento é definida pela relação,

$$i = \frac{n_I}{n_{II}} = \frac{z_{II}}{z_I}$$

onde n_I e n_{II} são respectivamente as rotações do eixo motor e movido e z_I e z_{II} são os números de dentes das rodas dentadas correspondentes.

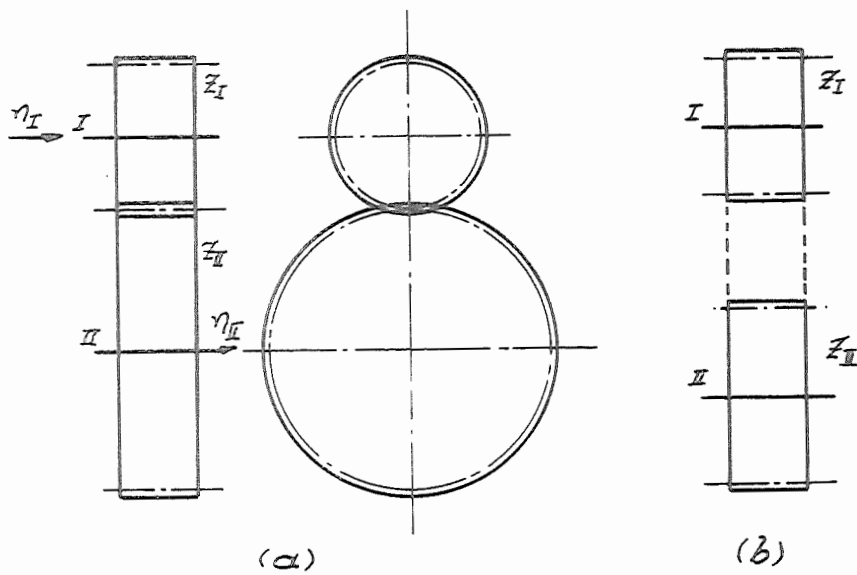


FIG. 4.5 - Transmissão com um jogo de engrenagens

- a) representação de duas rodas dentadas engrenadas
- b) rodas dentadas, quando não é possível representá-las engrenadas

No caso de transmissões com engrenagens cilíndricas de eixos paralelos (o mais utilizado em máquinas ferramentas) tem-se a relação:

$$i = \frac{n_I}{n_{II}} = \frac{d_{II}}{d_I}$$

onde d_I e d_{II} são os diâmetros primitivos das rodas dentadas correspondentes.

Normalmente é utilizada no estudo de transmissões em máquinas ferramentas o inverso da relação de transmissão, denominada de relação de engrenamento e representada pela letra r .

$$r = \frac{1}{i} = \frac{z_I}{z_{II}} = \frac{d_I}{d_{II}} = \frac{n_{II}}{n_I} \quad (4.12)$$

As figs. 4.6 e 4.7 apresentam os diagramas cinemáticos de transmissões com dois e três jogos de engrenagens respectivamente. Os eixos não precisam estar no mesmo plano e a orientação dos mesmos pode ser de tal forma que os eixos de entrada e saída sejam coaxiais (fig. 4.6)

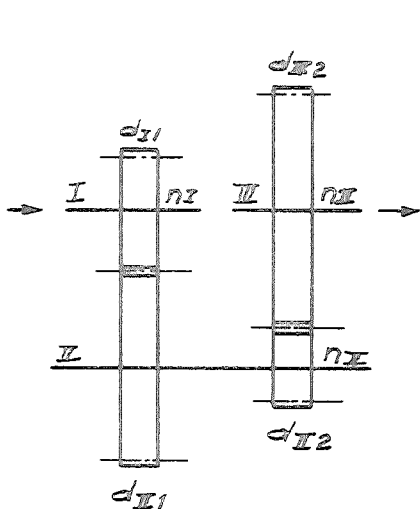


FIG. 4.6 - Transmissão com dois jogos de engrenagens

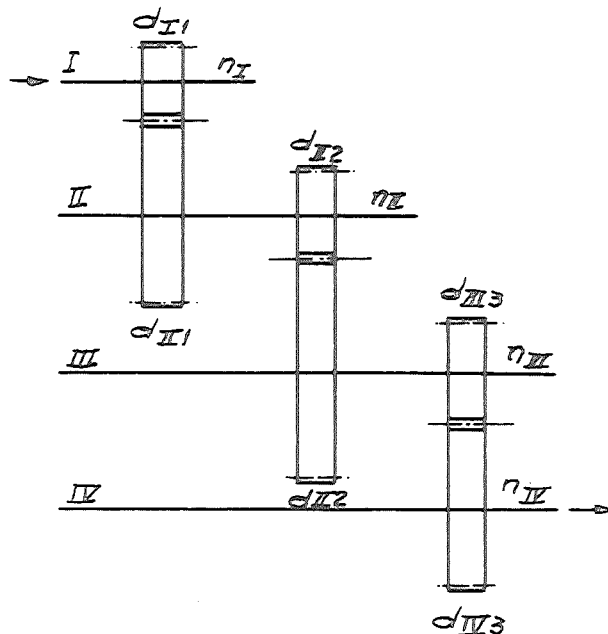


FIG. 4.7 - Transmissão com três jogos de engrenagens

Aplicando a relação de engrenamento (4.12) para o redutor da fig. 4.7 teremos:

$$r_I = \frac{n_{II}}{n_I} = \frac{d_{I1}}{d_{III1}} = \frac{z_{I1}}{z_{III1}}$$

$$r_{II} = \frac{n_{III}}{n_{II}} = \frac{d_{III2}}{d_{III2}} = \frac{z_{III2}}{z_{III2}}$$

$$r_{III} = \frac{n_{IV}}{n_{III}} = \frac{d_{III3}}{d_{IV3}} = \frac{z_{III3}}{z_{IV3}}$$

A redução final é obtida multiplicando-se as reduções parciais,

$$r = \frac{n_{IV}}{n_I} = r_I \cdot r_{II} \cdot r_{III} \quad \text{ou}$$

$$r = \frac{d_{II1}}{d_{III1}} \cdot \frac{d_{III2}}{d_{III3}} \cdot \frac{d_{III3}}{d_{IV3}} \quad \text{ou ainda}$$

$$r = \frac{z_{II1}}{z_{III1}} \cdot \frac{z_{III2}}{z_{III3}} \cdot \frac{z_{III3}}{z_{IV3}}$$

A fig. 4.8 a) apresenta um redutor com dois eixos e acoplamento para duas velocidades.

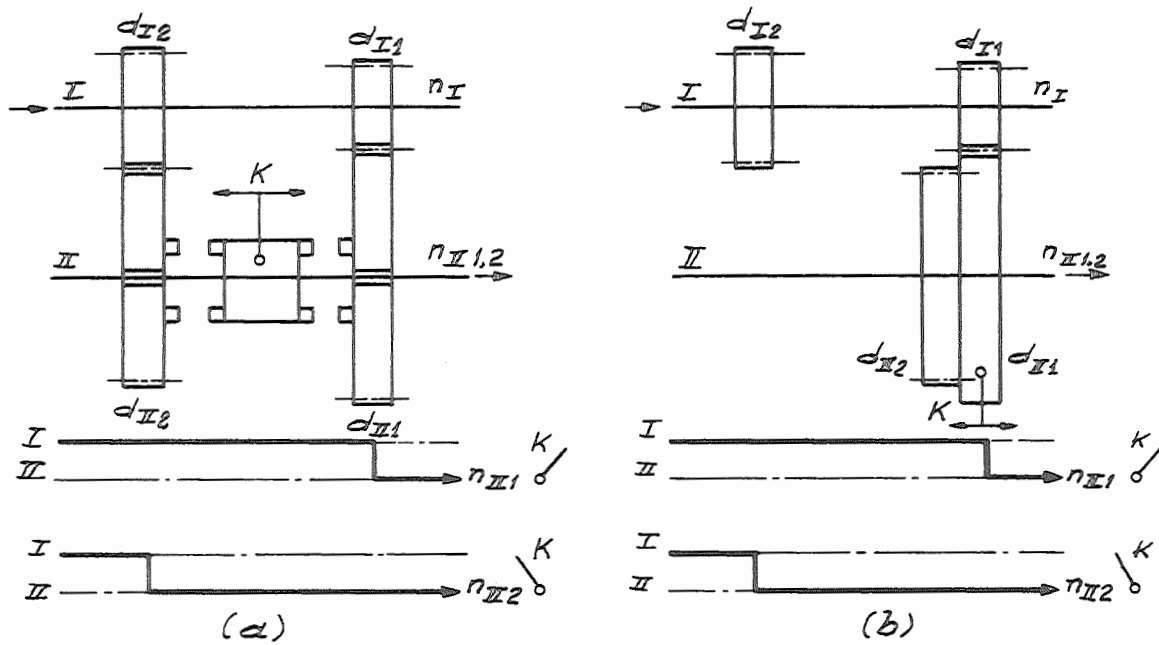


FIG. 4.8 - Transmissão de duas velocidades e diagrama de marcha

- a) com acoplamento
- b) com engrenagens deslizantes

Uma forma de representar as velocidades do redutor através do mesmo é o diagrama de marchas, conforme a fig. 4.8.

A fig. 4.8 b) apresenta um redutor com as mesmas características que o da fig. 4.8 a) porém com um câmbio de duas velocidades obtidas pela mudança de posição do cone de engrenagens.

Para os dois casos, as relações de engrenamento são:

$$r_{II1} = \frac{n_{III1}}{n_I} = \frac{d_{I1}}{d_{III1}} \quad (\text{acoplado a direita})$$

$$r_{II2} = \frac{n_{II2}}{n_I} = \frac{d_{I2}}{d_{II2}} \quad (\text{acoplado a esquerda})$$

Os redutores de dois eixos são denominados de Redutores Fundamentais. Assim, os redutores de mais de dois eixos podem ser considerados como associações de redutores fundamentais. A figura 4.9 a) apresenta uma associação de dois redutores fundamentais de duas velocidades fornecendo um redutor de quatro velocidades com três eixos. Da mesma forma obteríamos um redutor de seis velocidades associando dois redutores fundamentais sendo um de duas e o outro de três velocidades conforme a fig. 4.9 b).

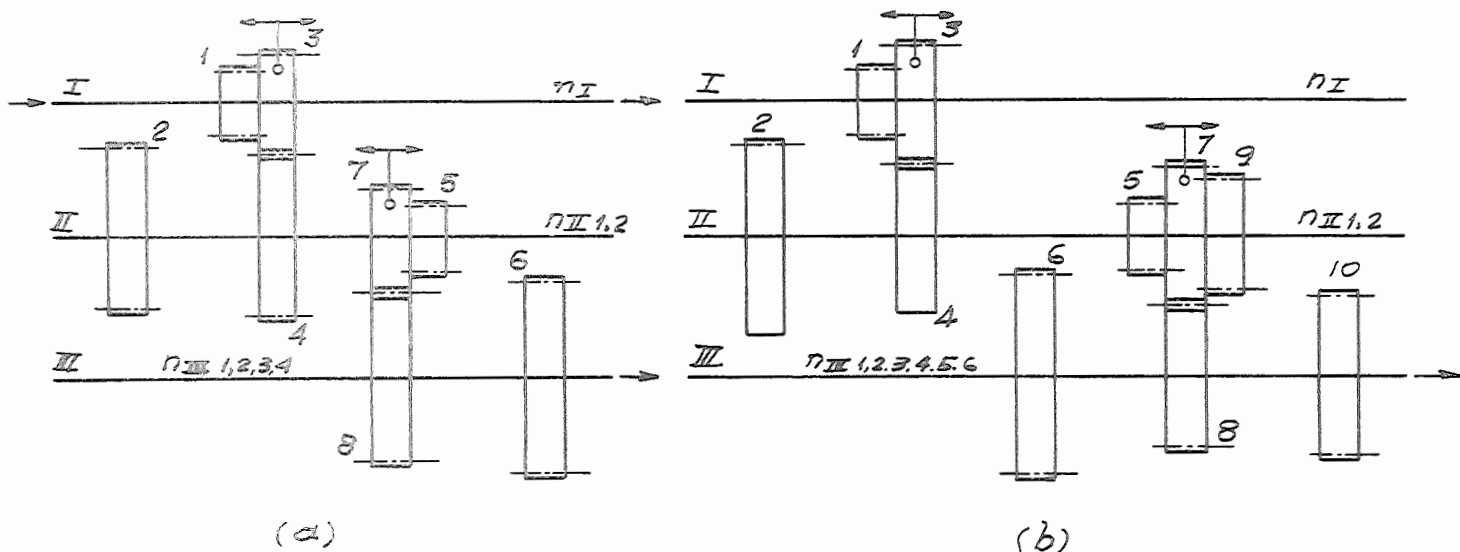


FIG. 4.9 - Associação de redutores fundamentais

a) de duas velocidades ; quatro velocidades de saída

b) de duas e três velocidades; seis velocidades de saída

Para um redutor de três eixos, geralmente não é ultrapassado o número de nove velocidades. No caso da necessidade de um número maior de velocidades são utilizadas outras soluções.

Analisando o redutor da fig. 4.9a), verifica-se a possibilidade de economizar uma ou mais engrenagens. Fazendo com que as condições de projeto permitam que a engrenagem 2 seja igual a 5 obtém a solução apresentada na fig. 4.10 a), e ainda introduzindo-se a igualdade das engrenagens 4 e 7 tem-se a solução da fig. 4.10 b).

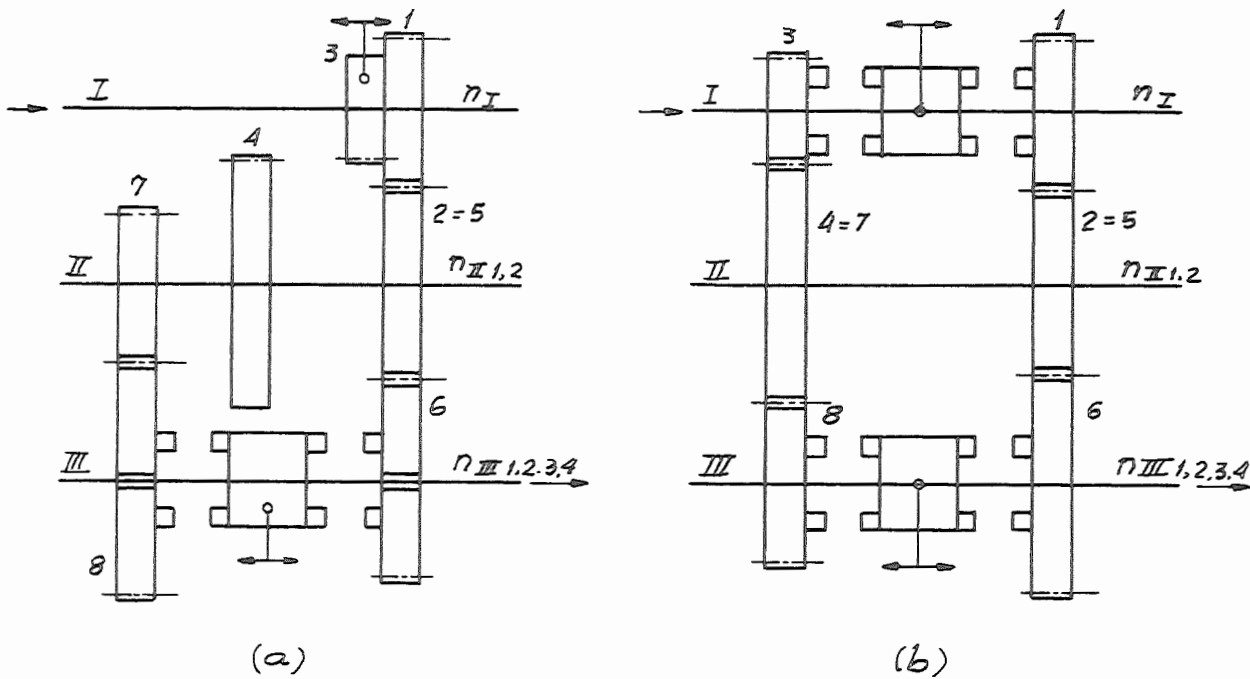


FIG. 4.10 - Redutores de quatro velocidades e três eixos
a) com sete engrenagens
b) com seis engrenagens

A fig. 4.11 apresenta o diagrama cinemático de uma transmissão utilizada em auto veículos com quatro velocidades em um mesmo sentido e uma em sentido contrário.

Em alguns casos são utilizadas soluções deste tipo em máquinas ferramentas.

Para o caso da fig. 4.11, as cinco velocidades do eixo de saída são obtidas da seguinte forma:

4ª	velocidade	- direta	$i_4 = 1$
3ª	"	- 1 - 2 / 3 - 4	$i_3 = 1,4 \dots 1,8$
2ª	"	- 1 - 2 / 5 - 6	$i_2 = 2,1 \dots 3,1$
1ª	"	- 1 - 2 / 7 - 8	$i_1 = 3,7 \dots 5,5$
ré	"	- 1 - 2 / 9-10-8	$i_r = 3,5 \dots 6$

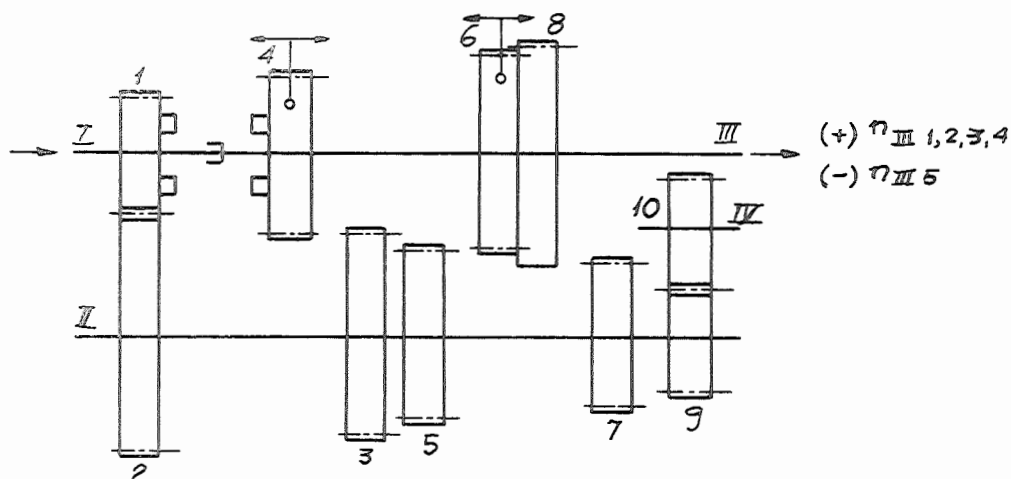


FIG. 4.11 - Transmissão de auto veículo (cinco velocidades, quatro em um sentido e uma em outro)

A figura 4.12 apresenta dois redutores com doze velocidades. O redutor (a) apresenta um melhor rendimento que o redutor (b).

Por outro lado, o redutor (b) apresenta melhor qualidade que o redutor (a).

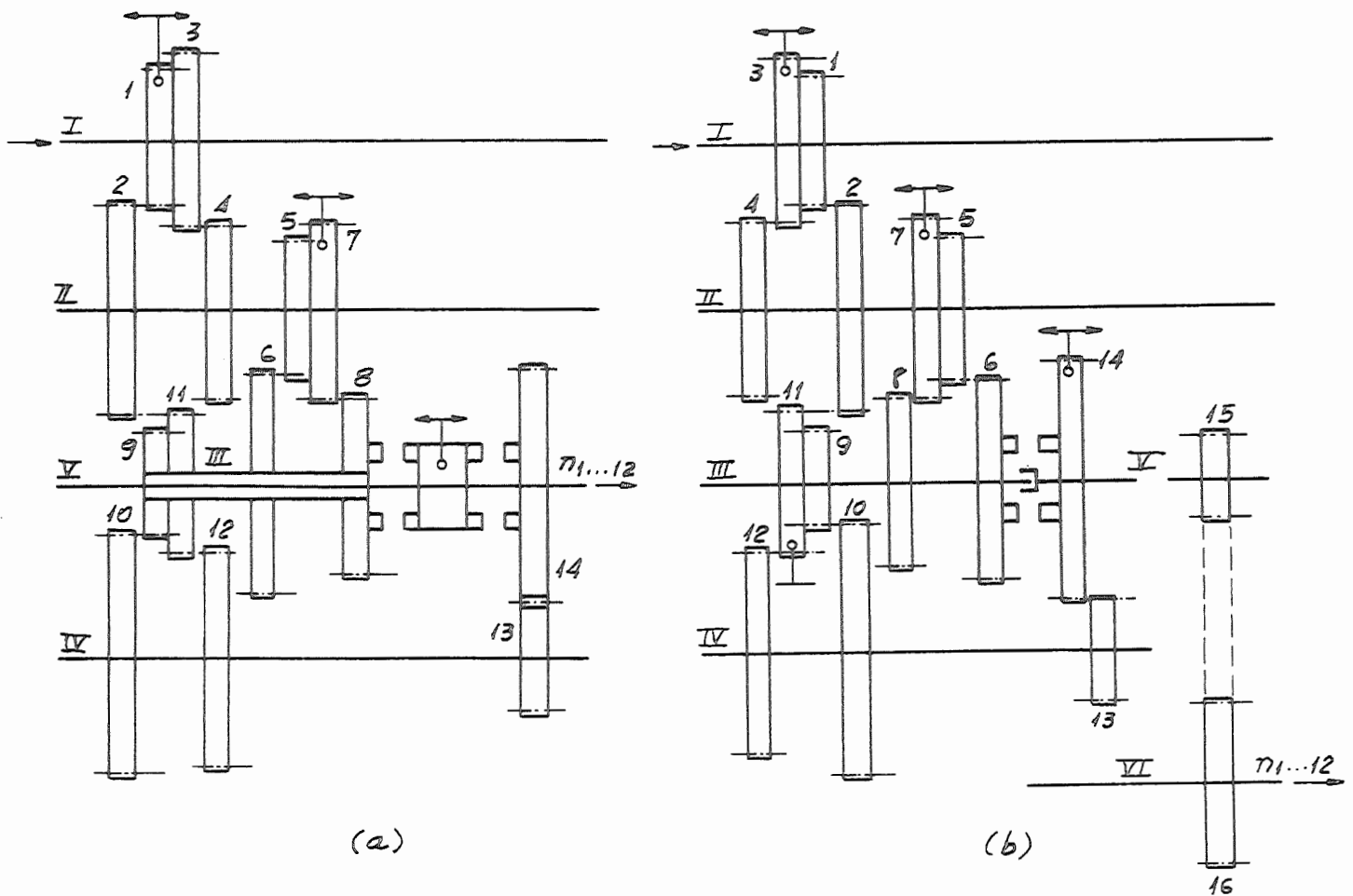


FIG. 4.12 - Transmissões com doze velocidades

É possível reduzir as dimensões das caixas redutoras, de grande número de velocidades quando o momento transmitido, for relativamente pequeno, como por exemplo nos sistemas de avanço de máquinas ferramentas. A fig. 4.13 apresenta três soluções para esse tipo de problema: chaveta deslizante, mecanismo Norton e mecanismo Mänder.

A chaveta deslizante é utilizada quando a transmissão é feita por dois cones de engrenagens escalonadas (fig. 4.13 a). O momento de torção é transmitido da engrenagem movida para o eixo através dessa chaveta deslizante.

O sistema Norton (fig. 4.13 b) caracteriza-se por um cone de engrenagens escalonadas e um pinhão de acionamento fixado em um eixo oscilante.

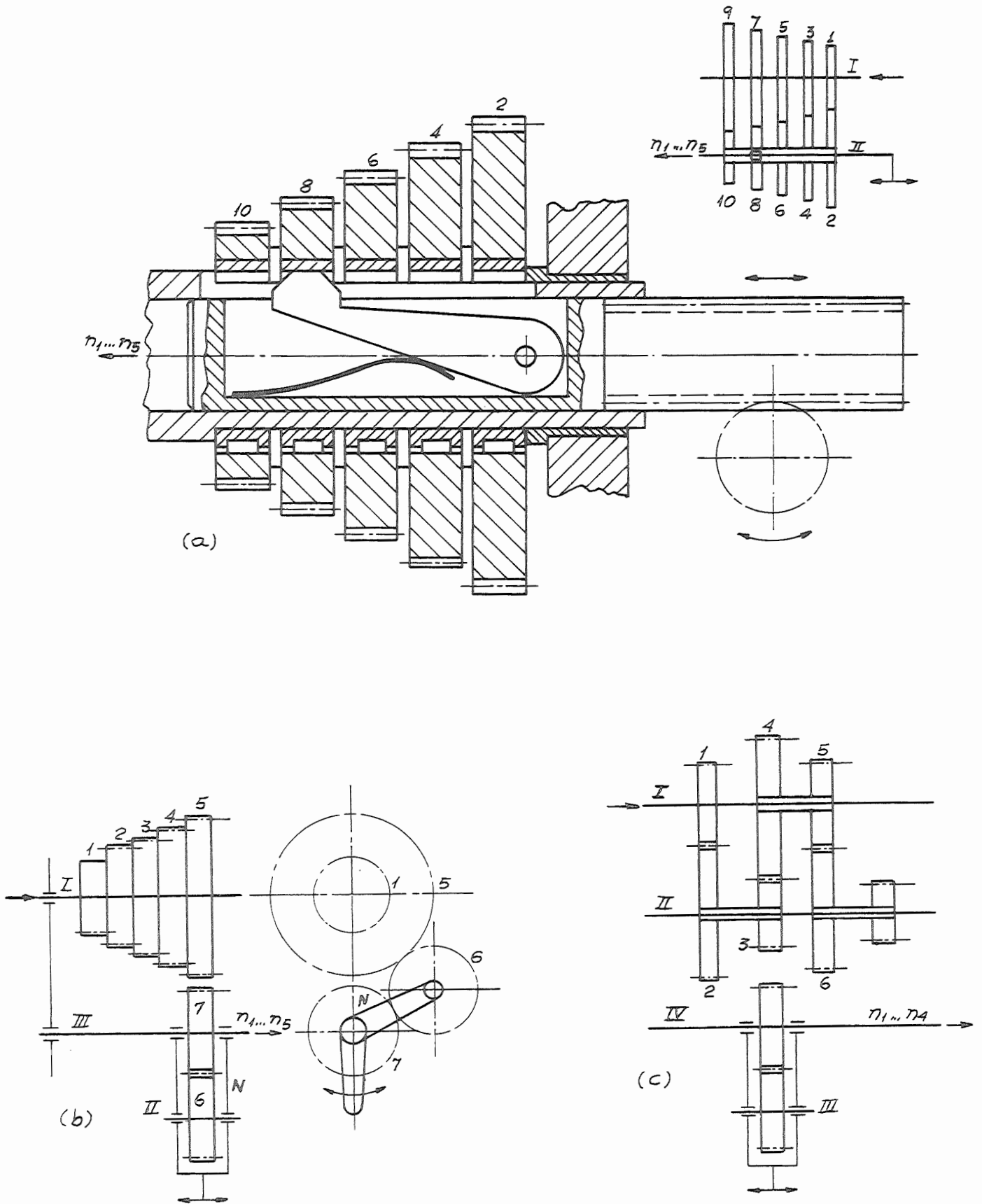


FIG. 4.13 → Caixas redutoras para sistema de avanço

a) chaveta deslizante b) Norton c) Mäander

Uma variante desse sistema é o mecanismo Mander (fig. 4.13 c) onde o cone de polias escalonadas é substituído por engrenagens intermediárias. Neste mecanismo, a engrenagem motora é fixa e as demais são loucas.

4.3 - Transmissão por Polia Escalonada e Jogos de Engrenagens

Quando se torna necessário aumentar a gama de velocidades na transmissão por polias escalonadas é comum introduzir no conjunto dois ou três jogos de engrenagens. A fig. 4.14 apresenta duas transmissões desse tipo com oito e doze velocidades.

No caso da fig. 4.14 a, o cone de polias escalonadas gira louco no eixo com as rotações n_{III1} , n_{III2} , n_{III3} e n_{III4} , conforme a correia ocupa as quatro diferentes posições. As quatro primeiras rotações n_{IV1} , n_{IV2} , n_{IV3} , n_{IV4} são obtidas ligando o acoplamento K a direita. Com o acoplamento ligado a esquerda o momento de torção é transmitido diretamente do cone de polias ao eixo árvore IV, obtendo-se as outras quatro rotações (n_{IV5} , n_{IV6} , n_{IV7} , n_{IV8}).

Se for utilizado um escalonamento geométrico para as velocidades, tem-se:

$$\begin{aligned} n_{IV8} &= \psi n_{IV7} = \psi^2 n_{IV6} = \psi^3 n_{IV5} = \psi^4 n_{IV4} = \psi^5 n_{IV3} = \\ &= \psi^6 n_{IV2} = \psi^7 n_{IV1} \end{aligned}$$

Portanto as rotações do eixo árvore satisfazem a relação:

$$\frac{n_{IV5}}{n_{IV1}} = \frac{n_{IV6}}{n_{IV2}} = \frac{n_{IV7}}{n_{IV3}} = \frac{n_{IV8}}{n_{IV4}} = \frac{z_{III1}}{z_{III}} \cdot \frac{z_{IV2}}{z_{III2}} = \psi^4$$

O redutor da fig. 4.14 b, além do cone de polias escalonadas apresenta também dois jogos de engrenagens deslizantes. Para este caso, teremos doze velocidades distribuídas do seguinte modo:

- $n_{IV1}, n_{IV2}, n_{IV3}, n_{IV4}$ (acoplamento a direita, engrenagens 1 e 3)
- $n_{IV5}, n_{IV6}, n_{IV7}, n_{IV8}$ (acoplamento a direita, engrenagens 2 e 3)
- $n_{IV9}, n_{IV10}, n_{IV11}, n_{IV12}$ (acoplamento a esquerda, transmissão direta)

Da rotação n_{IV12} pode-se passar para as rotações n_{IV8} ou n_{IV4} , simplesmente mudando as engrenagens e o acoplamento, sem alterar a posição da correia. Obtém-se dessa forma para o escalonamento geométrico as relações:

$$\frac{n_{IV12}}{n_{IV8}} = \psi^4 = \frac{z_{III2}}{z_{II2}} \cdot \frac{z_{IV3}}{z_{III3}}$$

$$\frac{n_{IV12}}{n_{IV4}} = \psi^8 = \frac{z_{III1}}{z_{II1}} \cdot \frac{z_{IV3}}{z_{III3}}$$

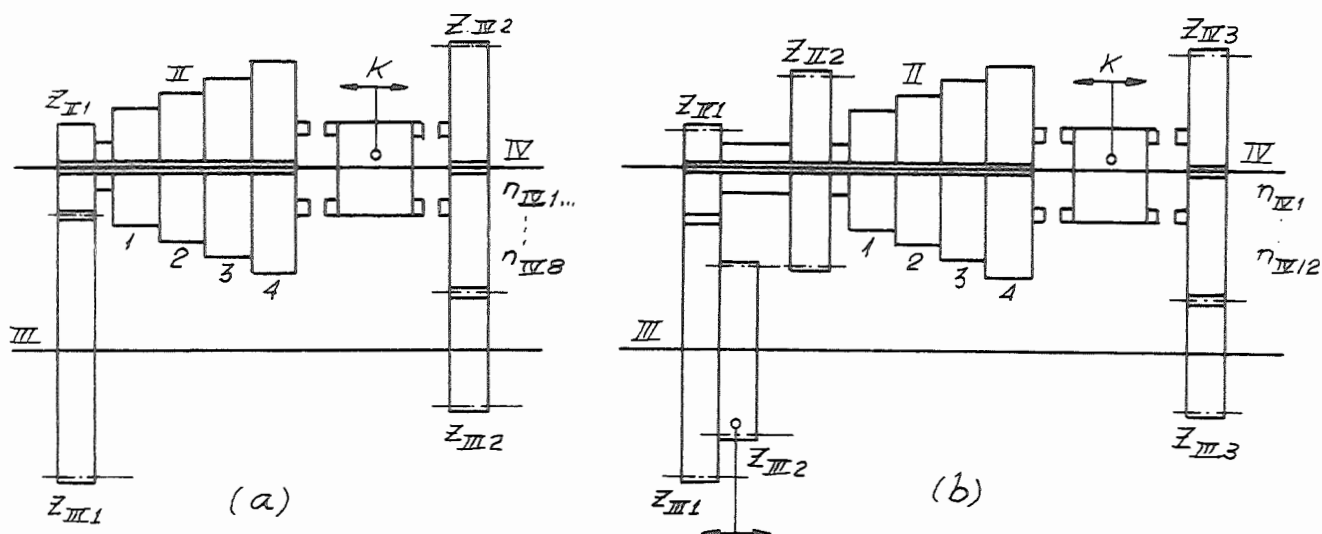
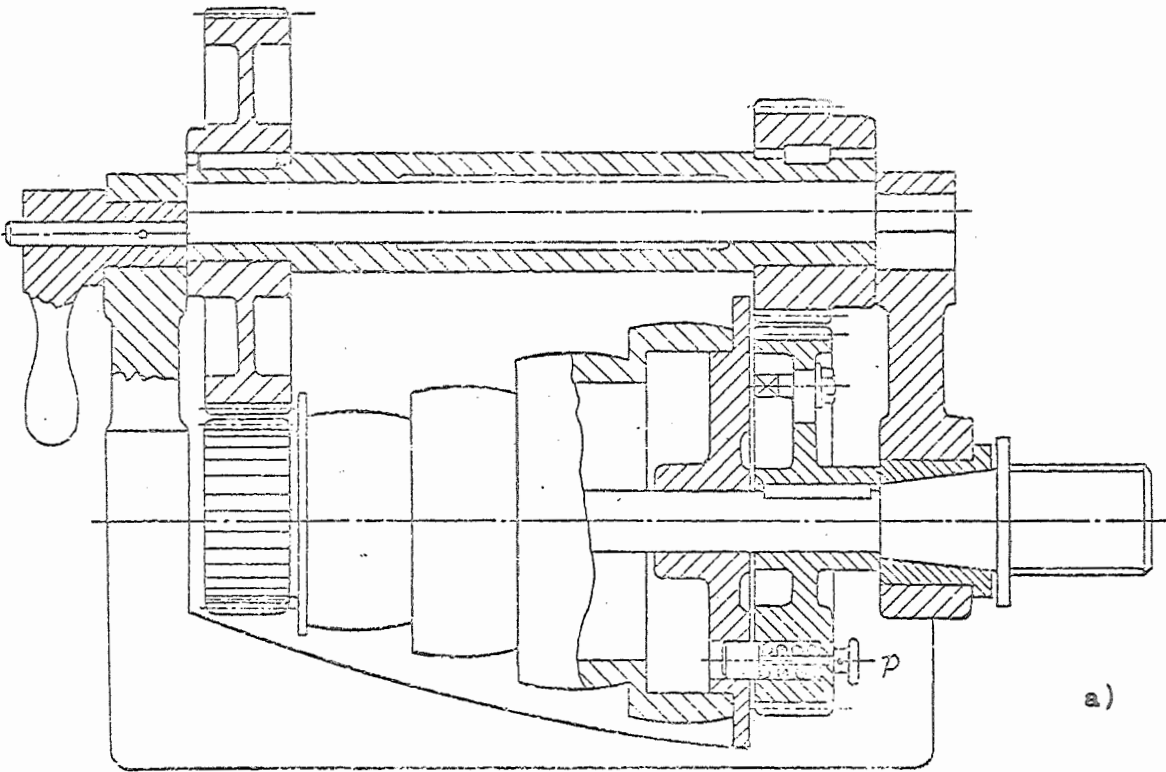
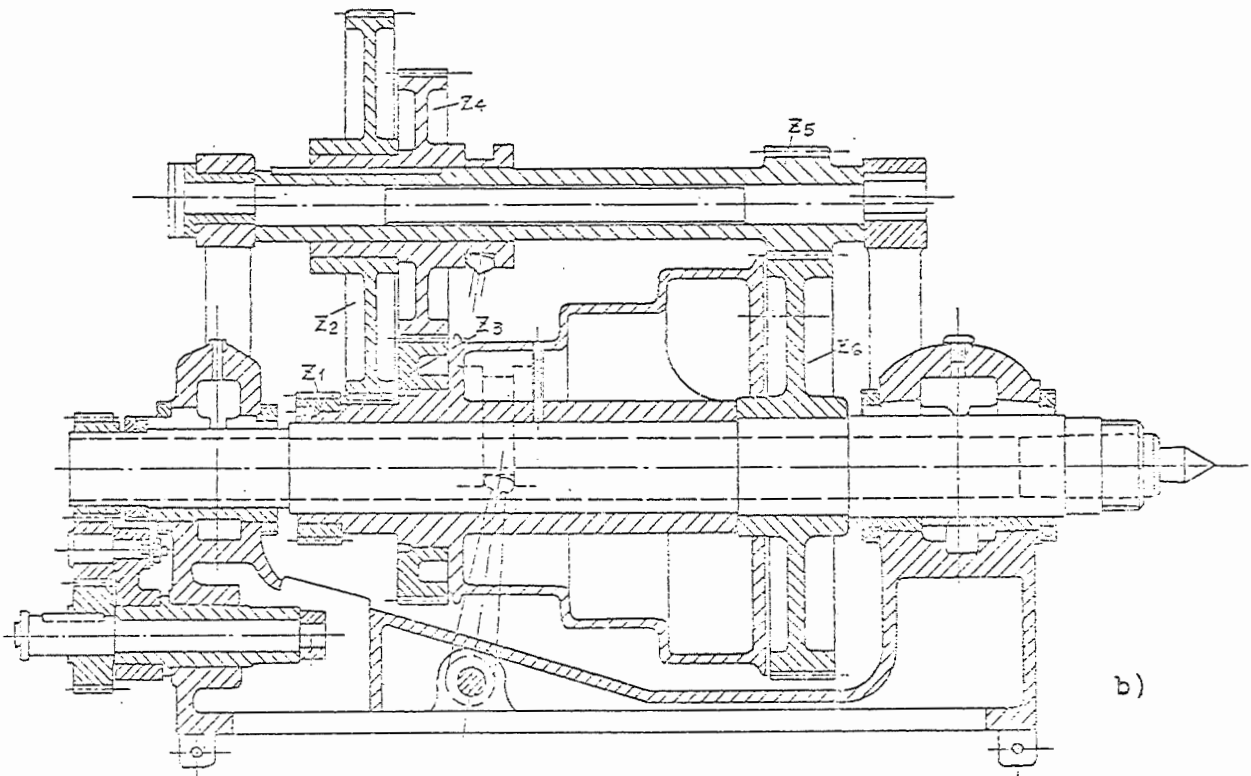


FIG. 4.14 - Transmissões por polias escalonadas e jogos de engrenagem.
 a) com oito velocidades
 b) com doze velocidades

A fig. 4.15 apresenta duas transmissões por polias escalonadas e jogos de engrenagens. O sistema (a) permite oito velocidades e o sistema (b) permite nove velocidades.



a)



b)

FIG. 4.15 - Transmissão por polias escalonadas e jogos de engrenagens.

5- MULTIPLICADORES DE VELOCIDADES

5.1- Multiplicadores de Dois Eixos

Existem duas condições importantes que devem ser consideradas no estudo das transmissões por engrenagens: a condição geométrica e a mecânica. A condição geométrica é facilmente alcançada, desde que sejam utilizados os números normalizados para as rotações e relações de engrenamento. Quanto a condição mecânica, existe alguma dificuldade quanto ao dimensionamento para a obtenção de caixas redutoras de pequenas dimensões.

Considerando a fig. 5.1, temos para os dois pares de engrenagens as relações de engrenamento, bem como a relação fundamental das transmissões de dois eixos:

$$r_{I1} = \frac{d_{I1}}{d_{III1}} = \frac{n_{III1}}{n_I} \quad (5.1)$$

$$r_{I2} = \frac{d_{I2}}{d_{III2}} = \frac{n_{III2}}{n_I} \quad (5.2)$$

$$d_{II1} + d_{II} = d_{I2} + d_{III2} = 2a = \text{constante} \quad (5.3)$$

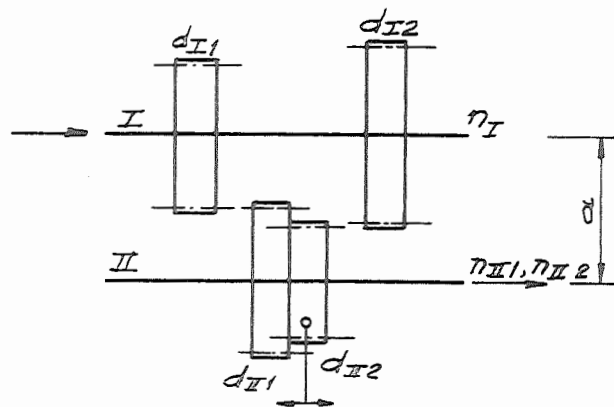


FIG. 5.1 - Multiplicador de dois eixos

Utilizando as relações 5.1, 5.2, 5.3, podemos determinar os diâmetros das engrenagens:

$$\begin{aligned} d_{I1} &= 2a \frac{r_{I1}}{1 + r_{I1}} & ; & & d_{III1} &= 2a \frac{1}{1 + r_{I1}} \\ d_{I2} &= 2a \frac{r_{I2}}{1 + r_{I2}} & ; & & d_{III2} &= 2a \frac{1}{1 + r_{I2}} \end{aligned} \quad (5.4)$$

Se o modulo adotado para as engrenagens for o mesmo, resulta:

$$\begin{aligned} d_{I1} &= m \cdot z_{I1} & & & d_{III1} &= m \cdot z_{III1} \\ d_{I2} &= m \cdot z_{I2} & & & d_{III2} &= m \cdot z_{III2} \end{aligned} \quad (5.5)$$

Substituindo as relações 5.5 em 5.4 obtém-se:

$$\begin{aligned} z_{I1} &= (z_{I1} + z_{III1}) \frac{r_{I1}}{1 + r_{I1}} & ; & & z_{III1} &= (z_{I1} + z_{III1}) \frac{1}{1 + r_{I1}} \\ z_{I2} &= (z_{I1} + z_{III1}) \frac{r_{I2}}{1 + r_{I2}} & ; & & z_{III2} &= (z_{I1} + z_{III1}) \frac{1}{1 + r_{I2}} \end{aligned}$$

Portanto, conhecendo-se um jogo de engrenagens, ou seja a soma do número de dentes no caso $z_{I1} + z_{III1}$, é possível calcular o outro jogo de engrenagens z_{I2} e z_{III2} através da relação de engrenamento correspondente.

O escalonamento geométrico das rotações nos fornece:

$$n_{III2} = n_{III1} \cdot \psi \quad (5.6)$$

Substituindo essa relação nas relações 5.1 e 5.2 ,

vem:

$$\frac{r_{I2}}{r_{I1}} = \frac{n_{III2}}{n_{III1}} = \psi \quad (5.7)$$

A relação acima (5.7) favorece a solução de um

problema de redutor de dois eixos, no qual existem 15 variáveis (z_{II} , z_{III} , z_{I2} , z_{II2} , d_{II} , d_{III} , d_{I2} , d_{II2} , m , n_I , n_{III} , n_{II2} , r_{II} , r_{I2} , r_{II2}), das quais sendo conhecidas apenas cinco, as demais ficam perfeitamente determinadas.

Normalmente são dados:

- razão ϕ
- nº de dentes da engrenagem menor, v.g., z_{II}
- maior redução, v.g., r_{II}
- modulo m
- rotação de entrada n_I

A tabela 5.1 fornece as relações de engrenamento n_I/n_{II} realizadas com um erro $\leq 1,5\%$. Nessa tabela foram empregados números normalizados da série R 40 para as relações de engrenamento.

$m = 1: \sqrt[40]{10^k} = 1:1,06^k$ (k variando de 1 até 40)	
$m =$	$m =$
1: 1,0593 = 0,94406	1: 3,3497 = 0,29854
1: 1,1220 = 0,89125	1: 3,5481 = 0,28184
1: 1,1865 = 0,84140	1: 3,7584 = 0,26607
1: 1,2589 = 0,79433	1: 3,9811 = 0,25119
1: 1,3335 = 0,74989	1: 4,2170 = 0,23714
1: 1,4125 = 0,70795	1: 4,4668 = 0,22387
1: 1,4962 = 0,66834	1: 4,7315 = 0,21135
1: 1,5849 = 0,63096	1: 5,0119 = 0,19953
1: 1,6788 = 0,59566	1: 5,3088 = 0,18836
1: 1,7783 = 0,56234	1: 5,6234 = 0,17783
1: 1,8836 = 0,53088	1: 5,9566 = 0,16788
1: 1,9953 = 0,50119	1: 6,3096 = 0,15849
1: 2,1135 = 0,47315	1: 6,6834 = 0,14962
1: 2,2387 = 0,44668	1: 7,0795 = 0,14125
1: 2,3714 = 0,42170	1: 7,4989 = 0,13335
1: 2,5119 = 0,39811	1: 7,9433 = 0,12589
1: 2,6607 = 0,37584	1: 8,4140 = 0,11885
1: 2,8184 = 0,35481	1: 8,9125 = 0,11220
1: 2,9854 = 0,33497	1: 9,4406 = 0,10593
1: 5,1623 = 0,31623	1: 10,0000 = 0,10000

TAB. 5.1 - Relações de engrenamento normalizadas

Exemplo 1 : Considerando a fig. 5.1, sejam dados:

$\psi = 1,26$; $z_{I1} = 37$; $r_{I1} = 1:1.50$; $n_I = 422$ rpm ; $m = 3$;
obter os valores das demais variáveis.

Solução: a) Relação de engrenamento: r_{I2}

$$r_{I2} = r_{I1} \cdot \psi = \frac{1}{1,50} \cdot 1,26 = 0,668 \cdot 1,26 = 0,841$$

b) Numero de dentes das engrenagens: z_{III1} , z_{I2} , z_{II2}

$$z_{III1} = \frac{z_{I1}}{r_{I1}} = \frac{37}{0,668} = 55$$

$$z_{I1} + z_{III1} = 37 + 55 = 92$$

$$z_{I1} = (z_{I1} + z_{III1}) \frac{r_{I2}}{1 + r_{I2}} = 92 \frac{0,841}{1 + 0,841} = 42$$

$$z_{II2} = \frac{z_{III1}}{r_{I2}} = \frac{42}{0,841} = 50$$

Os números de dentes z_{I2} e z_{II2} podem ser obtidos diretamente das tabelas 5.2. Sendo conhecidos a soma do número de dentes do par e a relação de engrenamento, obtém-se o número de dentes de cada engrenagem.

$$\text{Assim; } z_{I1} + z_{III1} = z_{I2} + z_{II2} = 92 \text{ e } r_{I2} = 0,841$$

$$\text{fornecem, } z_{I2} = 42 \text{ e } z_{II2} = 50$$

c) Rotações de saída: n_{III1} e n_{II2}

$$n_{III1} = r_{I1} \cdot n_I = 0,668 \cdot 422 = 282 \text{ rpm}$$

$$n_{II2} = r_{I2} \cdot n_I = 0,841 \cdot 422 = 355 \text{ rpm}$$

d) Diametros das engrenagens: d_{I1} , d_{III1} , d_{I2} , d_{II2}

$$\begin{array}{l|l}
 d_{I1} = m \cdot Z_{I1} = 3.37 = 111\text{mm} & 2a = 276 \text{ mm} \\
 d_{III1} = m \cdot Z_{III1} = 3.55 = 165\text{mm} & \\
 d_{I2} = m \cdot Z_{I2} = 3.42 = 126\text{mm} & 2a = 276 \text{ mm} \\
 d_{II2} = m \cdot Z_{II2} = 3.50 = 150\text{mm} &
 \end{array}$$

No caso dos módulos dos pares 1 e 2 serem diferentes deve ser satisfeita a condição,

$$m_1 (Z_{I1} + Z_{III1}) = m_2 (Z_{I2} + Z_{II2}) = 2a \quad (5.8)$$

o que nem sempre é possível. Para satisfazer a relação 5.8 é necessário mudar um dos módulos ou mudar as relações de engrenamento ou ainda corrigir o perfil das engrenagens.

Exemplo 2 : Considerando o exemplo 1, vamos adotar $m_1 = 4$ e $m_2 = 3$ e determinar os novos números de dentes das engrenagens Z_{I1} e Z_{III1} .

Solução : Temos que,

$$\left| \begin{array}{l}
 Z_{I1} + Z_{III1} = \frac{3}{4} (42 + 50) = 69 \\
 r_{I1} = \frac{Z_{I1}}{Z_{III1}} = 0,668
 \end{array} \right.$$

Resolvendo o sistema, vem:

$$Z_{III1} \cdot 0,668 + Z_{III1} = 69$$

$$Z_{III1} = \frac{69}{1 + 0,668} = 41,36 \approx 41 \quad \text{e} \quad Z_{I1} = 69 - 41 = 28$$

A relação de engrenamento,

$$r_{I1} = \frac{28}{41} = 0,683 \quad , \quad \text{tem um erro devido a aproximação}$$

de 41,36 para 41 de

$$\frac{0,683 - 0,668}{0,668} \cdot 100 = 2,2\%$$

Essa é a razão pela qual não é encontrada nas tabelas 5.2 a solução para o par $Z_{I1} + Z_{III1} = 69$ e $Z_{I1}/Z_{III1} = 0,668$, pois o

erro máximo admitido nas tabelas é de 1,5%.

Deve-se verificar se esse erro é possível ou não no problema em questão, caso contrário deve ser estudado um outro módulo ou serem utilizadas engrenagens com perfil corrigido. Adotando um outro módulo, por exemplo $m_1 = 4,25$, teremos:

$$Z_{I1} + Z_{III1} = \frac{3}{4,25} \cdot (42 + 50) = 65$$

Pelas tabelas 5.2 encontramos $Z_{I1} = 26$ e $Z_{III1} = 39$

e procedendo os cálculos, verificamos que a relação é exata.

5.1.1- Estudo do limite inferior da razão ψ

As engrenagens deslizantes utilizadas nos redutores de dois eixos devem-se deslocar livremente sobre o eixo. Assim, conforme a fig 5.2 a, o diâmetro d_{I2} deve ser maior que o diâmetro d_{I1} de um valor que permita o deslocamento livre da engrenagem d_{II2} . Desde que o diâmetro externo de uma engrenagem é fornecido pela relação:

$$d_{ex} = m (Z+2)$$

onde, d_{ex} = diâmetro externo, m = módulo e Z = nº de dentes;

teremos para o deslocamento livre do cone de engrenagens, a seguinte condição:

$$m (Z_{I1} + 2) + m (Z_{II2} + 2) \leq 2a$$

$$\text{ou} \quad Z_{I1} + Z_{II2} + 4 \leq \frac{2a}{m} \quad (5.9)$$

$$\text{Por outro lado,} \quad \frac{2a}{m} = Z_{I2} + Z_{II2} \quad (5.10)$$

Igualando-se 5.9 e 5.10, teremos :

$$Z_{I2} - Z_{I1} \geq 4 \quad (5.11)$$

ou, analogamente,

$$z_{III1} - z_{II2} \geq 4 \quad (5.12)$$

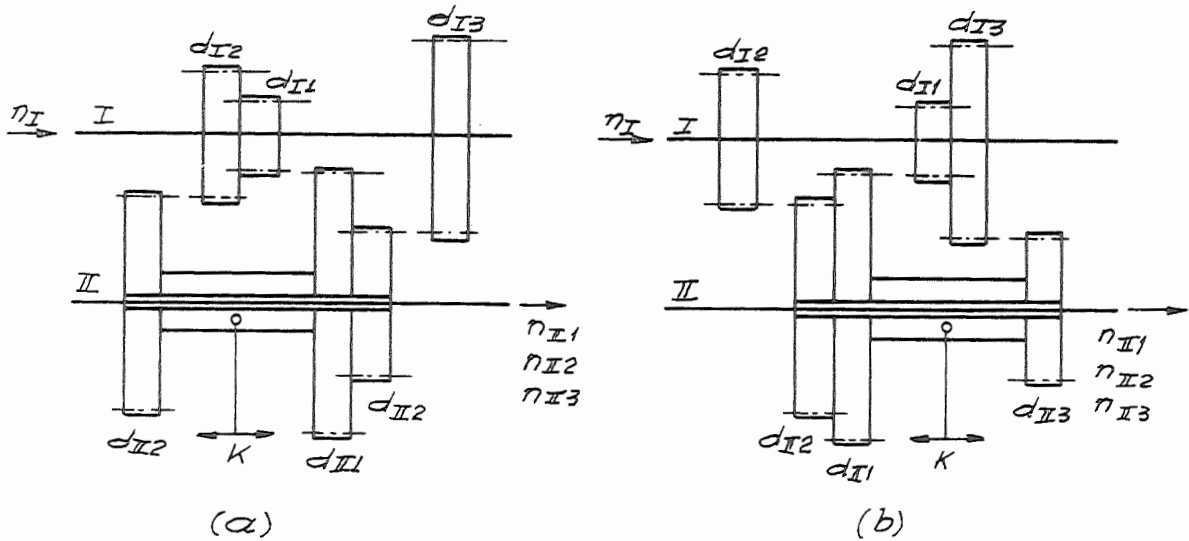


FIG. 5.2 - Redutor de dois eixos e três velocidades com engrenagens deslizantes

Analisando a fig. 5.2a, podemos escrever as relações seguintes, relativas as velocidades de saída e relações de engrenamento.

$$n_{II2} = n_{III1} \cdot \psi \quad n_{III3} = n_{II2} \cdot \psi \quad (5.13)$$

$$\left\{ \begin{aligned} r_{I1} &= \frac{n_{III1}}{n_I} = \frac{z_{I1}}{z_{III1}} \\ r_{I2} &= \frac{n_{II2}}{n_I} = \frac{z_{I2}}{z_{II2}} \\ r_{I3} &= \frac{n_{III3}}{n_I} = \frac{z_{I3}}{z_{III3}} \end{aligned} \right. \quad (5.14)$$

Logo, $r_{I2} = r_{I1} \cdot \psi$

$$r_{I3} = r_{I2} \cdot \psi = r_{I1} \cdot \psi^2, \quad e$$

para n jogos de engrenagens teremos:

$$r_{In} = r_{I1} \cdot \psi^{n-1} \quad (5.15)$$

Podemos então concluir que: se num redutor de dois eixos as rotações de saída estiverem em progressão geométrica de razão ψ , o mesmo acontecerá com as relações de engrenamento das engrenagens.

Das relações 5.13 e 5.14, temos,

$$\psi = \frac{r_{I2}}{r_{I1}} = \frac{z_{I2}}{z_{II2}} \cdot \frac{z_{III1}}{z_{I1}} = \frac{z_{I2}}{z_{I1}} \cdot \frac{z_{III1}}{z_{II2}} \quad (5.16)$$

Substituindo as relações 5.11 e 5.12 em 5.16, obteremos a limitação da razão ψ :

$$\psi \geq \frac{z_{I1} + 4}{z_{I1}} \cdot \frac{z_{II2} + 4}{z_{II2}} \quad (5.17)$$

Dessa forma, no redutor de dois eixos representado na fig. 5.2 a, o escalonamento geométrico de razão ψ estaria limitado inferiormente por essa relação (5.17). É possível reduzir esse limite, se for utilizada a disposição da fig. 5.2 b, a qual permite a relação:

$$\psi^2 = \frac{r_{I3}}{r_{I1}} = \frac{z_{I3}}{z_{II3}} \cdot \frac{z_{III1}}{z_{I1}} = \frac{z_{I3}}{z_{I1}} \cdot \frac{z_{III1}}{z_{II3}}$$

ou,

$$\psi = \sqrt{\frac{z_{I1} + 4}{z_{I1}} \cdot \frac{z_{II3} + 4}{z_{II3}}}$$

onde,

$$z_{I3} - z_{I1} \geq 4$$

$$z_{III1} - z_{II3} \geq 4$$

5.2- Representação Logarítmica

A representação logarítmica ou diagrama logaritmo, vem a ser uma representação gráfica do redutor e facilita o seu estudo.

Nesta representação (fig.5.3), os eixos são caracterizados por retas paralelas equidistantes entre si de um valor arbitrário. Sobre os eixos são representadas as rotações, geralmente em escala logarítmica. No caso das rotações da fig. 5.3 estarem em progressão geométrica teríamos para a n-ésima rotação,

$$n_n = \psi \cdot n_{n-1}$$

$$\text{e } \log n_n = \log \psi + \log n_{n-1}$$

Portanto, as rotações de saída estarão distanciadas de valores iguais a $\log \psi$. A inclinação das linhas que unem os valores das rotações nos diferentes eixos representam a relação de engrenamento do par de engrenagens. Assim,

$$r_{II1} = \frac{n_{III1}}{n_I}$$

$$\log r_{II1} = \log n_{III1} - \log n_I$$

$$\log r_{II2} = \log n_{III2} - \log n_I$$

$$\log r_{II3} = \log n_{III3} - \log n_I$$

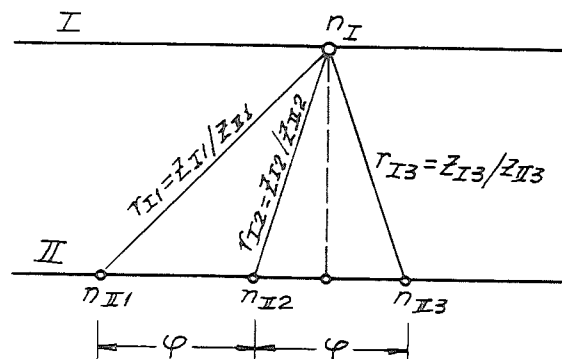


FIG. 5.3 - Diagrama logarítmico do redutor representado na fig. 5.2.

O diagrama logarítmico é um excelente auxiliar na

resolução de certos problemas, como por exemplo, o caso do redutor de dois eixos e quatro velocidades representado na fig. 5.4.

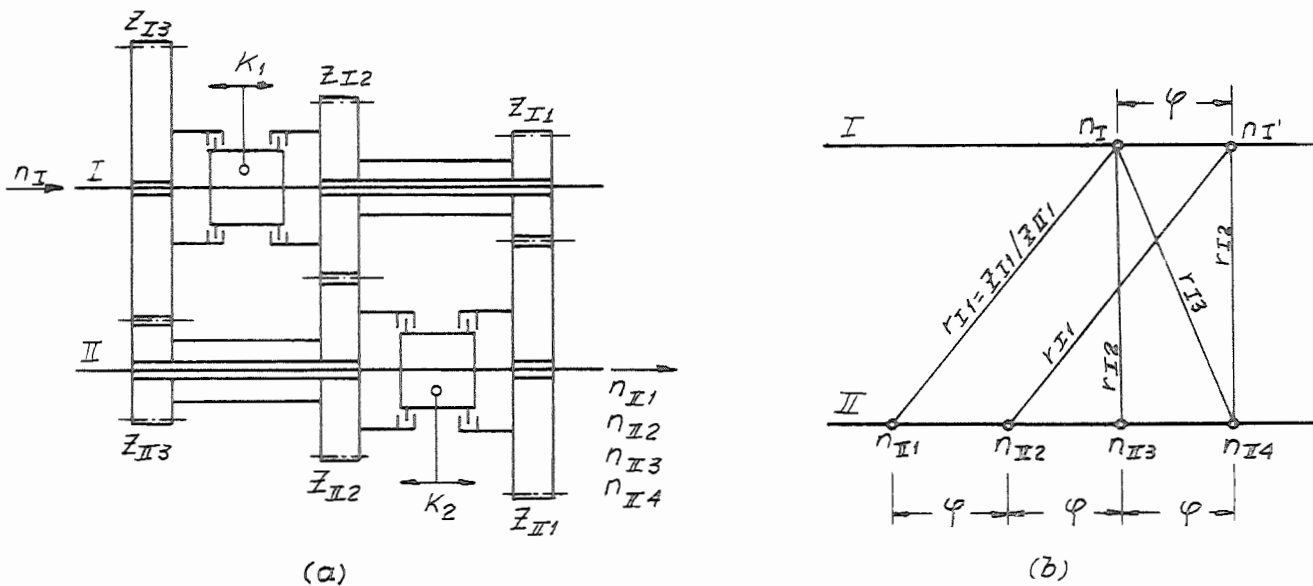


FIG. 5.4 - Redutor de dois eixos e quatro velocidades

- a) diagrama cinemático
- b) diagrama logaritmico

As quatro rotações seriam obtidas da seguinte maneira:

ra:

- a) acoplamentos K1 e K2 à direita

$$n_{III1} = n_I \cdot r_{I1} = n_I \frac{Z_{I1}}{Z_{III1}}$$

- b) acoplamentos K1 a direita e K2 a esquerda

$$n_{II3} = n_I \cdot r_{I2} = n_I \cdot r_{I1} \cdot \varphi^2 = n_I \frac{Z_{I2}}{Z_{II2}}$$

- c) acoplamentos K1 e K2 a esquerda

$$n_{II4} = n_I \cdot r_{I3} = n_I \cdot r_{I1} \cdot \varphi^3 = n_I \cdot \frac{Z_{I3}}{Z_{II3}}$$

- d) acoplamentos K1 a esquerda e K2 a direita

$$n_{III2} = n_I \cdot r_{I3} \cdot r_{I2} \cdot r_{II} = n_I \cdot r_{II} \cdot \varphi =$$

$$= n_I \cdot \frac{Z_{I3}}{Z_{III3}} \cdot \frac{Z_{II2}}{Z_{I2}} \cdot \frac{Z_{II}}{Z_{III1}}$$

5.3- Multiplicadores de Velocidades de Três ou mais Eixos

Estas transmissões são baseadas na associação de redutores fundamentais de dois eixos como no caso da fig. 5.5 que apresenta um redutor fundamental de três jogos (eixos I e II) e outro de dois jogos (eixos II e III).

Para a primeira transmissão (eixos I e II) temos as relações de engrenamento:

$$\left. \begin{aligned} r_{II} &= \frac{Z_{II}}{Z_{III1}} = \frac{n_{III1}}{n_I} \\ r_{I2} &= \frac{Z_{I2}}{Z_{II2}} = \frac{n_{II2}}{n_I} \\ r_{I3} &= \frac{Z_{I3}}{Z_{III3}} = \frac{n_{III3}}{n_I} \end{aligned} \right\} \quad (5.18)$$

Para a segunda transmissão (eixo II e III):

$$r_{II4} = \frac{Z_{II4}}{Z_{III4}} = \quad \text{e} \quad r_{II5} = \frac{Z_{II5}}{Z_{III5}}$$

Considerando o diagrama logaritmico (fig. 5.5 b) ,
temos:

$$\left. \begin{aligned} r_{II4} &= \frac{n_{III1}}{n_{III}} = \frac{n_{III2}}{n_{II2}} = \frac{n_{III3}}{n_{II3}} \\ r_{II5} &= \frac{n_{III4}}{n_{III}} = \frac{n_{III5}}{n_{II2}} = \frac{n_{III6}}{n_{II3}} \end{aligned} \right\} \quad (5.19)$$

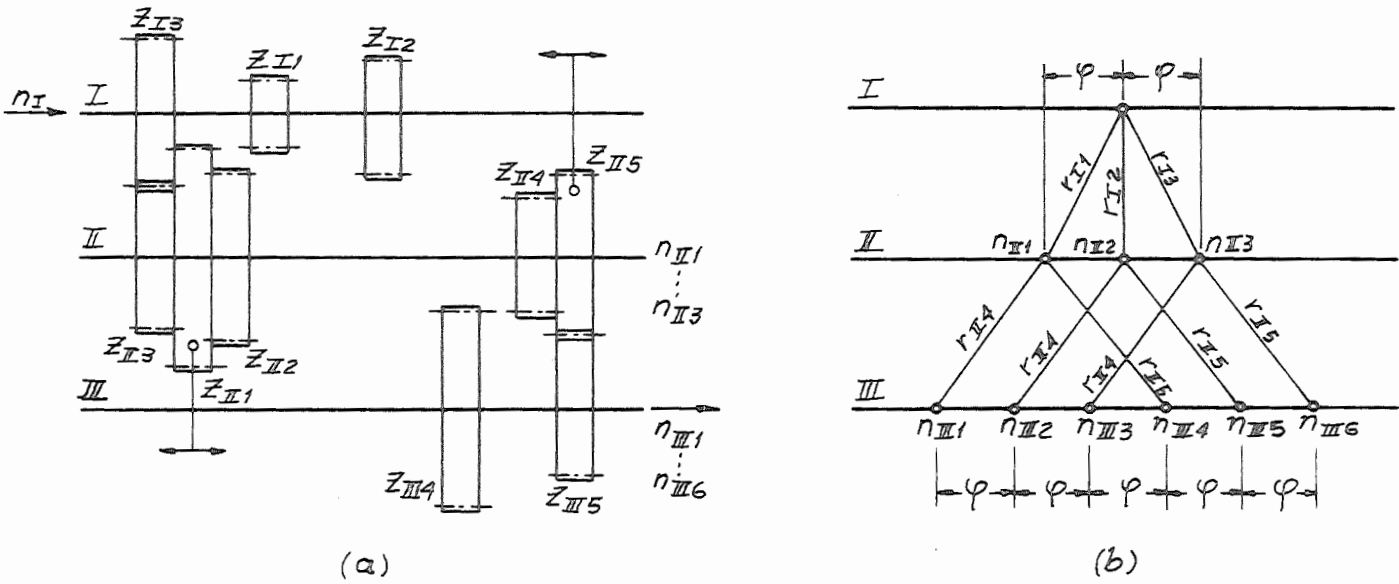


FIG. 5.5 - Multiplicador de três eixos para seis velocidades

- a) diagrama cinemático
- b) diagrama logaritmico

As relações de engrenamento são definidas por:

$$r_1 = \frac{n_{III1}}{n_I}, \quad r_2 = \frac{n_{III2}}{n_I}, \quad \dots, \quad r_6 = \frac{n_{III6}}{n_I} \quad (5.20)$$

Substituindo as relações (5.18) e (5.19) em (5.20)

temos,

$$r_1 = \frac{n_{III1}}{n_I} = r_{I1} \cdot r_{II4} ; \quad r_4 = \frac{n_{III4}}{n_I} = r_{I1} \cdot r_{II5}$$

$$r_2 = \frac{n_{III2}}{n_I} = r_{I2} \cdot r_{II4} ; \quad r_5 = \frac{n_{III5}}{n_I} = r_{I2} \cdot r_{II5}$$

$$r_3 = \frac{n_{III3}}{n_I} = r_{I3} \cdot r_{II4} ; \quad r_6 = \frac{n_{III6}}{n_I} = r_{I3} \cdot r_{II5}$$

Estando as rotações de saída em progressão geométrica de razão φ ,

$$n_{III6} = n_{III5} \cdot \varphi ; \quad n_{III5} = n_{III4} \cdot \varphi \dots n_{III2} = n_{III1} \cdot \varphi$$

Portanto,

(5.21)

$$r_6 = r_5 \cdot \psi ; r_5 = r_4 \cdot \psi ; r_4 = r_3 \cdot \psi ; r_3 = r_2 \cdot \psi ; r_2 = r_1 \cdot \psi$$

Concluindo,

a) O número de rotações do variador completo é o produto do número de rotações dos variadores parciais.

b) As relações de engrenamento finais são os produtos das relações de engrenamento intermediárias.

c) Se as rotações de saída estão em progressão geométrica de razão ψ , o mesmo ocorre com as relações de engrenamento finais.

Conforme a distribuição proposta para os engrenamentos temos através das relações (5.20) e (5.21),

$$\frac{r_2}{r_1} = \psi = \frac{r_{I2}}{r_{I1}} \quad \therefore r_{I2} = r_{I1} \cdot \psi$$

$$\frac{r_3}{r_2} = \psi = \frac{r_{I3}}{r_{I2}} \quad \therefore r_{I3} = r_{I2} \cdot \psi$$

$$\frac{r_4}{r_3} = \psi = \frac{r_{II5}}{r_{II4}} \cdot \frac{r_{I1}}{r_{I3}} \quad \therefore r_{II5} = r_{II4} \cdot \psi^3$$

Estas conclusões podem ser extraídas diretamente do diagrama logaritmico (fig. 5.5 b).

O número de disposições disponíveis para o diagrama logaritmico de um redutor que produz um certo número de rotações finais é limitado. Para o caso de um redutor de seis velocidades temos quatro soluções, para uma transmissão de doze velocidades temos dezoito soluções e para o caso de dezoito velocidades temos dezoito soluções.

Como exemplo, teríamos o caso do redutor de seis velocidades, cujas quatro possibilidades para o diagrama logaritmico estão apresentadas na fig. 5.6.

Analisemos em detalhes as quatro possibilidades da fig 5.6. Se a variação das relações de engrenamento e as diferenças entre os mo

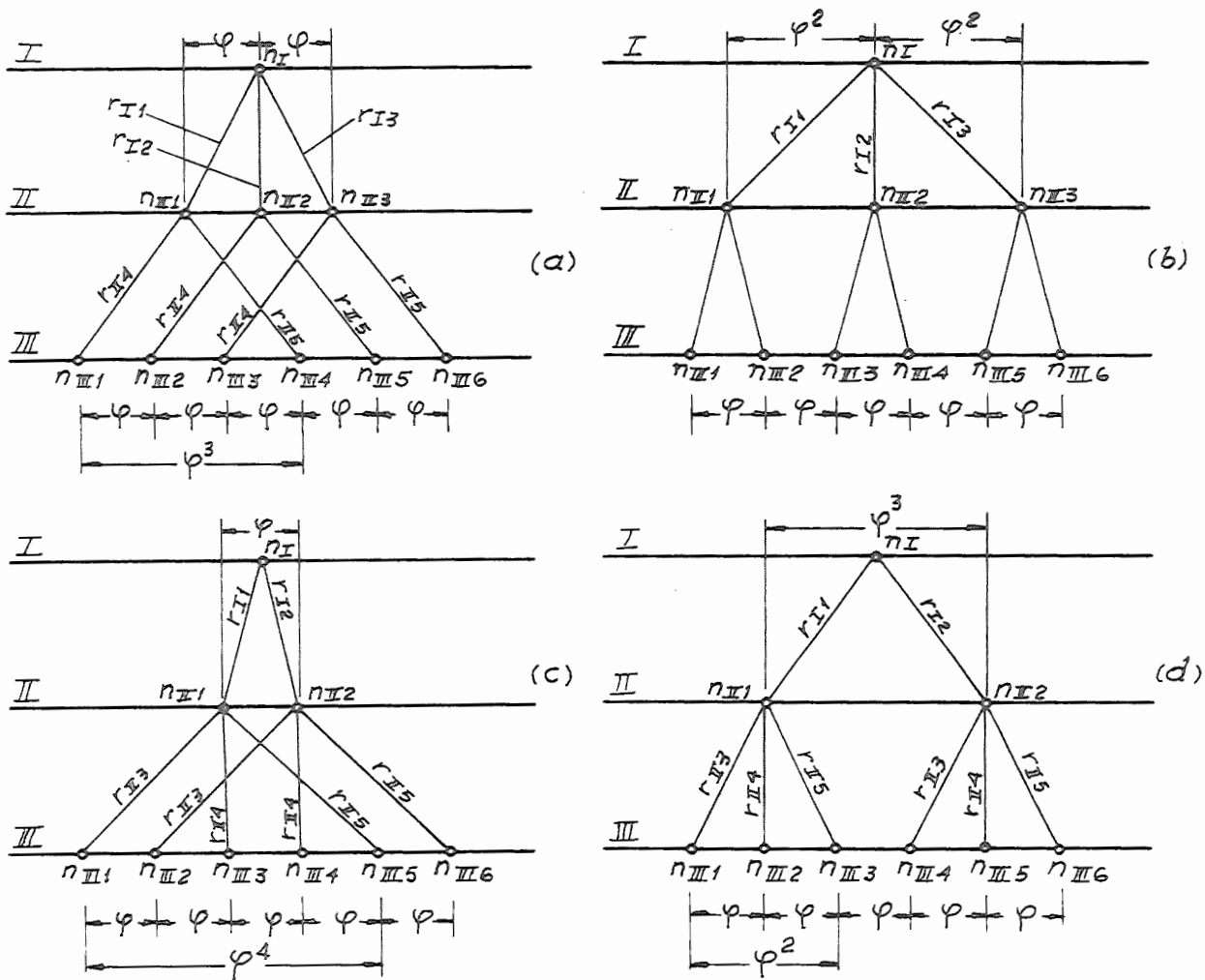


FIG. 5.6 - Soluções possíveis para um redutor de seis velocidades de três eixos

mentos de torção a serem transmitidos pelas varias engrenagens são pequenos, é possível projetar todas as engrenagens em um particular redutor fundamental com o mesmo módulo. Se, por outro lado, algumas engrenagens tiverem que transmitir consideráveis momentos de torção e consequentemente será grande o esforço nos dentes, estas deverão ser maiores que as demais e necessitarão de maior espaço no redutor. No caso da fig. 5.6 a, as maiores relações de transmissão ocorrem do segundo (II) para o terceiro (III) eixo, de forma que somente as engrenagens com relação de engrenamento r_{III1} , que produzem as menores rotações, devem ser mais reforçadas. No caso da fig. 5.6b, as duas menores rotações são transmitidas por dois conjuntos de engrenagens (relação de engrenamento r_{III1} e r_{II2}) e a maior redução de velocidades ocorre do primeiro (I) eixo para o segundo (II). Por conseguinte, as engrenagens com relação de engrenamento r_{II1} devem ser mais reforçadas. Condições similares ocorrem para os casos da fig. 5.6 c e 5.6 d.

As relações de engrenamento não devem superar um certo valor. No caso de máquinas ferramentas, a relação de engrenamento limite usual é 1:4. A solução da fig. 5.6 c) apresenta a desvantagem sobre a solução 5.6 a) de necessitar maior relação de engrenamento na parte de maior momento de torção do redutor (eixo II para eixo III). A não ser em casos excepcionais, deve-ser adotada a solução 5.6a.

As figs. 5.7 e 5.8 apresentam as soluções possíveis, para um redutor de doze e dezoito velocidades, respectivamente. Para ambos os casos existem dezoito soluções.

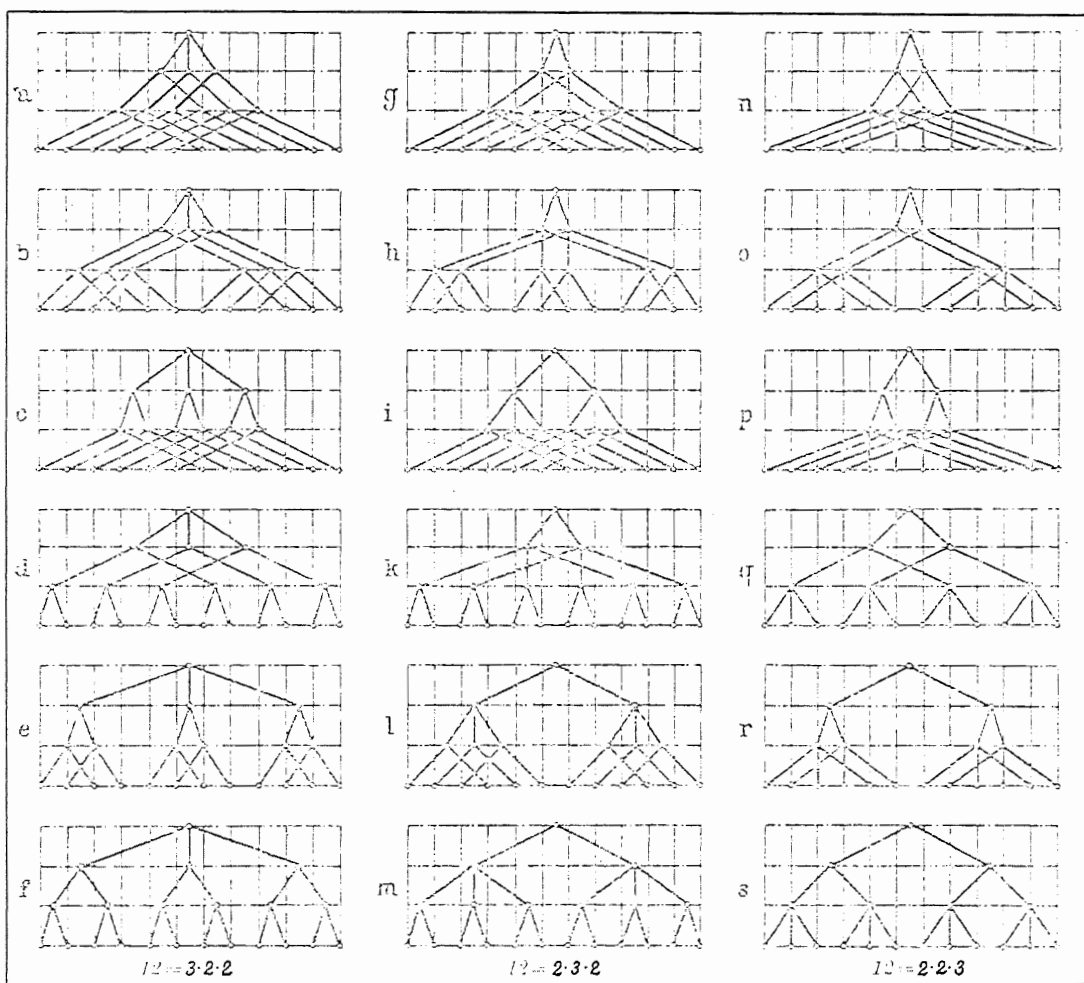


FIG: 5.7 - Soluções possíveis para um redutor de doze velocidades de saída

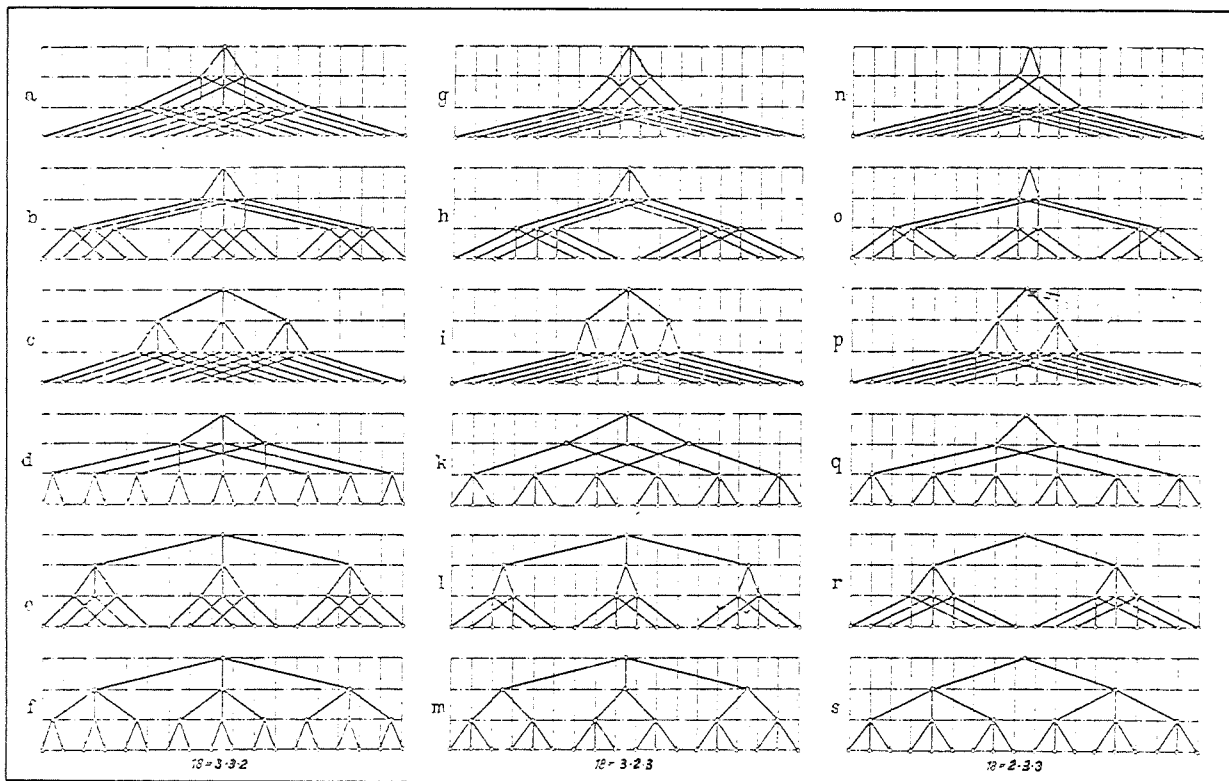


FIG. 5.8 - Soluções possíveis para um redutor com dezoito velocidades de saída.

5.4- Transmissões com Rotações de Entrada Variável

Existem dois tipos de transmissões com rotações de entrada variáveis: transmissões com rotações de entrada escalonadas e transmissões com rotações de entrada variando continuamente. Para o primeiro caso são utilizados motores elétricos de indução de dupla ou tripla polaridade. Como exemplo teríamos os motores de gaiola com rotações síncronas de 1800 e 900 rpm. Quando esses motores são acoplados aos variadores através de transmissões por correia, adotamos a relação de transmissão para a correia de forma que a rotação de entrada do primeiro eixo seja um número normalizado. No caso dos motores serem acoplados diretamente ao variador, para facilidade de cálculo, as rotações em carga podem ser aproximadas aos números normalizados, no caso, $n_{I1} = 850$ e $n_{I2} = 1700$ rpm.

A fig. 5.9 apresenta os diagramas logarítmicos de um redutor de oito velocidades com um escalonamento geométrico de razão $\psi = 1,41$. Para esse redutor teríamos:

$$\frac{n_{I2}}{n_{I1}} = \psi^s \quad \text{ou} \quad \psi^s = \frac{1700}{850} = 2 \quad \text{e} \quad s = 2$$

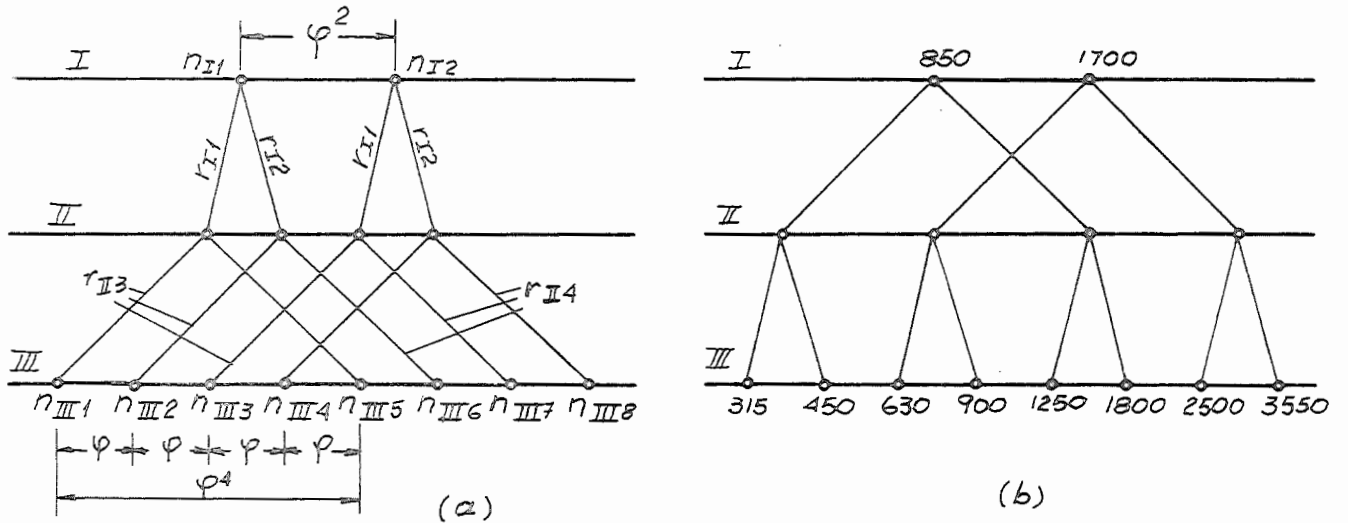


FIG. 5.9 - Variador de oito velocidades, com duas velocidades de entrada, de razão $n_{I2}/n_{I1} = 2$ e escalonamento $\psi = 1,41$.
 a) diagrama logoritmico b) exemplo numérico

No caso de $\psi = 1,19$, teríamos para um cambio de 8 velocidades, $s = 4$, conforme os diagramas da fig. 5.10. As soluções "a" das figs. 5.9 e 5.10 são, sem dúvida, preferíveis as soluções "b", conforme comentários já feitos.

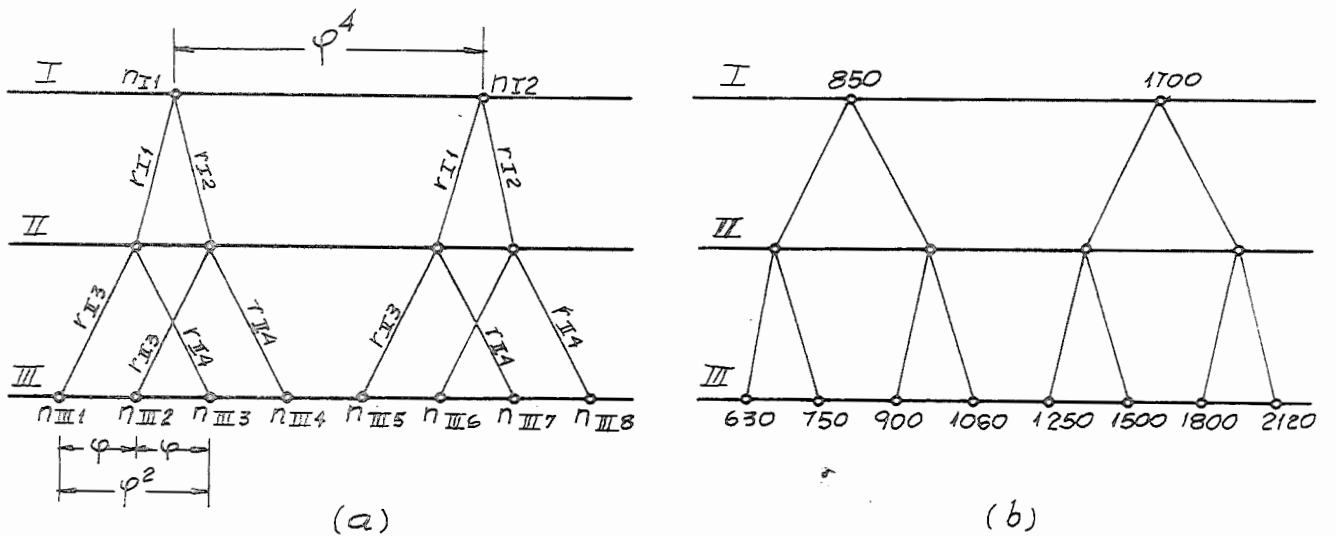


FIG. 5.10 - Variador de oito velocidades, com duas velocidades de entrada de razão $n_{I2}/n_{I1} = 4$ e escalonamento $\psi = 1,19$.
 a) diagrama logoritmico b) exemplo numérico

A fig. 5.11 apresenta dois exemplos para um variador de doze velocidades com duas velocidades de entrada.

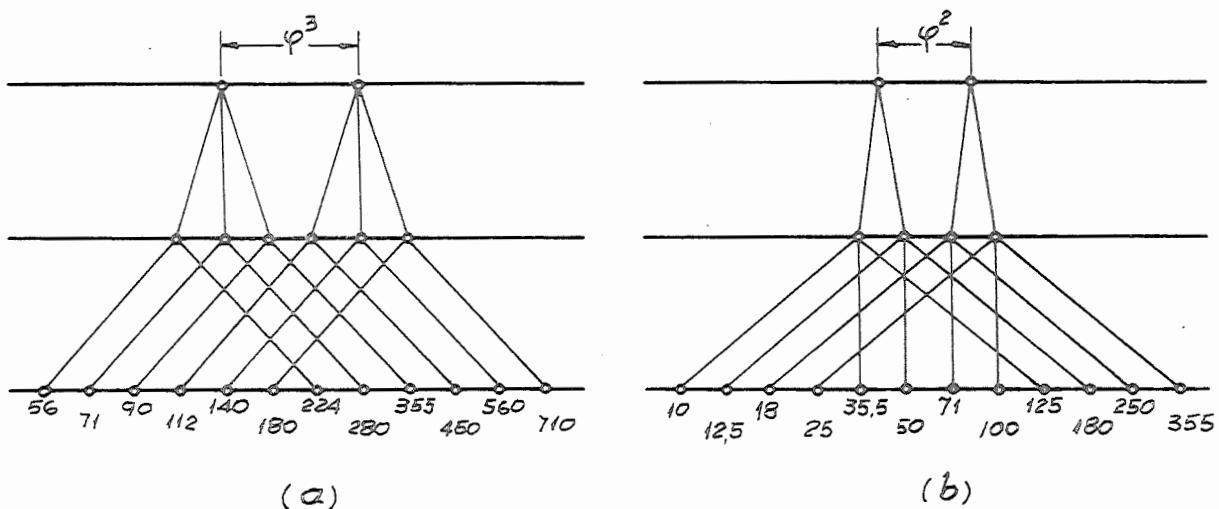


FIG. 5.11 - Variador de doze velocidades com duas velocidades de entrada.

a) razão $n_{I2}/n_{I1} = \varphi^3$

b) razão $n_{I2}/n_{I1} = \varphi^2$

A fig. 5.12 apresenta uma solução para o caso de motores de tripla polaridade, com doze velocidades de saída.

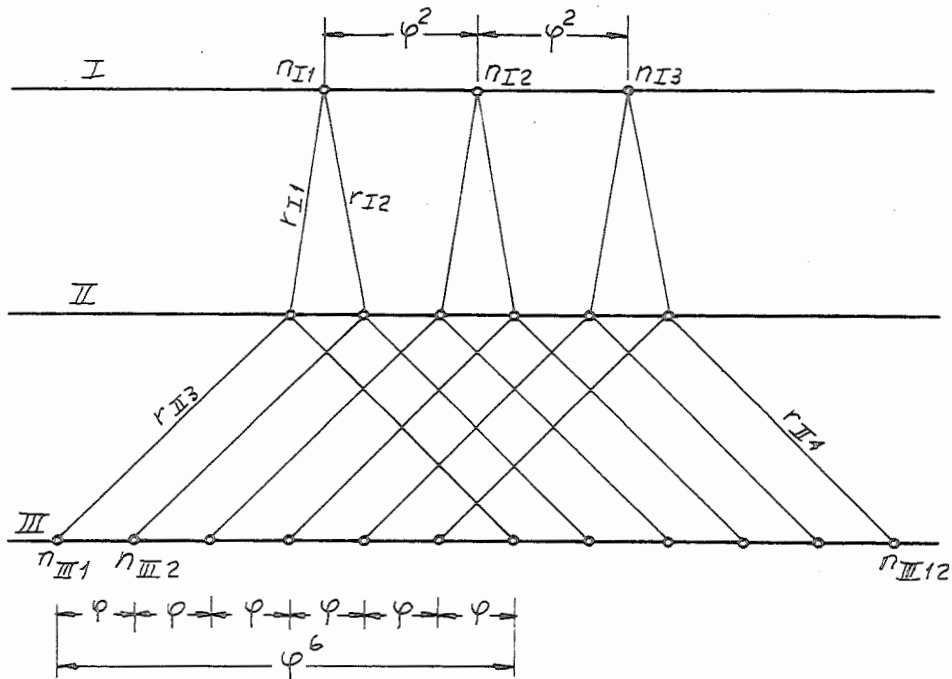


Fig. 5.12 - Variador de doze velocidades com três velocidades de entrada

Quando os variadores são acionados por motores de variação contínua ou por variadores contínuos, o campo de variação das rotações pode ser bastante ampliado. O campo de velocidades do variador pode ser deduzido através do diagrama logaritmico conforme mostra a fig. 5.13.

$$m = \frac{\log C}{\log C'}$$

onde m = campo de rotações
 C = campo de variação das rotações de saída
 C' = campo de variação das rotações de entrada.

Para os motores de corrente contínua, o campo máximo de variação das rotações de entrada (C') é aproximadamente 3; para grupos Ward-Leonard e motores comandados eletronicamente, C' pode chegar a 20 e para variadores hidraulicos $C' \approx 10$.

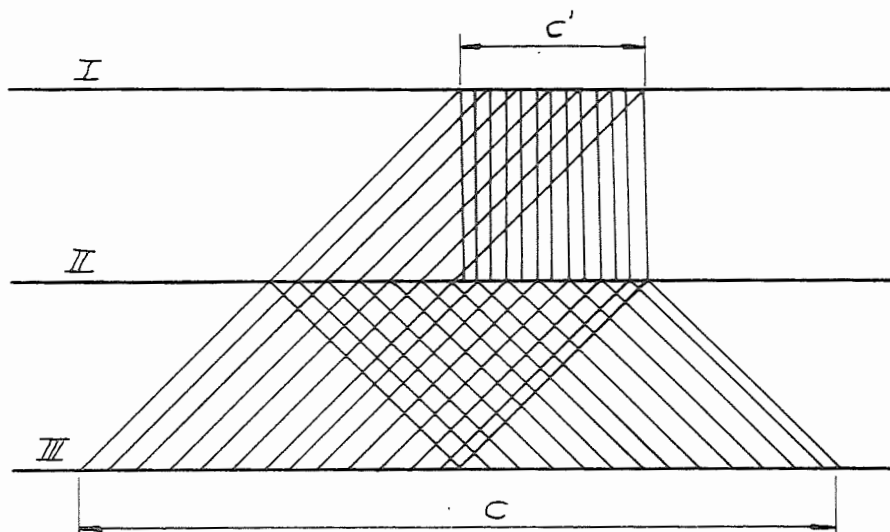


FIG. 5.13 - Variador de velocidades com rotações de entrada variando continuamente

No caso de haver superposição de rotações, o campo de rotações, conforme fig. 5.14 será:

$$m = \frac{\log C - \log C_s}{\log C' - \log C_s}$$

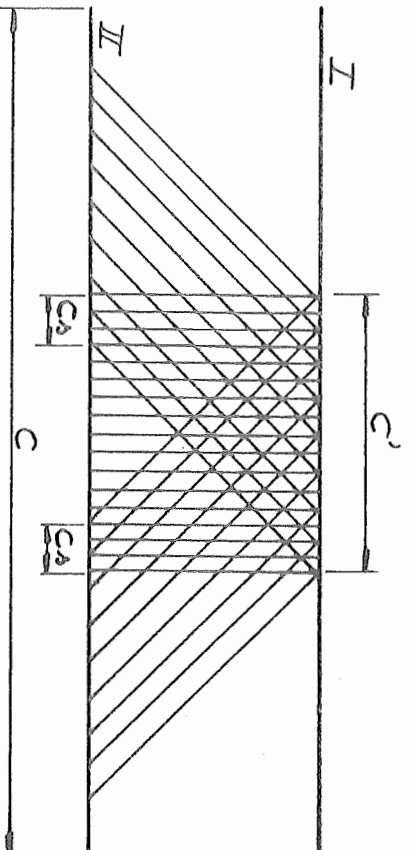


FIG. 5.14 - Variador de velocidades com rotações de entrada variando continuamente (com superposição de rotações)

As tabelas 5.2 apresentam as relações de engrenamento e números de dentes das engrenagens para redutores de dois eixos. O erro máximo admissível nestas relações é de 1,5%.

Soma do nº de dentes	i_{1+2}	$\frac{1}{i}$	$\frac{1}{i}$	$\frac{1}{i}$	$\frac{1}{i}$	$\frac{1}{i}$	$\frac{1}{i}$	$\frac{1}{i}$	$\frac{1}{i}$	$\frac{1}{i}$	$\frac{1}{i}$	$\frac{1}{i}$	$\frac{1}{i}$	$\frac{1}{i}$	$\frac{1}{i}$	$\frac{1}{i}$	$\frac{1}{i}$	$\frac{1}{i}$	$\frac{1}{i}$	$\frac{1}{i}$	
14	$i = 1:1,06 = 0,94406$																				
15	$i = 1:1,12 = 0,89125$																				
17	$i = 1:1,19 = 0,84140$																				
19	$i = 1:1,26 = 0,79433$																				
20	$i = 1:1,33 = 0,74989$																				
21	$i = 1:1,41 = 0,70795$																				
22	$i = 1:1,50 = 0,66834$																				
23	$i = 1:1,58 = 0,63096$																				
24	$i = 1:1,68 = 0,59566$																				
25	$i = 1:1,70 = 0,58234$																				
26	$i = 1:1,83 = 0,53080$																				
27	$i = 1:2,00 = 0,50119$																				
28	$i = 1:2,11 = 0,47315$																				
29	$i = 1:2,24 = 0,44668$																				
30	$i = 1:2,37 = 0,42170$																				
31	$i = 1:2,51 = 0,39811$																				
32	$i = 1:2,66 = 0,37504$																				
33	$i = 1:2,82 = 0,35481$																				
34	$i = 1:2,99 = 0,33497$																				
35	$i = 1:3,16 = 0,31623$																				
36	$i = 1:3,35 = 0,29854$																				
37	$i = 1:3,55 = 0,28184$																				
38	$i = 1:3,76 = 0,26607$																				
39	$i = 1:3,98 = 0,25119$																				
40	$i = 1:4,22 = 0,23714$																				
41	$i = 1:4,47 = 0,22387$																				
42	$i = 1:4,73 = 0,21135$																				
43	$i = 1:5,01 = 0,19953$																				
44	$i = 1:5,31 = 0,18836$																				
45	$i = 1:5,62 = 0,17783$																				
46	$i = 1:5,96 = 0,16788$																				
47	$i = 1:6,31 = 0,15849$																				

TAB. 5.2 - Relações de engrenamento para redutores de dois eixos.

z_1+z_2	1,06	1,12	1,19	1,26	1,33	1,41	1,50	1,58	1,68	1,78	1,88	2,00	2,11	2,24	2,37	2,51	2,66	2,82	2,99	3,16	3,35	3,55	3,76	3,98	4,22	4,47	4,73	5,01	5,31	5,62	5,96	6,31						
26						$\frac{11}{15}$	$\frac{12}{16}$	$\frac{10}{17}$						$\frac{8}{18}$							$\frac{5}{20}$																	
27				$\frac{12}{15}$				$\frac{10}{17}$			$\frac{9}{18}$			$\frac{8}{19}$				$\frac{7}{20}$																				
28				$\frac{12}{16}$					$\frac{10}{18}$			$\frac{10}{19}$			$\frac{8}{20}$																	$\frac{4}{24}$						
29						$\frac{12}{17}$					$\frac{10}{19}$			$\frac{9}{20}$							$\frac{7}{22}$										$\frac{4}{25}$							
30							$\frac{12}{18}$					$\frac{10}{20}$			$\frac{9}{20}$									$\frac{6}{24}$						$\frac{5}{25}$								
31	$\frac{5}{16}$							$\frac{12}{19}$					$\frac{10}{21}$														$\frac{6}{25}$											
32		$\frac{15}{17}$						$\frac{12}{20}$			$\frac{11}{21}$			$\frac{10}{21}$							$\frac{8}{24}$			$\frac{7}{25}$														
33	$\frac{16}{17}$			$\frac{15}{18}$							$\frac{11}{22}$					$\frac{9}{24}$					$\frac{8}{25}$			$\frac{7}{26}$									$\frac{5}{28}$					
34		$\frac{16}{18}$		$\frac{15}{19}$							$\frac{11}{23}$			$\frac{10}{24}$			$\frac{9}{25}$											$\frac{6}{28}$										
35	$\frac{17}{18}$			$\frac{16}{19}$				$\frac{14}{21}$			$\frac{13}{22}$			$\frac{11}{23}$							$\frac{10}{25}$			$\frac{8}{27}$			$\frac{7}{28}$											
36		$\frac{17}{19}$		$\frac{16}{20}$				$\frac{14}{22}$		$\frac{13}{23}$		$\frac{12}{24}$		$\frac{11}{25}$							$\frac{10}{25}$			$\frac{8}{28}$			$\frac{7}{28}$				$\frac{6}{30}$							
37	$\frac{18}{19}$			$\frac{17}{20}$									$\frac{12}{25}$			$\frac{10}{27}$																						
38		$\frac{18}{20}$											$\frac{12}{25}$				$\frac{10}{28}$								$\frac{8}{30}$			$\frac{7}{31}$					$\frac{6}{32}$					
39	$\frac{19}{20}$							$\frac{15}{24}$			$\frac{14}{25}$			$\frac{12}{27}$							$\frac{11}{29}$							$\frac{7}{31}$										
40		$\frac{19}{21}$				$\frac{17}{23}$		$\frac{16}{24}$		$\frac{15}{25}$		$\frac{14}{26}$				$\frac{11}{29}$				$\frac{10}{30}$						$\frac{8}{32}$			$\frac{7}{33}$				$\frac{6}{34}$					
41	$\frac{20}{21}$				$\frac{18}{23}$		$\frac{17}{24}$		$\frac{16}{25}$														$\frac{2}{32}$															
42					$\frac{18}{24}$					$\frac{15}{27}$		$\frac{14}{28}$		$\frac{13}{29}$							$\frac{12}{30}$						$\frac{8}{34}$			$\frac{7}{35}$				$\frac{6}{36}$				
43	$\frac{21}{22}$				$\frac{19}{24}$				$\frac{16}{27}$		$\frac{15}{28}$												$\frac{10}{33}$		$\frac{9}{34}$													
44			$\frac{20}{24}$		$\frac{19}{25}$			$\frac{17}{27}$				$\frac{14}{30}$		$\frac{13}{31}$			$\frac{12}{32}$				$\frac{11}{33}$			$\frac{10}{34}$				$\frac{8}{36}$			$\frac{7}{37}$				$\frac{6}{38}$			
45	$\frac{22}{25}$			$\frac{20}{25}$				$\frac{18}{27}$				$\frac{15}{30}$		$\frac{14}{31}$									$\frac{10}{35}$		$\frac{9}{36}$													
46			$\frac{21}{25}$								$\frac{16}{30}$					$\frac{13}{33}$					$\frac{12}{34}$			$\frac{10}{38}$										$\frac{7}{39}$				
47	$\frac{23}{24}$	$\frac{22}{25}$			$\frac{20}{27}$			$\frac{19}{28}$		$\frac{17}{30}$			$\frac{15}{32}$		$\frac{14}{33}$																							
48			$\frac{22}{26}$			$\frac{20}{28}$			$\frac{18}{30}$			$\frac{16}{32}$					$\frac{13}{35}$			$\frac{12}{36}$			$\frac{11}{37}$		$\frac{10}{38}$													
49		$\frac{23}{26}$			$\frac{21}{28}$			$\frac{19}{30}$			$\frac{17}{32}$			$\frac{15}{34}$			$\frac{14}{35}$											$\frac{9}{40}$								$\frac{7}{42}$		
50			$\frac{23}{27}$	$\frac{22}{28}$			$\frac{20}{30}$			$\frac{18}{32}$			$\frac{16}{34}$								$\frac{13}{37}$			$\frac{12}{38}$		$\frac{10}{40}$									$\frac{9}{42}$			
51		$\frac{24}{27}$			$\frac{22}{29}$			$\frac{20}{32}$			$\frac{17}{34}$			$\frac{15}{36}$			$\frac{14}{37}$																					
52				$\frac{23}{29}$				$\frac{21}{31}$		$\frac{20}{32}$				$\frac{16}{36}$							$\frac{13}{39}$			$\frac{12}{40}$		$\frac{10}{42}$			$\frac{9}{43}$									
53		$\frac{25}{28}$				$\frac{22}{31}$				$\frac{20}{32}$			$\frac{17}{36}$																									
54				$\frac{24}{30}$	$\frac{23}{31}$			$\frac{21}{33}$	$\frac{20}{34}$			$\frac{18}{36}$			$\frac{16}{38}$						$\frac{14}{40}$			$\frac{13}{41}$		$\frac{11}{42}$			$\frac{10}{44}$									

TAB. 5.2 - Relações de engrenamento para redutores de dois eixos

(continuação)

z_1+z_2	1,06	1,12	1,19	1,26	1,33	1,41	1,50	1,58	1,68	1,78	1,88	2,00	2,11	2,24	2,37	2,51	2,66	2,82	2,99	3,16	3,35	3,55	3,76	3,98	4,22	4,47	4,73	5,01	5,31	5,62	5,96	6,31		
55		$\frac{26}{29}$	$\frac{25}{30}$		$\frac{23}{32}$	$\frac{22}{33}$				$\frac{19}{36}$				$\frac{17}{35}$		$\frac{15}{40}$					$\frac{12}{41}$		$\frac{11}{44}$		$\frac{10}{45}$									
56	$\frac{27}{29}$			$\frac{25}{31}$	$\frac{24}{32}$			$\frac{21}{35}$		$\frac{20}{36}$			$\frac{16}{38}$		$\frac{16}{40}$				$\frac{14}{42}$		$\frac{13}{43}$												$\frac{8}{48}$	
57		$\frac{27}{30}$	$\frac{26}{31}$			$\frac{25}{34}$	$\frac{22}{35}$					$\frac{19}{38}$		$\frac{17}{40}$				$\frac{15}{42}$		$\frac{14}{44}$		$\frac{13}{44}$		$\frac{12}{45}$		$\frac{11}{46}$		$\frac{10}{47}$		$\frac{9}{48}$				
58	$\frac{28}{30}$				$\frac{24}{34}$				$\frac{21}{37}$	$\frac{20}{38}$				$\frac{18}{40}$		$\frac{16}{42}$			$\frac{14}{44}$				$\frac{13}{46}$		$\frac{11}{47}$		$\frac{10}{48}$					$\frac{8}{50}$		
59		$\frac{28}{31}$	$\frac{27}{32}$	$\frac{26}{33}$			$\frac{23}{36}$	$\frac{22}{37}$				$\frac{19}{40}$		$\frac{18}{40}$		$\frac{16}{43}$				$\frac{15}{45}$				$\frac{12}{46}$						$\frac{9}{50}$		$\frac{8}{51}$		
60	$\frac{29}{31}$				$\frac{25}{35}$	$\frac{24}{36}$		$\frac{23}{37}$			$\frac{21}{39}$	$\frac{20}{40}$			$\frac{17}{43}$				$\frac{15}{45}$		$\frac{14}{44}$			$\frac{12}{48}$		$\frac{11}{49}$		$\frac{10}{50}$			$\frac{9}{51}$		$\frac{8}{51}$	
61			$\frac{28}{33}$	$\frac{27}{34}$	$\frac{26}{35}$					$\frac{22}{39}$	$\frac{21}{40}$			$\frac{19}{42}$	$\frac{18}{43}$			$\frac{16}{45}$				$\frac{14}{47}$										$\frac{9}{53}$		
62	$\frac{30}{32}$	$\frac{29}{33}$				$\frac{25}{37}$	$\frac{24}{38}$	$\frac{23}{39}$				$\frac{20}{42}$		$\frac{19}{45}$		$\frac{17}{45}$				$\frac{15}{47}$		$\frac{14}{47}$		$\frac{13}{49}$		$\frac{12}{50}$						$\frac{9}{53}$		
63			$\frac{29}{34}$	$\frac{28}{35}$	$\frac{27}{36}$	$\frac{26}{37}$					$\frac{22}{41}$	$\frac{21}{42}$			$\frac{18}{45}$				$\frac{16}{48}$				$\frac{14}{49}$		$\frac{12}{51}$		$\frac{11}{52}$		$\frac{10}{53}$			$\frac{9}{54}$		
64	$\frac{31}{33}$	$\frac{30}{34}$	$\frac{29}{35}$				$\frac{24}{40}$	$\frac{23}{41}$	$\frac{22}{42}$					$\frac{19}{45}$				$\frac{16}{48}$			$\frac{15}{50}$		$\frac{14}{50}$		$\frac{13}{51}$		$\frac{12}{52}$							
65				$\frac{29}{36}$	$\frac{28}{37}$	$\frac{27}{38}$	$\frac{26}{39}$	$\frac{25}{40}$				$\frac{21}{44}$	$\frac{20}{45}$				$\frac{18}{48}$			$\frac{17}{48}$		$\frac{15}{50}$		$\frac{14}{52}$		$\frac{12}{53}$								
66	$\frac{32}{34}$	$\frac{31}{35}$	$\frac{30}{36}$	$\frac{29}{37}$						$\frac{23}{43}$	$\frac{22}{44}$	$\frac{21}{45}$			$\frac{19}{47}$	$\frac{18}{48}$			$\frac{16}{50}$		$\frac{15}{51}$		$\frac{14}{52}$		$\frac{12}{54}$		$\frac{11}{55}$		$\frac{10}{56}$		$\frac{9}{57}$		$\frac{8}{57}$	
67					$\frac{28}{39}$	$\frac{27}{40}$	$\frac{26}{41}$	$\frac{25}{42}$	$\frac{24}{43}$					$\frac{20}{48}$	$\frac{19}{48}$				$\frac{17}{50}$		$\frac{16}{51}$		$\frac{14}{53}$		$\frac{13}{54}$					$\frac{10}{58}$		$\frac{9}{57}$		
68	$\frac{33}{35}$	$\frac{32}{36}$	$\frac{31}{37}$	$\frac{30}{38}$	$\frac{29}{39}$	$\frac{28}{40}$	$\frac{27}{41}$				$\frac{22}{46}$	$\frac{21}{47}$	$\frac{20}{48}$			$\frac{18}{50}$	$\frac{17}{51}$		$\frac{16}{51}$		$\frac{15}{53}$		$\frac{14}{55}$		$\frac{13}{55}$		$\frac{12}{56}$							
69							$\frac{26}{43}$	$\frac{25}{44}$	$\frac{24}{45}$	$\frac{23}{46}$	$\frac{22}{47}$				$\frac{19}{50}$	$\frac{18}{51}$			$\frac{17}{51}$		$\frac{16}{53}$		$\frac{15}{54}$		$\frac{14}{55}$		$\frac{12}{57}$		$\frac{11}{58}$		$\frac{10}{59}$		$\frac{9}{59}$	
70	$\frac{34}{36}$	$\frac{33}{37}$	$\frac{32}{38}$	$\frac{31}{39}$	$\frac{30}{40}$	$\frac{29}{41}$	$\frac{28}{42}$	$\frac{27}{43}$	$\frac{26}{44}$	$\frac{25}{45}$				$\frac{20}{50}$	$\frac{19}{51}$				$\frac{17}{53}$		$\frac{16}{54}$		$\frac{15}{56}$						$\frac{11}{59}$		$\frac{10}{60}$			
71											$\frac{23}{48}$	$\frac{22}{49}$	$\frac{21}{50}$	$\frac{20}{51}$				$\frac{16}{53}$	$\frac{17}{54}$				$\frac{15}{56}$		$\frac{13}{58}$									
72	$\frac{35}{37}$	$\frac{34}{38}$	$\frac{33}{39}$	$\frac{32}{40}$	$\frac{31}{41}$	$\frac{30}{42}$	$\frac{29}{43}$	$\frac{28}{44}$	$\frac{27}{45}$	$\frac{26}{46}$	$\frac{25}{47}$	$\frac{24}{48}$	$\frac{23}{49}$	$\frac{22}{50}$				$\frac{19}{53}$	$\frac{18}{54}$		$\frac{16}{56}$	$\frac{15}{57}$							$\frac{11}{60}$		$\frac{10}{61}$			
73					$\frac{30}{45}$	$\frac{29}{46}$	$\frac{28}{47}$	$\frac{27}{48}$	$\frac{26}{49}$	$\frac{25}{50}$				$\frac{21}{52}$	$\frac{20}{53}$			$\frac{19}{54}$			$\frac{17}{57}$		$\frac{16}{57}$		$\frac{14}{59}$		$\frac{13}{60}$		$\frac{12}{61}$		$\frac{11}{62}$		$\frac{10}{63}$	
74	$\frac{36}{38}$	$\frac{35}{39}$	$\frac{34}{40}$	$\frac{33}{41}$							$\frac{24}{50}$	$\frac{23}{51}$	$\frac{22}{52}$	$\frac{21}{53}$	$\frac{20}{54}$				$\frac{18}{54}$			$\frac{17}{57}$		$\frac{15}{59}$		$\frac{13}{61}$								
75			$\frac{34}{41}$	$\frac{33}{42}$	$\frac{32}{43}$	$\frac{31}{44}$	$\frac{30}{45}$	$\frac{29}{46}$	$\frac{28}{47}$	$\frac{27}{48}$	$\frac{26}{49}$	$\frac{25}{50}$	$\frac{24}{51}$	$\frac{23}{52}$				$\frac{19}{56}$	$\frac{18}{57}$				$\frac{16}{60}$		$\frac{15}{60}$		$\frac{13}{62}$		$\frac{12}{63}$					
76	$\frac{37}{39}$	$\frac{36}{40}$	$\frac{35}{41}$															$\frac{20}{56}$	$\frac{19}{57}$				$\frac{16}{60}$		$\frac{14}{62}$		$\frac{12}{64}$							
77		$\frac{36}{41}$	$\frac{35}{42}$	$\frac{34}{43}$	$\frac{33}{44}$	$\frac{32}{45}$	$\frac{31}{46}$	$\frac{30}{47}$	$\frac{29}{48}$	$\frac{28}{49}$				$\frac{24}{53}$	$\frac{23}{54}$	$\frac{22}{55}$	$\frac{21}{56}$			$\frac{20}{57}$		$\frac{17}{60}$	$\frac{16}{61}$											
78	$\frac{38}{40}$	$\frac{37}{41}$				$\frac{31}{47}$	$\frac{30}{48}$	$\frac{29}{49}$	$\frac{28}{50}$	$\frac{27}{51}$	$\frac{26}{52}$	$\frac{25}{53}$	$\frac{24}{54}$	$\frac{23}{55}$	$\frac{22}{56}$				$\frac{18}{60}$	$\frac{17}{61}$			$\frac{16}{61}$		$\frac{15}{63}$		$\frac{14}{63}$							
79		$\frac{37}{42}$	$\frac{36}{43}$	$\frac{35}{44}$	$\frac{34}{45}$	$\frac{33}{46}$													$\frac{20}{59}$	$\frac{19}{60}$	$\frac{18}{61}$		$\frac{16}{63}$	$\frac{15}{64}$										
80	$\frac{39}{41}$	$\frac{38}{42}$			$\frac{34}{46}$	$\frac{33}{47}$	$\frac{32}{48}$	$\frac{31}{49}$	$\frac{30}{50}$	$\frac{29}{51}$	$\frac{28}{52}$				$\frac{25}{57}$	$\frac{22}{58}$	$\frac{21}{59}$	$\frac{20}{60}$	$\frac{19}{61}$				$\frac{17}{63}$	$\frac{16}{64}$		$\frac{14}{66}$							$\frac{11}{66}$	
81		$\frac{39}{43}$	$\frac{37}{44}$	$\frac{36}{45}$	$\frac{35}{46}$					$\frac{30}{51}$	$\frac{29}{52}$	$\frac{28}{53}$	$\frac{27}{54}$	$\frac{26}{55}$	$\frac{24}{57}$	$\frac{23}{58}$	$\frac{22}{59}$	$\frac{21}{60}$			$\frac{18}{63}$	$\frac{17}{64}$			$\frac{15}{68}$	$\frac{14}{67}$		$\frac{13}{69}$					$\frac{11}{70}$	
82	$\frac{40}{42}$			$\frac{36}{46}$	$\frac{35}{47}$	$\frac{34}{48}$	$\frac{33}{49}$	$\frac{32}{50}$												$\frac{20}{63}$	$\frac{19}{64}$			$\frac{18}{64}$		$\frac{15}{67}$		$\frac{13}{69}$						
83	$\frac{40}{43}$	$\frac{39}{44}$	$\frac{38}{45}$	$\frac{37}{46}$			$\frac{33}{50}$	$\frac{32}{51}$	$\frac{31}{52}$	$\frac{30}{53}$	$\frac{29}{54}$							$\frac{21}{62}$	$\frac{20}{63}$	$\frac{19}{64}$				$\frac{16}{67}$	$\frac{15}{68}$		$\frac{13}{70}$							
z_1+z_2	1,06	1,12	1,19	1,26	1,33	1,41	1,50	1,58	1,70	1,88	2,00	2,11	2,24	2,37	2,51	2,66	2,82	2,99	3,16	3,35	3,55	3,76	3,98	4,22	4,47	4,73	5,01	5,31	5,62	5,96	6,31			

TAB. 5.2 - Relações de engrenamento para redutores de dois eixos.

(continuação)

z_1+z_2	1,06	1,12	1,19	1,26	1,33	1,41	1,50	1,58	1,68	1,78	1,88	2,00	2,11	2,24	2,37	2,51	2,66	2,82	2,99	3,16	3,35	3,55	3,76	3,98	4,22	4,47	4,73	5,01	5,31	5,62	5,96	6,31			
84	$\frac{41}{43}$			$\frac{37}{47}$	$\frac{36}{48}$	$\frac{35}{49}$				$\frac{30}{54}$	$\frac{29}{55}$	$\frac{28}{56}$	$\frac{27}{57}$	$\frac{26}{58}$	$\frac{25}{59}$	$\frac{24}{60}$	$\frac{23}{61}$	$\frac{22}{62}$	$\frac{21}{63}$	$\frac{20}{64}$				$\frac{17}{67}$	$\frac{16}{68}$			$\frac{14}{70}$							
85	$\frac{41}{44}$	$\frac{40}{45}$	$\frac{39}{46}$		$\frac{35}{50}$	$\frac{34}{51}$	$\frac{33}{52}$	$\frac{32}{53}$						$\frac{26}{59}$	$\frac{25}{60}$	$\frac{24}{61}$	$\frac{23}{62}$						$\frac{18}{68}$	$\frac{17}{69}$			$\frac{15}{70}$	$\frac{14}{71}$							
86	$\frac{42}{44}$		$\frac{39}{47}$	$\frac{38}{48}$				$\frac{33}{53}$	$\frac{32}{54}$	$\frac{31}{55}$	$\frac{30}{56}$	$\frac{29}{57}$									$\frac{20}{66}$	$\frac{19}{67}$	$\frac{18}{68}$				$\frac{15}{71}$	$\frac{14}{72}$							
87	$\frac{42}{45}$	$\frac{41}{46}$	$\frac{40}{47}$	$\frac{39}{48}$	$\frac{37}{49}$	$\frac{36}{50}$	$\frac{35}{51}$	$\frac{34}{52}$			$\frac{30}{57}$	$\frac{29}{58}$	$\frac{28}{59}$	$\frac{27}{60}$	$\frac{26}{61}$	$\frac{25}{62}$	$\frac{24}{63}$	$\frac{23}{64}$	$\frac{22}{65}$	$\frac{21}{66}$	$\frac{20}{67}$	$\frac{19}{68}$				$\frac{16}{71}$	$\frac{15}{72}$						$\frac{13}{75}$		
88	$\frac{43}{45}$		$\frac{40}{49}$	$\frac{39}{49}$	$\frac{38}{50}$	$\frac{37}{51}$	$\frac{35}{53}$	$\frac{34}{54}$					$\frac{28}{60}$	$\frac{27}{61}$	$\frac{26}{62}$	$\frac{25}{63}$	$\frac{24}{64}$	$\frac{23}{65}$	$\frac{22}{66}$	$\frac{21}{67}$	$\frac{20}{68}$				$\frac{17}{71}$	$\frac{16}{72}$			$\frac{14}{74}$			$\frac{13}{76}$			
89	$\frac{43}{46}$	$\frac{42}{47}$	$\frac{41}{48}$		$\frac{38}{51}$	$\frac{37}{52}$		$\frac{33}{56}$	$\frac{32}{57}$	$\frac{31}{58}$	$\frac{30}{59}$													$\frac{18}{71}$	$\frac{17}{72}$			$\frac{14}{75}$							
90	$\frac{44}{46}$		$\frac{41}{49}$	$\frac{40}{50}$		$\frac{37}{53}$	$\frac{36}{54}$	$\frac{35}{55}$				$\frac{29}{60}$	$\frac{28}{61}$	$\frac{28}{62}$							$\frac{20}{70}$	$\frac{19}{71}$	$\frac{18}{72}$				$\frac{15}{75}$					$\frac{13}{77}$			
91	$\frac{44}{47}$	$\frac{43}{48}$		$\frac{40}{51}$	$\frac{39}{52}$	$\frac{38}{53}$	$\frac{35}{56}$	$\frac{34}{57}$	$\frac{33}{58}$				$\frac{29}{62}$	$\frac{28}{63}$	$\frac{27}{64}$	$\frac{26}{65}$	$\frac{25}{66}$	$\frac{24}{67}$	$\frac{23}{68}$	$\frac{22}{69}$	$\frac{21}{70}$	$\frac{20}{71}$	$\frac{19}{72}$				$\frac{16}{75}$	$\frac{15}{76}$				$\frac{13}{78}$			
92	$\frac{45}{47}$	$\frac{44}{49}$	$\frac{42}{50}$	$\frac{41}{51}$		$\frac{38}{54}$	$\frac{37}{55}$		$\frac{33}{59}$	$\frac{32}{60}$	$\frac{31}{61}$										$\frac{21}{71}$	$\frac{20}{72}$				$\frac{17}{75}$	$\frac{16}{76}$			$\frac{14}{78}$					
93	$\frac{45}{48}$	$\frac{44}{49}$		$\frac{41}{52}$	$\frac{40}{53}$		$\frac{37}{56}$	$\frac{36}{57}$	$\frac{35}{59}$	$\frac{34}{60}$	$\frac{33}{61}$	$\frac{32}{62}$	$\frac{31}{63}$	$\frac{29}{64}$	$\frac{28}{65}$										$\frac{18}{75}$	$\frac{17}{76}$			$\frac{14}{79}$						
94	$\frac{46}{48}$	$\frac{44}{50}$	$\frac{43}{51}$		$\frac{40}{54}$	$\frac{39}{55}$	$\frac{38}{56}$	$\frac{35}{59}$	$\frac{34}{60}$			$\frac{30}{64}$	$\frac{29}{65}$	$\frac{28}{66}$	$\frac{27}{67}$									$\frac{19}{75}$	$\frac{18}{76}$	$\frac{17}{77}$			$\frac{15}{79}$						
95	$\frac{46}{49}$	$\frac{45}{50}$		$\frac{42}{53}$	$\frac{41}{54}$	$\frac{40}{55}$	$\frac{38}{57}$	$\frac{37}{58}$	$\frac{35}{60}$	$\frac{34}{61}$	$\frac{33}{62}$	$\frac{32}{63}$	$\frac{31}{64}$	$\frac{29}{66}$	$\frac{28}{67}$	$\frac{27}{68}$	$\frac{26}{69}$	$\frac{25}{70}$	$\frac{24}{71}$	$\frac{23}{72}$	$\frac{22}{73}$	$\frac{21}{74}$	$\frac{20}{75}$				$\frac{18}{77}$	$\frac{16}{80}$	$\frac{15}{81}$				$\frac{13}{82}$		
96		$\frac{45}{51}$	$\frac{44}{52}$		$\frac{41}{55}$	$\frac{40}{56}$		$\frac{37}{59}$	$\frac{36}{60}$	$\frac{35}{61}$	$\frac{34}{62}$	$\frac{33}{63}$	$\frac{32}{64}$	$\frac{31}{65}$	$\frac{29}{70}$	$\frac{28}{71}$	$\frac{27}{72}$											$\frac{16}{80}$							
97	$\frac{47}{50}$	$\frac{46}{51}$	$\frac{44}{52}$	$\frac{43}{53}$		$\frac{40}{57}$	$\frac{39}{58}$	$\frac{38}{59}$	$\frac{36}{61}$	$\frac{35}{62}$	$\frac{34}{63}$	$\frac{33}{64}$	$\frac{32}{65}$	$\frac{31}{66}$	$\frac{30}{67}$	$\frac{29}{68}$											$\frac{17}{80}$	$\frac{16}{81}$			$\frac{14}{83}$				
98		$\frac{46}{52}$	$\frac{45}{53}$		$\frac{42}{56}$		$\frac{39}{59}$	$\frac{38}{60}$	$\frac{37}{61}$	$\frac{36}{62}$	$\frac{35}{63}$	$\frac{34}{64}$	$\frac{33}{65}$	$\frac{32}{66}$	$\frac{30}{68}$	$\frac{29}{69}$	$\frac{28}{70}$	$\frac{27}{71}$						$\frac{19}{79}$	$\frac{18}{80}$	$\frac{17}{81}$			$\frac{14}{84}$						
99	$\frac{48}{51}$	$\frac{47}{52}$	$\frac{45}{53}$	$\frac{44}{54}$		$\frac{41}{58}$	$\frac{40}{59}$	$\frac{39}{60}$	$\frac{37}{62}$	$\frac{36}{63}$	$\frac{35}{64}$	$\frac{34}{65}$	$\frac{33}{66}$	$\frac{32}{67}$	$\frac{31}{68}$	$\frac{30}{69}$	$\frac{29}{70}$	$\frac{28}{71}$	$\frac{27}{72}$	$\frac{26}{73}$	$\frac{25}{74}$	$\frac{24}{75}$	$\frac{23}{76}$	$\frac{22}{77}$	$\frac{21}{78}$	$\frac{20}{79}$	$\frac{19}{80}$	$\frac{18}{81}$	$\frac{17}{82}$	$\frac{16}{83}$	$\frac{15}{84}$				
100			$\frac{46}{54}$	$\frac{45}{55}$	$\frac{43}{56}$	$\frac{42}{57}$	$\frac{40}{60}$	$\frac{39}{61}$	$\frac{38}{62}$	$\frac{37}{63}$	$\frac{36}{64}$	$\frac{35}{65}$	$\frac{34}{66}$	$\frac{33}{67}$	$\frac{31}{69}$	$\frac{30}{70}$					$\frac{26}{74}$	$\frac{25}{75}$	$\frac{24}{76}$	$\frac{23}{77}$	$\frac{22}{78}$	$\frac{21}{79}$	$\frac{20}{80}$	$\frac{19}{81}$	$\frac{18}{82}$	$\frac{17}{83}$	$\frac{16}{84}$	$\frac{15}{85}$			
101	$\frac{49}{52}$		$\frac{46}{55}$	$\frac{45}{56}$	$\frac{43}{58}$	$\frac{42}{59}$	$\frac{41}{60}$	$\frac{40}{61}$	$\frac{39}{62}$	$\frac{38}{63}$	$\frac{37}{64}$	$\frac{36}{65}$	$\frac{35}{66}$	$\frac{34}{67}$	$\frac{33}{68}$	$\frac{32}{69}$	$\frac{31}{70}$	$\frac{30}{71}$	$\frac{29}{72}$								$\frac{17}{84}$	$\frac{16}{85}$			$\frac{14}{86}$				
102		$\frac{48}{54}$		$\frac{45}{57}$	$\frac{44}{58}$	$\frac{42}{60}$	$\frac{41}{61}$	$\frac{40}{62}$	$\frac{39}{63}$	$\frac{38}{64}$	$\frac{37}{65}$	$\frac{36}{66}$	$\frac{35}{67}$	$\frac{34}{68}$	$\frac{33}{69}$	$\frac{32}{70}$	$\frac{31}{71}$	$\frac{30}{72}$	$\frac{29}{73}$	$\frac{28}{74}$	$\frac{27}{75}$						$\frac{19}{84}$	$\frac{18}{85}$	$\frac{17}{86}$			$\frac{14}{86}$			
103	$\frac{50}{53}$		$\frac{47}{56}$		$\frac{44}{59}$	$\frac{43}{60}$	$\frac{41}{62}$	$\frac{40}{63}$	$\frac{39}{64}$	$\frac{38}{65}$	$\frac{37}{66}$	$\frac{36}{67}$	$\frac{35}{68}$	$\frac{34}{69}$	$\frac{33}{70}$	$\frac{32}{71}$	$\frac{31}{72}$	$\frac{30}{73}$	$\frac{29}{74}$	$\frac{28}{75}$	$\frac{27}{76}$	$\frac{26}{77}$	$\frac{25}{78}$			$\frac{21}{82}$	$\frac{20}{83}$	$\frac{19}{84}$	$\frac{18}{85}$	$\frac{17}{86}$			$\frac{15}{88}$	$\frac{14}{89}$	
104		$\frac{49}{55}$		$\frac{46}{58}$		$\frac{43}{61}$	$\frac{42}{62}$	$\frac{41}{63}$	$\frac{40}{64}$	$\frac{39}{65}$	$\frac{38}{66}$	$\frac{37}{67}$	$\frac{36}{68}$	$\frac{35}{69}$	$\frac{34}{70}$	$\frac{33}{71}$	$\frac{32}{72}$	$\frac{31}{73}$	$\frac{30}{74}$	$\frac{29}{75}$	$\frac{28}{76}$	$\frac{27}{77}$	$\frac{26}{78}$	$\frac{25}{79}$	$\frac{24}{80}$	$\frac{23}{81}$	$\frac{22}{82}$	$\frac{21}{83}$	$\frac{20}{84}$	$\frac{19}{85}$	$\frac{18}{86}$			$\frac{15}{89}$	
105	$\frac{51}{54}$		$\frac{48}{57}$		$\frac{45}{60}$	$\frac{44}{61}$	$\frac{42}{63}$	$\frac{41}{64}$	$\frac{40}{65}$	$\frac{39}{66}$	$\frac{38}{67}$	$\frac{37}{68}$	$\frac{36}{69}$	$\frac{35}{70}$	$\frac{34}{71}$	$\frac{33}{72}$	$\frac{32}{73}$	$\frac{31}{74}$	$\frac{30}{75}$	$\frac{29}{76}$		$\frac{25}{80}$	$\frac{24}{81}$	$\frac{23}{82}$	$\frac{22}{83}$	$\frac{21}{84}$	$\frac{20}{85}$	$\frac{19}{86}$			$\frac{15}{90}$				
106		$\frac{50}{56}$		$\frac{47}{59}$		$\frac{44}{62}$	$\frac{43}{63}$	$\frac{41}{65}$	$\frac{40}{66}$	$\frac{39}{67}$	$\frac{38}{68}$	$\frac{37}{69}$	$\frac{36}{70}$	$\frac{35}{71}$	$\frac{34}{72}$	$\frac{33}{73}$	$\frac{32}{74}$	$\frac{31}{75}$	$\frac{30}{76}$	$\frac{29}{77}$	$\frac{28}{78}$				$\frac{22}{84}$			$\frac{17}{89}$	$\frac{16}{90}$			$\frac{14}{91}$			
107	$\frac{52}{55}$		$\frac{49}{58}$	$\frac{48}{59}$	$\frac{46}{60}$	$\frac{45}{61}$	$\frac{43}{63}$	$\frac{42}{64}$	$\frac{41}{65}$	$\frac{40}{66}$	$\frac{39}{67}$	$\frac{38}{68}$	$\frac{37}{69}$	$\frac{36}{70}$	$\frac{35}{71}$	$\frac{34}{72}$	$\frac{33}{73}$	$\frac{32}{74}$	$\frac{31}{75}$	$\frac{30}{76}$	$\frac{29}{77}$	$\frac{28}{78}$	$\frac{27}{79}$	$\frac{26}{80}$	$\frac{25}{81}$	$\frac{24}{82}$	$\frac{23}{83}$	$\frac{22}{84}$	$\frac{21}{85}$	$\frac{20}{86}$	$\frac{19}{87}$	$\frac{18}{88}$	$\frac{17}{89}$	$\frac{16}{90}$	$\frac{15}{91}$
108		$\frac{51}{57}$	$\frac{49}{59}$	$\frac{48}{60}$	$\frac{46}{62}$	$\frac{45}{63}$	$\frac{43}{65}$	$\frac{42}{66}$	$\frac{41}{67}$	$\frac{40}{68}$	$\frac{39}{69}$	$\frac{38}{70}$	$\frac{37}{71}$	$\frac{36}{72}$	$\frac{35}{73}$	$\frac{34}{74}$	$\frac{33}{75}$	$\frac{32}{76}$	$\frac{31}{77}$	$\frac{30}{78}$	$\frac{29}{79}$	$\frac{28}{80}$	$\frac{27}{81}$	$\frac{26}{82}$	$\frac{25}{83}$	$\frac{24}{84}$		$\frac{20}{88}$	$\frac{19}{89}$	$\frac{18}{90}$	$\frac{17}{91}$				
109	$\frac{53}{56}$	$\frac{52}{58}$	$\frac{50}{59}$	$\frac{49}{60}$	$\frac{47}{61}$	$\frac{46}{62}$	$\frac{44}{64}$	$\frac{43}{65}$	$\frac{42}{66}$	$\frac{41}{67}$	$\frac{40}{68}$	$\frac{39}{69}$	$\frac{38}{70}$	$\frac{37}{71}$	$\frac{36}{72}$	$\frac{35}{73}$	$\frac{34}{74}$	$\frac{33}{75}$	$\frac{32}{76}$	$\frac{31}{77}$	$\frac{30}{78}$	$\frac{29}{79}$	$\frac{28}{80}$	$\frac{27}{81}$	$\frac{26}{82}$	$\frac{25}{83}$	$\frac{24}{84}$	$\frac{23}{85}$	$\frac{22}{86}$	$\frac{21}{87}$	$\frac{20}{88}$	$\frac{19}{89}$	$\frac{18}{90}$	$\frac{17}{91}$	
110	$\frac{53}{57}$	$\frac{52}{58}$	$\frac{50}{60}$	$\frac{49}{61}$	$\frac{47}{63}$	$\frac{46}{64}$	$\frac{44}{66}$	$\frac{43}{67}$	$\frac{41}{69}$	$\frac{40}{70}$	$\frac{39}{71}$	$\frac{38}{72}$	$\frac{37}{73}$	$\frac{36}{74}$	$\frac{35}{75}$	$\frac{34}{76}$	$\frac{33}{77}$	$\frac{32}{78}$	$\frac{31}{79}$	$\frac{30}{80}$	$\frac{29}{81}$	$\frac{28}{82}$	$\frac{27}{83}$	$\frac{26}{84}$	$\$										

6- BIBLIOGRAFIA

- 1- KOEGNIGSBERGER, F. - Design principles of metalcutting machine tools
New York, Ed. The Macmillan Company, 1964. 330p.
- 2- ROGNITZ, H. - Maquinas-herramientas para el trabajado de materiales
con arranque de viruta. Espanha, Ed. Labor, 1966. 355p.
- 3- JEHLICKA, J & MARTYNER, E. & SHILITZ, A. - Mecanismos, engranages y
acoplamientos. Espanha, Ed. Urmo, 1969. 289p.
- 4- NORMA DIN - Normas fundamentales para la tecnica mecanica. Espanha,
Ed. Balzola-Bilbao, 1970.
- 5- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - NB 71. Rio de Janeiro ,
1958.
- 6- FERRARESI, D. - Movimento nas máquinas operatrizes. São Carlos, 1972,
38p.
- 7- ROGNITZ, H. - Variadores escalonados de velocidades em máquinas-fer-
ramenta. São Paulo, Ed. Polígono, 1973. 145p.