

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

DIMENSIONAMENTO DE ESTOQUES

NOTAS DE AULA

JOÃO VITOR MOCCELLIN

SÃO CARLOS, SP - 2003

SUMÁRIO

	Página
1. CONSIDERAÇÕES GERAIS.....	1
2. SISTEMAS TÍPICOS DE ESTOQUES.....	3
3. CRITÉRIOS PARA DIMENSIONAMENTO.....	8
4. DIMENSIONAMENTO DOS SISTEMAS TÍPICOS.....	15
5. LOTE ECONÔMICO NOS CASOS DE DESCONTINUIDADE DA CURVA DE CUSTO TOTAL: Critério de mínimo custo.....	17
EXERCÍCIOS.....	20

DIMENSIONAMENTO DE ESTOQUES

1. CONSIDERAÇÕES GERAIS

1.1. Natureza

Geralmente, um estoque consiste de recursos passíveis de serem utilizados mas que se encontram, momentaneamente, sem aplicação. Os recursos podem ser de diversos tipos: mão-de-obra, materiais, equipamentos ou dinheiro. O termo “estoque” é mais usado quando o recurso em questão é composto de materiais ou produtos em qualquer estágio de acabamento.

Existe problema de estoque quando a quantidade dos recursos pode ser controlada e quando existe pelo menos um custo que diminui à medida que a quantidade em estoque aumenta.

1.2. Categorias de problemas (tipos)

Os problemas de estoques geralmente são agrupados em categorias, conforme a natureza da DEMANDA dos recursos em estoque:

- a) demanda determinada (previsível com certa precisão);
- b) demanda aleatória;
- c) demanda desconhecida.

1.3. Modelos matemáticos representativos dos problemas de estoques

Na maioria dos casos, a grande justificativa para o dimensionamento de estoque por técnicas matemáticas é resultar o nível geral de investimentos em estoques mais reduzido do que se for adotado o simples bom senso, uma vez que, pelas características do problema, podemos concluir que, a cada instante, há uma quantidade ótima a ser mantida em estoque que minimiza a soma dos custos de obter e manter recursos em estoque, garantindo a existência desses recursos para atender às requisições (demanda).

Desta forma, de um modo geral, a análise de um problema de estoque objetiva definir uma função de custo à qual devemos otimizar.

1.4. Tipos de custos envolvidos

a) Custo de Obtenção ou Preparação

“Diretamente associado ao número de pedidos de reposição de estoques”.

Exemplos:

- Compra ou aquisição: custo de emissão dos pedidos, recepção, inspeção, transporte, etc.
- Fabricação: custo de emissão de ordens de serviço (fabricação), preparação de máquinas, movimentação de materiais, custo da produção interrompida, etc.

b) Custo de Armazenagem, ou de Posse, ou de Manutenção de Estoques

“Diretamente associado à quantidade estocada (volume de estoque) e ao período de armazenamento”.

- Principais componentes: juros, impostos, seguros, obsolescência, deterioração, depreciação, aluguel dos depósitos, etc.

c) Custo Fixo

“Associado a cada unidade do recurso e independente da política de estoques adotada”.

Exemplo: preço pago ao fornecedor, custo de produção.

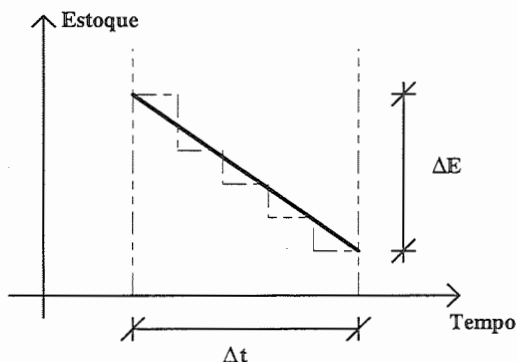
d) Custo de Ruptura do Estoque

“Penalidade decorrente do não atendimento da demanda, durante um determinado intervalo de tempo”.

2. SISTEMAS TÍPICOS DE ESTOQUES

2.1. Hipóteses iniciais

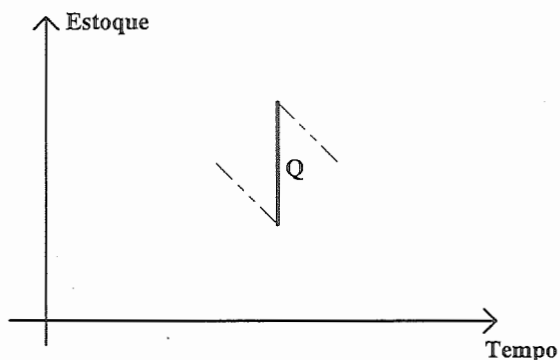
I - Demanda Conhecida (Determinada), suposta constante por unidade de tempo, dentro de um certo intervalo de tempo.



- demanda média por unidade de tempo.

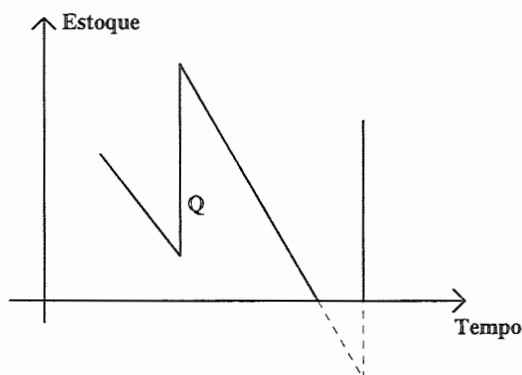
$$d = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

II - Reabastecimento do estoque por lotes (Q)

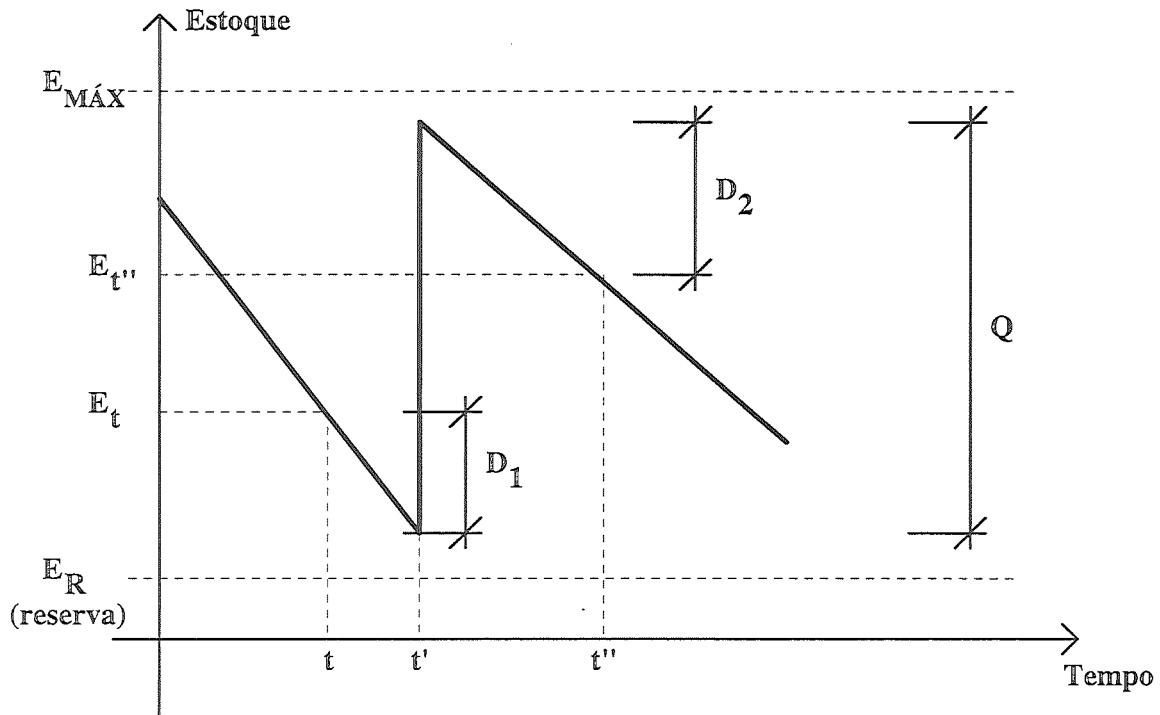


- Aquisição (compra)
- Produção "instantânea"

III - Não ocorre RUPTURA no estoque



2.2. Estrutura dos Sistemas Típicos



Equação de equilíbrio

$$E_{t''} = E_t - D_1 + Q - D_2$$

$$E_{t''} = E_t + Q - D(t, t'')$$

$E_{t''}$ = estoque no instante t'' .

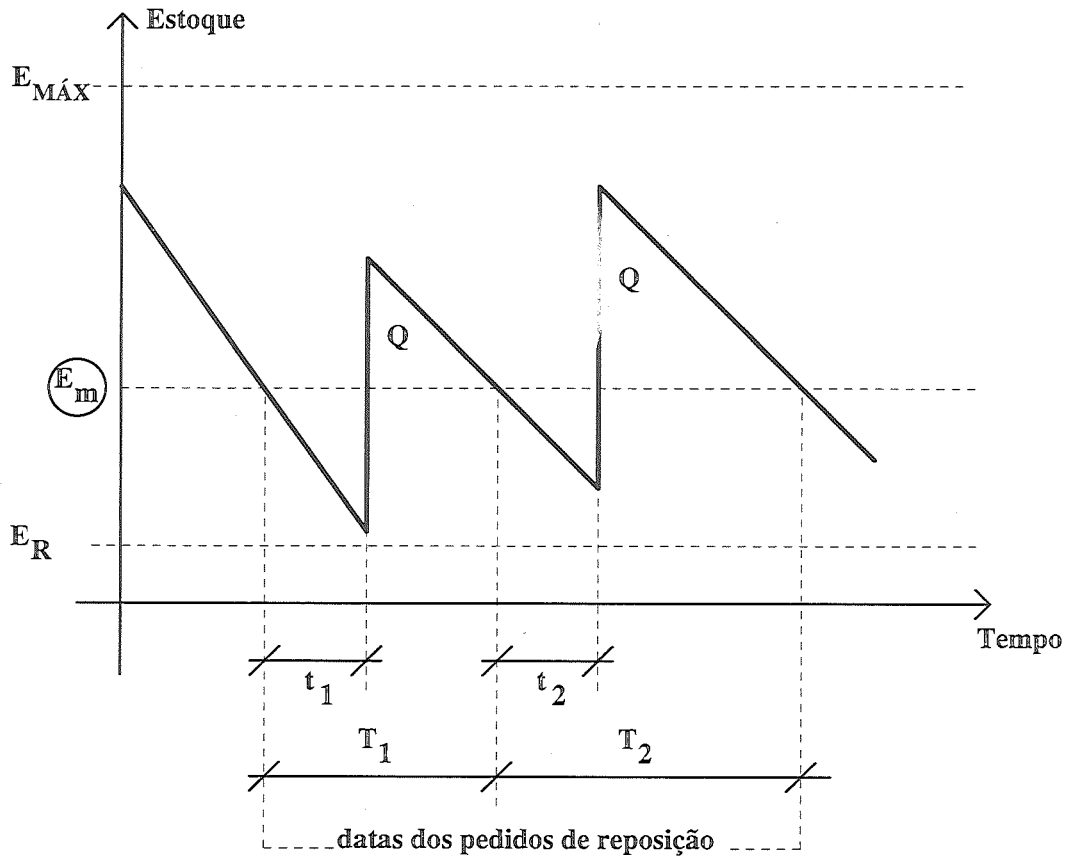
E_t = estoque no instante t .

Q = quantidade adicionada ao estoque no instante t' $t < t' < t''$.

$D(t, t'')$ = demanda no intervalo (t, t'') .

$$D(t, t'') = D_1 + D_2$$

2.3. Sistema de Duas Gavetas ou de Estoque Mínimo



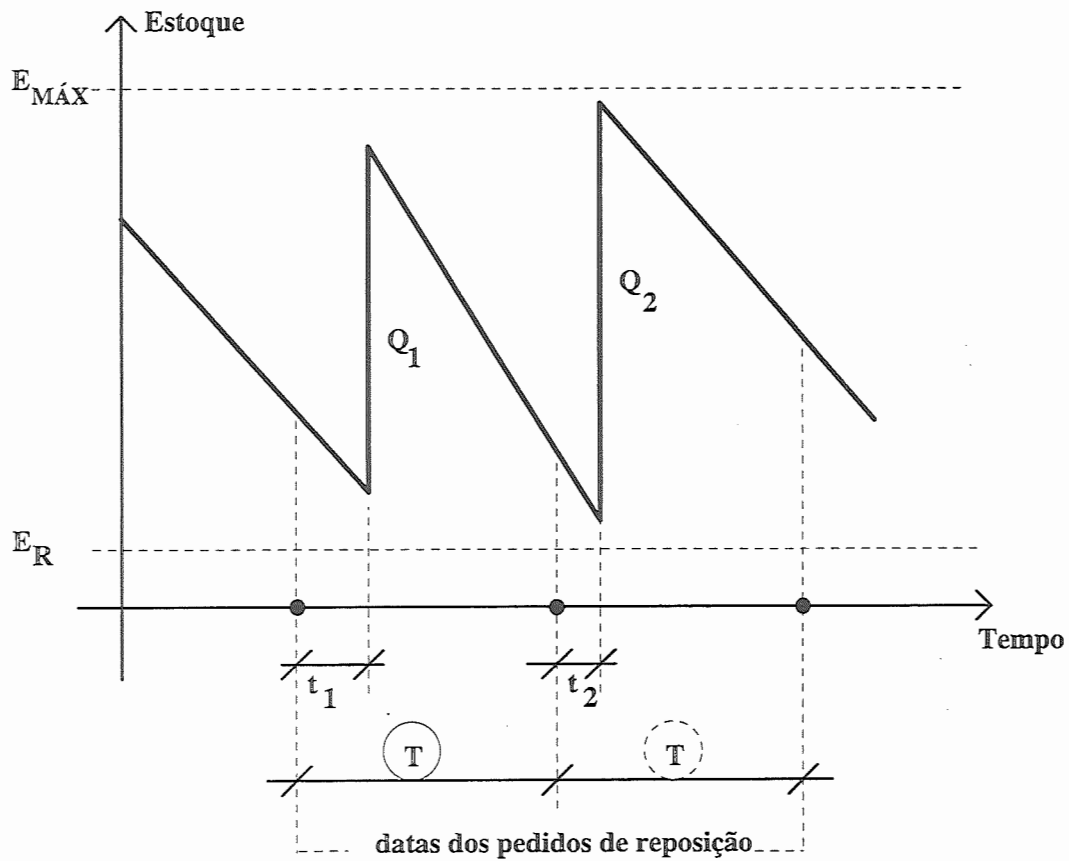
• Características:

- quantidade adicionada ao estoque é sempre constante (Q).
- período de tempo entre pedidos de reposição consecutivos é variável (T_1, T_2, \dots)

• Dimensionamento - valores a serem estabelecidos:

Q e E_m

2.4. Sistema de Renovação Periódica



• Características:

- quantidade adicionada ao estoque é variável em cada pedido (Q_1, Q_2, \dots).
- período de tempo entre pedidos de reposição consecutivos é constante (T)

• Dimensionamento - valores a serem estabelecidos:

T
Q_1, Q_2, \dots

2.5. Sistema de estocagem para um fim específico

- duas sub-divisões
- estocagem para atender a um programa de produção pré-determinado.
 - estocagem para atender especificamente a uma ordem de produção.

Nesse sistema, tanto o período de tempo entre pedidos (T) como o lote de abastecimento (Q) dependem do conhecimento prévio da demanda.

2.6. Combinações entre sistemas

- duas gavetas e renovação periódica
- duas gavetas e fim específico.

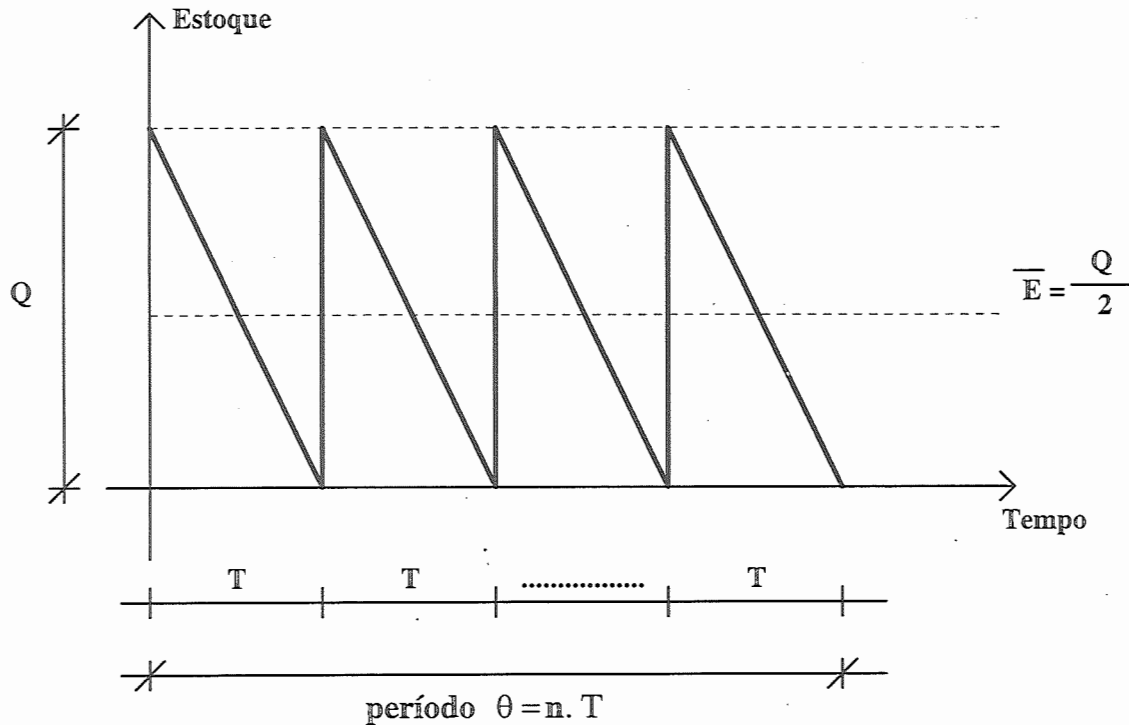
2.7. Utilização dos sistemas

A diversidade de sistemas (simples ou combinados) com suas características, indica que para cada caso deverá ser adotado o sistema mais adequado.

Cada um dos sistemas necessita de uma rotina administrativa e de um fluxo de informações, que deverá ser adaptado ao sistema e ser o mais simples possível.

3. CRITÉRIOS PARA DIMENSIONAMENTO

3.1 - Modelo



3.2 - Dimensionamento com MÍNIMO CUSTO TOTAL

- Método: CUSTO MÉDIO ANUAL (período $\theta = 1$ ano).
- Consideremos, para um determinado tipo de recurso a ser mantido em estoque:

D = demanda anual (em unidades).

n = número de pedidos de reposição de estoque, por ano.

Q = quantidade comprada ou fabricada em cada pedido (lote de reabastecimento).

\bar{E} = estoque médio anual.

C_F = custo fixo por unidade.

C_A = custo médio de armazenagem por unidade, durante 1 ano.

C_p = custo de preparação, em cada pedido de reposição de estoque.

- Desta forma, o CUSTO MÉDIO ANUAL C_T , pode ser expresso por:

$$C_T = C_F \cdot D + C_A \cdot \bar{E} + C_P \cdot n$$

- Considerando $\bar{E} = \frac{Q}{2}$ e $n = \frac{D}{Q}$, vem

$$C_T = C_F \cdot D + \frac{1}{2} C_A \cdot Q + C_P \cdot D \cdot \frac{1}{Q} = f_c(Q)$$

- O valor de Q que MINIMIZA C_T é denominado LOTE ECONÔMICO Q_E .

Cálculo de Q_E :

$$\frac{dC_T}{dQ} = \frac{1}{2} C_A - C_P \cdot D \cdot \frac{1}{Q^2} = 0$$

$$Q_E = \sqrt{\frac{2 \cdot C_P \cdot D}{C_A}}$$

Notar que

$$\frac{d^2 C_T}{dQ^2} = 2 C_P \cdot D \cdot \frac{1}{Q^3} > 0 \quad \forall Q > 0$$

- **Expressão usual de Q_E .**

Normalmente C_A é calculado como uma fração do C_F , a partir de:

$$C_A = C_F (i + a)$$

onde $\left\{ \begin{array}{l} i = \text{taxa de juros do capital,} \\ a = \text{taxa de armazenagem, que leva a} \end{array} \right.$

$$Q_E = \sqrt{\frac{2 \cdot C_P \cdot D}{C_F (i + a)}}$$

Observações:

$$1) \quad Q_E^2 = \frac{2 \cdot C_P \cdot D}{C_A} \rightarrow C_A \frac{Q_E}{2} = C_P \cdot D \frac{1}{Q_E}$$

↓
↓

custo de armazenagem
custo de preparação

“Quando a quantidade adicionada ao estoque, de cada vez, for Q_E , o custo de armazenagem torna-se igual ao custo de preparação”.

II) No modelo utilizado para o dimensionamento, o período de tempo entre pedidos de reposição consecutivos T , se relaciona com Q através de

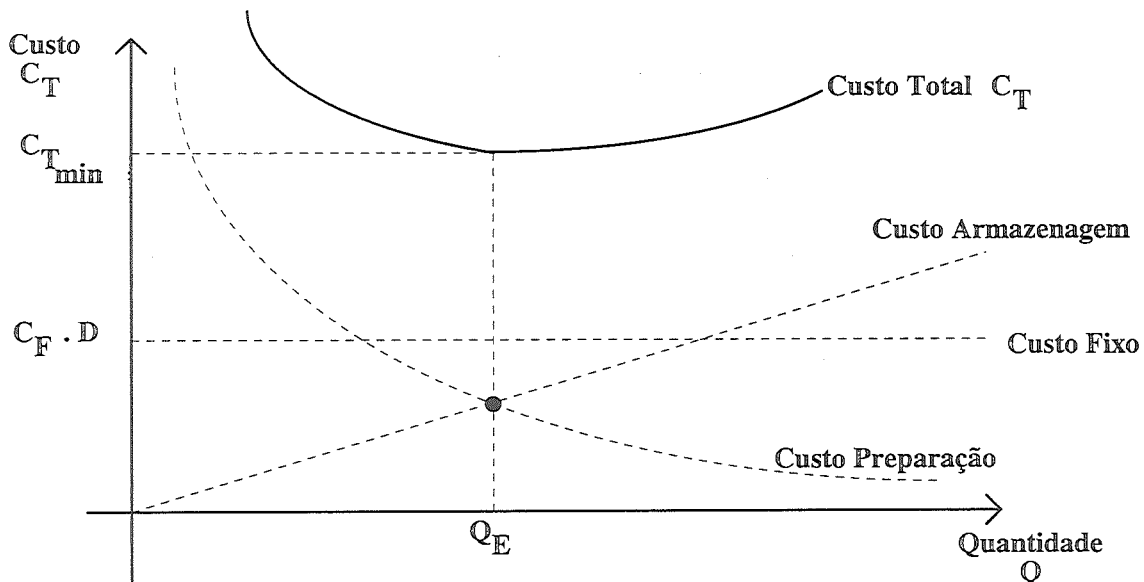
$$T = \frac{Q}{D} \text{ (unidade: anos).}$$

Assim, para o lote econômico Q_E , teremos:

$$T_E = \frac{Q_E}{D}$$

denominado “período econômico”.

• Representação Gráfica de $C_T = f(Q)$



$$C_T = C_F \cdot D + \frac{1}{2} C_F (i + a) \cdot Q + C_p \cdot D \cdot \frac{1}{Q}$$

$$\text{Custo Total} = \text{Custo Fixo} + \text{Custo de Armazenagem} + \text{Custo de Preparação}$$

- ANÁLISE DE SENSIBILIDADE do custo C_T para variações de Q em torno de Q_E .

$$\begin{aligned} \text{Seja} \quad P &= \frac{\Delta Q}{Q_E} & \Delta Q &= Q - Q_E \\ p &= \frac{\Delta C}{C_{V_{\min}}} & \Delta C &= C_T(Q) - C_{T_{\min}} \\ p' &= \frac{\Delta C}{C_{T_{\min}}} & C_{V_{\min}} &= C_A \cdot Q_E \\ & & C_{T_{\min}} &= C_{V_{\min}} + C_F \cdot D \end{aligned}$$

a) Estudo de p em função de P

$$\begin{aligned} p &= f(P) \\ p &= \frac{\Delta C}{C_{V_{\min}}} \quad \begin{cases} \Delta C = C_T - C_{T_{\min}} \\ C_{V_{\min}} = C_A \cdot Q_E \end{cases} \\ \Delta C &= C_T - C_{T_{\min}} = C_F D + \frac{1}{2} C_A Q + C_P D \frac{1}{Q} \\ &\quad - \left(C_F D + \frac{1}{2} C_A \cdot Q_E + C_P D \frac{1}{Q_E} \right) \\ \Delta C &= \frac{1}{2} C_A \cdot Q + C_P D \frac{1}{Q} - C_A Q_E \end{aligned}$$

sendo

$$Q = Q_E (1+P) \quad \text{e} \quad C_P D \frac{1}{Q_E} = \frac{1}{2} C_A Q_E$$

vem

$$\begin{aligned} \Delta C &= \frac{1}{2} C_A Q_E (1+P) + \frac{1}{2} C_A Q_E \frac{1}{(1+P)} - C_A Q_E \\ \Delta C &= C_A Q_E \left(\frac{1+P}{2} + \frac{1}{2(1+P)} - 1 \right) \\ \Delta C &= C_A Q_E \left\{ \frac{(1+P)^2 + 1 - 2(1+P)}{2(1+P)} \right\} \end{aligned}$$

$$\Delta C = C_A Q_E \left(\frac{1 + 2P + P^2 + 1 - 2 - 2P}{2(1+P)} \right)$$

$$\Delta C = C_A Q_E \frac{P^2}{2(1+P)} \quad p = \frac{\Delta C}{C_A Q_E}$$

logo

$$p = \frac{P^2}{2(1+P)}$$

$P > 0$
($Q > Q_E$)

P	p
0,1	0,0045
0,2	0,0166
0,3	0,0346
0,4	0,0571
0,5	0,0833
0,6	0,1125
0,7	0,1441
0,8	0,1777
0,9	0,2131
1,0	0,2500

$-1 < P < 0$
 $0 < Q < Q_E$

P	p
-0,1	0,0055
-0,2	0,0250
-0,3	0,0642
-0,4	0,1333
-0,5	0,2500
-0,6	0,4500
-0,7	0,8166
-0,8	1,6000
-0,9	4,0500
--	--

b) Estudo de p' em função de p

$$p' = \frac{\Delta C}{C_{Tmin}} \quad p = \frac{\Delta C}{C_{Vmin}} \rightarrow p' C_{Tmin} = p C_{Vmin}$$

$$p' = \frac{C_{Vmin}}{C_{Tmin}} \cdot p \quad \frac{C_{Vmin}}{C_{Tmin}} < 1 \rightarrow p' < p$$

$$\frac{C_{Vmin}}{C_{Tmin}} = \frac{C_A \cdot Q_E}{C_A \cdot Q_E + C_F \cdot D} = \frac{1}{1 + \frac{C_F \cdot D}{C_A \cdot Q_E}}$$

onde

$$\frac{C_F \cdot D}{C_A \cdot Q_E} = \frac{C_F \cdot D}{C_A \sqrt{\frac{2C_p \cdot D}{C_A}}}$$

que leva a

$$\frac{C_F \cdot D}{C_A \cdot Q_E} = \frac{1}{\sqrt{\frac{2 C_P (i+a)}{C_F \cdot D}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{2 C_P (i+a)}{C_F \cdot D}}}$$

logo

$$p' = \frac{1}{1 + \frac{1}{\sqrt{\frac{2 C_P (i+a)}{C_F \cdot D}}}} \cdot p = \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{C_F \cdot D}{2 C_P (i+a)}}} \cdot p$$

3.3. Dimensionamento com MÁXIMA RENTABILIDADE do capital

Definição:

$$\text{rentabilidade} \quad R = \frac{(\text{receita} - \text{custo}) \text{ anual}}{\text{capital empregado em estoque}}$$

Seja:

$$\begin{cases} v = \text{preço unitário de venda} \\ K \cdot Q = \text{capital empregado (suposto proporcional ao lote de reposição } Q). \end{cases}$$

$$R = \frac{v \cdot D - (C_F \cdot D + \frac{1}{2} C_A \cdot Q + C_P D \frac{1}{Q})}{K \cdot Q}$$

$$R = \frac{v \cdot D}{K \cdot Q} - \frac{C_F \cdot D}{K \cdot Q} - \frac{1}{2} \frac{C_A}{K} - \frac{C_P D}{K} \cdot \frac{1}{Q^2}$$

$$R = \frac{(v - C_F) D}{K} \cdot \frac{1}{Q} - \frac{C_P D}{K} \cdot \frac{1}{Q^2} - \frac{C_A}{2K} = f_R(Q)$$

O valor de Q que MAXIMIZA a rentabilidade R , denotado Q_R , é obtido

da equação $\frac{dR}{dQ} = 0$.

$$\frac{dR}{dQ} = -\frac{(v - C_F) D}{K} \cdot \frac{1}{Q_R^2} + \frac{2 C_P \cdot D}{K} \cdot \frac{1}{Q_R^3} = 0$$

$$Q_R \neq 0 \rightarrow (v - C_F) D = \frac{2 C_P \cdot D}{Q_R}$$

$$Q_R = \frac{2 C_p}{(v - C_F)}$$

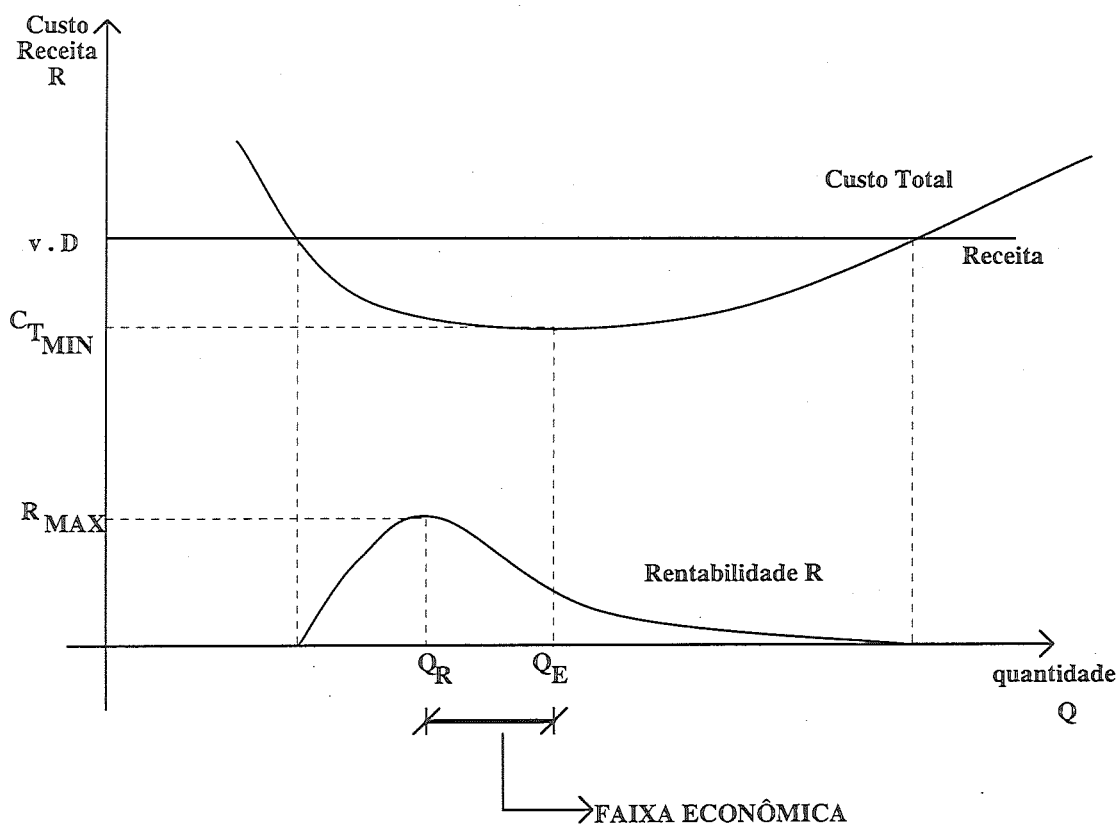
Observações:

$$\frac{d^2 R}{d Q^2} < 0 \quad \text{para} \quad 0 < Q < \frac{3 C_p}{(v - C_F)} = 1,5 Q_R .$$

Para $Q = 1,5 Q_R \rightarrow \frac{d^2 R}{d Q^2} = 0 .$

Normalmente $Q_R < Q_E .$

3.4. FAIXA ECONÔMICA (para os casos em que $Q_R < Q_E$)



Diretrizes Gerais:

- Empresa com grande investimento não relacionado com estoque, deve usar lotes próximos de Q_E .
- Empresa cujo principal investimento seja em estoques, deve usar lotes próximos de Q_R .

4. DIMENSIONAMENTO DOS SISTEMAS TÍPICOS

4.1. Sistema de Duas Gavetas ou de Estoque Mínimo

a) Quantidade adicionada ao estoque: Q

- critério MÍNIMO CUSTO $Q = Q_E$

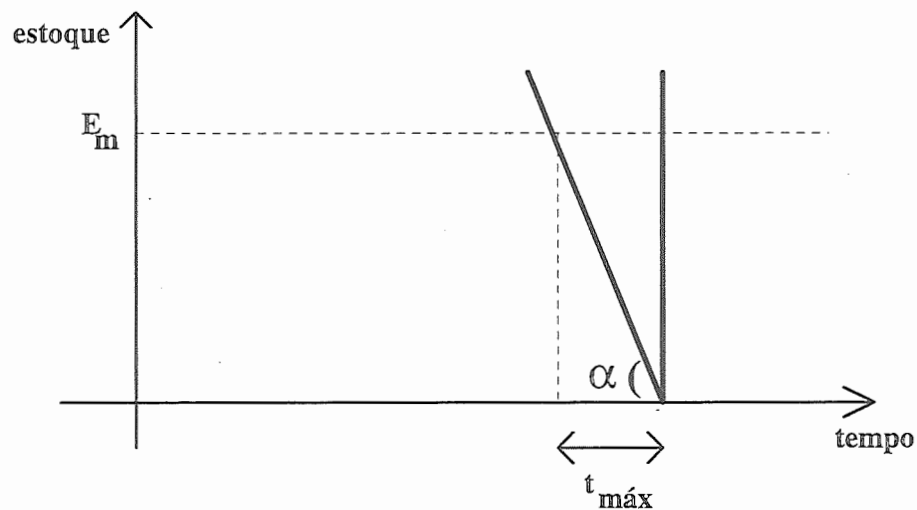
ou

- critério MÁXIMA RENTABILIDADE $Q = Q_R$

ou

- critério FAIXA ECONÔMICA $Q_R < Q < Q_E$.

b) Estoque mínimo : E_m



$$E_m = \operatorname{tg} \alpha \cdot t_{\text{máx}} \quad \text{onde} \quad \operatorname{tg} \alpha = d$$

portanto

$$E_m = d \cdot t_{\text{máx}}$$

sendo $\left\{ \begin{array}{l} d = \text{demanda média por unidade de tempo.} \\ t_{\text{máx}} = \text{intervalo de tempo máximo, entre pedido e recebimento} \\ \text{do lote de reabastecimento } Q. \end{array} \right.$

4.2 - Sistema de Renovação Periódica

a) Período de tempo entre pedidos de reposição consecutivos: T .

- critério MÍNIMO CUSTO $T = T_E$

ou

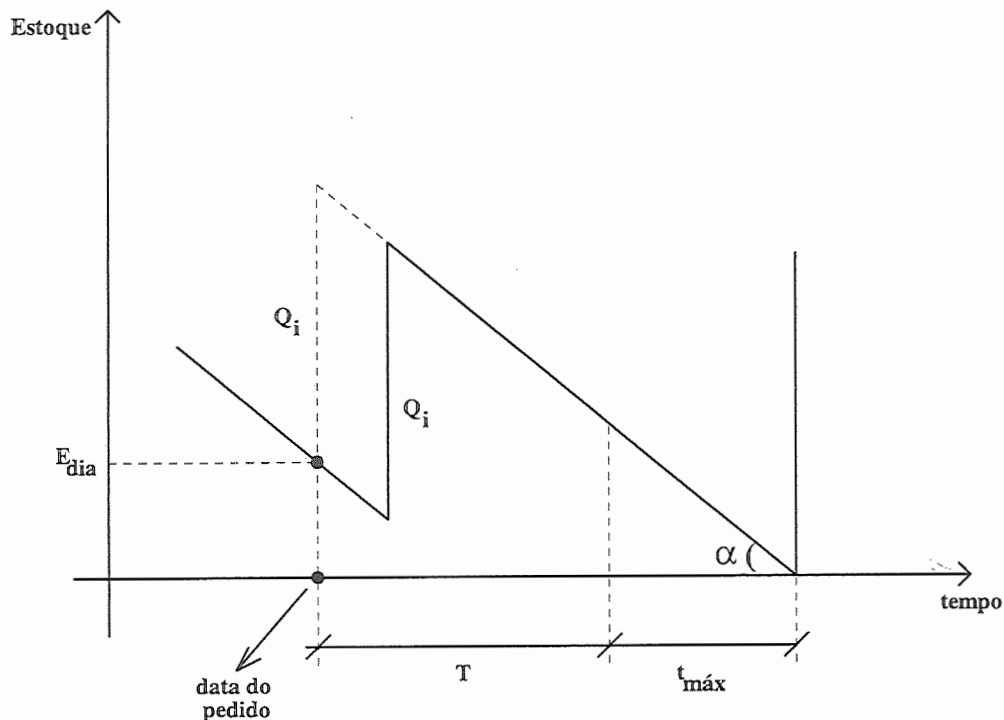
- critério MÁXIMA RENTABILIDADE $T = T_R$

ou

- critério FAIXA ECONÔMICA $T_R < T < T_E$

sendo $T_E = \frac{Q_E}{D}$ e $T_R = \frac{Q_R}{D}$

b) Quantidade adicionada ao estoque, em cada pedido i : Q_i ($i = 1, 2, \dots$)



Na data do pedido : $Q_i + E_{dia} = tg\alpha (T + t_{máx})$

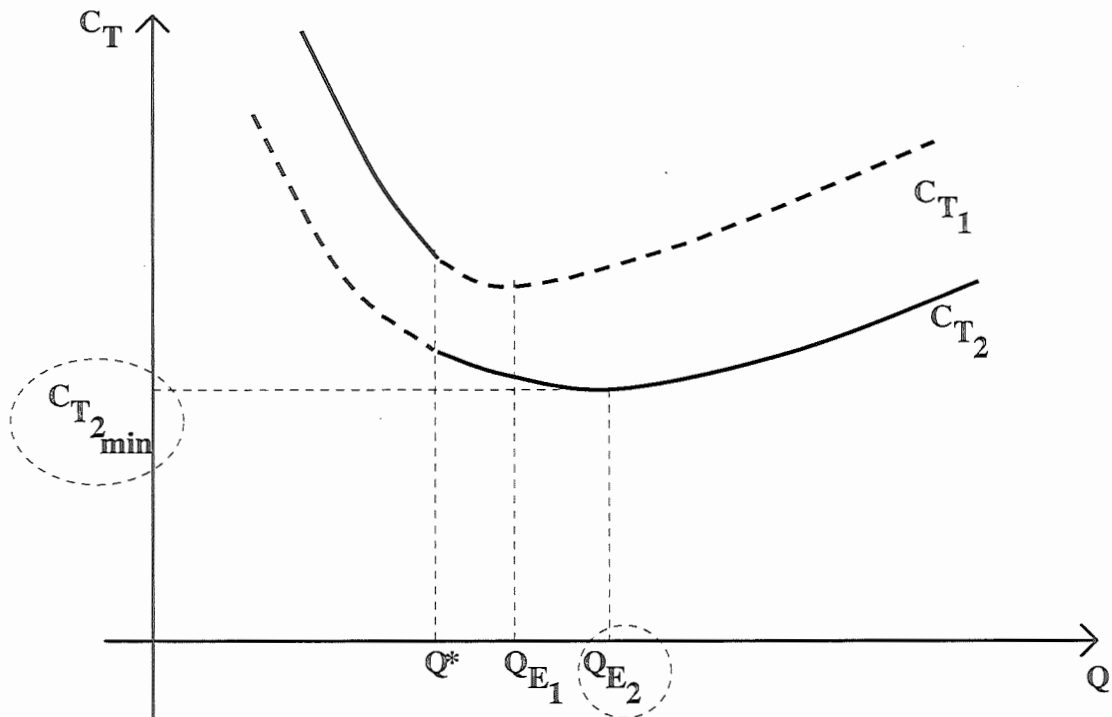
$$d = tg\alpha \rightarrow Q_i + E_{dia} = d (T + t_{máx})$$

portanto

$$Q_i = d (T + t_{máx}) - E_{dia} \quad i = 1, 2, \dots$$

5. LOTE ECONÔMICO NOS CASOS DE DESCONTINUIDADE DA CURVA DE CUSTO TOTAL: Critério de mínimo custo.

5.1. 1º Caso $Q_{E2} \geq Q^*$.



Nesse caso, adotamos $Q = Q_{E2}$

Sendo:

$$Q_{E2} = \sqrt{\frac{2 C_{p2} \cdot D}{C_{F2} (i + a)}}$$

5.2. 2º Caso $Q_{E2} < Q^*$.

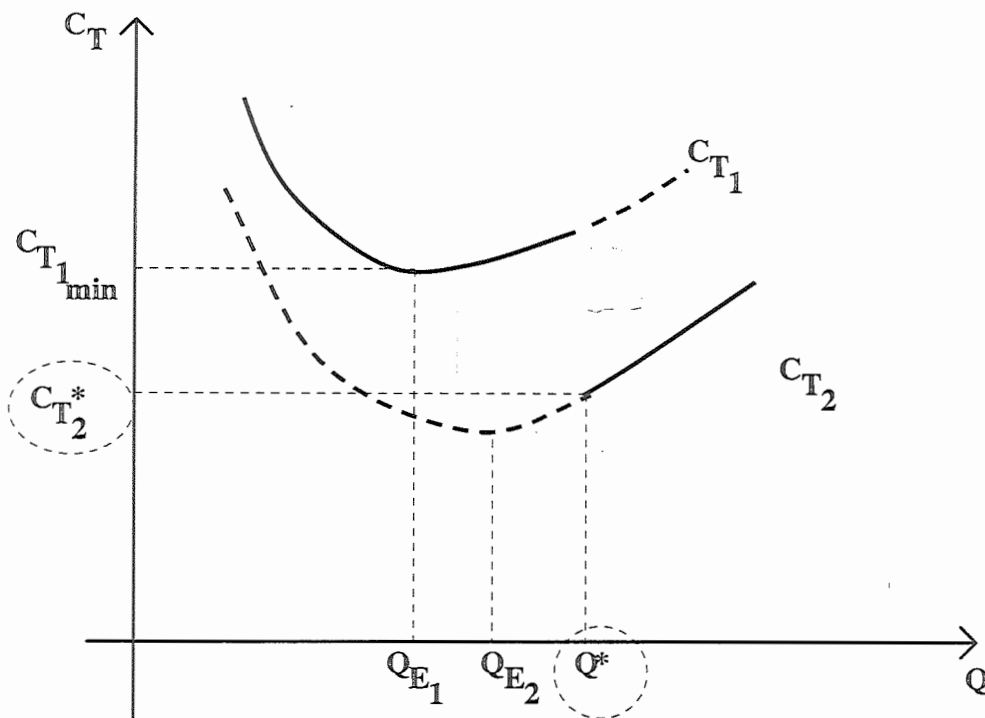
Existem três situações

1ª situação: $C_{T1MIN} > C_{T2}^*$

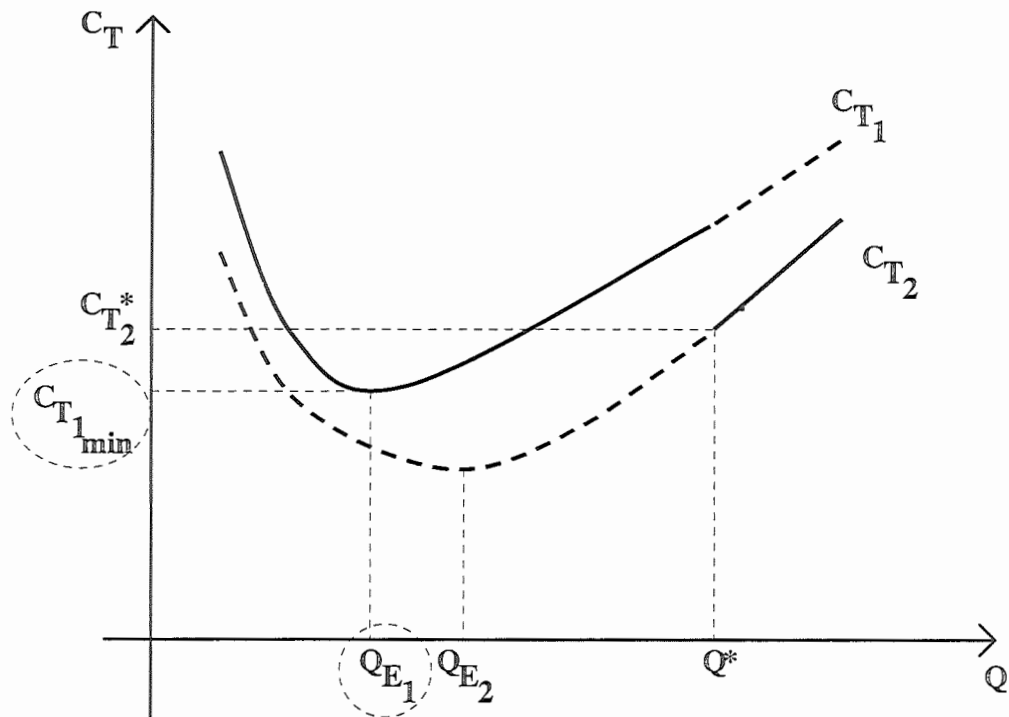
2ª situação: $C_{T1MIN} < C_{T2}^*$

3ª situação: $C_{T1MIN} = C_{T2}^*$

1ª situação



2ª situação



Nesse caso, compara-se $C_{T1_{MIN}}$ com C_{T2}^*

- | | | |
|---|--------------------------------------------------------------|-------------|
| { | Se $C_{T1_{MIN}} > C_{T2}^* \rightarrow Q = Q^*$ | 1ª situação |
| | Se $C_{T1_{MIN}} < C_{T2}^* \rightarrow Q = Q_{E1}$ | 2ª situação |
| | Se $C_{T1_{MIN}} = C_{T2}^* \rightarrow Q = Q^*$ ou Q_{E1} | 3ª situação |

Onde

$$Q_{E1} = \sqrt{\frac{2 C_{p1} \cdot D}{C_{F1} (i + a)}}$$

EXERCÍCIOS

1. Uma empresa pretende estabelecer um sistema de estoque para um determinado tipo de recurso, de acordo com os seguintes dados:

CUSTOS (em \$)

1.1. Custo de aquisição por unidade	142
1.2. Custos de transportes:	
1.2.1. taxa de frete (por lote)	800
1.2.2. custo por unidade transportada	10
1.3. Custo de emissão e controle do pedido de compra	200
1.4. Custo de recepção e inspeção por lote (inspeção por amostragem	120
1.5. Juros do capital (T.M.A.)	46% aa
1.6. Custo de seguro e manutenção do almoxarifado (taxa anual aplicada sobre o valor médio do estoque)	12% aa
1.7. Custo referente ao pagamento de uma duplicata	70
1.8. Custo de transporte recepção-almoxarifado, por unidade	3.

OUTROS DADOS

a) preço de venda (\$)	190
b) demanda média diária do recurso (nº de unidades)	5
c) período de tempo entre o pedido e o recebimento do lote (em dias úteis)	5 a 10 dias
d) considerar semana de 5 dias e mês de 22 dias úteis.	

PEDE-SE:

- Calcular o lote econômico pelo critério do mínimo custo.
- Analisar a sensibilidade do custo total anual para variações da quantidade de reabastecimento em torno do lote econômico Q_E .
- Calcular o lote econômico pelo critério da máxima rentabilidade do capital.
- Supondo que seja utilizado o sistema de duas gavetas, dimensioná-lo pelo critério do mínimo custo.

e) Supondo que seja utilizado o sistema de renovação periódica, dimensioná-lo pelo critério da faixa econômica, de forma que o período de tempo entre pedidos de reposição consecutivos seja:

e.1) multi-semanal;

e.2) referente a uma quantidade média de reabastecimento Q , tal que o custo total anual associado seja no máximo 3% maior que o custo mínimo, e

e.3) o mais próximo possível de T_R .

2. Uma empresa deverá adotar o sistema de estoque mínimo para um determinado tipo de recurso. Dimensionar o sistema pelo critério do mínimo custo, de acordo com os dados que seguem:

CUSTOS (em \$)

2.1. Custo de aquisição por unidade

2.1.1. $Q < 300$ unidades 220

2.1.2. $Q \geq 300$ unidades (desconto de 15%) 187

2.2. Custo de transporte

2.2.1. lotes de até 100 unidades (taxa mínima) 500

2.2.2. custo por unidade transportada para lotes acima de
100 unidades 5

2.3. Custo de emissão e controle do pedido de compra 180

2.4. Custo de recepção e inspeção por unidade (insp. completa)... 7

2.5. Juros do capital (T.M.A.) 40% aa

2.6. Custo de seguro e manutenção do almoxarifado (taxa anual
aplicada sobre o valor médio do estoque) 15% aa

2.7. Custo referente ao pagamento de uma duplicata 60

2.8. Custo de transporte recepção-almoxarifado, por unidade 2.

OUTROS DADOS

a) Demanda média diária do recurso (n° de unidades) 12

b) Período de tempo entre o pedido e o recebimento do lote (em
dias úteis) 10 a 15 dias

c) Considerar semana de 5 dias e mês de 22 dias úteis.