

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO ESTRUTURAS**

ESTRUTURAS DE AÇO CONSTITUÍDAS POR PERFIS DE CHAPA DOBRADA:

DIMENSIONAMENTO DE BARRAS

DEDALUS - Acervo - EESC



3 1100105579

**MAXIMILIANO MALITE
JOSÉ JAIRO DE SALES**

**SÃO CARLOS, 1993
PUBLICAÇÃO 015/93**

SUMARIO



1 - INTRODUÇÃO	1
2 - PERFIS ESTRUTURAIS EM CHAPA DOBRADA	
2.1 - Materiais	6
2.2 - Limite de escoamento, resistência à tração e curva tensão-deformação	9
2.3 - Módulo de elasticidade e módulo tangente	13
2.4 - Ductilidade	13
2.5 - Soldabilidade	15
2.6 - Influência do trabalho a frio nas propriedades mecânicas do aço	15
2.7 - Características geométricas das seções de chapa dobrada	16
2.8 - Resistência de elementos finos e critérios de cálculo segundo as normas do AISI [1,2]	18
3 - BARRAS SUJEITAS À TRAÇÃO OU COMPRESSÃO	
3.1 - Barras tracionadas	40
3.2 - Barras comprimidas	40
4 - BARRAS SUJEITAS À FLEXÃO SIMPLES	
4.1 - Flambagem local da mesa (FLM)	54
4.2 - Flambagem local da alma (FLA)	56
4.3 - Flambagem lateral com torção (FLT)	68
5 - BARRAS SUJEITAS À FLEXÃO COMPOSTA	81
6 - EXEMPLOS	86
7 - BIBLIOGRAFIA	94
APÊNDICE: posição do centro de torção (x_0, y_0) e constante de empenamento C_w para algumas seções	

1 - INTRODUÇÃO

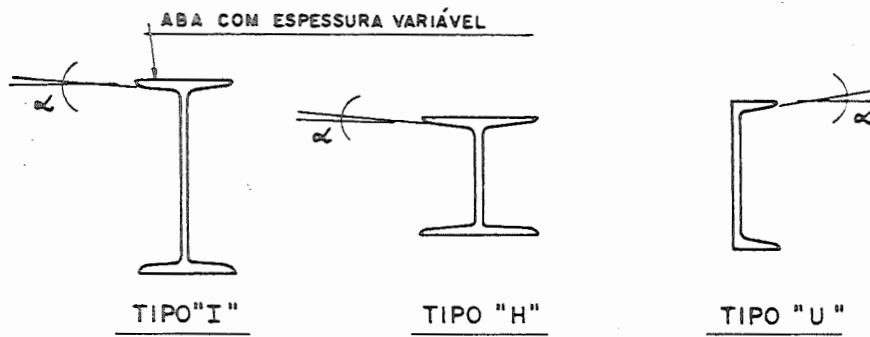
Os perfis de aço destinados à fabricação de estruturas se dividem em três grupos:

- perfis laminados ou extrudados
- perfis soldados
- perfis de chapa dobrada ou perfis leves

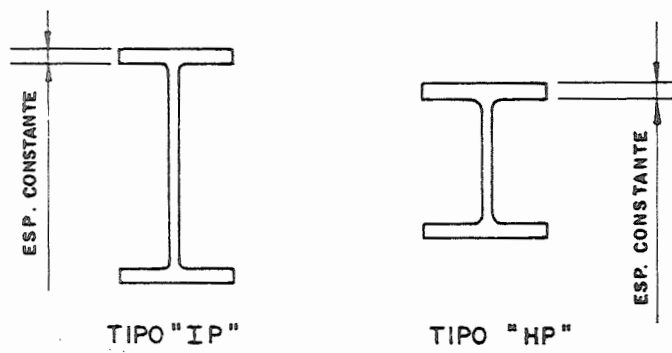
No Brasil, os perfis laminados são, na sua maioria, produzidos pela CSN (Companhia Siderúrgica Nacional de Volta Redonda - RJ), onde os laminadores são do padrão americano. Os perfis laminados do padrão americano, por exemplo, dos tipos "I", "H" e "U" são de abas com espessura variável, o que dificulta bastante a conexão dos mesmos (figura 1.1a). Outro fator que inviabiliza a sua utilização é a relação peso/momento de inércia considerada alta para quase todas as aplicações.

Na Europa e nos Estados Unidos, esses perfis foram sendo substituídos por outros de menor relação peso/momento de inércia, com abas mais largas e de espessura constante, sendo denominados "wide flange" (figura 1.1b). No Brasil, são conhecidos como "perfis laminados de abas paralelas" e serão produzidos, em breve, pela AÇOMINAS.

Os perfis soldados são produzidos através da soldagem contínua de duas ou mais chapas (figura 1.2). A grande utilização desses perfis no Brasil, se deve, em maior parte, à falta dos perfis laminados de abas paralelas e à pequena gama de perfis laminados encontrados no mercado. O alto custo do processo de soldagem e as altas tensões residuais introduzidas pela solda são as maiores desvantagens desses perfis.



(a) PERFIS LAMINADOS DO PADRÃO AMERICANO



(b) PERFIS LAMINADOS DE ABAS PARALELAS

FIG. 1.1 — EXEMPLOS DE PERFIS LAMINADOS

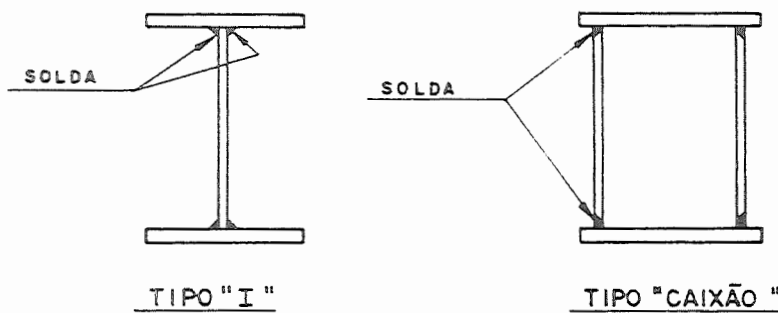


FIG. 1.2 — EXEMPLOS DE PERFIS SOLDADOS

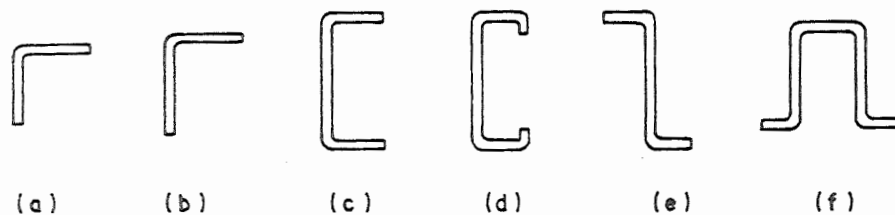
Os perfis de chapa dobrada, em muitas regiões do país denominados comercialmente de "perfilados", são obtidos pelo dobramento a frio de chapas finas de aço, geralmente com espessura máxima de aproximadamente 5mm (3/16"). Entretanto, pode-se conseguir espessuras maiores, desde que o equipamento disponível para executar as dobras (prensa dobradeira) e o tipo de aço especificado sejam apropriados para tal, pois perfis fabricados com aços de dureza elevada poderão apresentar trincas nas regiões das dobras.

Estes perfis estão sendo cada vez mais utilizados, fato este decorrente da falta de perfis laminados e do custo relativamente alto dos perfis soldados. É evidente que os perfis de chapa dobrada não substituem por completo os perfis laminados e soldados, entretanto, devido ao menor custo, hoje representam economia, quando se trata de construção metálica.

Apesar desses perfis serem encontrados no mercado em algumas formas e dimensões "padronizadas", ou seja, perfis mais vendidos e, portanto, encontrados mais facilmente, eles conferem uma grande liberdade de escolha ao projetista, seja no formato da seção transversal, bem como nas suas dimensões. A figura 1.3 apresenta algumas seções transversais de perfis em chapa dobrada e sua nomenclatura.

A intensa utilização dos perfis de chapa dobrada como elemento estrutural no Brasil, principalmente fora dos grandes centros produtores do aço, tem incentivado cada vez mais as pesquisas voltadas à esse produto do aço. Um aspecto interessante em termos de Brasil, consiste no fato de que grande parte dos perfis em chapa dobrada utilizados em estruturas são fabricados com aços denominados de "qualidade comum". Esses aços consistem em produtos "refugados" numa linha de produção, quer por problemas de fabricação ou mesmo de laminação. Isto faz com que, no mercado, se encontrem chapas oriundas da fabricação de vários tipos de aço, ocorrendo uma grande variabilidade com relação à composição química e, conseqüentemente, com relação às propriedades mecânicas. Um exemplo dessa grande variabilidade nas

propriedades mecânicas é mostrado no quadro 1.1, cujos valores foram obtidos pelos autores em ensaios à tração de três lotes de chapas de aço "qualidade comum".



- (a) CANTONEIRA DE ABAS IGUAIS
- (b) CANTONEIRA DE ABAS DESIGUAIS
- (c) PERFIL "U"
- (d) PERFIL "U" ENRIJECIDO
- (e) PERFIL "Z"
- (f) CARTOLA

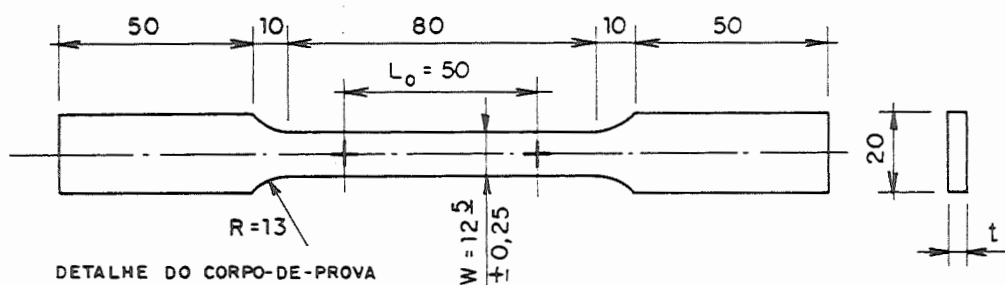
FIG . 1.3 — PERFIS USUAIS DE CHAPA DOBRADA

Quanto à normalização, os perfis laminados e soldados possuem ampla cobertura por parte de normas brasileiras e estrangeiras, desde terminologia, dimensões padronizadas, tipos de aço empregados, tolerâncias de fabricação, etc. Quanto às estruturas em chapa dobrada, existe uma única norma nacional datada de 1967 (NB-143: "Cálculo de estruturas de aço, constituídas por perfis leves"), que é obsoleta e incompleta, sendo geralmente substituída por normas estrangeiras mais recentes. Entre essas, destacam-se as normas norte-americanas do AISI (American Iron and Steel Institute) e as canadenses do CSA (Canadian Standards Association), onde a norma CAN3-S136-M84: "Cold-formed steel structural members" [6], de 1984, foi a primeira norma no mundo a incorporar o método dos estados limites para perfis de chapa dobrada.

As recomendações de projeto aqui apresentadas foram extraídas das normas norte-americanas do AISI [1,2], as quais se baseiam no método das tensões admissíveis e são amplamente utilizadas a nível mundial.

QUADRO 1.1 PROPR. MECÂNICAS DE ALGUNS AÇOS				
LOTE	Descrição	F_y (MPa)	F_u (MPa)	A (%)
1	CHAPAS $t=2,66 \leq t=4,76$ mm	247, 8	353, 7	39, 9
2	CHAPAS $t=3,80$ mm	377, 3	542, 6	29, 2
3	CHAPAS $t=3,80$ mm	250, 7	350, 4	41, 7

F_y : LIMITE DE ESCOAMENTO
 F_u : LIMITE DE RUPTURA
A : ALONGAMENTO NA RUPTURA
OBS:
ENSAIOS À TRAÇÃO CONFORME ASTM A370 [5]
 F_y, F_u, A : VALORES MÉDIOS



NOTA: medidas em mm

2 - PERFIS ESTRUTURAIS EM CHAPA DOBRADA

2.1 - MATERIAIS

As normas técnicas apresentam uma relação contendo os aços de qualidade estrutural que devem ser utilizados, não descartando a utilização de outros aços, desde que suas propriedades químicas e mecânicas sejam determinadas através de ensaios adequados.

A norma AISI 1986 [2] apresenta uma relação com quatorze especificações da American Society for Testing and Materials (ASTM):

ASTM A36/A36M-84a, Structural Steel

ASTM A242/A242M-85, High-Strength Low-Alloy Structural Steel

ASTM A441M-85, High-Strength Low-Alloy Structural Manganese Vanadium Steel

ASTM A446/A446M-85 (Grades A, B, C, D, E, F) Steel, Sheet, Zinc-Coated (Galvanized) by the Hot-Dip Process, Structural (Physical) Quality

ASTM A500-84, Cold-Formed Welded and Seamless Carbon Steel Structural Tubing in Rounds and Shapes

ASTM A529/A529M-85, Structural Steel with 42 Ksi Minimum Yield Point (1/2 in. Maximum Thickness)

ASTM A570/A570M-85 Steel, Sheet and Strip, Carbon, Hot-Rolled, Structural Quality

ASTM A572/A572M-85, High-Strength Low-Alloy Columbium Vanadium Steels of Structural Quality

ASTM A588/A588M-85, High-Strength Low-Alloy Structural Steel with 50 Ksi Minimum Yield Point to 4 in. Thick

ASTM A606-85 Steel, Sheet and Strip, High Strength, Low-Alloy, Hot-Rolled and Cold-Rolled, with Improved Atmospheric Corrosion Resistance

ASTM A607-85 Steel Sheet and Strip, High Strength, Low-Alloy, Columbium or Vanadium, or both, Hot-Rolled and Cold-Rolled

ASTM A611-85 (Grades A, B, C & D) Steel, Sheet, Carbon, Cold-Rolled, Structural Quality
ASTM A715-85 (Grades 50 and 60) Sheet Steel and Strip, High Strength, Low-Alloy, Hot-Rolled, with Improved Formability
ASTM A792-85a (Grades 33, 37, 40 & 50) Steel Sheet, Aluminum-Zinc Alloy-Coated by the Hot-Dip Process, General Requirements.

A tabela 2.1 [16] mostra as propriedades mecânicas dos principais aços citados anteriormente.

As espessuras mínimas de fornecimento do aço não revestido de um produto dobrado a frio, fornecido no local de manufatura, não deverá ser, em qualquer ponto, menor do que 95 por cento da espessura usada no seu projeto; entretanto, as espessuras podem ser menores nas dobras, devido ao efeito de dobramento a frio.

A norma canadense CAN3-S136-M84 [6] especifica, além dos aços ASTM citados anteriormente, os aços da especificação CSA Standards:

G40 21, CAN3-G40.21-M, Structural Quality Steels.

Segundo a norma brasileira NB-143/1967 [3], as chapas ou tiras de aço utilizadas para a fabricação dos perfis estruturais deverão satisfazer às especificações brasileiras (EB), devendo sua espessura estar compreendida entre 1 mm e 6 mm. Na falta das especificações brasileiras (EB), serão adotadas as especificações ASTM A245, A303, A374, A375 e A446, até o limite máximo de 35 Kgf/mm² para limite de escoamento do aço.

Destas especificações ASTM, apenas a A446 continua sendo citada pela norma AISI 1986, o que reforça o carácter obsoleto da norma brasileira. Entretanto, o material mais utilizado no Brasil para confecção de perfis de chapa dobrada, são os aços de qualidade não estrutural, cuja classificação da SAE (Society of Automotive Engineers) indica, em geral, SAE 1008 ao SAE 1020.

Estes aços, em princípio, não poderiam ser utilizados para fins estruturais, pois apesar de se ter

controle da sua composição química o fabricante não garante suas propriedades mecânicas. Entretanto, são encontrados facilmente no mercado, a um custo relativamente baixo se comparado aos aços de qualidade estrutural e a experiência tem mostrado seu bom desempenho estrutural.

TABELA 2.1 - PROPRIEDADES MECÂNICAS DOS AÇOS ASTM RELACIONADOS PELA NORMA AISI. ADAPTAÇÃO DE YU[16]

DESCRIÇÃO DO AÇO	ESPECIFICAÇÃO ASTM	F _y (MPa)	F _u (MPa)	F _u / F _y	A (%)
AÇO CARBONO	A 36	250	400 @ 550	1,61 @ 2,22	⁽⁵⁰⁾ 23
AÇO DE BAIXA LIGA E ALTA RESIST. MECÂNICA	A 242	345	480	1,39	⁽²⁰⁰⁾ 18
AÇO DE BAIXA LIGA E ALTA RESIST. MECÂNICA (*)	A 441	345	480	1,39	⁽²⁰⁰⁾ 18
AÇO ZINCADO DE QUALIDADE ESTRUTURAL	A446 / A	225	310	1,38	20 ⁽⁵⁰⁾
	B	255	360	1,41	18 ⁽⁵⁰⁾
	C	275	380	1,38	16 ⁽⁵⁰⁾
	D	345	450	1,30	12 ⁽⁵⁰⁾
	E	550	565	1,03	—
	F	345	480	1,39	12 ⁽⁵⁰⁾
AÇO CARBONO	A500 / A	269	310	1,15	
	B	317	400	1,26	
	C	345	427	1,24	
AÇO CARBONO	A 529	290	415 @ 585	1,43 @ 2,02	⁽²⁰⁰⁾ 19
AÇO CARBONO	A570 / A	172	310	1,80	23 ⁽⁵⁰⁾
	B	207	338	1,63	21 ⁽⁵⁰⁾
	C	225	359	1,60	18 ⁽⁵⁰⁾
	D	275	379	1,38	15 ⁽⁵⁰⁾
	E	290	400	1,38	13 ⁽⁵⁰⁾
AÇO DE BAIXA LIGA E ALTA RESIST. MECÂNICA	A572 / 42	290	415	1,43	24 ⁽⁵⁰⁾
	45	310	415	1,34	22 ⁽⁵⁰⁾
	50	345	448	1,30	21 ⁽⁵⁰⁾
	55	380	483	1,27	20 ⁽⁵⁰⁾
	60	415	517	1,25	18 ⁽⁵⁰⁾
	65	448	552	1,23	17 ⁽⁵⁰⁾

TABELA 2.1 — CONTINUAÇÃO

DESCRIÇÃO DO AÇO	ESPECIFICAÇÃO ASTM	F _y (MPa)	F _u (MPa)	F _u /F _y	A(%)
AÇO DE BAIXA LIGA E ALTA RESISTÊNCIA MECÂNICA	A 588	345	483	1,40	⁽⁵⁰⁾ 21
AÇO DE BAIXA LIGA E ALTA RESIST. MECÂNICA COM RESI. A CORROSÃO MELHORADA.	A 606	310	448	1,44	22 ⁽⁵⁰⁾
CHAPAS OU TIRAS DE AÇO DE BAIXA LIGA E ALTA RESISTÊNCIA MECÂNICA. (NIÓBIO E/OU VANÁDIO) LAMINADAS À QUENTE OU À FRIO.	A 607 / 45	310	414	1,33	25-22 ⁽⁵⁰⁾
	50	345	448	1,30	22-20 ⁽⁵⁰⁾
	55	380	483	1,27	20-18 ⁽⁵⁰⁾
	60	414	517	1,25	18-16 ⁽⁵⁰⁾
	65	448	552	1,23	16-15 ⁽⁵⁰⁾
	70	483	586	1,21	14 ⁽⁵⁰⁾
AÇO CARBONO LAMINADO À FRIO.	A 611 / A	172	290	1,68	26 ⁽⁵⁰⁾
	B	207	310	1,50	24 ⁽⁵⁰⁾
	C	228	331	1,45	22 ⁽⁵⁰⁾
	D	276	359	1,30	20 ⁽⁵⁰⁾
	E	552	566	1,03	—
AÇO DE BAIXA LIGA E ALTA RESISTÊNCIA MECÂNICA	A 715 / 50	345	414	1,20	24 ⁽⁵⁰⁾
	60	414	483	1,17	22 ⁽⁵⁰⁾
<p>NOTAS :</p> <p>(*) FABRICAÇÃO SUSPensa EM 1989</p> <p>A = ALONGAMENTO MÍNIMO EM PORCENTAGEM</p> <p>(50) BASE DE MEDIDA = 50 mm</p> <p>(200) BASE DE MEDIDA = 200 mm</p>					

2.2 - LIMITE DE ESCOAMENTO, RESISTÊNCIA À TRAÇÃO E CURVA TENSÃO-DEFORMAÇÃO

A resistência de um elemento estrutural de chapa dobrada depende do limite de escoamento, exceto em conexões e nos casos onde a falha dar-se-á por perda de

estabilidade local ou global. De acordo com a tabela 2.1, os limites de escoamento dos aços listados pela AISI 1986 [2] variam de 25 a 70 Ksi (172 a 483 MPa).

Existem dois tipos gerais de curvas tensão-deformação, conforme figura 2.1. A primeira é do tipo escoamento definido (sharp-yielding), figura 2.1a e a outra é do tipo escoamento gradual (gradual-yielding), figura 2.1b.

Aços produzidos por laminação a quente apresentam curva tensão-deformação do tipo escoamento definido. Neste caso, o limite de escoamento é definido pelo valor correspondente ao patamar de escoamento na curva. Já os aços trabalhados a frio apresentam escoamento gradual, e o limite de escoamento é um valor convencional que pode ser definido por dois métodos: o método "offset" e o método da tensão correspondente a uma deformação arbitrada.

No método "offset", o limite de escoamento é definido pela intersecção da curva tensão-deformação e da reta paralela à reta de Hooke (trecho elástico) por uma deformação especificada. Esta deformação é, em geral, 0,2% , como mostrado na figura 2.2a. Este método é muito utilizado para aços liga e aços inoxidáveis.

No método da tensão correspondente a uma deformação arbitrada, o limite de escoamento é o valor convencional dado pela tensão correspondente a uma deformação especificada, em geral 0,5%, como mostrado na figura 2.2b. Este método é muito utilizado para chapas e tiras de aço-carbono de qualidade estrutural.

Na maioria dos casos, os limites de escoamento determinados por estes dois métodos são bem próximos.

A resistência à tração de tiras ou chapas de aço usadas para seções formadas a frio tem pouca influência no cálculo destes elementos. A resistência de um elemento comprimido ou fletido é, geralmente, limitada pelo escoamento ou pela estabilidade, principalmente nos elementos comprimidos com elevada relação largura-espessura (flambagem local) e nas barras com grande índice

de esbeltez (flambagem global). As exceções ficam por conta das ligações parafusadas e soldadas, onde a resistência depende não só do limite de escoamento, mas também da resistência última do material.

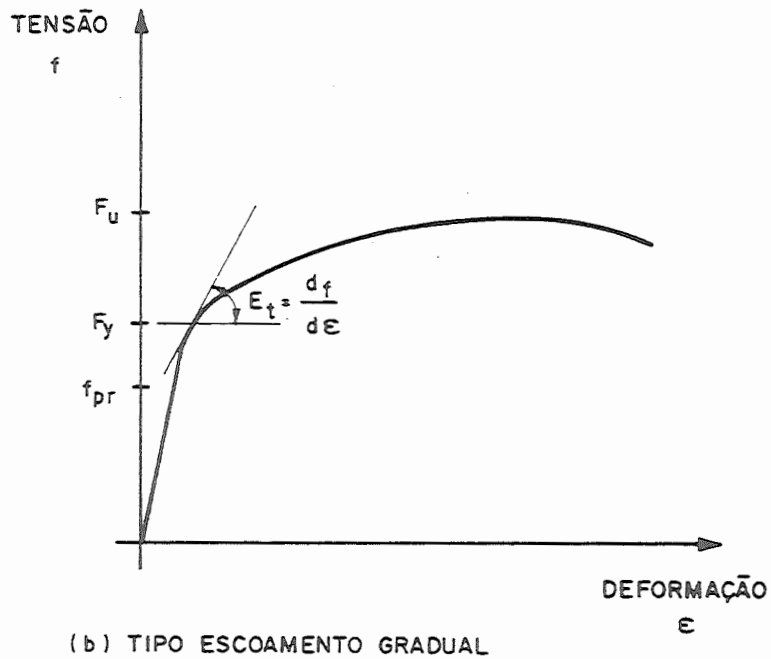
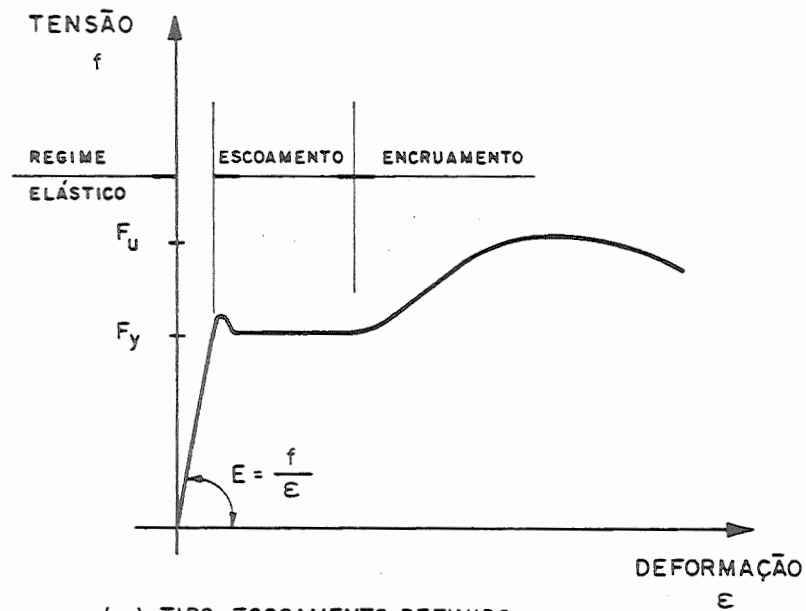
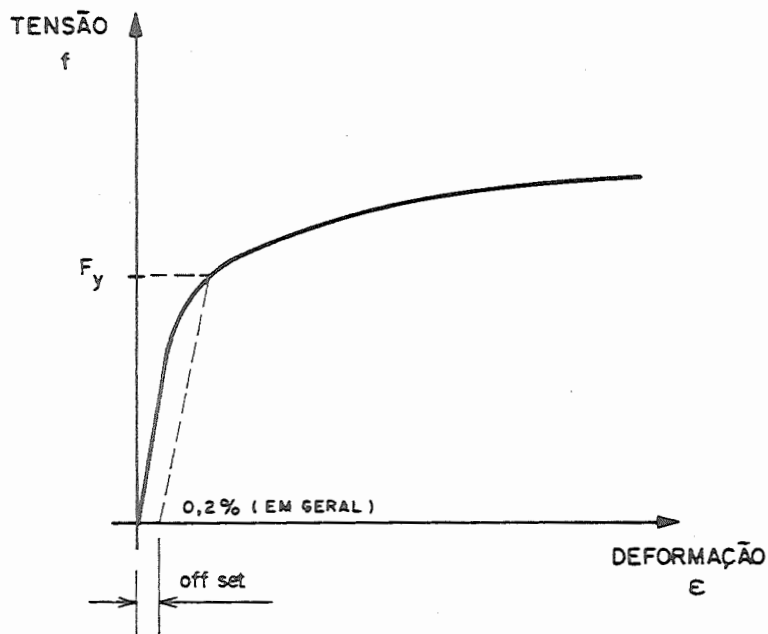
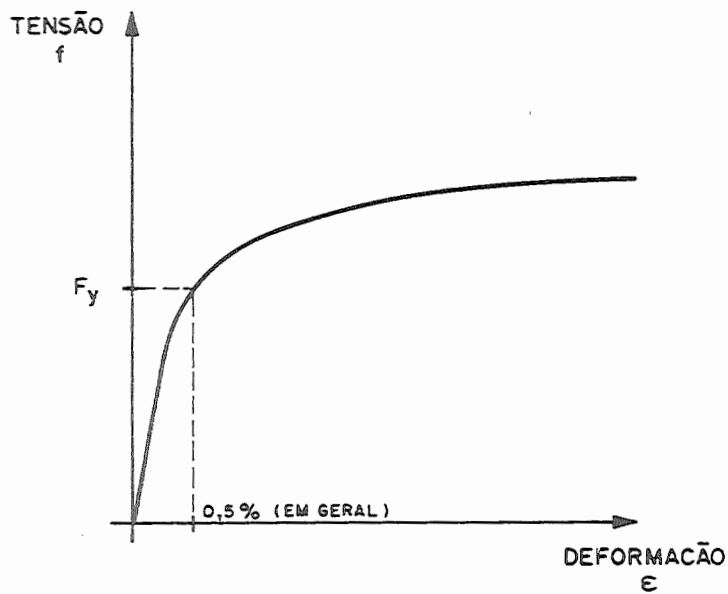


FIG. 2.1 — TIPOS GERAIS DE CURVAS TENSÃO — DEFORMAÇÃO



(a) MÉTODO "OFFSET "



(b) MÉTODO DA DEFORMAÇÃO ARBITRADA

FIG. 2.2 - LIMITE DE ESCOAMENTO CONVENCIONAL PARA AÇOS DE ESCOAMENTO GRADUAL.

Assim, como indicado na tabela 2.1, a resistência mínima dos aços listados pela especificação AISI variam de 42 a 85 Ksi (290 a 586 MPa). A relação entre o limite de resistência e o limite de escoamento do aço (F_u/F_y) varia de 1,17 a 2,22. Estudos anteriores citados em YU [16] indicaram que os efeitos do trabalho a frio na formação de perfis dependem em grande parte da relação entre a resistência última e o limite de escoamento do aço virgem.

2.3 - MÓDULO DE ELASTICIDADE E MÓDULO TANGENTE

A resistência de elementos que falham por flambagem depende não somente do limite de escoamento, mas também do módulo de elasticidade (E) e do módulo tangente (E_t). O módulo de elasticidade é definido como sendo a relação tensão/deformação do trecho linear do diagrama tensão-deformação (reta de Hooke). Os valores de E , medidos em ensaios padronizados, geralmente variam de 200.000 a 207.000 MPa. O valor 203.000 MPa é recomendado pelas normas AISI [1,2] e CAN [6] para utilização em projetos.

Para aços com curva tensão-deformação do tipo escoamento definido, o módulo tangente $E_t = E$ até o ponto de escoamento, mas para aços com curva tensão-deformação do tipo escoamento gradual, $E_t = E$ somente até o limite de proporcionalidade. Acima deste limite, o módulo tangente diminui progressivamente.

2.4 - DUCTILIDADE

Ductilidade é definida como "a capacidade do material se deformar plasticamente sem ruptura". Esta propriedade não é necessária apenas para o processo de formação a frio do elemento, mas também para a

redistribuição plástica de tensões, principalmente nas ligações onde concentrações de tensões podem ocorrer.

A ductilidade é geralmente medida através do alongamento permanente dos ensaios de tração. Conforme mostrado na tabela 2.1, para a faixa usual de espessuras das chapas e tiras de aço usadas em perfis de chapa dobrada, o alongamento mínimo em 2 polegadas (50,8 mm) varia de 12 a 27 % e em 8 polegadas (203 mm), varia de 15 a 20 % .

A figura 2.3 mostra a curva tensão-deformação do aço virgem e do mesmo após o trabalho a frio.

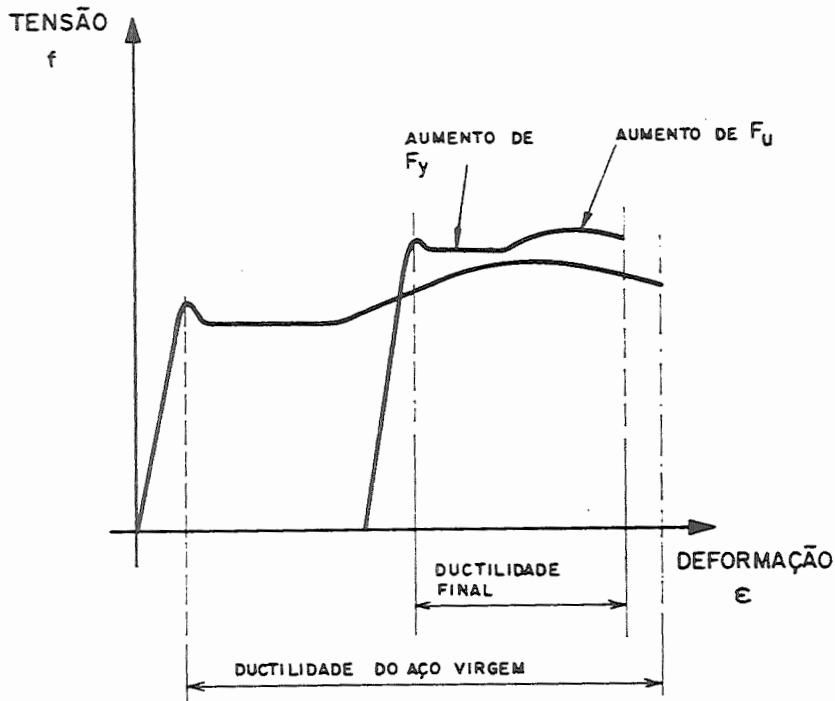


FIG. 2.3 — EFEITO DO TRABALHO A FRIO NA RESISTÊNCIA MECÂNICA DO AÇO

2.5 - SOLDABILIDADE

A soldabilidade refere-se à capacidade de um aço ser soldado satisfatoriamente. Esta propriedade é função básica da composição química do material e varia com o tipo de aço e o processo de soldagem utilizado.

2.6 - INFLUÊNCIA DO TRABALHO A FRIO NAS PROPRIEDADES MECÂNICAS DO AÇO

As propriedades mecânicas de elementos formados a frio podem diferir substancialmente das propriedades do aço virgem. Isto ocorre devido ao fato que o trabalho a frio aumenta o limite de escoamento e a resistência à tração, mas diminui a ductilidade. A porcentagem de aumento na resistência à tração é muito menor que a porcentagem de aumento no limite de escoamento, gerando uma conseqüente redução da relação entre resistência à tração e limite de escoamento do material.

O material dos cantos (dobras) de uma seção dobrada sofre maior influência do trabalho a frio que o material das partes planas, assim as propriedades mecânicas são diferentes nas várias partes de uma seção transversal. A figura 2.4 ilustra a variação das propriedades mecânicas em vários pontos de uma seção.

Por esta razão, o escoamento sempre se inicia na porção plana da seção, pois nesta região o limite de escoamento é menor, ocorrendo uma redistribuição de tensões das partes planas para os cantos da seção.

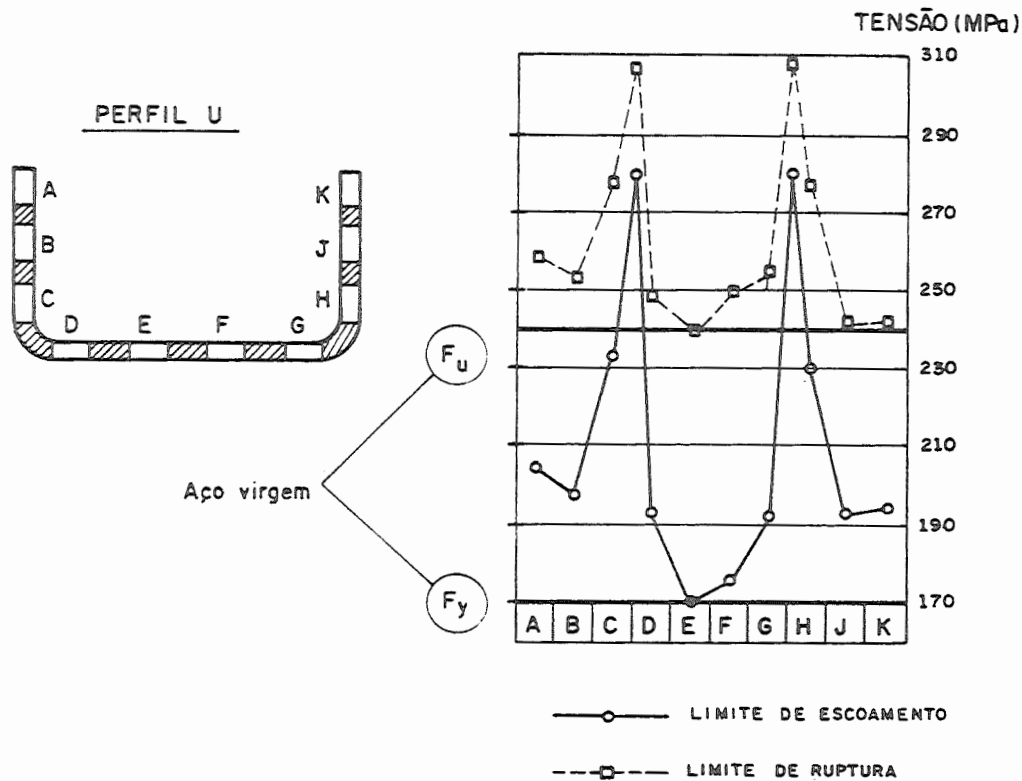


FIG. 2.4 - EFEITO DO TRABALHO A FRIO NAS PROPRIEDADES MECÂNICAS DO AÇO. ADAPTAÇÃO DE YU [16]

2.7 - CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS DAS SEÇÕES DE CHAPA DOBRADA

Tendo em vista que a espessura da seção é considerada uniforme, o cálculo das características geométricas da seção pode ser simplificado pelo uso do método linear (ou da linha esqueleto). Neste método, o material da seção é admitido como sendo concentrado ao longo da linha média da seção, e os elementos planos e em curva (cantos) são tratados como "linha". A espessura (t) é introduzida após o cálculo linear ter sido completado. Assim, a área total $A = L \times t$ e o momento de inércia é $I = I' \times t$, onde L é o comprimento total dos elementos planos e

em curva e I' é o momento de inércia da seção tratada como linha.

As propriedades de elementos típicos, tratados como linha, são mostrados na figura 2.5.

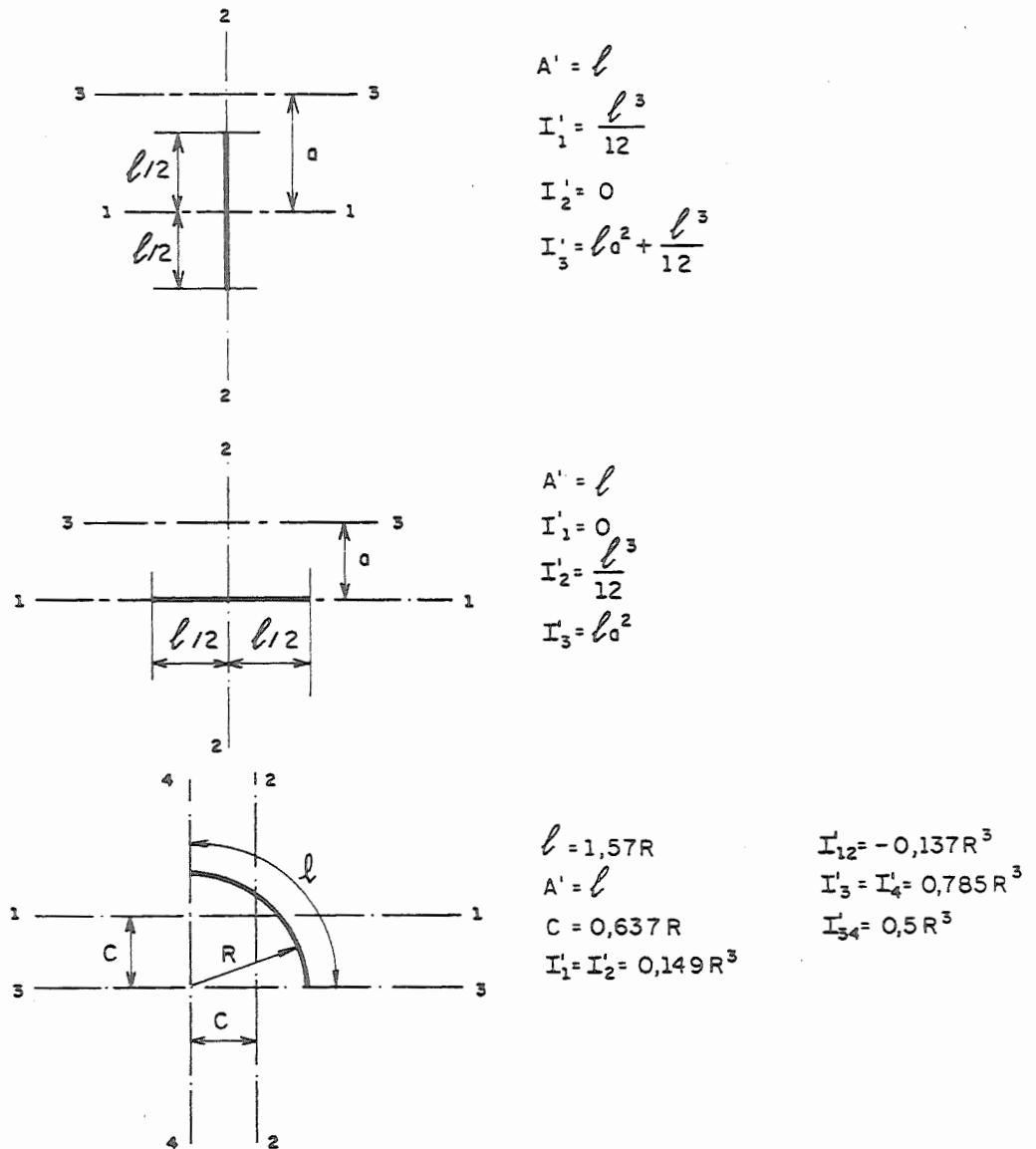


FIG. 2.5 — PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS DE ELEMENTOS FINOS TRATADOS COMO LINHA.

2.8 - RESISTÊNCIA DE ELEMENTOS FINOS E CRITÉRIOS DE CÁLCULO SEGUNDO AS NORMAS DO AISI [1,2]

Os elementos de chapa dobrada são, em geral, de espessura pequena, com relações largura/espessura altas. Assim, esses elementos podem flambar localmente a tensões bem menores que as de escoamento, quando sujeitos à compressão axial, compressão na flexão, cisalhamento, etc. A figura 2.6 ilustra alguns modelos de flambagem local de vigas e colunas.

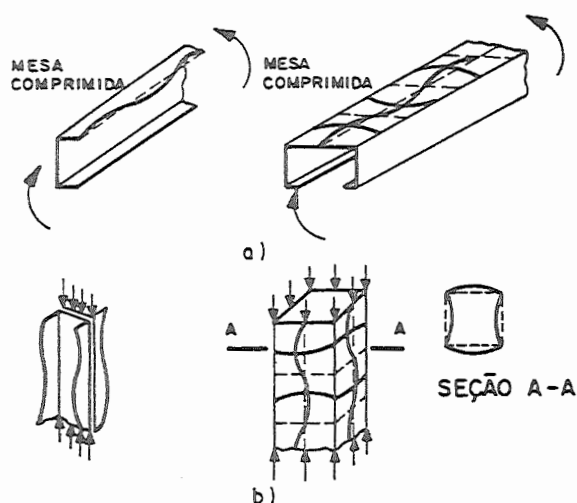


FIG. 2.6 - FLAMBAGEM LOCAL DE ELEMENTOS COMPRIMIDOS.
(a) VIGAS (b) COLUNAS

O comportamento das chapas é tal que apresenta redistribuição de tensões após atingir a tensão crítica de flambagem. Este fenômeno é conhecido como resistência pós-flambagem das chapas. A resistência de uma chapa pode ser muitas vezes maior que aquela determinada pela tensão crítica de flambagem local.

2.8.1 - Definições

Elementos comprimidos não enrijecidos: é um elemento plano comprimido que é enrijecido (apoiado) em apenas uma extremidade paralela à direção das tensões (fig. 2.7).

Elementos comprimidos enrijecidos: é um elemento plano comprimido cujas duas extremidades paralelas à direção das tensões estão enrijecidas (apoiadas) por meio de elementos como almas, mesas e enrijecedores de borda (fig. 2.8).

Largura de parede (w): é a parte reta do elemento, não incluindo a parte curva (fig. 2.9).

Relação largura-espessura (w/t): é a relação entre a largura de parede (w) e sua espessura (t).

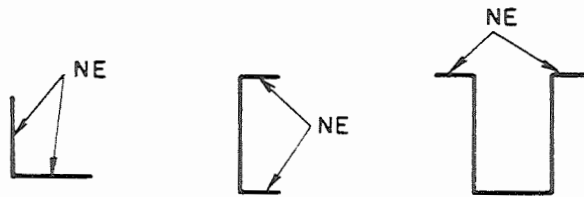


FIG. 2.7 — EXEMPLOS DE ELEMENTOS NÃO ENRIJECIDOS

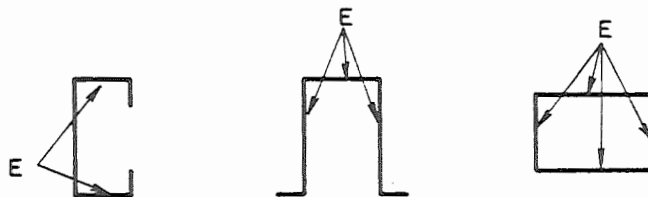


FIG. 2.8 — EXEMPLOS DE ELEMENTOS ENRIJECIDOS

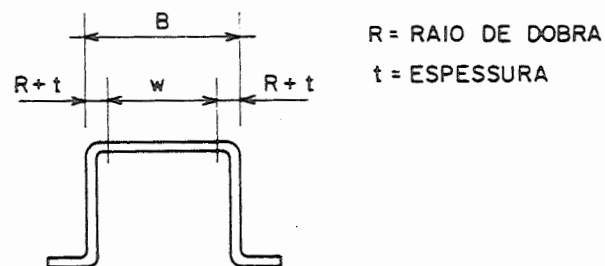


FIG. 2.9 — LARGURA DE PAREDE

2.8.2 - Tensão Básica de Projeto (F)

A tensão básica de projeto é a tensão limite de escoamento dividida por um coeficiente de segurança igual a 5/3 (1,67).

$$F = 0,60F_y \quad (2.1)$$

Esta tensão é aplicada quando a falha ocorre por escoamento. No caso de flambagem, utiliza-se dois procedimentos: em elementos enrijecidos, utiliza-se uma largura reduzida (largura efetiva), com conseqüente redução da seção; em elementos não enrijecidos, adota-se uma tensão admissível à flambagem, obviamente menor ou igual à tensão básica F.

A tensão básica de cisalhamento é dada pelo critério de resistência de von Mises, com um coeficiente de segurança igual a 1,44.

$$F_v = \frac{F_y}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{1,44} = 0,40F_y \quad (2.2)$$

O uso de um fator de segurança menor para a tensão básica de cisalhamento é justificado pelas menores conseqüências causadas pela falha em escoamento por cisalhamento que as associadas com escoamento em tração ou compressão [16].

2.8.3 - Elementos Comprimidos Enrijecidos

2.8.3.1 - Escoamento

Para pequenos valores da relação w/t , um elemento comprimido enrijecido atinge o colapso convencional por escoamento.

2.8.3.2 - Flambagem Elástica de Chapas

Considerando-se uma chapa quadrada simplesmente apoiada nas quatro bordas, submetida a uma tensão de

compressão uniforme em uma só direção, a flambagem ocorrerá com uma curvatura simples em ambas as direções, conforme figura 2.10.

Entretanto, se o comprimento do elemento é muito maior que sua largura (chapa longa, $a/h > 3$), a configuração deslocada da chapa em flambagem apresenta uma série de ondas (figura 2.11), cuja largura λ é aproximadamente igual a largura da chapa w .

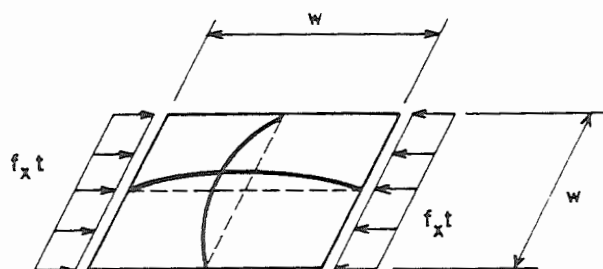


FIG. 2.10 — CHAPA QUADRADA APOIADA NAS QUATRO BORDAS COM TENSÃO DE COMPRESSÃO UNIFORME

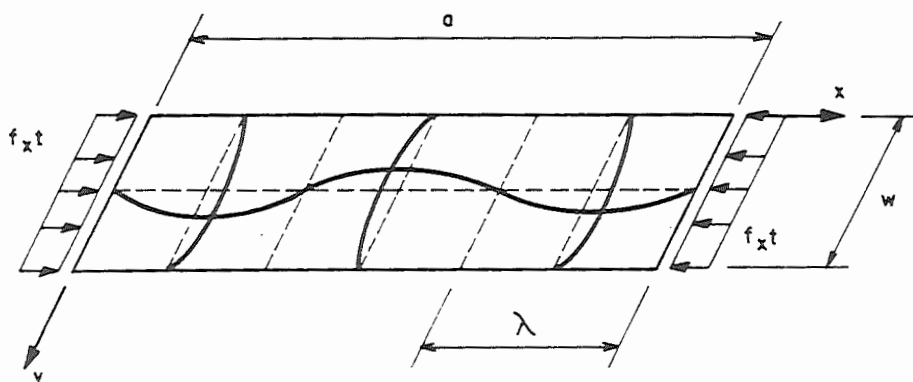


FIG. 2.11 — CHAPA RETANGULAR APOIADA NAS QUATRO BORDAS COM TENSÃO DE COMPRESSÃO UNIFORME.

A tensão crítica de flambagem pode ser determinada a partir da equação diferencial baseada na hipótese de pequenos deslocamentos (isto é, o deslocamento transversal é da ordem de grandeza da espessura da chapa).

$$\frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \omega}{\partial y^4} + \frac{f_x t}{D} \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} = 0 \quad (2.3)$$

onde

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$$

E = módulo de elasticidade do aço = 203.000 MPa.

t = espessura da chapa.

ν = coeficiente de Poisson = 0,3 para aço em regime elástico.

ω = deslocamento perpendicular ao plano da chapa, direção do eixo z.

f_x = tensão de compressão na direção do eixo x.

w = largura da chapa.

a = comprimento da chapa.

Se m e n são a quantidade de meias ondas seno na direção x e y, respectivamente, o deslocamento ω de uma chapa retangular pode ser representado por uma série dupla:

$$\omega = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \operatorname{sen} \frac{m\pi x}{a} \operatorname{sen} \frac{n\pi y}{w} \quad (2.4)$$

A equação anterior (2.4) satisfaz as condições de contorno, pois os deslocamentos e os momentos ao longo das quatro bordas são nulos. Assim:

$$\omega = 0 \quad \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} = 0$$

Os momentos nas direções x e y são dados pelas expressões:

$$M_x = -D \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) \quad (2.5)$$

$$M_y = -D \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \right) \quad (2.6)$$

Substituindo a equação (2.4) em (2.3), obtém-se a seguinte equação:

$$\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \left[\pi^4 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{w^2} \right)^2 - \frac{f_x t m^2 \pi^2}{D a^2} \right] \text{sen} \frac{n\pi x}{a} \text{sen} \frac{n\pi y}{w} = 0 \quad (2.7)$$

Obviamente, $A_{mn} = 0$ é uma solução, mas não é a solução da chapa em flambagem, assim, a expressão entre colchetes deve ser nula neste caso:

$$\pi^4 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{w^2} \right)^2 - \frac{f_x t m^2 \pi^2}{D a^2} = 0 \quad (2.8)$$

Desta última expressão pode-se obter a equação para a tensão crítica de flambagem:

$$f_{cr} = f_x = \frac{D\pi^2}{tw^2} \left[m \left(\frac{w}{a} \right) + \frac{n^2}{m} \left(\frac{a}{w} \right) \right]^2 \quad (2.9)$$

O menor valor para a tensão crítica será para $n = 1$, significando uma meia onda seno na direção y . Assim,

$$f_{cr} = \frac{kD\pi^2}{tw^2} \quad (2.10)$$

onde

$$k = \left[m \left(\frac{w}{a} \right) + \frac{1}{m} \left(\frac{a}{w} \right) \right]^2 \quad (2.11)$$

Substituindo o valor de D na equação (2.10), obtém-se a equação geral para cálculo da tensão crítica de flambagem elástica de uma chapa retangular sujeita à tensão de compressão em uma direção:

$$f_{cr} = \frac{k\pi^2 E}{12(1-\nu^2)(w/t)^2} \quad (2.12)$$

O valor de k usado na equação (2.12) é mostrado na figura 2.12 para diferentes relações a/w . Pode-se notar que, quando a relação a/w é um número inteiro, o valor de k é igual a 4. Este valor de k é também válido para valores relativamente grandes da relação a/w .

Da figura 2.12 e da equação (2.12) pode-se notar que a transição de uma curva para outra, isto é, de m para $m + 1$ ocorre quando as duas curvas têm a mesma ordenada:

$$m \left(\frac{w}{a} \right) + \frac{1}{m} \left(\frac{a}{w} \right) = (m + 1) \left(\frac{w}{a} \right) + \frac{1}{m + 1} \left(\frac{a}{w} \right)$$

$$\text{ou} \quad \frac{a}{w} = \sqrt{m(m + 1)} \quad (2.13)$$

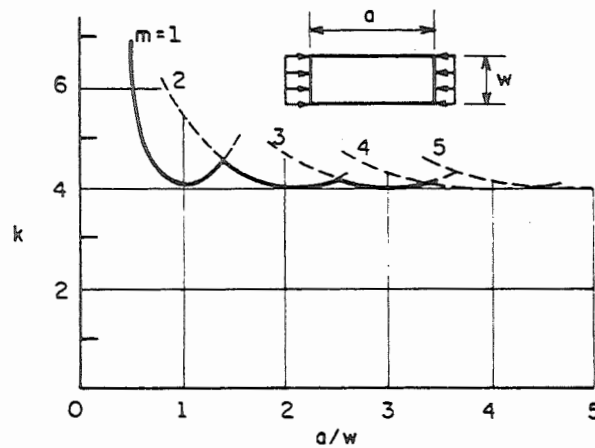


FIG. 2.12 — COEFICIENTES DE FLAMBAGEM PARA CHAPAS RETANGULARES COMPRIMIDAS

Para uma chapa longa, ou seja, $a \gg w$:

$$\frac{a}{w} \cong m \quad \text{ou} \quad \lambda = \frac{a}{m} \cong w \quad (2.14)$$

onde λ é o comprimento de uma meia onda seno.

A equação (2.14) indica que o número de meias ondas cresce, quando a relação a/w cresce. Para uma chapa longa, o comprimento da meia onda é aproximadamente igual à largura da chapa. No estudo de elementos de chapa dobrada predominam as chapas longas, de modo que a relação a/w é grande (maior que 4). Assim, para uma chapa longa simplesmente apoiada nas quatro bordas com tensão de compressão uniforme em uma direção, tem-se:

$$f_{cr} = \frac{\pi^2 E}{3(1 - \nu^2)(w/t)^2} \quad (2.15)$$

A equação (2.15) também é válida para uma chapa quadrada. Os valores de k para chapa longa sujeita a diferentes tipos de distribuição de tensão (compressão, flexão ou cisalhamento) e a diferentes condições de apoio (borda apoiada, engastada ou livre) são mostrados na tabela 2.2.

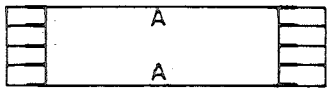
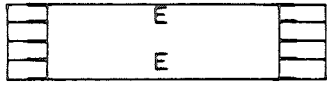
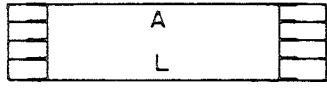
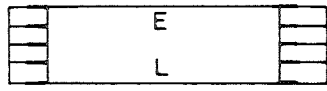
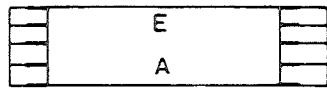
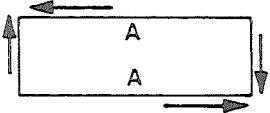
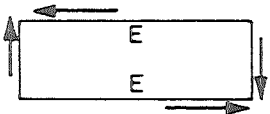
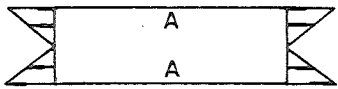
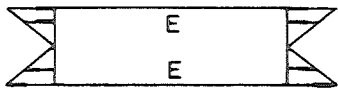
2.8.3.3 - Flambagem de chapas em regime inelástico

Quando a tensão de compressão excede o limite de proporcionalidade do aço, a chapa torna-se anisotrópica, ou seja, com propriedades diferentes em diferentes direções da mesma.

Em 1924, BLEICH [5] propôs a seguinte equação diferencial para flambagem em regime inelástico:

$$\left[\tau \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} + 2\sqrt{\tau} \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \omega}{\partial y^4} \right] + \frac{f_x t}{D} \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} = 0 \quad (2.16)$$

TABELA 2.2 - VALORES DE K PARA CHAPAS LONGAS

CASO	VINCULAÇÃO DAS BORDAS	SOLICITAÇÃO	VALOR DE K
1		COMPRESSÃO	4,0
2		COMPRESSÃO	6,97
3		COMPRESSÃO	0,425
4		COMPRESSÃO	1,277
5		COMPRESSÃO	5,42
6		CISALHAMENTO	5,34
7		CISALHAMENTO	8,98
8		FLEXÃO	23,9
9		FLEXÃO	41,8
A : APOIO SIMPLES E : ENGASTE L : LIVRE			

onde $\tau = E_t/E$, e E_t é o módulo de elasticidade tangente

do aço. Assim, a expressão para cálculo da tensão crítica de flambagem em regime inelástico é dada por:

$$f_{cr} = \frac{k\pi^2 E_r \sqrt{\tau}}{12(1-\nu^2)(w/t)^2} \quad (2.17)$$

2.8.3.4 - Resistência pós-flambagem e largura efetiva

O comportamento de uma chapa, ao se atingir a tensão crítica de flambagem, é diferente do comportamento de um elemento unidimensional, como uma barra. No caso da barra, ao se atingir a tensão crítica, praticamente não há condições de suporte de acréscimo de tensão. Já no caso da chapa, devido às suas características bidimensionais, ao se atingir a tensão crítica de flambagem há uma redistribuição de tensão para as partes enrijecidas desta chapa. Este fenômeno é denominado comportamento pós-flambagem.

A distribuição de tensão na seção transversal da chapa durante as várias fases do processo pode ser esquematicamente visualizada na figura 2.13.

A distribuição de tensão após se atingir a tensão crítica é não uniforme, e o colapso convencional ocorre, quando a tensão máxima se igualar à tensão de escoamento do aço (figura 2.13c).

O comportamento pós-flambagem de uma chapa pode ser analisado pela teoria de grandes deslocamentos. A seguinte equação diferencial para grandes deslocamentos de uma chapa foi introduzida por von Karman em 1910, YU [16]:

$$\frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \omega}{\partial y^4} = \frac{t}{D} \left(\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} - \right. \\ \left. - 2 \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) \quad (2.18)$$

onde F é uma função de tensão para a fibra média da chapa, e:

$$f_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \quad f_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \quad \tau_{xy} = - \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \quad (2.19)$$

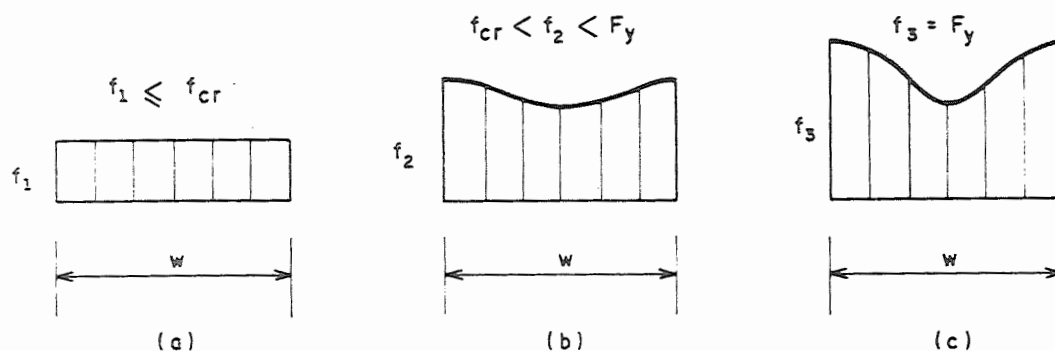


FIG. 2.13 — ESTÁGIOS CONSECUTIVOS DA DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES EM ELEMENTOS COMPRIMIDOS ENRIJECIDOS.

Para fins práticos, a teoria de grandes deslocamentos é pouco aplicada, pois a resolução da equação diferencial é muito trabalhosa. Por esta razão, o conceito de "largura efetiva" foi introduzido por von Karman em 1932, YU [16].

A largura efetiva foi definida como uma largura fictícia de chapa sobre a qual uma distribuição uniforme de tensão tem a mesma resultante que a distribuição real de tensão sobre toda a largura da chapa, conforme mostra a figura 2.14.

Sendo a tensão máxima f_{\max} , tem-se que:

$$\int_0^w f dx = b f_{\max} \quad (2.20)$$

Considera-se também, que a largura efetiva b , representa uma largura particular da chapa, em que a flambagem ocorre, quando a tensão de compressão atinge o limite de escoamento do aço. Assim, o valor teórico de b para uma chapa longa apoiada nas quatro bordas e sujeita a

tensão uniforme de compressão, pode ser determinado pela equação 2.15, igualando-se f_{cr} a F_y e trocando-se w por b :

$$f_{cr} = F_y = \frac{\pi^2 E}{3(1-\nu^2)(b/t)^2} \quad (2.21)$$

isolando b

$$b = Ct \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 1,9t \sqrt{\frac{E}{F_y}} \quad (2.22)$$

onde

$$C = \frac{\pi}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} = 1,9 \quad e \quad \nu = 0,3 \quad (2.23)$$

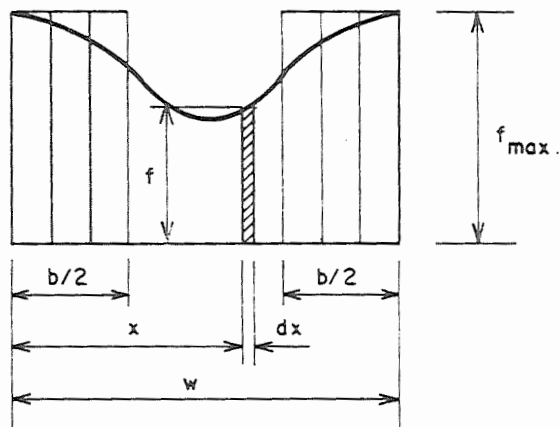


FIG. 2.14 — LARGURA EFETIVA DE ELEMENTO COMPRIMIDO ENRIJECIDO.

A equação 2.22 é a equação clássica de von KARMAN para cálculo da largura efetiva de elementos comprimidos enrijecidos, obtida em 1932.

Com base em muitos resultados experimentais em seções de chapa dobrada, WINTER [15] mostrou que a equação

2.22 é também aplicável para uma chapa em que a tensão máxima é menor que o limite de escoamento do aço. Desta forma, a equação 2.22 pode ser reescrita como:

$$b = Ct \sqrt{\frac{E}{f_{\max}}} \quad (2.24)$$

onde f_{\max} é a tensão nas bordas da chapa, que pode ser menor que o limite de escoamento do aço F_y .

Resultados experimentais obtidos por Sechler e Winter e apresentados por YU [16] indicaram que o termo C usado na equação 2.24 depende de um parâmetro adimensional dado por:

$$\sqrt{\frac{E}{f_{\max}}} \left(\frac{t}{w} \right) \quad (2.25)$$

A figura 2.15 mostra a variação de C em função do parâmetro adimensional dado por 2.25. Ainda com base em resultados experimentais, Winter desenvolveu a seguinte equação para cálculo do termo C:

$$C = 1,9 \left[1 - 0,475 \left(\frac{t}{w} \right) \sqrt{\frac{E}{f_{\max}}} \right] \quad (2.26)$$

Observa-se que o valor inicial de C, dado por $\sqrt{E/f_{\max}}$ (t/w) = 0, ou seja, para o caso extremo de grandes relações w/t (chapas muito esbeltas), sujeitas a tensões muito altas, coincide com o valor de 1,9 dado pela equação 2.23.

Como consequência desses resultados, Winter apresentou em 1946 a expressão modificada para cálculo da largura efetiva b de uma chapa longa apoiada nas quatro bordas sujeita à compressão uniforme:

$$b = 1,9t \sqrt{\frac{E}{f_{\max}}} \left[1 - 0,475 \left(\frac{t}{w} \right) \sqrt{\frac{E}{f_{\max}}} \right] \quad (2.27)$$

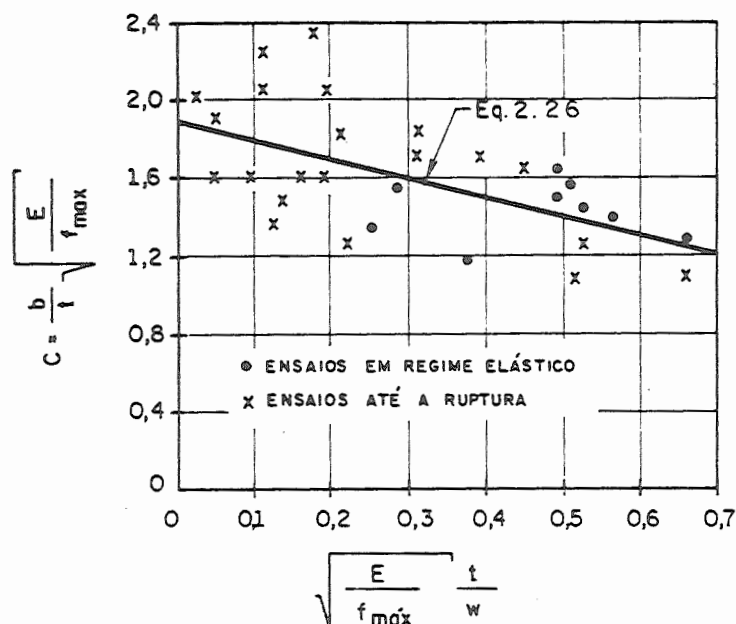


FIG. 2.15 — DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DA LARGURA EFETIVA [16]

Da equação 2.27, observa-se que a largura efetiva depende não somente da tensão máxima f_{\max} , mas também da relação w/t . Da equação 2.27 pode-se obter o valor limite da relação w/t , onde para valores w/t menores que este limite, a largura efetiva b coincide com a largura real w .

$$\left(\frac{w}{t}\right)_{\text{lim}} = 0,95 \sqrt{\frac{E}{f_{\max}}} \quad (2.28)$$

Considera-se que a equação 2.27 é uma generalização da equação 2.22 em dois aspectos: primeiro pela introdução de f_{\max} em lugar de F_y , permitindo assim o uso desta equação tanto para tensões de serviço como para a tensão de escoamento do aço (estado limite último); e segundo pela introdução de fatores de correção empíricos.

Durante o período de 1946 a 1968, as normas do AISI adotavam a equação 2.27 para cálculo da largura efetiva de elementos enrijecidos. Atualmente, a equação 2.27 foi substituída pela equação 2.29, dada a seguir, por apresentar resultados mais próximos daqueles encontrados em ensaios.

$$b = 1,9t \sqrt{\frac{E}{f_{\max}}} \left[1 - 0,415 \left(\frac{t}{w} \right) \sqrt{\frac{E}{f_{\max}}} \right] \quad (2.29)$$

A expressão para o limite da relação w/t resulta em:

$$\left(\frac{w}{t} \right)_{\text{lim}} = 1,287 \sqrt{\frac{E}{f_{\max}}} \quad (2.30)$$

A figura 2.16 mostra a correlação existente entre a equação 2.29 e os resultados dos ensaios conduzidos por Sechler e Winter, Yu [16]. Os ensaios de Sechler foram feitos em chapas isoladas e não em perfis estruturais.

A equação 2.29 se aplica muito bem aos elementos enrijecidos uniformemente comprimidos, com pequena ou nenhuma restrição ao giro nas bordas longitudinais, isto é, $k = 4,0$. Entretanto, esta equação pode ser utilizada para elementos com outras condições de borda, ou seja, para valores quaisquer do coeficiente de flambagem k :

$$b = 0,95t \sqrt{\frac{kE}{f_{\max}}} \left[1 - 0,208 \left(\frac{t}{w} \right) \sqrt{\frac{kE}{f_{\max}}} \right] \quad (2.31)$$

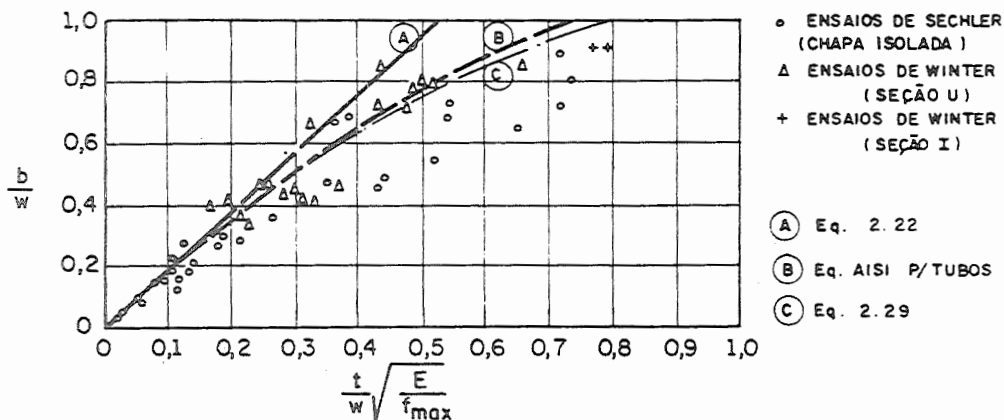


FIG. 2.16 - RESULTADOS DE ENSAIOS DE SECHLER e WINTER PARA ELEMENTOS COMPRIMIDOS ENRIJECIDOS.

2.8.3.5 - Critérios de Projeto da Norma AISI

A norma do AISI [1] apresenta o valor limite da

relação w/t e a expressão para cálculo da largura efetiva:

(a) para cálculo da resistência: o valor $(w/t)_{lim}$ é obtido da equação 2.30, considerando $E = 203.000$ MPa e substituindo f_{max} por $1,67f$, onde $1,67$ é o fator de segurança. A equação para cálculo da largura efetiva (b) é obtida da equação 2.29, fazendo-se as mesmas substituições:

$$\text{Se } \left(\frac{w}{t}\right) \leq \left(\frac{w}{t}\right)_{lim} \quad \text{onde} \quad \left(\frac{w}{t}\right)_{lim} = \frac{449}{\sqrt{f}}$$

$$b = w \quad (2.32)$$

$$\text{Se } \left(\frac{w}{t}\right) > \left(\frac{w}{t}\right)_{lim}$$

$$b = \frac{667t}{\sqrt{f}} \left[1 - \frac{146}{(w/t)\sqrt{f}} \right] \quad (2.33)$$

onde

w/t = relação largura espessura.

b = largura efetiva de projeto.

f = tensão atuante no elemento comprimido, calculado com base na largura efetiva de cálculo, onde $f \leq F$.

F = tensão básica de projeto.

f e F em MPa.

(b) para cálculo de deslocamentos, o procedimento é o mesmo utilizado no item (a), porém fazendo $f_{max} = f$, ou seja, não considerando o fator de segurança $1,67$.

$$\text{Se } \left(\frac{w}{t}\right) \leq \left(\frac{w}{t}\right)_{lim} \quad \text{onde} \quad \left(\frac{w}{t}\right)_{lim} = \frac{580}{\sqrt{f}}$$

$$b = w \quad (2.34)$$

$$\text{Se } \left(\frac{w}{t}\right) > \left(\frac{w}{t}\right)_{lim}$$

$$b = \frac{859t}{\sqrt{f}} \left[1 - \frac{188}{(w/t) \sqrt{f}} \right] \quad (2.35)$$

onde w/t , b e f já foram definidos no item (a).

2.8.4 - Elementos Comprimidos Não Enrijecidos

2.8.4.1 - Escoamento

Um elemento comprimido não enrijecido, com relações (w/t) menores que um certo limite, atingem o colapso convencional por escoamento.

2.8.4.2 - Flambagem Elástica

A tensão crítica de flambagem elástica para um elemento uniformemente comprimido é dada pela equação 2.12, reescrita a seguir:

$$f_{cr} = \frac{k\pi^2 E}{12(1-\nu^2)(w/t)^2}$$

E = módulo de elasticidade do aço.

ν = coeficiente de Poisson = 0,3.

w/t = relação largura-espessura.

k = coeficiente de flambagem de chapa, o qual depende das condições de vinculação da chapa e da relação a/w , conforme mostra a figura 2.17.

Para uma chapa retangular longa simplesmente apoiada em três bordas e uma borda livre (figura 2.17) o valor teórico de k é 0,425. Entretanto, ao se considerar o efeito de restrição ao giro, utiliza-se o valor $k = 0,5$ [16].

Se o aço apresenta diagrama tensão-deformação do tipo escoamento definido e o elemento comprimido não enrijecido não apresenta imperfeições geométricas, a tensão de flambagem será dada pela equação 2.12, tendo como limite superior o valor F_y . Entretanto, as condições ideais não ocorrem na prática, e o elemento apresenta um trecho de comportamento inelástico, conforme mostra a

figura 2.18.

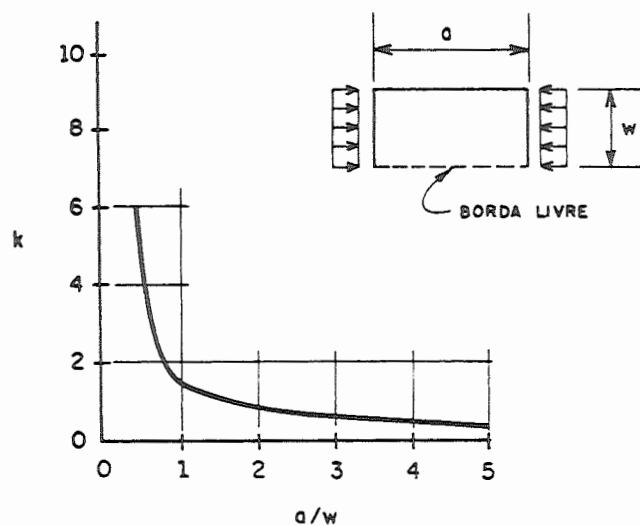


FIG. 2.17 — COEFICIENTE DE FLAMBAGEM PARA ELEMENTOS COMPRIMIDOS NÃO ENRIJECIDOS

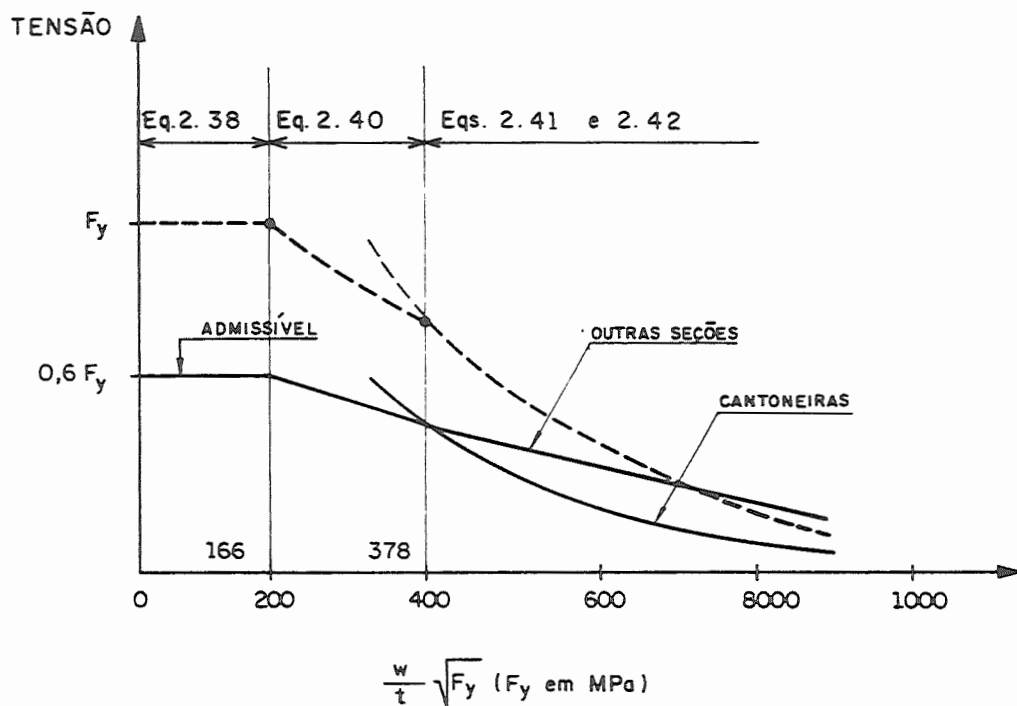


FIG. 2.18 — COMPORTAMENTO ESTRUTURAL SIMPLIFICADO DE ELEMENTOS COMPRIMIDOS NÃO ENRIJECIDOS SEGUNDO A NORMA AISI [1].

2.8.4.3 - Resistência Pós-Flambagem

Da mesma forma que nos elementos enrijecidos, os

elementos não enrijecidos também apresentam uma considerável resistência pós-flambagem, e o conceito de largura efetiva também pode ser aplicado, conforme mostra a figura 2.19.

Com base em resultados experimentais, Winter [15] obteve a seguinte equação para cálculo da largura efetiva:

$$b = 0,8t \sqrt{\frac{E}{f_{\max}}} \left[1 - 0,202 \left(\frac{t}{w} \right) \sqrt{\frac{E}{f_{\max}}} \right] \quad (2.36)$$

onde f_{\max} é a tensão máxima no elemento não enrijecido (figura 2.19). Adotando-se um coeficiente de flambagem de chapa $k = 0,5$, a equação anterior pode ser generalizada como:

$$b = 1,13t \sqrt{\frac{kE}{f_{\max}}} \left[1 - 0,286 \left(\frac{t}{w} \right) \sqrt{\frac{kE}{f_{\max}}} \right] \quad (2.37)$$

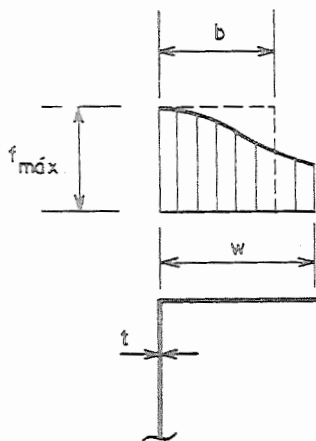


FIG. 2.19 — LARGURA EFETIVA DE ELEMENTOS COMPRIMIDOS NÃO ENRIJECIDOS .

A figura 2.20 mostra uma comparação entre as equações 2.31 e 2.37 para elementos enrijecidos e não

enrijecidos, respectivamente.

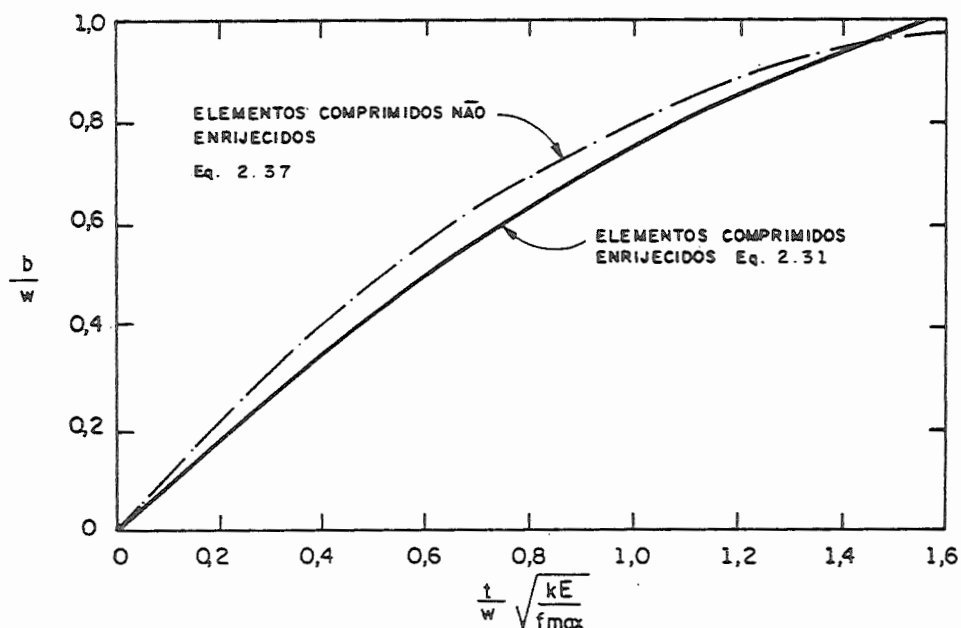


FIG. 2.20 — COMPARAÇÃO ENTRE AS EQUAÇÕES GENERALIZADAS PARA CÁLCULO DA LARGURA EFETIVA DE ELEMENTOS COMPRIMIDOS ENRIJECIDOS E NÃO ENRIJECIDOS.

2.8.4.4 - Critérios de Projeto da Norma AISI

Até a edição de 1980 da norma AISI [1], foi dado um tratamento diferenciado para cálculo de elementos enrijecidos e não enrijecidos. Aos elementos enrijecidos aplicava-se o conceito de largura efetiva e aos não enrijecidos, o conceito de tensões admissíveis.

Já na edição de 1986 [2], o conceito de largura efetiva foi generalizado para os dois tipos de elementos, utilizando-se a equação (2.37) para cálculo da largura efetiva em elementos não enrijecidos.

As tensões admissíveis dadas pela norma AISI 1980 [1] são apresentadas a seguir, com F_y em MPa:

$$\text{Se } \left(\frac{w}{t} \right) \leq \frac{166}{\sqrt{F_y}}$$

$$F_c = 0,60F_y \quad (2.38)$$

$$\text{Se } \frac{166}{\sqrt{F_y}} < \left(\frac{w}{t} \right) \leq \frac{378}{\sqrt{F_y}}$$

$$F_c = F_y \left[0,767 - 0,001 \left(\frac{w}{t} \right) \sqrt{F_y} \right] \quad (2.39)$$

Se o limite de escoamento do aço for menor que 228 MPa, o limite superior $378/\sqrt{F_y}$ deve ser substituído por 25 e a tensão admissível é dada por:

$$F_c = 0,60F_y - \frac{\left(\frac{w}{t} - 166/\sqrt{F_y} \right) (0,087F_y - 12,8)}{3,625(1 - 6,64/\sqrt{F_y})} \quad (2.40)$$

$$\text{Se } \frac{378}{\sqrt{F_y}} < \left(\frac{w}{t} \right) \leq 25 \quad (\text{somente para } F_y > 228 \text{ MPa})$$

$$F_c = \frac{55.172}{(w/t)^2} \quad (2.41)$$

$$\text{Se } 25 < \left(\frac{w}{t} \right) \leq 60$$

- para cantoneiras vale a expressão 2.41.

- para outras seções,

$$F_c = 136,5 - 1,93 \left(\frac{w}{t} \right) \quad (2.42)$$

A figura 2.21 mostra graficamente as tensões admissíveis para elementos comprimidos não enrijecidos para cinco valores de F_y .

Pode-se observar que, para grandes relações w/t (portanto, flambagem elástica), as tensões admissíveis não dependem de F_y , mostrando que o uso de aços de alta resistência não apresenta vantagens neste caso.

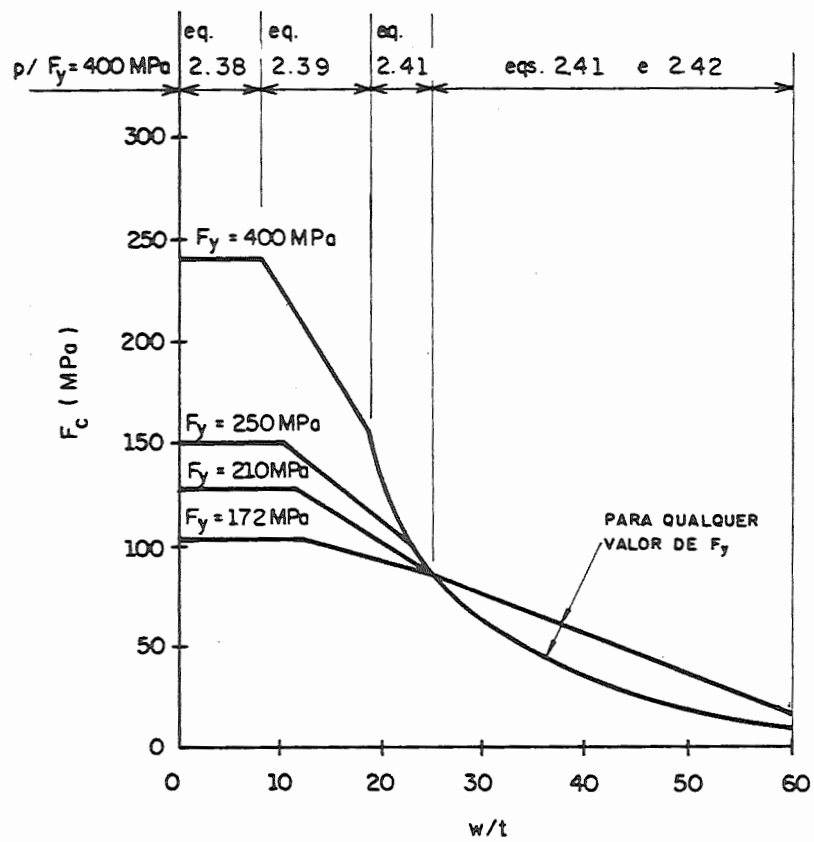


FIG.2.21-TENSÕES ADMISSÍVEIS EM ELEMENTOS COMPRIMIDOS NÃO ENRIJECIDOS .

A edição de 1986 da norma AISI [2], apresenta o conceito de largura efetiva para elementos enrijecidos e não enrijecidos. No caso de elementos não enrijecidos, a largura efetiva deve ser calculada pela expressão 2.37, tomando-se o valor $k = 0,43$.

3 - BARRAS SUJEITAS À TRAÇÃO OU COMPRESSÃO

3.1 - BARRAS TRACIONADAS

Para barras tracionadas, a tensão admissível é a própria tensão básica de projeto (F), dada pela equação 2.1. A tensão atuante deverá ser determinada com base na área líquida da seção transversal da barra.

Pode-se notar que o estado limite último considerado nesse caso é o escoamento da área líquida e não o escoamento da área bruta, como se considera nas normas referentes aos perfis laminados e soldados, uma vez que em se tratando de chapas finas, despreza-se o fenômeno de redistribuição de tensões nas proximidades das seções enfraquecidas.

3.2 - BARRAS COMPRIMIDAS

Assim como nas barras constituídas por perfis laminados e soldados, o colapso de um elemento comprimido em chapa dobrada poderá ocorrer por escoamento, flambagem global ou flambagem local das partes componentes do perfil.

O colapso por escoamento poderá ocorrer nas barras com baixos valores do índice de esbeltez global (λ) e baixos valores do índice de esbeltez local (relações w/t), isto é, nas barras "curtas" e com espessura de chapa relativamente alta. Entretanto, na grande maioria dos casos, o colapso é governado por fenômenos de instabilidade global ou local, ocorrendo muitas vezes uma combinação dos dois fenômenos.

3.2.1 - Flambagem global

No campo da análise estrutural é comum apresentar o estudo da flambagem global de barras comprimidas analisando somente o caso particular de flambagem por flexão. Quando

se trata de seções com dupla simetria, como por exemplo: seções quadradas, retangulares, circulares, tipo "I", etc, a flambagem por flexão é de fato predominante. Caso contrário, ou seja, para seções monossimétricas ou assimétricas, a análise do caso geral de instabilidade global, a flambagem por flexão e torção, não deve ser desprezada.

A seguir, apresentam-se as equações de equilíbrio que regem o caso geral da flambagem elástica por flexão e torção para uma barra axialmente comprimida:

$$EI_x v'''' + Pv'' - Px_0 \phi'' = 0 \quad (3.1)$$

$$EI_y u'''' + Pu'' + Py_0 \phi'' = 0 \quad (3.2)$$

$$EC_w \phi'''' - (GJ - Pr_0^2) \phi'' + Py_0 u'' - Px_0 v'' = 0 \quad (3.3)$$

onde:

- C_w : constante de empenamento da seção (ver apêndice).
- J : momento de inércia à torção.
- G : módulo de elasticidade transversal, $G = 0,385E$.
- x, y : eixos principais de inércia.
- x_0, y_0 : coordenadas do centro de torção em relação ao CG.
- I_x, I_y : momentos principais de inércia da seção.
- u, v : deslocamentos do centro de torção na direção dos eixos x e y , respectivamente.
- ϕ : rotação em torno do centro de torção.
- P : força normal, positiva de compressão.
- r_x, r_y : raios de giração da seção em relação aos eixos principais x e y , respectivamente.
- r_0 : raio de giração polar da seção em relação ao centro de torção.

$$r_0 = \sqrt{r_x^2 + r_y^2 + x_0^2 + y_0^2} \quad (3.4)$$

- (') : o sinal indica diferenciação em relação à variável z , onde z é o eixo longitudinal da barra.

No caso geral de instabilidade, a barra de seção delgada pode perder a forma reta com uma forma determinada que tem:

deslocamentos $u(z)$ na direção do eixo x .
deslocamentos $v(z)$ na direção do eixo y .
rotações $\phi(z)$ das seções em torno do centro de torção.

No caso particular da flambagem por flexão, o sistema de equações diferenciais apresentado anteriormente (equações 3.1, 3.2 e 3.3) se resume apenas a uma, ou seja, 3.1 ou 3.2.

No caso geral da flambagem por flexão e torção, o sistema de equações diferenciais deve ser resolvido nas variáveis $u(z)$, $v(z)$ e $\phi(z)$.

Quando as variáveis $u(z)$ ou $v(z)$ resultarem independentes, tem-se flambagem por flexão em torno do eixo em questão. Se $\phi(z)$ resultar independente, tem-se a flambagem puramente torcional.

Quando $\phi(z)$ resultar acoplada com $u(z)$, $v(z)$ ou com ambas, tem-se a flambagem por flexão e torção.

Com isto pode-se observar que a flambagem por flexão (flambagem de Euler) é apenas um caso particular que ocorre em determinadas condições de carregamento, vinculação e geometria.

a) seções duplamente simétricas

Para seções duplamente simétricas, o sistema de equações diferenciais resulta em três equações independentes nas variáveis $u(z)$, $v(z)$ e $\phi(z)$. A barra perde sua forma reta tendo deslocamentos na direção dos eixos x ou y , ou apresentando rotações em torno do eixo longitudinal z (figura 3.1). A força crítica de flambagem é dada pelo menor valor encontrado nas três equações independentes:

$$(P_{cr})_1 = P_x = \frac{\pi^2 EI_x}{(K_x L_x)^2} \quad (3.5)$$

$$(P_{cr})_2 = P_y = \frac{\pi^2 EI_y}{(K_y L_y)^2} \quad (3.6)$$

$$(P_{cr})_3 = P_z = \left[\frac{\pi^2 EC_w}{(K_z L_z)^2} + GJ \right] \frac{1}{r_0^2} \quad (3.7)$$

onde

L_x, L_y : comprimentos não travados da barra em relação aos eixos x e y, respectivamente.

K_x, K_y : coeficientes de flambagem, conforme figura 3.3. demais termos já foram definidos.

As equações 3.5 e 3.6 referem-se à flambagem por flexão em torno dos eixos x e y, respectivamente. A equação 3.7 refere-se à flambagem puramente torcional.

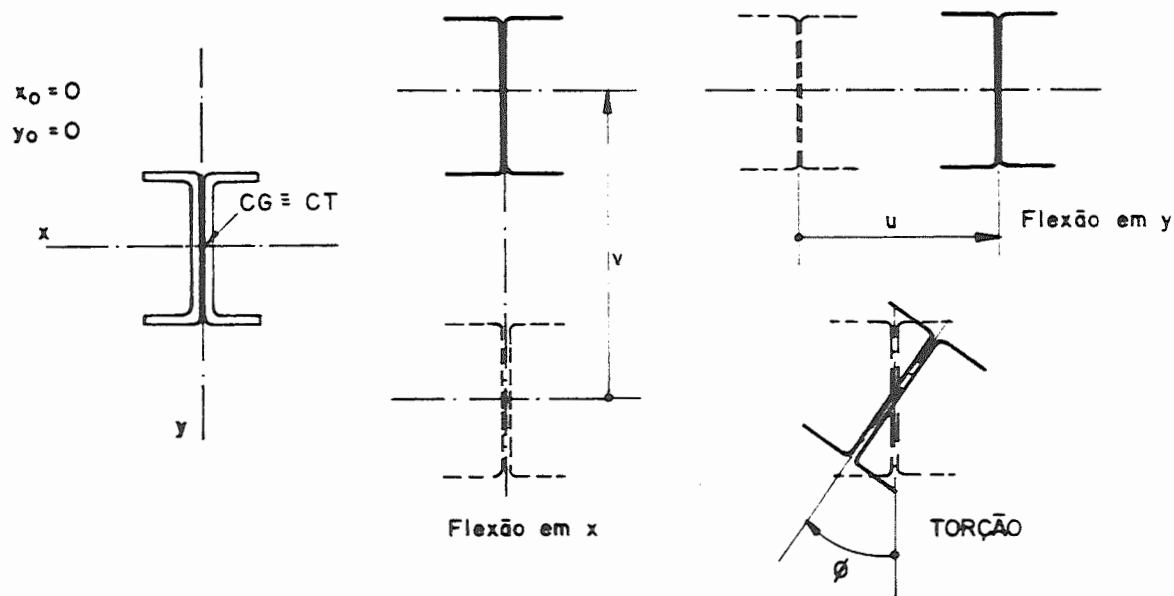


FIG. 3.1 - DESLOCAMENTOS POSSÍVEIS NA INSTABILIDADE DE UMA BARRA COMPRIMIDA COM SEÇÃO DUPLAMENTE SIMÉTRICA.

No caso da equação 3.7, flambagem puramente torcional, o significado do parâmetro $K_z L_z$ é análogo ao da flambagem por flexão. Assim, L_z refere-se ao comprimento não travado da barra com relação à torção, ou seja, a distância entre travamentos que impedem a torção.

A figura 3.2 mostra a analogia entre os vínculos da flexão e da torção e alguns valores do coeficiente de flambagem K_z . Nos projetos é importante estar atento ao fato que alguns detalhes de vinculação impedem apenas deslocamentos laterais e outros apenas torção.

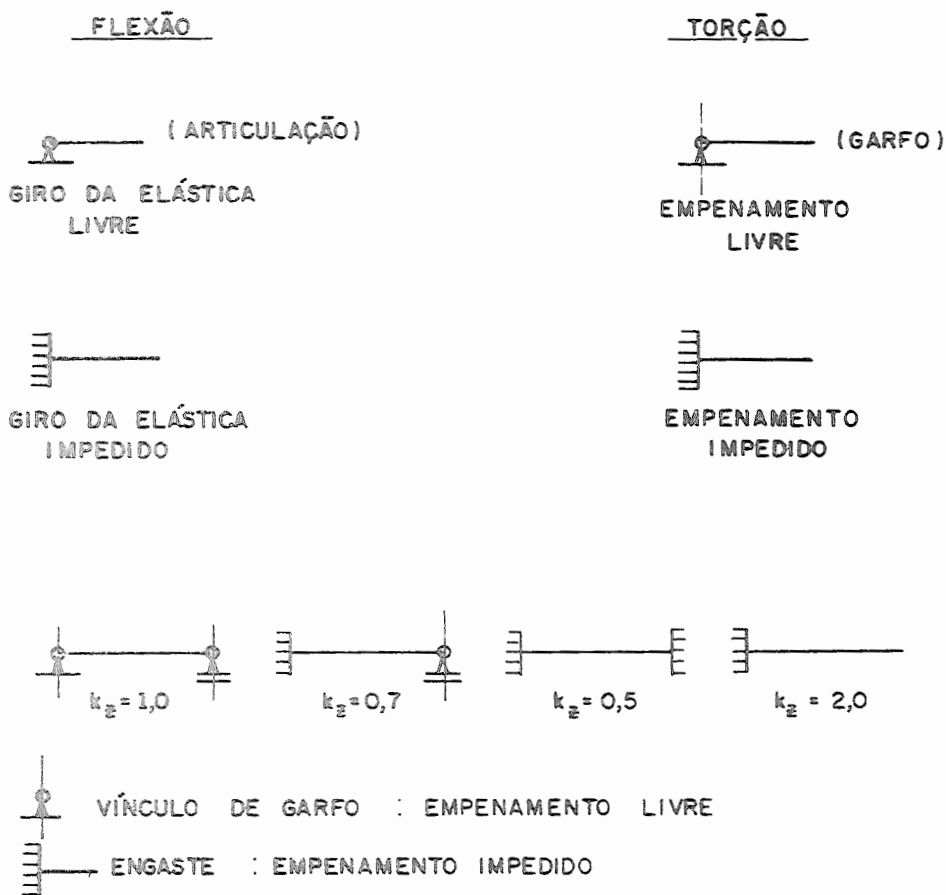


FIG. 3.2 — ANALOGIA ENTRE OS VÍNCULOS DA FLEXÃO E DA TORÇÃO E ALGUNS VALORES DE K_z

A linha tracejada indica a linha elástica de flambagem	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
Valores teóricos de K	0,5	0,7	1,0	1,0	2,0	2,0
Valores recomendados para o dimensionamento	0,65	0,80	1,2	1,0	2,1	2,0
Código para a condição de apoio						
						Rotação e translação impedidas Rotação livre, translação impedida Rotação impedida, translação livre Rotação e translação livres

FIG. 3.3 — FLAMBAGEM POR FLEXÃO : VALORES DO COEFICIENTE K

b) seções monossimétricas

As seções monossimétricas são amplamente utilizadas em se tratando de perfis de chapa dobrada. Alguns exemplos são: perfis "U", cantoneira, dupla cantoneira, "T", cartola, etc. Nesse caso, o centro de torção não coincide com o centro de gravidade da seção, portanto uma das coordenadas x_0 ou y_0 deixa de ser nula.

Considerando o eixo "x" como eixo de simetria, a coordenada y_0 permanece nula enquanto a outra, x_0 , assume um valor diferente de zero.

O sistema de equações diferenciais (3.1 a 3.3) resulta numa equação independente na variável $u(z)$ - eq.3.2, e as outras duas equações (3.1 e 3.3) resultam dependentes nas variáveis $v(z)$ e $\phi(z)$. A equação independente refere-se à flambagem por flexão em torno do eixo "y", ou seja, o eixo de não simetria. As outras duas referem-se à flambagem por flexão e torção. Os deslocamentos possíveis são esquematizados na figura 3.4.

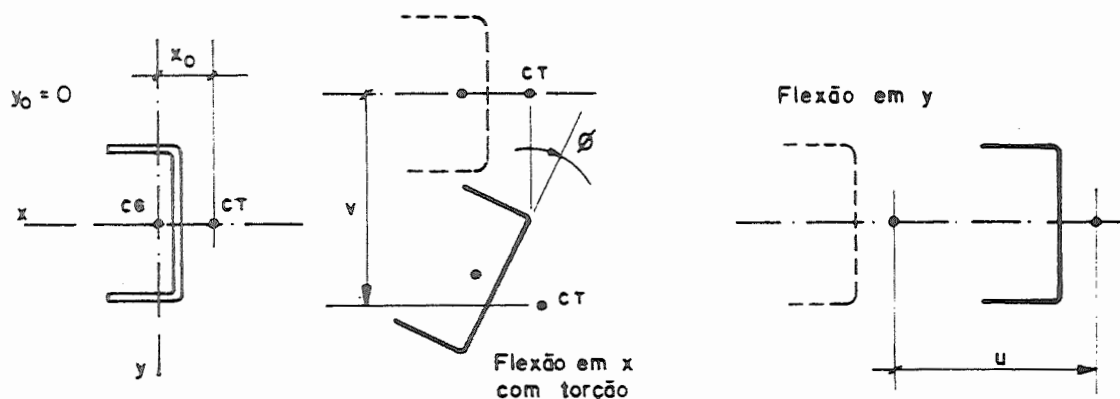


FIG. 3.4 — DESLOCAMENTOS POSSÍVEIS NA INSTABILIDADE DE UMA BARRA COMPRIMIDA COM SEÇÃO MONOSSIMÉTRICA

A força crítica será o menor valor encontrado com base nessas duas equações:

$$(P_{cr})_1 = P_y = \frac{\pi^2 EI_y}{(K_y L_y)^2} \quad (3.8)$$

Os outros dois valores da força crítica, $(P_{cr})_2$ e $(P_{cr})_3$, serão obtidos da resolução da seguinte equação quadrática em P:

$$r_0^2 (P_{cr} - P_x)(P_{cr} - P_z) - (P_{cr} x_0)^2 = 0 \quad (3.9)$$

Denominando $\beta = 1 - (x_0/r_0)^2$, as raízes da equação 3.9 resultam:

$$(P_{cr})_2 = \frac{1}{2\beta} \left[(P_x + P_z) + \sqrt{(P_x + P_z)^2 - 4\beta P_x P_z} \right] \quad (3.10)$$

$$(P_{cr})_3 = \frac{1}{2\beta} \left[(P_x + P_z) - \sqrt{(P_x + P_z)^2 - 4\beta P_x P_z} \right] \quad (3.11)$$

onde

P_x, P_z : dados pelas equações 3.5 e 3.7, respectivamente.

r_0 : raio de giração polar, dado pela equação 3.4.

Como $(P_{cr})_3$ é menor que $(P_{cr})_2$, a força crítica da barra é dada pelo menor valor entre $(P_{cr})_1$ e $(P_{cr})_3$.

c) seções assimétricas

A utilização de seções assimétricas não é comum nas estruturas de chapa dobrada, entretanto em alguns casos tais seções acabam sendo utilizadas.

Nesse caso, o centro de torção não coincide com o centro de gravidade da seção, e as coordenadas x_0 e y_0 são diferentes de zero. O sistema de equações diferenciais (3.1 a 3.3) resulta em três equações dependentes nas variáveis $u(z)$, $v(z)$ e $\phi(z)$, o que significa que a barra perde sua forma reta com deslocamentos combinados nas direções dos eixos "x" e "y", e ainda com giros " ϕ " em torno do centro de torção. A posição deslocada de uma seção é mostrada na figura 3.5.

A resolução do sistema resulta numa equação cúbica em P , onde a força crítica de flambagem é dada pelo menor valor das três raízes dessa equação:

$$r_0^2 [P - P_x] [P - P_y] [P - P_z] - P^2 y_0^2 [P - P_x] - P^2 x_0^2 [P - P_y] = 0 \quad (3.12)$$

onde

$P_x, P_y, P_z, x_0, y_0, r_0$ já foram apresentados.

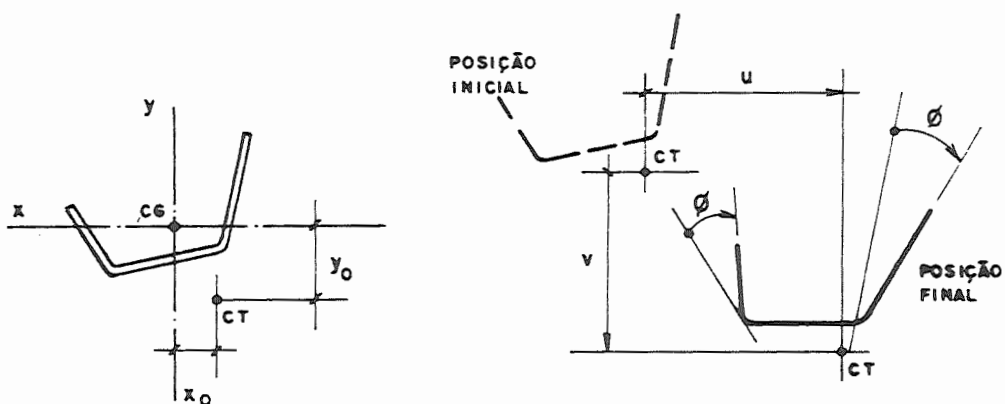


FIG. 3.5 — DESLOCAMENTOS POSSÍVEIS NA INSTABILIDADE DE UMA BARRA COMPRIMIDA COM SEÇÃO ASSIMÉTRICA

3.2.2 - Flambagem local

A flambagem local de partes componentes de um perfil em chapa dobrada pode ocorrer sob uma força menor que aquela obtida para a flambagem global (P_{cr}). A interação entre flambagem global e local numa barra acarreta uma redução na força crítica, se comparada com aquela obtida isoladamente para os dois casos.

Assim como nas normas relativas aos perfis laminados e soldados, as normas do AISI levam em consideração a flambagem local através de um fator menor ou igual a unidade, denominado fator "Q".

a) fator Q em seções constituídas inteiramente por elementos enrijecidos:

$$Q_a = \frac{A_{ef}}{A_g} \quad (3.13)$$

onde

Q_a = fator de área.

A_{ef} = área efetiva da seção, ou seja, é a soma de todas as áreas efetivas dos elementos enrijecidos.

A_g = área bruta da seção.

A área efetiva da seção é obtida com base nas larguras efetivas dos elementos enrijecidos (b), cujos valores são dados pelas equações 2.32 e 2.33. O cálculo da largura efetiva depende da tensão no elemento (f), portanto, trata-se de um processo iterativo. De maneira conservadora, pode-se utilizar para (f) a própria tensão básica (F).

b) fator Q em seções constituídas inteiramente por elementos não enrijecidos:

$$Q_s = \frac{F_c}{F} \quad (3.14)$$

onde

Q_s = fator de tensão, calculado para o elemento com a maior relação w/t , ou seja, aquele com a menor tensão F_c .

F_c = tensão admissível no elemento não enrijecido, calculada pelas equações 2.38 a 2.42.

F = tensão básica de projeto, $F = 0,6F_y$.

c) fator Q em seções constituídas por elementos enrijecidos e não enrijecidos.

$$Q = Q'_a Q_s = \frac{A_{ef}}{A_g} \frac{F_c}{F} \quad (3.15)$$

onde

Q'_a = fator de área definido no item (a), equação 3.13, porém considerando no cálculo das larguras efetivas, a tensão $f = F_c$ e não mais $f = F$. A área efetiva (A_{ef}) é obtida pela soma das áreas efetivas dos elementos enrijecidos mais a área bruta dos elementos não enrijecidos.

Q_s = fator de tensão definido no item (b), equação 3.14.

3.2.3 - Critérios da norma AISI para barras comprimidas

Considerando inicialmente apenas o caso particular de flambagem por flexão, as equações da AISI para cálculo das tensões admissíveis resultam:

para $\lambda < C_c / \sqrt{Q}$

$$\text{se } Q < 1 \longrightarrow F_a = \frac{12}{23} Q F_y - \frac{3(Q F_y)^2}{23 \pi^2 E} \lambda^2 \quad (3.16)$$

$$\text{se } Q = 1 \longrightarrow F_a = \frac{1}{FS} \left[1 - \frac{\lambda^2}{2 C_c^2} \right] F_y \quad (3.17)$$

$$\text{onde } FS = \frac{5}{3} + \frac{3\lambda}{8C_c} - \frac{\lambda^3}{8C_c^3} \quad (3.18)$$

para $\lambda \geq C_c / \sqrt{Q}$

$$F_a = \frac{12\pi^2 E}{23\lambda^2} = \frac{104.532}{\lambda^2} \quad (F_a \text{ em kN/cm}^2) \quad (3.19)$$

onde

$$C_c = \sqrt{\frac{2\pi^2 E}{F_y}} \quad (3.20)$$

λ = índice de esbeltez, dado por KL/r , onde "L" é o comprimento não travado e "r" é o raio de giração da seção.

F_a = tensão admissível na compressão.

F_y = limite de escoamento do aço.

Q = fator que leva em consideração o efeito da flambagem local, determinado pelas equações 3.13 a 3.15.

A equação 3.19 refere-se à flambagem elástica da barra, consistindo na clássica equação de Euler (equações 3.5 ou 3.6 em termos de tensão), aplicando-se um fator de segurança igual a 12/23 (1,92) e substituindo-se F_y por QF_y .

As equações 3.16 e 3.17 consistem em parábolas do segundo grau que representam o trecho inelástico de comportamento da barra. O limite entre os dois trechos é dado pela tensão de proporcionalidade convencional $f_p = 0,5F_y$.

Pode-se notar que a equação 3.16 apresenta um fator de segurança constante e igual a 1,92 enquanto que a equação 3.17 apresenta um fator de segurança variável, dado pela equação 3.18. Essa equação é idêntica àquela apresentada na norma do AISC para perfis laminados e soldados. O fator de segurança FS varia de 1,67 a 1,92.

Nota-se também que a equação 3.19 não contém o fator "Q", pois em se tratando de flambagem elástica, as tensões são relativamente baixas e não acarretam flambagens locais.

A figura 3.6 mostra graficamente as equações apresentadas anteriormente.

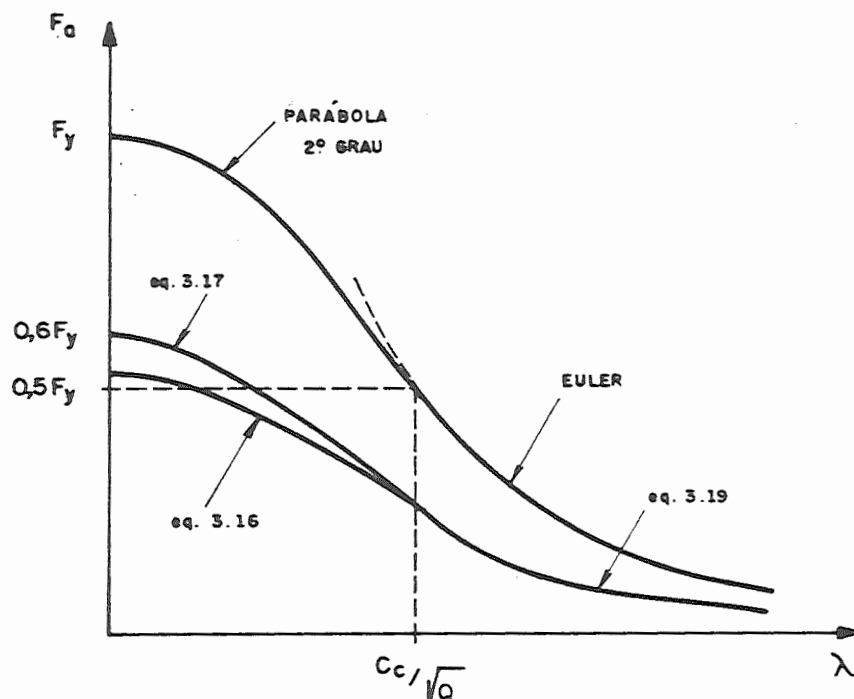


FIG. 3.6 — CURVAS DE FLAMBAGEM DA AISI PARA COMPRESSÃO

O tratamento dado pela AISI no caso geral da flambagem por flexão e torção é totalmente análogo ao caso particular da flambagem por flexão. Assim, a verificação do caso geral é feita da seguinte maneira:

a) seções duplamente simétricas

Verifica-se a flambagem por flexão em torno dos dois eixos principais (equações 3.16 a 3.19) e a flambagem puramente torcional conforme apresentado a seguir:

para $\sigma_{FT} > 0,5F_y$ (trecho inelástico)

$$F_a = 0,522QF_y - \frac{(QF_y)^2}{7,67\sigma_{FT}} \quad (3.21)$$

para $\sigma_{FT} \leq 0,5F_y$ (trecho elástico)

$$F_a = 0,522 \sigma_{FT} \quad (3.22)$$

onde

$$\sigma_{FT} = \sigma_t = \frac{1}{Ar_0^2} \left[GJ + \frac{\pi^2 EC_w}{(K_z L_z)^2} \right] \quad (3.23)$$

Nota-se que a equação 3.23 é a mesma equação 3.7 apresentada em termos de tensão.

b) seções monossimétricas

Verifica-se a flambagem por flexão em torno do eixo de não simetria e a flambagem por flexão e torção utilizando-se as equações 3.21 e 3.22, porém com σ_{FT} dado por:

$$\sigma_{FT} = \frac{1}{2\beta} \left[(\sigma_{ex} + \sigma_t) - \sqrt{(\sigma_{ex} + \sigma_t)^2 - 4\beta\sigma_{ex}\sigma_t} \right] \quad (3.24)$$

onde

σ_{ex} = tensão crítica de flambagem elástica em torno do eixo de simetria "x",

$$\sigma_{ex} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_x^2} \quad (3.25)$$

σ_t = tensão crítica de flambagem elástica puramente torcional, conforme equação 3.23.

β = constante igual a $1 - (x_0/r_0)^2$.

Nota-se também que a equação 3.24 é a própria equação 3.11 em termos de tensão.

c) seções assimétricas

Nesse caso, se ocorrer a flambagem, esta será sempre por flexão e torção. A tensão crítica também será determinada pelas equações 3.21 e 3.22, onde a tensão σ_{TF} é dada por:

$$\sigma_{TF} = \left[(\sigma_{ex}\sigma_{ey} + \sigma_{ex}\sigma_t + \sigma_{ey}\sigma_t) - \sqrt{(\sigma_{ex}\sigma_{ey} + \sigma_{ex}\sigma_t + \sigma_{ey}\sigma_t)^2 - 4(\sigma_{ex}\sigma_{ey}\sigma_t)(\gamma\sigma_{ex} + \beta\sigma_{ey} + \sigma_t)} \right] \times \left[\frac{1}{2(\gamma\sigma_{ex} + \beta\sigma_{ey} + \sigma_t)} \right] \quad (3.26)$$

onde

σ_{ex}, σ_{ey} = tensões críticas de flambagem elástica por flexão em torno dos eixos x e y, respectivamente, conforme equação 3.25.

σ_t = tensão crítica de flambagem elástica puramente torcional, conforme equação 3.23.

α, β, γ = parâmetros definidos a seguir:

$$\alpha = 1 - (x_0/r_0)^2 - (y_0/r_0)^2$$

$$\beta = 1 - (x_0/r_0)^2$$

$$\gamma = 1 - (y_0/r_0)^2$$

O valor σ_{TF} dado pela equação 3.26 refere-se a uma raiz da equação cúbica em "P" (equação 3.12) em termos de tensão.

4 - BARRAS SUJEITAS À FLEXÃO SIMPLES

O projeto de vigas consiste basicamente na verificação da estabilidade local dos elementos comprimidos (mesa e alma) e da estabilidade global da viga como um todo, ou seja, da flambagem lateral com torção.

4.1 - FLAMBAGEM LOCAL DA MESA (FLM)

4.1.1 - Vigas com mesa comprimida não enrijecida

Se a viga tem a mesa comprimida não enrijecida (figura 4.1a), a resistência à flexão da seção é determinada:

- (a) pelas propriedades geométricas da seção bruta.
- (b) pela aplicação da tensão admissível.

A tensão admissível será o menor dos seguintes valores:

- (b.1) tensão básica de projeto (F), equação 2.1.
- (b.2) tensão admissível à flambagem da mesa comprimida (F_c), equações 2.38 a 2.42.

Portanto, o momento fletor admissível será dado por:

$$M_{adm} = W_x F_{adm} \quad (4.1)$$

onde

W_x = módulo de resistência à flexão da seção bruta, em torno do eixo de flexão.

F_{adm} = tensão admissível aplicável, o menor valor entre F ou F_c .

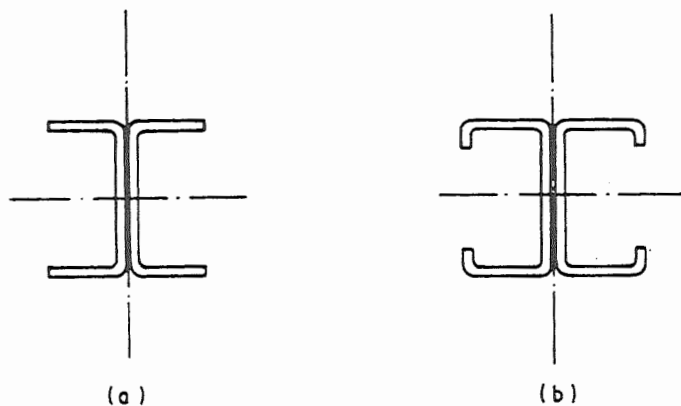


FIG. 4.1 — EXEMPLOS DE SEÇÃO TRANSVERSAL DE VIGAS

(a) mesa não enrijecida

(b) mesa enrijecida

4.1.2 - Vigas com mesa comprimida enrijecida

Se a viga tem a mesa comprimida enrijecida (figura 4.1b), a resistência à flexão da seção é determinada:

- (a) pelas propriedades geométricas da seção efetiva, baseada na largura efetiva dos elementos, conforme subitem 2.3.4.
- (b) pela tensão básica de projeto (F), equação 2.1.

Portanto, o momento fletor admissível será dado por:

$$M_{adm} = W_{ef} F \quad (4.2)$$

onde

W_{ef} = módulo de resistência à flexão da seção efetiva, em relação à fibra comprimida, em torno do eixo de flexão.

F = tensão básica de projeto.

4.2 - FLAMBAGEM LOCAL DA ALMA (FLA)

4.2.1 - Tensões normais

A alma de uma viga é analisada como uma chapa retangular apoiada nas quatro bordas, sujeita a tensões de flexão. A tensão crítica de flambagem pode ser determinada pela clássica expressão:

$$f_{cr} = \frac{k\pi^2 E}{12(1-\nu^2)(h/t)^2} \quad (4.3)$$

onde

k = coeficiente de flambagem, que para chapa longa simplesmente apoiada nas quatro bordas tem o valor teórico 23,9.

h = distância livre entre mesas.

t = espessura da alma

ν = coeficiente de Poisson = 0,3.

A variação de k em função da relação a/h é apresentada na figura 4.2. Quando uma chapa simplesmente apoiada é sujeita a tensões de compressão maiores que as tensões de tração, ou seja, $(f_c/f_t) > 1$, o coeficiente de flambagem k é reduzido em função da relação de tensões f_c/f_t , conforme figura 4.3.

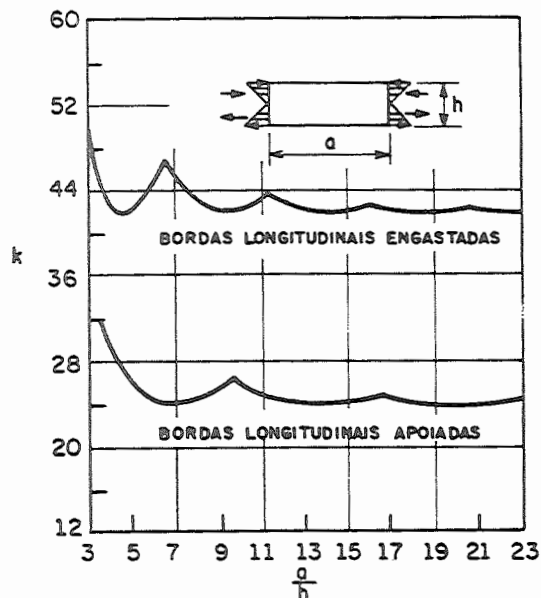


FIG. 4.2 - COEFICIENTE DE FLAMBAGEM DE CHAPA EM FUNÇÃO DA RELAÇÃO a/h

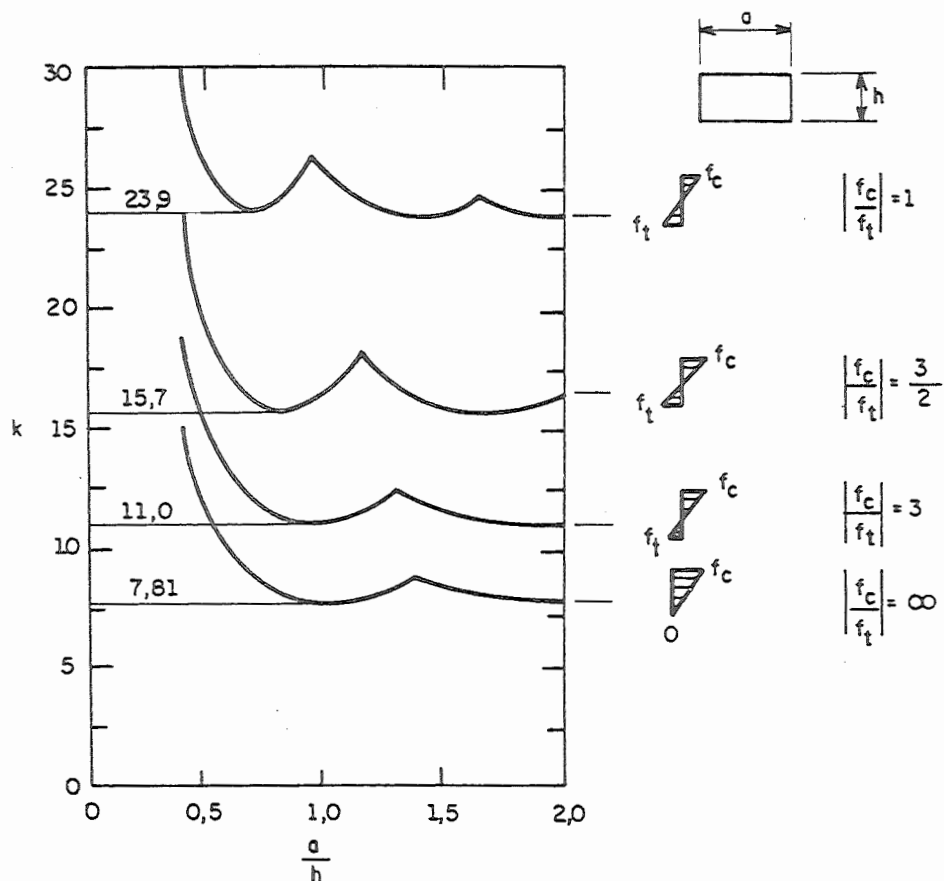


FIG. 4.3 - COEFICIENTE DE FLAMBAGEM PARA CHAPAS SUJEITAS A TENSÕES DE FLEXÃO

Em realidade, a resistência à flexão da alma de uma viga não é somente afetada pelas relações h/t , a/h e f_c/f_t , mas depende também de algumas propriedades do material (E , F_y e ν) e da interação entre mesa e alma, ou seja, da restrição ao giro que as mesas impõem à alma.

O cálculo de almas de vigas tem sido apresentado nas normas do AISI, considerando-se um fator de redução do momento resistente último (λ), obtido experimentalmente, já levando em consideração o comportamento pós-flambagem da chapa de alma. O momento resistente último da viga, com base na flambagem da alma, é dado por:

$$M_u = \lambda W'_x F_y \quad (4.4)$$

onde

M_u = momento resistente último da viga, com base na flambagem local da alma.

W'_x = módulo de resistência à flexão, calculado para área bruta da alma e área efetiva da mesa comprimida, considerando $f_{max} = F_y$.

F_y = limite de escoamento do aço.

λ = fator de redução do momento resistente, dado por:

- para mesa comprimida enrijecida,

$$\lambda = 1,210 - 0,000128 \left(\frac{h}{t} \right) \sqrt{F_y} \leq 1,0 \quad (4.5)$$

- para mesa comprimida não enrijecida,

$$\lambda = 1,257 - 0,000193 \left(\frac{h}{t} \right) \sqrt{F_y} \leq 1,0 \quad (4.6)$$

A norma AISI 1980 [1], apresenta as seguintes tensões admissíveis para flambagem local da alma:

- Vigas com mesa comprimida enrijecida,

$$F_{bw} = \left[1,21 - 0,00013 \left(\frac{h}{t} \right) \sqrt{F_y} \right] 0,60F_y \leq 0,60F_y \quad (4.7)$$

- Vigas com mesa comprimida não enrijecida,

$$F_{bw} = \left[1,26 - 0,00019 \left(\frac{h}{t} \right) \sqrt{F_y} \right] 0,60F_y \leq 0,60F_y \quad (4.8)$$

onde

F_{bw} = tensão admissível na alma, em MPa.

F_y = limite de escoamento do aço, em MPa.

Pode-se notar que as equações 4.7 e 4.8 são obtidas das equações 4.5 e 4.6, respectivamente, com a

introdução do fator de segurança 1,67. A figura 4.4 mostra graficamente o tratamento dado pela norma AISI.

No caso de vigas com mesa comprimida não enrijecida, a área efetiva da mesa comprimida é obtida da área bruta multiplicada pela relação $F_c/0,6F_y$, onde F_c é a tensão admissível no elemento comprimido não enrijecido, conforme subitem 2.8.4.

O momento fletor admissível, com base na flambagem local da alma, resulta então:

$$M_{adm} = W'_x F_{bw} \left(\frac{d}{h} \right) \quad (4.9)$$

onde

d = altura total da seção.

h = altura livre entre mesas.

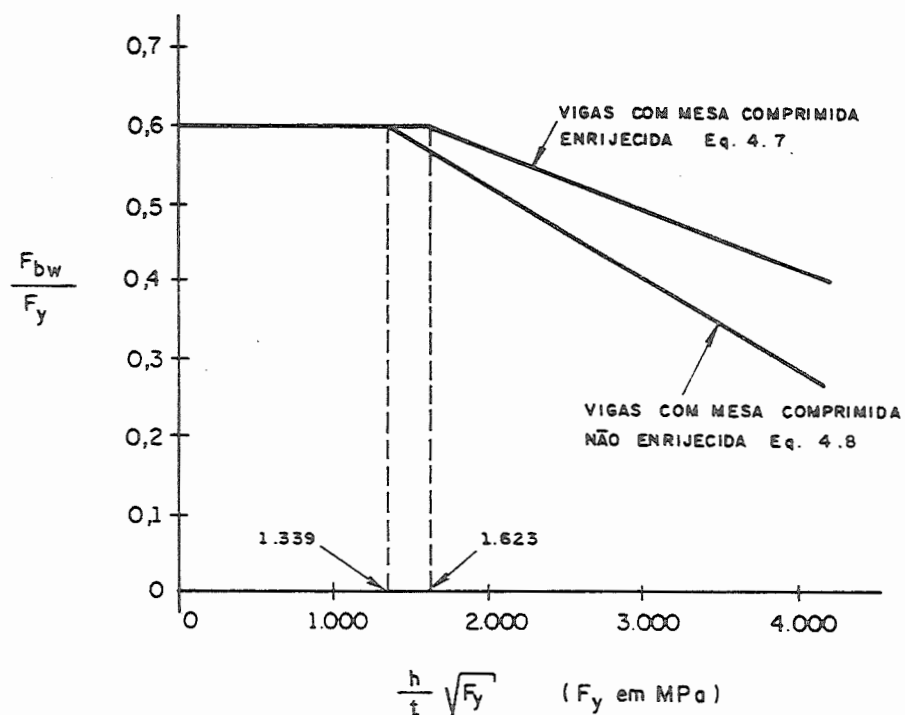


FIG. 4.4 — TENSÕES NORMAIS ADMISSÍVEIS NA ALMA

4.2.2 - Tensões de cisalhamento

As tensões de cisalhamento atuantes numa seção transversal da viga podem ser obtidas pela conhecida expressão:

$$f_v = \frac{VQ}{It} \quad (4.10)$$

onde

f_v = tensão de cisalhamento atuante.

V = força cortante atuante na seção.

Q = momento estático da área compreendida entre a fibra extrema e a fibra onde a tensão está sendo calculada, com relação ao eixo neutro.

I = momento de inércia da seção em relação ao eixo neutro.

t = largura da seção junto a fibra onde a tensão está sendo calculada.

Todavia, no caso de seções delgadas, despreza-se as tensões de cisalhamento nas mesas e considera-se uma tensão de cisalhamento média na alma, dada por:

$$f_v = \frac{V}{ht_w} \quad (4.11)$$

onde

h = distância livre entre mesas.

t_w = espessura da alma.

Quando a alma apresenta uma relação h/t relativamente pequena, a resistência ao cisalhamento da viga é, geralmente, governada pelo escoamento em cisalhamento, com uma tensão máxima de $F_y/\sqrt{3}$ no eixo neutro da seção. Desta forma, a tensão admissível para uma alma com relação h/t relativamente baixa é baseada no escoamento por cisalhamento (critério de von Mises), aplicando-se um fator de segurança de 1,44, resultando:

$$F_v = \frac{F_y}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{1,44} = 0,40F_y \quad (4.12)$$

Para almas com relação h/t relativamente grande, a capacidade ao cisalhamento da viga é governada pela flambagem por cisalhamento. O modelo de falha para uma chapa longa, apresenta uma série de ondas inclinadas, conforme figura 4.5. A tensão de cisalhamento crítica de flambagem elástica é calculada pela clássica expressão:

$$\tau_{cr} = \frac{k_v \pi^2 E}{12(1-\nu^2)(h/t)^2} \quad (4.13)$$

onde

- k_v = coeficiente de flambagem por cisalhamento.
- E = módulo de elasticidade.
- ν = coeficiente de Poisson.
- h = largura da chapa.
- t = espessura da chapa.

Na equação 4.13, o valor de k_v varia com as condições de apoio e com a relação a/h (figura 4.6). Para uma chapa longa, k_v varia de 5,34 para apoios simples a 8,98 para apoios engastados, conforme tabela 2.2.

Substituindo os valores de $E = 203.000$ MPa e $\nu = 0,3$ na equação 4.13, resulta:

$$\tau_{cr} = \frac{183.448 k_v}{(h/t)^2} \quad (\text{em MPa}) \quad (4.14)$$

A tensão admissível ao cisalhamento é dada pela equação 4.14 com a aplicação de um fator de segurança igual a 1,71, resultando:

$$F_v = \frac{107.586}{(h/t)^2} \quad (\text{em MPa}) \quad (4.15)$$

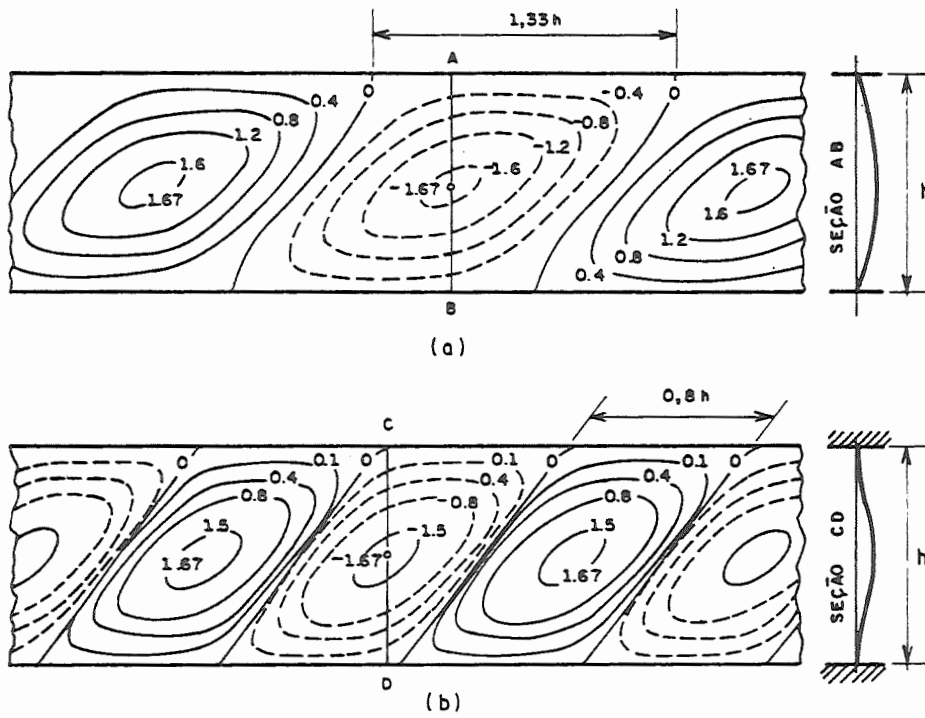


FIG. 4.5 — MODELOS DE FLAMBAGEM DA ALMA POR CISALHAMENTO EM CHAPAS LONGAS.
 (a) Bordas Apoiadas
 (b) Bordas Engastadas

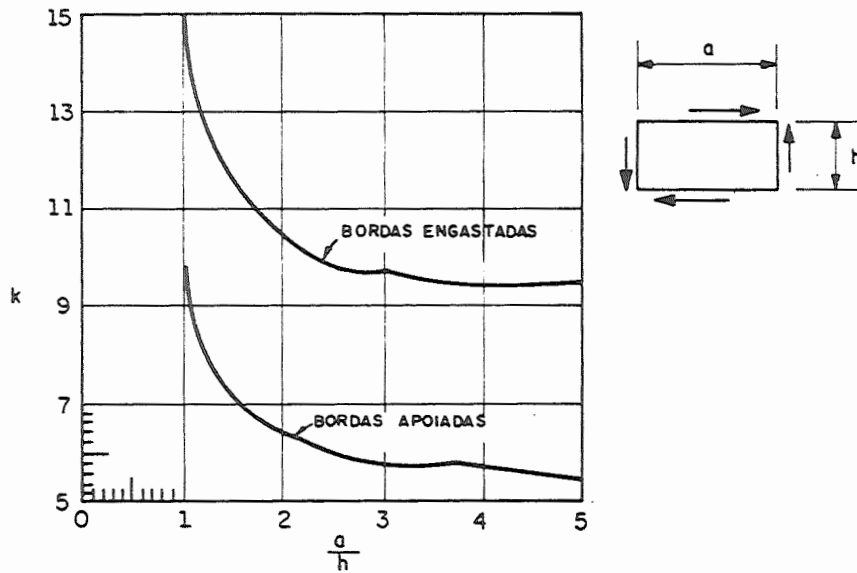


FIG. 4.6 — COEFICIENTE DE FLAMBAGEM EM FUNÇÃO DA RELAÇÃO a/h .

No caso de flambagem em regime inelástico, ou seja, quando o valor teórico de τ_{cr} exceder o limite de proporcionalidade em cisalhamento, a equação 4.15 deixa de ser válida. Com base em análise experimental, BASLER [4] propôs a seguinte expressão para cálculo da tensão crítica em regime inelástico:

$$\tau_{cr} = \sqrt{\tau_{pr} \tau_{cri}} \quad (4.16)$$

onde

τ_{pr} = tensão limite de proporcionalidade em cisalhamento, igual a:

$$\tau_{pr} = 0,8\tau_y = 0,8 \left[\frac{F_y}{\sqrt{3}} \right] \quad (4.17)$$

τ_{cri} = tensão crítica de flambagem elástica, dada pela equação 4.13.

Substituindo os valores de τ_{pr} e τ_{cri} na equação 4.16, com $E = 200.000$ MPa, obtém-se a equação:

$$\tau_{cr} = \frac{289 \sqrt{k_v F_y}}{h/t} \quad (\text{em MPa}) \quad (4.18)$$

Conseqüentemente, a tensão admissível à flambagem por cisalhamento em regime inelástico é dada pela equação 4.18, aplicando-se um fator de segurança igual a 1,67.

$$F_v = \frac{173 \sqrt{k_v F_y}}{h/t} \quad (\text{em MPa}) \quad (4.19)$$

Em resumo, as tensões admissíveis ao cisalhamento, segundo a AISI [1], são dadas por:

$$(a) \text{ para } \left(\frac{h}{t}\right) \leq 431 \sqrt{k_v/F_y},$$

$$F_v = 0,4F_y \quad (4.20)$$

$$(b) \text{ para } 431 \sqrt{k_v/F_y} < \left(\frac{h}{t}\right) \leq 622 \sqrt{k_v/F_y},$$

$$F_v = \frac{173 \sqrt{k_v F_y}}{h/t} \quad (4.21)$$

$$(c) \text{ para } \left(\frac{h}{t}\right) > 622 \sqrt{k_v/F_y},$$

$$F_v = \frac{107.586 k_v}{(h/t)^2} \quad (4.22)$$

onde

F_v = tensão de cisalhamento admissível, em MPa.

F_y = limite de escoamento do aço, em MPa.

h = distância livre entre mesas.

t = espessura da alma.

k_v = coeficiente de flambagem por cisalhamento, dado por:

- para vigas sem enrijecedores de alma,

$$k_v = 5,34 \quad (4.23)$$

- para vigas com enrijecedores de alma,

$$k_v = \begin{cases} 4,00 + 5,34/(a/h)^2 & \text{quando } a/h \leq 1,0 \\ 5,34 + 4,00/(a/h)^2 & \text{quando } a/h > 1,0 \end{cases} \quad (4.24)$$

A figura 4.7 mostra graficamente as tensões admissíveis ao cisalhamento segundo a AISI [1].

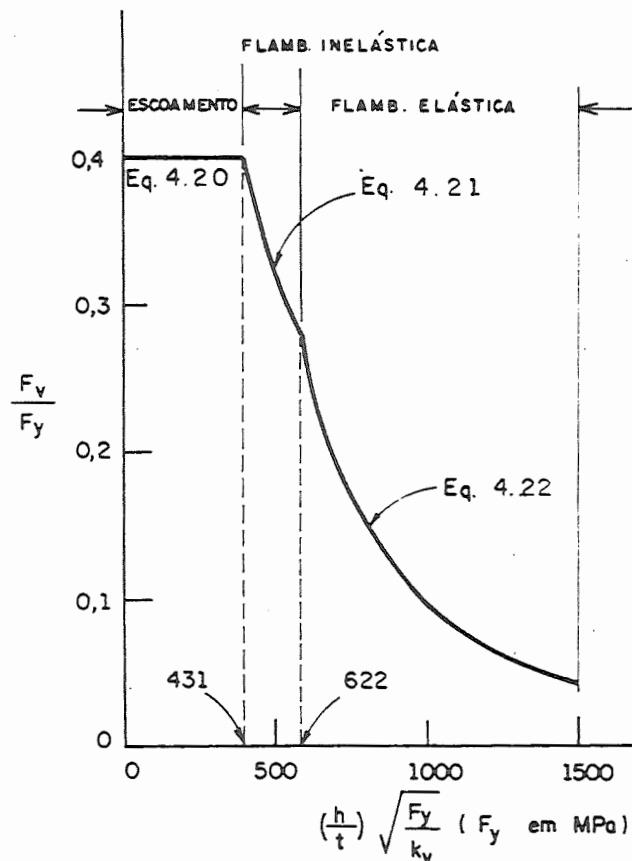


FIG. 4.7 - TENSÕES DE CISALHAMENTO ADMISSÍVEIS

4.2.3 - Tensões normais e de cisalhamento combinadas

Quando atuarem simultaneamente altas tensões normais e de cisalhamento, como nas vigas em balanço e junto aos apoios intermediários de vigas contínuas, a alma de uma viga pode perder a estabilidade sob uma tensão normal (f) ou de cisalhamento (τ) menor que aquela calculada isoladamente, ou seja f_{cr} ou τ_{cr} , respectivamente.

A tensão crítica para flexão e cisalhamento combinados, em chapas planas retangulares, foi analisada por TIMOSHENKO [13]. A figura 4.8 mostra a interação entre f_b/f_{cr} e τ/τ_{cr} , onde f_b é a tensão de flexão atuante, f_{cr} é a tensão crítica de flambagem na flexão pura, τ é a tensão de cisalhamento atuante, τ_{cr} é a tensão crítica de flambagem para cisalhamento puro.

Estudos desenvolvidos para chapas isoladas com relações a/h entre 0,5 e 1,0 (figura 4.8), mostram que a relação entre f_b/f_{cr} e τ/τ_{cr} pode ser aproximada pela equação 4.25.

$$\left(\frac{f_b}{f_{cr}}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{\tau_{cr}}\right)^2 = 1 \quad (4.25)$$

Com a aplicação de fatores de segurança, a norma AISI [1], apresenta a seguinte expressão para verificação de almas de vigas sujeitas a tensões normais e de cisalhamento combinadas:

$$\left(\frac{f_{bw}}{F_{bw}}\right)^2 + \left(\frac{f_v}{F_v}\right)^2 \leq 1 \quad (4.26)$$

onde

f_{bw} = tensão máxima de compressão na alma.

F_{bw} = tensão de compressão admissível, conforme equações 4.7 e 4.8, exceto que o limite de $0,6F_y$ não mais se aplica.

f_v = tensão de cisalhamento atuante.

F_v = tensão de cisalhamento admissível, conforme equações 4.21 e 4.22.

Estudos mais recentes sobre flexão e cisalhamento combinados [10,11], indicaram que a equação 4.25, originalmente desenvolvida para chapa isolada, é muito conservadora para vigas com enrijecedores de alma, devido à possibilidade do campo de tração se desenvolver. Com base em resultados experimentais mostrados na figura 4.9, foi apresentada a seguinte equação de interação:

$$0,6 \frac{f_b}{f_{bmax}} + \frac{\tau}{\tau_{max}} = 1,3 \quad (4.27)$$

onde

f_{bmax} = tensão convencional de colapso para flexão.

τ_{max} = tensão convencional de colapso para cisalhamento.

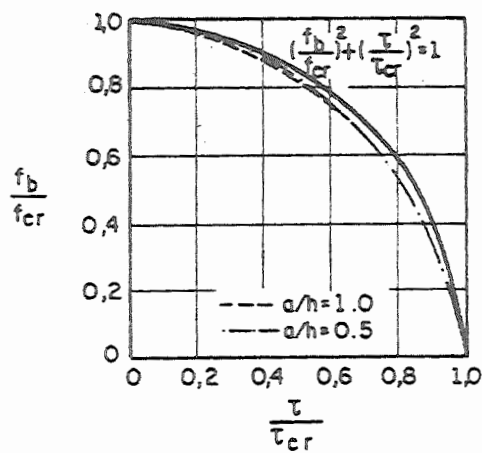


FIG. 4.8 — INTERAÇÃO ENTRE TENSÕES NORMAIS E DE CISALHAMENTO NA ALMA.

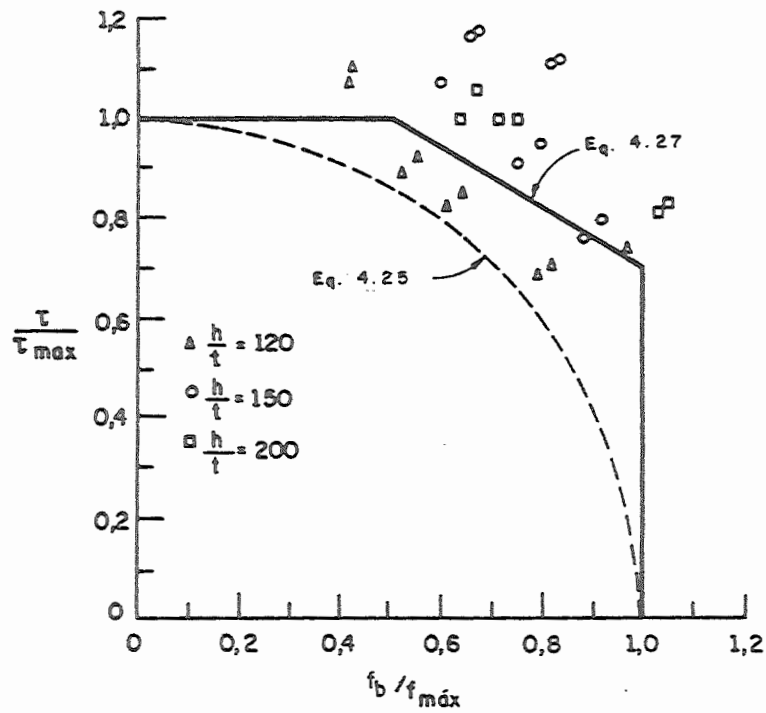


FIG. 4.9 — DIAGRAMA DE INTERAÇÃO PARA τ/τ_{max} e f_b/f_{bmax}

A norma AISI [1] apresenta a equação 4.27 em termos de tensões admissíveis, resultando:

$$0,6 \left(\frac{f_{bw}}{F_{bw}} \right) + \frac{f_v}{F_v} \leq 1,3 \quad (4.28)$$

A equação 4.28 é aplicável somente quando $(f_{bw}/F_{bw}) > 0,5$ e $(f_v/F_v) > 0,7$. Em outras condições, a verificação de almas de vigas sob tensões combinadas, é feita com base na flexão ou cisalhamento, isoladamente. A figura 4.10 mostra graficamente as equações de interação da AISI [1].

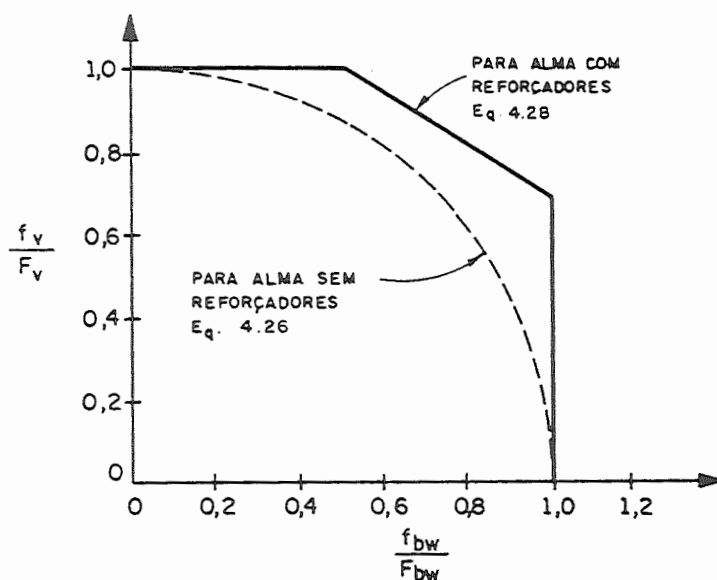


FIG. 4.10. - EQUAÇÕES DE INTERAÇÃO ENTRE TENSÕES NORMAIS E DE CISALHAMENTO PELA NORMA AISI [3].

4.3 - FLAMBAGEM LATERAL COM TORÇÃO (FLT)

4.3.1 - Seções I duplamente simétricas

No caso de seções transversais "I" duplamente simétricas, sujeitas à flexão simples com momento fletor constante (figura 4.11), tem-se as seguintes equações diferenciais para flambagem lateral com torção [8].

$$\begin{cases} EI_y u^{IV} + M\phi'' = 0 & (4.29) \\ EC_w \phi^{IV} - GJ\phi'' + Mu'' = 0 & (4.30) \end{cases}$$

onde

M = momento fletor na viga, constante.

E = módulo de elasticidade longitudinal.

G = módulo de elasticidade transversal, $G = E/2(1+\nu)$.

I_y = momento de inércia em relação ao eixo y .

C_w = constante de empenamento da seção.

J_w = momento de inércia à torção, ou constante de St. Venant, determinada aproximadamente por:

$$\frac{1}{3} \sum b_i t_i^3 \quad \text{onde} \quad b = \text{largura do elemento } i$$
$$t = \text{espessura do elemento } i$$

u = deslocamento do centro de cisalhamento na direção do eixo x .

ϕ = ângulo de torção.

A diferenciação é sempre em relação à variável z .

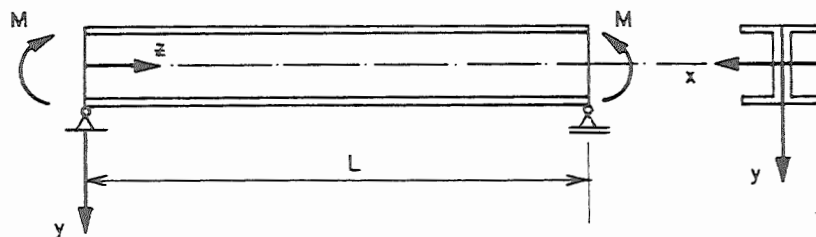


FIG. 4.11 — VIGA SIMPLEMENTE APOIADA COM MOMENTO FLETOR CONSTANTE .

Considerando os apoios extremos como sendo vínculos de garfo, ou seja, torção impedida e empenamento livre, tem-se como condições de contorno:

$$u(0) = u(L) = \phi(0) = \phi(L) = 0 \quad (4.31)$$

$$u''(0) = u''(L) = \phi''(0) = \phi''(L) = 0 \quad (4.32)$$

Da equação 4.31, tem-se que o deslocamento lateral e o ângulo de torção nos apoios são nulos.

Da equação 4.32, tem-se que o momento fletor em torno do eixo y e o bimomento nos apoios são nulos.

A solução das equações 4.29 e 4.30 fornece o momento crítico de flambagem lateral com torção M_{cr} :

$$M_{cr} = \frac{n\pi}{L} \sqrt{EI_y GJ \left(1 + \frac{n^2 \pi^2 EC_w}{GJL^2} \right)} \quad (4.33)$$

onde L é o vão da viga e $n = 1, 2, 3, \dots$

O ângulo de torção e o deslocamento lateral em função da ordenada z , $\phi(z)$ e $u(z)$, respectivamente, são dados pelas equações 4.34 e 4.35. Observa-se que, em se tratando de problema de primeira espécie, a constante A é indeterminada.

$$\phi(z) = A \operatorname{sen} \left(\frac{n\pi z}{L} \right) \quad (4.34)$$

$$u(z) = A \frac{ML^2 \operatorname{sen}(n\pi z/L)}{n^2 \pi^2 EI_y} \quad (4.35)$$

Os deslocamentos da viga são mostrados na figura 4.12. Quando $M \leq M_{cr}$ a flambagem lateral ainda não ocorreu, mas a viga sofre deslocamentos na direção do eixo y . O deslocamento vertical v , pode ser obtido da clássica equação:

$$EI_x v'' = -M \quad (4.36)$$

Aplicando-se como condições de contorno, que o deslocamento vertical nos apoios é nulo,

$$v(0) = v(L) = 0 \quad (4.37)$$

obtem-se como solução a equação da linha elástica $v(z)$:

$$v(z) = \frac{ML^2}{2EI_x} \left[\frac{z}{L} - \left(\frac{z}{L} \right)^2 \right] \quad (4.38)$$

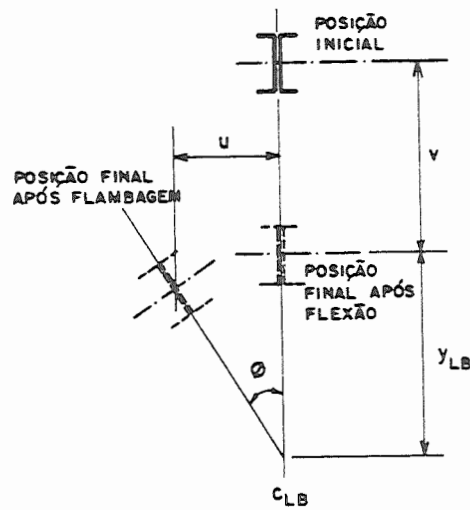


FIG. 4.12 — DESLOCAMENTOS DE UMA VIGA I SWEITA À FLT.

Quando a viga perde a estabilidade, a seção gira em torno do centro de rotação C_{LB} . Este ponto está localizado a uma distância y_{LB} abaixo do centro de cisalhamento da seção (figura 4.12). Em geometria de pequenos deslocamentos, tem-se:

$$y_{LB} = \frac{u}{\phi} = \frac{ML^2}{n^2 \pi^2 EI_y} \quad (4.39)$$

Da equação 4.33, fazendo-se $n = 1$, obtém-se o menor valor do momento crítico de flambagem lateral com torção:

$$M_{cr} = \frac{\pi}{L} \sqrt{EI_y GJ \left(1 + \frac{\pi^2 EC_w}{n^2 \pi^2 EI_y} \right)} \quad (4.40)$$

Para uma seção "I" duplamente simétrica (figura 4.13), tem-se:

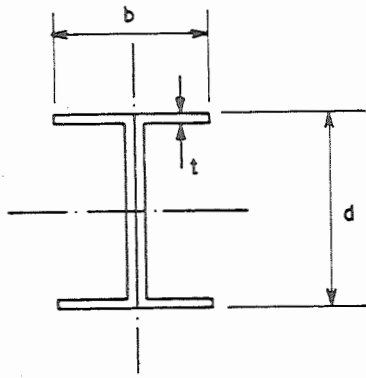


FIG. 4.13 — DIMENSÕES DE SEÇÃO I

$$C_w \cong \frac{b^3 t d^2}{24} \quad I_y \cong \frac{b^3 t}{6} \quad (4.41)$$

Com os valores aproximados de C_w e I_y , a equação 4.40 pode ser reescrita como:

$$M_{cr} = \frac{\pi}{L} \sqrt{EI_y GJ + \frac{E^2 I_y^2 d^2}{4} \left(\frac{\pi}{L}\right)^2} \quad (4.42)$$

ou

$$f_{cr} = \frac{M_{cr}}{W_x} = \frac{\pi^2 E}{2(L/d)^2} \sqrt{\left(\frac{I_y}{2I_x}\right)^2 + \left(\frac{JI_y}{2(1+\nu)I_x^2}\right) \left(\frac{L}{\pi d}\right)^2} \quad (4.43)$$

onde

W_x = módulo de resistência à flexão em relação ao eixo x.

I_x = momento de inércia em relação ao eixo x.

Na equação 4.43, o primeiro termo da raiz quadrada refere-se à rigidez à flexão lateral da viga, e o segundo, à rigidez torsional de St. Venant. Para seções delgadas, o primeiro termo é bem maior que o segundo, sendo este último desprezado no cálculo da tensão crítica, resultando então:

$$f_{cr} = \frac{\pi^2 E d I_{yc}}{L^2 W_x} \quad (4.44)$$

onde

I_{y_c} = momento de inércia da parte comprimida da seção em relação ao eixo y . No caso de seção duplamente simétrica, $I_{y_c} = I_y/2$.

A equação 4.44 foi obtida, considerando-se um momento fletor uniforme ao longo do vão, o que representa o caso extremo de menor M_{cr} . Para outras distribuições de momento fletor, este valor de M_{cr} pode ser muito conservador. A maneira usual de contornar este problema, é utilizando-se um coeficiente multiplicador de M_{cr} , conhecido como coeficiente de flexão C_b , sendo dado por:

$$C_b = 1,75 + 1,05 \left(\frac{M_1}{M_2} \right) + 0,3 \left(\frac{M_1}{M_2} \right)^2 \leq 2,3 \quad (4.45)$$

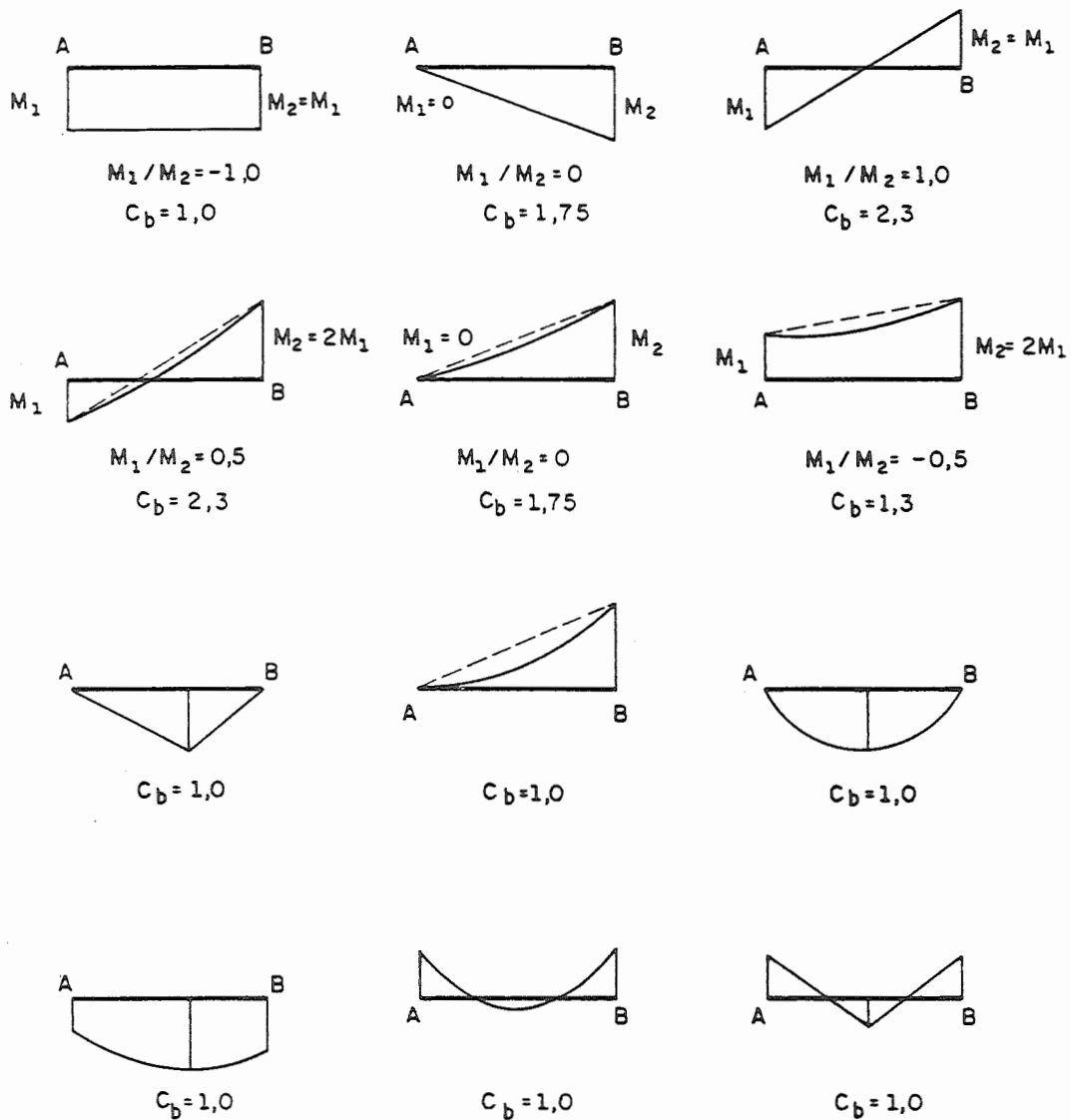
onde

M_1 = menor momento fletor de extremidade, num comprimento travado lateralmente.

M_2 = maior momento fletor de extremidade, num comprimento travado lateralmente.

A relação M_1/M_2 é positiva, quando provoca curvatura reversa e, negativa, quando provoca curvatura simples.

A equação 4.45 não se aplica em trechos com distribuição não linear de momentos e em trechos com momento fletor intermediário maior que os momentos de extremidade. Nestes casos, recomenda-se utilizar $C_b = 1,0$. A figura 4.14 mostra algumas distribuições de momento fletor e seus respectivos valores de C_b .



NOTA: A e B - PONTOS TRAVADOS LATERALMENTE

FIG. 4.14 - VALORES DO COEFICIENTE DE FLEXÃO C_b PARA OS CASOS USUAIS.

Com a utilização do coeficiente de flexão C_b , a equação 4.44 pode ser reescrita como:

$$f_{cr} = \frac{C_b \pi^2 E}{L^2 W_x / dI_{yc}} = \frac{C_b \pi^2 E}{\lambda_b^2} \quad (4.46)$$

A equação 4.46 tem validade em regime elástico, ou seja, para tensões abaixo do limite de proporcionalidade f_{pr} , caso contrário, o comportamento da viga será dado pela flambagem inelástica. No caso de vigas com pequena esbeltez lateral (λ_b) e de seção compacta (sem FLM e FLA), o momento de plastificação total na seção (M_p) pode ser atingido.

Segundo GALAMBOS [7], o momento de plastificação total da seção pode ser dado por:

$$M_p = 1,11M_y = 1,11W_x F_y \quad (4.47)$$

onde

M_p = momento de plastificação total.

M_y = momento de início de escoamento.

As normas AISI [1,2] adotam como limite de proporcionalidade a metade da tensão máxima, que neste caso é dada por:

$$f_{pr} = \frac{1}{2}(1,11F_y) = 0,555F_y \quad (4.48)$$

Fazendo-se $f_{cr} = f_{pr}$, obtém-se o valor λ_b^2 limite de flambagem elástica,

$$\lambda_b^2(\text{lim}) = \frac{1,8\pi^2 EC_b}{F_y} \quad (4.49)$$

Quando a tensão crítica, obtida pela equação 4.46 excede o limite de proporcionalidade, tem-se flambagem inelástica, cuja tensão crítica é dada, aproximadamente, por uma expressão parabólica.

$$(f_{cr})_i = F_y \left\{ 1,11 - \frac{1}{3,24} \left[\frac{F_y \lambda_b^2}{C_b \pi^2 E} \right] \right\} \quad (4.50)$$

A figura 4.15 mostra graficamente as tensões críticas de flambagem lateral com torção em regime elástico e inelástico, para uma viga em seção "I" duplamente simétrica.

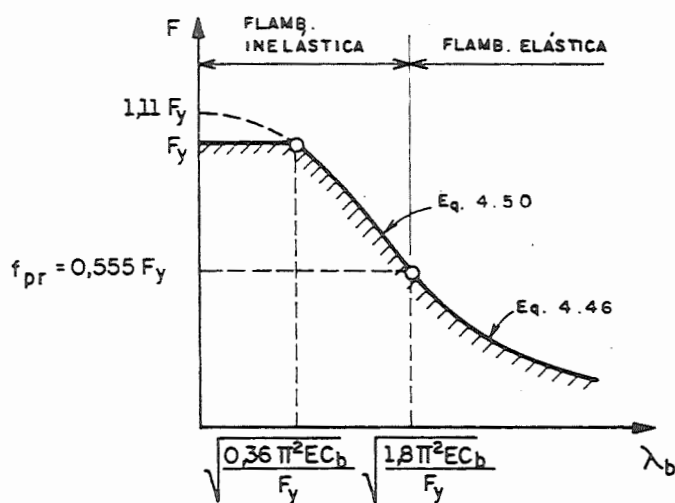


FIG. 4.15 — TENSÕES CRÍTICAS PARA FLT DE VIGAS I

A norma do AISI [1] apresenta as tensões admissíveis à flambagem lateral com torção baseada nas equações 4.46 e 4.50, com a aplicação de um coeficiente de segurança igual a 1,67 (figura 4.16), sendo que, em nenhum caso, a tensão crítica F_b poderá exceder a tensão básica F ,

(a) quando $\lambda_b^2 \leq 0,36\pi^2 EC_b / F_y$,

$$F_b = F \quad (4.51)$$

(b) quando $0,36\pi^2 EC_b / F_y < \lambda_b^2 < 1,8\pi^2 EC_b / F_y$,

$$F_b = \frac{2}{3} F_y - \frac{F_y^2}{5,4\pi^2 EC_b} \lambda_b^2 \quad (4.52)$$

(c) quando $\lambda_b^2 \geq 1,8\pi^2 EC_b / F_y$,

$$F_b = \frac{0,6\pi^2 EC_b}{\lambda_b^2} \quad (4.53)$$

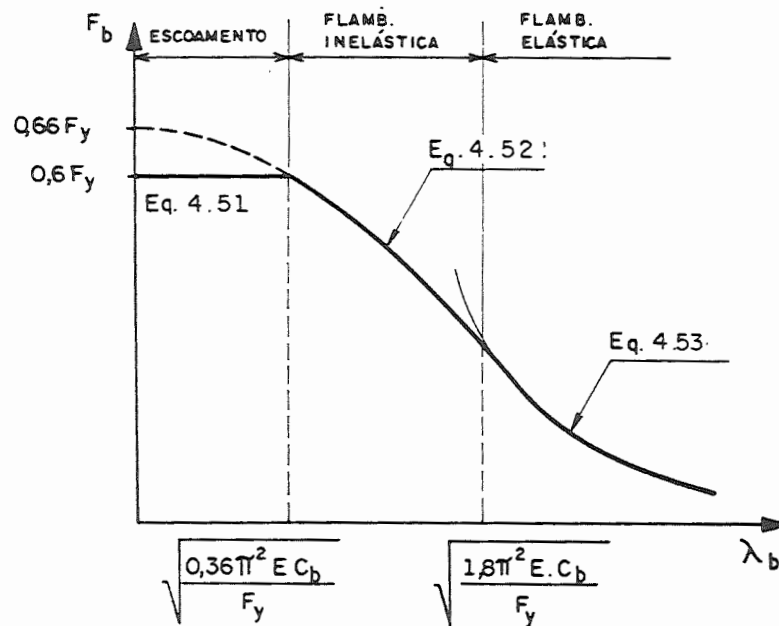


FIG. 4.16 TENSÕES ADMISSÍVEIS PARA FLT DE VIGAS I

O momento fletor admissível, com base na flambagem lateral com torção, resulta:

- para mesa comprimida enrijecida,

$$M_{adm} = W_{ef} F_b \quad (4.54)$$

- para mesa comprimida não enrijecida,

$$M_{adm} = W_x F_b \quad (4.55)$$

onde W_x e W_{ef} já foram definidos no subitem 4.1.

Concluindo, o momento fletor admissível da seção será dado pelo menor valor encontrado em FLM, FLA e FLT.

4.3.2 - Outras seções

As equações da AISI apresentadas anteriormente (4.51 a 4.53), apesar de desenvolvidas para vigas com seção "I" duplamente simétrica, também podem ser utilizadas para vigas com seção "I" monossimétricas, onde o eixo de simetria coincide com o plano médio da alma, e em vigas com seção "U" simétricas em relação ao eixo perpendicular à alma.

No caso de vigas com seção "Z" (figura 4.17a) a análise experimental tem demonstrado que o momento crítico é menor que aquele obtido em vigas com seção "I" ou "U", de mesma relação de esbeltez (λ_b).

A norma AISI, de maneira conservadora, recomenda que as tensões admissíveis nesse caso deverão ser tomadas como a metade daquelas indicadas para perfis "I" ou "U" (equações 4.52 e 4.53). A seguir são apresentadas as equações da AISI para cálculo das tensões admissíveis em vigas com seção "Z" fletidas em relação ao eixo perpendicular à alma:

quando $0,18\pi^2 EC_b / F_y < \lambda_b^2 < 0,9\pi^2 EC_b / F_y$,

$$F_b = \frac{2}{3} F_y - \frac{F_y^2}{2,7\pi^2 EC_b} \lambda_b^2 \quad (4.56)$$

quando $\lambda_b^2 \geq 0,9\pi^2 EC_b / F_y$,

$$F_b = \frac{0,3\pi^2 EC_b}{\lambda_b^2} \quad (4.57)$$

E, C_b, F_y, λ_b^2 têm o mesmo significado já apresentado.

A figura 4.18 mostra graficamente as tensões admissíveis F_b em função da esbeltez lateral λ_b^2 .

OBS. FLEXÃO EM TORNO DO EIXO "x"

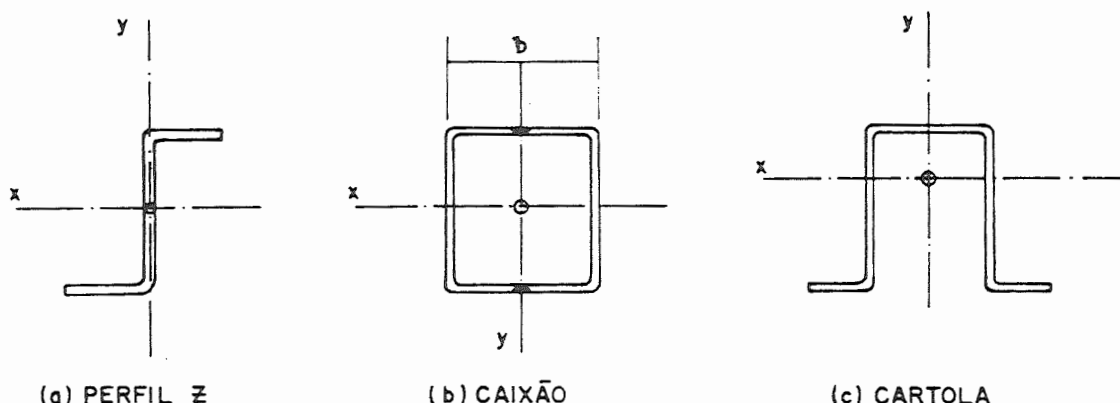


FIG. 4.17 - PERFIS COM SEÇÃO "Z", CAIXÃO E CARTOLA

Em vigas com seção "caixão" (fig. 4.17b) ou "cartola" (fig. 4.17c), a rigidez à torção é bem maior que nas vigas I, U e Z. Dessa maneira, quando não há possibilidade de providenciar travamentos laterais ao longo da viga, e conseqüentemente a esbeltez lateral resultar elevada, as seções caixaão ou cartola resultam mais econômicas.

Ensaio realizados por Winter em vigas com seção caixaão indicaram que a flambagem lateral com torção não ocorreu nos casos onde a relação comprimento/largura era inferior a 100.

As normas do AISI [1,2] apresentam recomendações conservadoras para vigas com seção caixaão, sendo que para relações comprimento/largura (L/b) inferiores ao limite $1.736/F_y$ (F_y em kN/cm^2), a flambagem lateral com torção não necessita ser verificada. O comprimento (L) refere-se à distância entre pontos travados lateralmente e a largura (b) refere-se à distância entre almas da seção.

A norma brasileira NB 143/67 [3] apresenta como limite para a relação L/b o valor 75, independentemente do limite de escoamento do aço.

No caso de vigas com seção cartola as normas do AISI não apresentam expressões para cálculo das tensões admissíveis à flambagem lateral com torção (F_b). Todavia, se $I_y \geq I_x$, a viga se encontra na posição mais estável e a flambagem lateral com torção não necessita ser verificada. Quando $I_y < I_x$, as tensões admissíveis podem ser avaliadas de maneira conservadora pela equação seguinte:

$$F_b = \frac{104.532}{\lambda_b^2} \quad (F_b \text{ em kN/cm}^2) \quad (4.58)$$

Pode-se notar que a equação (4.58) é a mesma apresentada para compressão simples (equação 3.20), o que explica seu carácter conservador.

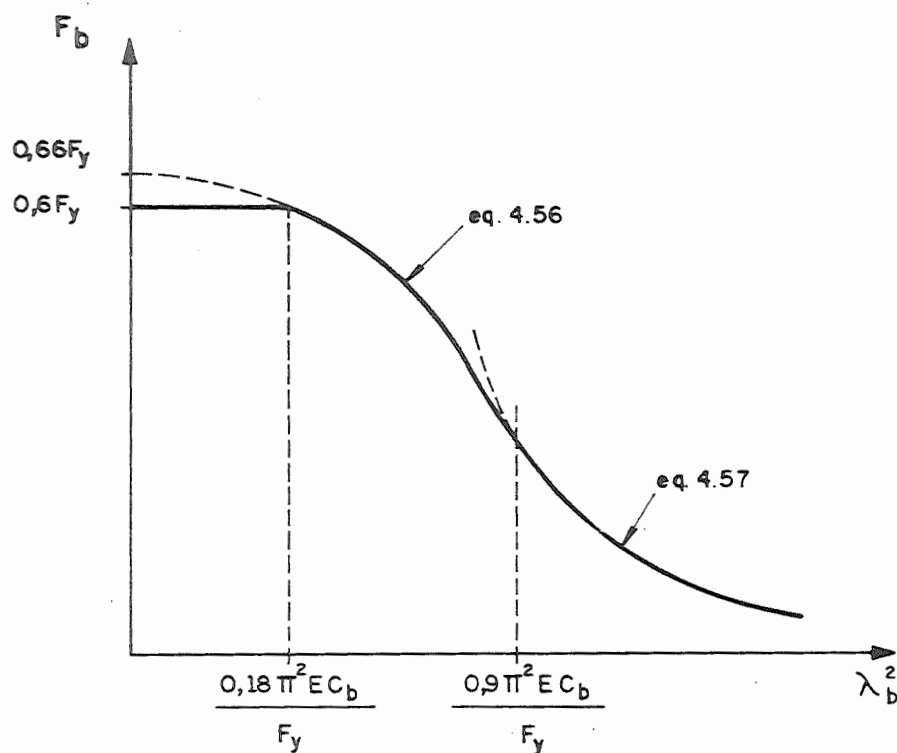


FIG. 4.18 - CURVAS DE FLAMBAGEM DA AISI PARA FLEXÃO EM PERFIS "Z".

5 - BARRAS SUJEITAS A FLEXÃO COMPOSTA

Elementos estruturais solicitados à flexão composta aparecem com freqüência nas estruturas correntes, como por exemplo, colunas e vigas de pórticos de edifícios industriais e de andares múltiplos, vigas, terças e longarinas que participam do sistema de contraventamento, etc.

As normas do AISI apresentam tal assunto subdividido em quatro casos, de acordo com o tipo de seção transversal e o tipo possível de flambagem.

- a) barras com seção duplamente simétrica e/ou não sujeitas à flambagem puramente torcional ou por flexão e torção.
- b) barras com seção monossimétrica ou seções compostas com ligações intermitentes, tendo $Q = 1,0$ e podendo ocorrer flambagem por flexão e torção.
- c) idem, tendo $Q < 1,0$.
- d) barras com seção monossimétrica cuja flexão não ocorre em relação ao eixo de simetria.

Nesse trabalho será apresentado apenas o caso (a), que é o mais comum em se tratando de elementos solicitados à flexão composta. Os outros casos estão apresentados na referência 16.

A tensão normal máxima num elemento sujeito à uma força axial de compressão (P) e a momentos de extremidade (M), é dada por:

$$f_{\max} = \frac{P}{A} + \frac{M}{W} = f_a + f_b \quad (5.1)$$

onde

f_{\max} = tensão normal máxima.

f_a = tensão normal oriunda da força axial P.

f_b = tensão normal oriunda do momento fletor M.

P = força normal na seção analisada.

M = momento fletor na seção analisada.

A = área bruta da seção.

W = módulo de resistência à flexão.

Para elementos flexo-tracionados, ou elementos flexo-comprimidos que não apresentam problemas de instabilidade, a tensão máxima admissível será limitada ao valor da tensão básica de projeto (F), então:

$$f_a + f_b \leq F \quad \text{ou} \quad \frac{f_a}{F} + \frac{f_b}{F} \leq 1 \quad (5.2)$$

Para elementos flexo-comprimidos, caso a instabilidade seja determinante, o que é freqüente, o limite admissível da tensão resultante passa a ser F_a ou F_b , para compressão axial e flexão simples, respectivamente. Assim, a equação 5.2 pode ser modificada para:

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_b}{F_b} \leq 1 \quad (5.3)$$

onde

F_a = tensão admissível na compressão axial, conforme capítulo 3.

F_b = tensão admissível na flexão simples, conforme capítulo 4.

A equação 5.3 consiste na equação básica de interação que tem sido adotada pela grande maioria das normas relativas às estruturas metálicas, para verificação de elementos sujeitos à flexão composta.

Considerando o efeito de segunda ordem, ou seja, o momento fletor adicional dado por $P\delta$, onde (P) é a força de compressão e (δ) é o deslocamento da barra causado pela flexão, o momento fletor máximo pode ser escrito como:

$$M_{max} = \phi M \quad (5.4)$$

onde

M_{max} = momento fletor máximo (meio do vão).

M = momentos de extremidade aplicados.

ϕ = fator de amplificação.

Pode-se demonstrar que o fator de amplificação Φ é dado por:

$$\Phi = \frac{1}{1 - P/P_e} \quad \text{ou} \quad \frac{1}{1 - f_a/\sigma_e} \quad (5.5)$$

onde

P_e = força crítica de flambagem elástica (Euler),

$$P_e = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2} \quad (5.6)$$

σ_e = tensão crítica de flambagem, $\sigma_e = P_e/A$.

Aplicando-se o fator de segurança à σ_e , a equação 5.5 pode ser reescrita como:

$$\Phi = \frac{1}{1 - f_a/F'_e} \quad (5.7)$$

onde

$$F'_e = \sigma_e/FS = \frac{12\pi^2 E}{23\lambda^2} \quad (5.8)$$

Se ao invés de M se usar M_{\max} no cálculo da tensão máxima, a equação de interação (5.3) é alterada para:

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{\Phi f_b}{F_b} \leq 1 \quad (5.9)$$

ou

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_b}{(1 - f_a/F'_e)F_b} \leq 1 \quad (5.10)$$

É interessante notar que a equação 5.10 foi desenvolvida para uma barra sujeita à compressão axial e momentos de extremidade aplicados, ou seja, momento fletor constante ao longo da barra. Entretanto, essa mesma equação pode ser usada para outras condições de carregamento, considerando o coeficiente (C_m), que tem o mesmo significado dado nas normas relativas aos perfis laminados e soldados. Assim, a equação 5.10 é reescrita como:

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_m f_b}{(1 - f_a/F'_e)F_b} \leq 1 \quad (5.11)$$

Os valores do coeficiente C_m são dados a seguir:

- barras com momentos máximos nas extremidades (sem carregamento transversal) e translação não impedida:

$$C_m = 0,85$$

- barras com momentos máximos nas extremidades (sem carregamento transversal) e translação impedida:

$$C_m = 0,6 - 0,4 \frac{M_1}{M_2} \geq 0,4 \quad (5.12)$$

- barras com carregamento transversal e translação impedida:

$$C_m = 0,85$$

- barras com carregamento transversal e translação não impedida:

$$C_m = 1,0$$

- CRITÉRIOS DA AISI PARA BARRAS FLEXO-COMPRIADAS

Com base no que foi apresentado anteriormente, as normas do AISI apresentam, no caso de seções duplamente simétricas ou seções não sujeitas à flambagem puramente torcional ou por flexão e torção, as seguintes equações de interação:

quando $f_a/F_a > 0,15$

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_m f_{bx}}{(1 - f_a/F'_{ex})F_{bx}} + \frac{C_m f_{by}}{(1 - f_a/F'_{ey})F_{by}} \leq 1 \quad (5.13)$$

$$\frac{f_a}{F_{aC}} + \frac{f_{bx}}{F_{bx0}} + \frac{f_{by}}{F_{by0}} \leq 1 \quad (5.14)$$

quando $f_a / F_a \leq 0,15$

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} \leq 1 \quad (5.15)$$

onde

f_a = tensão normal oriunda da compressão, P/A .

f_b = tensão normal oriunda da flexão, M/W , sendo que para seções com mesas enrijecidas o módulo de resistência (W) deverá ser calculado com base na seção efetiva.

F_a = tensão admissível na compressão, equações 3.16 a 3.20.

F_{a0} = tensão admissível na compressão, equações 3.16 a 3.20, considerando $L = 0$ (sem flambagem global).

F_b = tensão admissível na flexão, equações 2.1, 2.38 a 2.42, 4.7, 4.8, 4.51 a 4.53, conforme aplicável.

F_{b0} = tensão admissível na flexão, excluindo a flambagem por flexão e torção (FLT), equações 2.1, 2.38 a 2.42, 4.7, 4.8.

$$F'_e = \frac{12\pi^2 E}{23\lambda^2}$$

C_m = coeficiente de correção dos momentos.

x, y = eixos principais de inércia da seção.

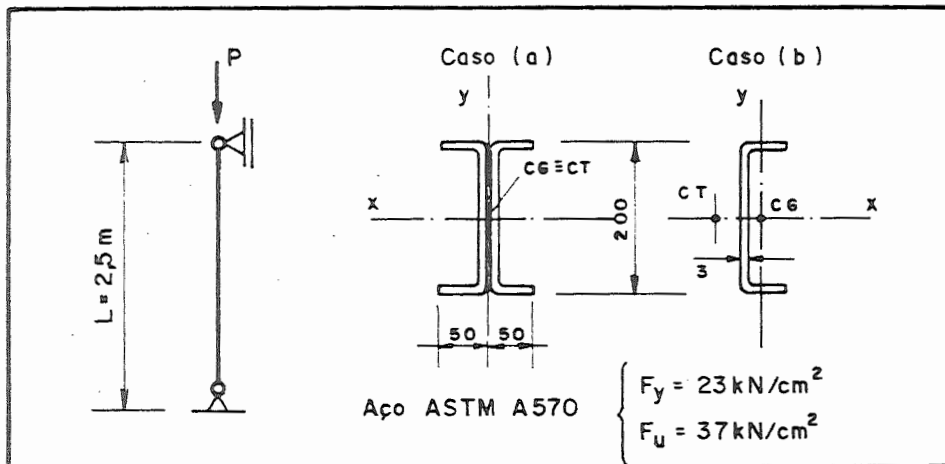
É interessante salientar que as equações 5.13 e 5.15 referem-se à estabilidade global, enquanto que a equação 5.14 refere-se apenas à estabilidade local.

Nota-se ainda que para valores relativamente baixos da relação f_a / F_a (menores que 0,15), ou seja, no caso do efeito da força normal ser pequeno se comparado com o efeito do momento fletor, aplica-se ao invés das equações 5.13 e 5.14, a equação 5.15, onde o efeito de segunda ordem é desprezado.

6 - EXEMPLOS

6.1 - Determinação da força de compressão admissível (P_a) da barra esquematizada a seguir, nos seguintes casos:

- (a) seção duplamente simétrica (duplo U 200x50x3).
- (b) seção monossimétrica (U 200x50x3).



caso a) seção duplamente simétrica

Nesse caso o centro de gravidade (CG) coincide com o centro de torção (CT), portanto $x_0 = y_0 = 0$. A perda de estabilidade ocorrerá por flexão em torno dos eixos principais de inércia "x" ou "y" ou por torção em torno do centro de torção.

Dados geométricos da seção:

$A_g = 17,52\text{ cm}^2$	raio de dobra $R = t = 3\text{ mm}$
$I_x = 925\text{ cm}^4$	$r_0 = 7,47\text{ cm}$ (eq. 3.4)
$I_y = 51\text{ cm}^4$	$C_w = 5.000\text{ cm}^6$ (eq. 4.41)
$r_x = 7,27\text{ cm}$	$J = 0,53\text{ cm}^4$
$r_y = 1,71\text{ cm}$	

- flambagem local

Trata-se de uma seção constituída por elementos enrijecidos (alma) e não enrijecidos (mesa).

$$Q = Q'_a Q_s = \frac{A_{ef}}{A_g} \frac{F_c}{F} \quad (\text{eq. 3.15})$$

Cálculo de Q_s :

relação w/t das mesas: $\frac{w}{t} = \frac{50-2 \times 3}{3} = 14,7$

a relação w/t está compreendida entre $166/\sqrt{F_y}$ e $378/\sqrt{F_y}$

portanto, $F_c = F_y \left[0,767 - 0,001 \left(\frac{w}{t} \right) \sqrt{F_y} \right]$ (eq. 2.39)

$$F_c = 230 \left[0,767 - 0,001 \times 14,7 \times \sqrt{230} \right] = 125 \text{ MPa (12,5 kN/cm}^2\text{)}$$

$$Q_s = \frac{F_c}{F} \quad (\text{eq. 3.14})$$

$$Q_s = \frac{12,5}{0,6 \times 23} = 0,906$$

Cálculo de Q'_a :

relação w/t da alma: $\frac{w}{t} = \frac{200 - 4 \times 3}{3} = 62,7$

$$\left(\frac{w}{t} \right)_{lim} = \frac{449}{\sqrt{f}} \quad (\text{eq. 2.32})$$

Fazendo $f = F_c$: $\left(\frac{w}{t} \right)_{lim} = 449/\sqrt{125} = 40,2$

Como $w/t > (w/t)_{lim}$, a largura efetiva (b) é dada por:

$$b = \frac{667t}{\sqrt{f}} \left[1 - \frac{146}{(w/t)\sqrt{f}} \right] \quad (\text{eq. 2.33})$$

$$b = 14,2 \text{ cm}$$

$$\text{Área efetiva } A_{ef} = A_g - 2(w - b)t$$

$$A_{ef} = 17,52 - 2 \times (18,8 - 14,2) \times 0,3 = 14,76 \text{ cm}^2$$

$$Q'_a = \frac{A_{ef}}{A_g} = \frac{14,76}{17,52} = 0,842$$

$$\text{Portanto, } Q = Q'_a Q_s = 0,842 \times 0,906 = 0,763$$

- flambagem global

Como a barra não possui vinculações intermediárias em nenhuma direção, os comprimentos de flambagem "KL" são iguais:

$$K_x L_x = K_y L_y = K_z L_z = 1,0 \times 250 = 250 \text{ cm}$$

Como $\lambda_x < \lambda_y$ a flambagem por flexão em torno do eixo "x" não necessita ser verificada.

$$C_c = \sqrt{\frac{2\pi^2 E}{F_y}} = \sqrt{\frac{2\pi^2 \times 20.300}{23}} = 132 \quad (\text{eq. 3.20})$$

$$\lambda_y = \frac{K_y L_y}{r_y} = \frac{250}{1,71} = 146$$

Como $\lambda_y < C_c / \sqrt{Q} = 151$, tem-se trecho inelástico.

$$F_a = \frac{12}{23} Q F_y - \frac{3(Q F_y)^2}{23\pi^2 E} \lambda^2 \quad (\text{eq. 3.16})$$

$$F_a = 4,88 \text{ kN/cm}^2$$

Analisando a flambagem puramente torcional:

$$\sigma_{FT} = \sigma_t = \frac{1}{Ar_0^2} \left[GJ + \frac{\pi^2 EC_w}{(K_z L_z)^2} \right] \quad (\text{eq. 3.23})$$

$$\sigma_{FT} = 20,71 \text{ kN/cm}^2$$

Como $\sigma_{FT} > 0,5F_y$ tem-se trecho inelástico.

$$F_a = 0,522QF_y - \frac{(QF_y)^2}{7,67\sigma_{FT}} \quad (\text{eq. 3.21})$$

$$F_a = 7,22 \text{ kN/cm}^2$$

A tensão crítica admissível de flambagem é dada pelo menor valor de F_a . Assim, a flambagem dar-se-á por flexão em torno do eixo de menor inércia (eixo y) e o valor da força crítica admissível é:

$$P_a = F_a A_g = 4,88 \times 17,52 = 85,5 \text{ kN}$$

caso b) seção monossimétrica

Nesse caso o centro de gravidade (CG) não coincide com o centro de torção (CT). Denominando "x" o eixo de simetria, $y_0 = 0$ mas x_0 é diferente de zero. A perda de estabilidade ocorrerá por flexão em torno do eixo de não simetria (y) ou por flexão em (x) e torção simultaneamente.

Dados geométricos da seção:

$$\begin{array}{ll} A_g = 8,75 \text{ cm}^2 & r_0 = 7,73 \text{ cm} \quad (\text{eq. 3.4}) \\ I_x = 462,4 \text{ cm}^4 & x_0 = 2,246 \text{ cm} \quad (\text{ver apêndice}) \\ I_y = 17,31 \text{ cm}^4 & C_w = 1.224 \text{ cm}^6 \quad (\text{ver apêndice}) \\ r_x = 7,26 \text{ cm} & J = 0,265 \text{ cm}^4 \\ r_y = 1,40 \text{ cm} & \end{array}$$

- flambagem local

As verificações são as mesmas já feitas no caso (a), portanto, $Q = 0,763$.

- flambagem global

Assim como no caso (a), $K_x L_x = K_y L_y = K_z L_z = 250$ cm.

flambagem por flexão em torno do eixo de não simetria (y):

Conforme já calculado no item (a), $C_c / \sqrt{Q} = 161$

$$\lambda_y = \frac{K_y L_y}{r_y} = \frac{250}{1,40} = 178,6$$

$$\text{Como } \lambda_y > C_c / \sqrt{Q} \longrightarrow F_a = \frac{104.532}{\lambda^2} \quad (\text{eq. 3.19})$$

$$F_a = 3,28 \text{ kN/cm}^2$$

flambagem por flexão e torção (eq. 3.24):

$$\sigma_{FT} = \frac{1}{2\beta} \left[(\sigma_{ex} + \sigma_t) - \sqrt{(\sigma_{ex} + \sigma_t)^2 - 4\beta\sigma_{ex}\sigma_t} \right]$$

$$\text{onde } \sigma_{ex} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_x^2} \quad (\text{eq. 3.25})$$

$$\lambda_x = K_x L_x / r_x = 34,4$$

$$\sigma_{ex} = 169 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_t = 11,47 \text{ kN/cm}^2 \quad (\text{eq. 3.23})$$

$$\beta = 1 - (x_0 / r_0)^2 = 0,916$$

$$\text{Portanto, } \sigma_{FT} = 11,40 \text{ kN/cm}^2$$

$$\text{Como } \sigma_{FT} < 0,5F_y \longrightarrow F_a = 0,522 \sigma_{FT} \quad (\text{eq. 3.22})$$

$$F_a = 5,95 \text{ kN/cm}^2$$

Portanto, a tensão admissível de flambagem é dada em função da flambagem por flexão em torno do eixo de não simetria (eixo y), que apresentou um valor menor de F_a .

A força crítica de flambagem é dada por:

$$P_a = F_a A_g = 3,28 \times 8,75 = 28,7 \text{ kN}$$

6.2 - Determinação do momento fletor e força cortante admissíveis para uma viga com seção transversal "I" duplamente simétrica:

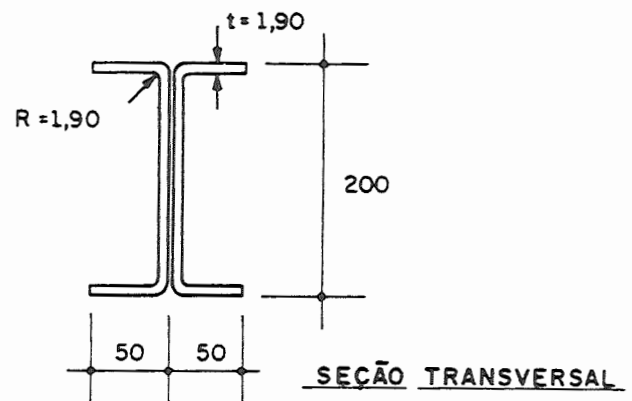
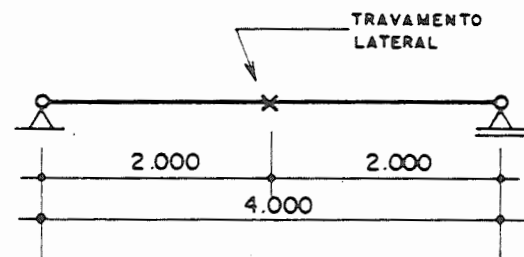
Esquema estático e dados geométricos da seção:

Perfil I —> 2U (200x50x1,90): 8,73 Kg/m

raio de dobra = espessura = 1,90 mm

$$\begin{aligned} A &= 11,12 \text{ cm}^2 \\ I_g &= 598,52 \text{ cm}^4 \\ I_x &= 59,85 \text{ cm}^3 \\ I_y &= 31,75 \text{ cm}^4 \\ I_{y_c} &= I_y / 2 = 15,87 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Aço: } F_y &= 17,2 \text{ kN/cm}^2 \\ F_u &= 31 \text{ kN/cm}^2 \\ E &= 20.300 \text{ kN/cm}^2 \end{aligned}$$



- Flambagem local da mesa (FLM)

Tem-se, neste caso, mesa comprimida não enrijecida,

$$\frac{w}{t} = \frac{50 - 2 \times 1,90}{1,90} = \frac{46,20}{1,90} = 24,3$$

$$166 / \sqrt{F_y} = 12,7$$

$$12,7 < w/t < 25 \longrightarrow \text{equação 2.40}$$

$$F_c = 8,91 \text{ kN/cm}^2$$

$$M_{adm} = W_x F_c = 533 \text{ kN.cm} \quad (1)$$

- Flambagem local da alma (FLA)

$$\frac{h}{t} = \frac{200 - 2 \times 1,90}{1,90} = 103,3$$

(a) tensão normal:

—————> equação 4.8

$$F_{bw} = F = 10,32 \text{ kN/cm}^2$$

- área da mesa $A_f = 2 \times 4,62 \times 0,19 = 1,756 \text{ cm}^2$

- área efetiva da mesa $A'_f = (F_c/F)A_f = 1,516 \text{ cm}^2$

- posição do centro de gravidade da seção efetiva:

$$\bar{y} = \frac{0,24 \times 9,905}{11,12 - 0,24} = 0,218 \text{ cm}$$

- momento de inércia da seção efetiva:

$$I'_x = 598,52 + 11,12 \times 0,218^2 - 0,24 \times (9,905 + 0,218)^2 = 574,45 \text{ cm}^4$$

- módulo de resistência à flexão com relação à fibra comprimida da seção efetiva:

$$W'_x = \frac{574,45}{9,905 + 0,218} = 56,75 \text{ cm}^3$$

$$M_{adm} = W'_x F_{bw} \left(\frac{d}{h} \right) = 597 \text{ kN.cm}$$

(b) tensão de cisalhamento:

Considerando a viga sem enrijecedores de alma,

$$k_v = 5,34$$

$$\frac{h}{t} = 103,3$$

$$431 \sqrt{k_v/F_y} = 75,9$$

$$622 \sqrt{k_v/F_y} = 109,6$$

—————> $75,9 < h/t < 109,6$
equação 4.21

$$F_v = 5,08 \text{ kN/cm}^2$$

A força cortante admissível é:

$$\longrightarrow V_{adm} = F_v (2ht) = 5,08 \times (2 \times 19,62 \times 0,19) = 37,87 \text{ kN}$$

- Flambagem lateral com torção (FLT)

Tem-se um travamento lateral no meio do vão, logo o comprimento não travado (L) é igual a metade do vão.

Devido ao não conhecimento da forma do diagrama de momentos fletores, o coeficiente de flexão (C_b) será tomado igual a 1,0.

$$\lambda_b^2 = \frac{L^2 W_x}{d I_{yc}} = 7.540$$

$$\frac{0,36\pi^2 E C_b}{F_y} = 4.193$$

$$\frac{1,8\pi^2 E C_b}{F_y} = 20.967$$

$$4.193 < \lambda_b^2 < 20.967 \longrightarrow \text{equação 4.52}$$

$$F_b = 9,40 \text{ kN/cm}^2$$

$$M_{adm} = W_x F_b = 563 \text{ kN.cm} \quad (3)$$

Portanto, o momento fletor admissível é o menor valor entre (1), (2) e (3),

$$\longrightarrow M_{adm} = 533 \text{ kN.cm} \quad (\text{flambagem local da mesa})$$

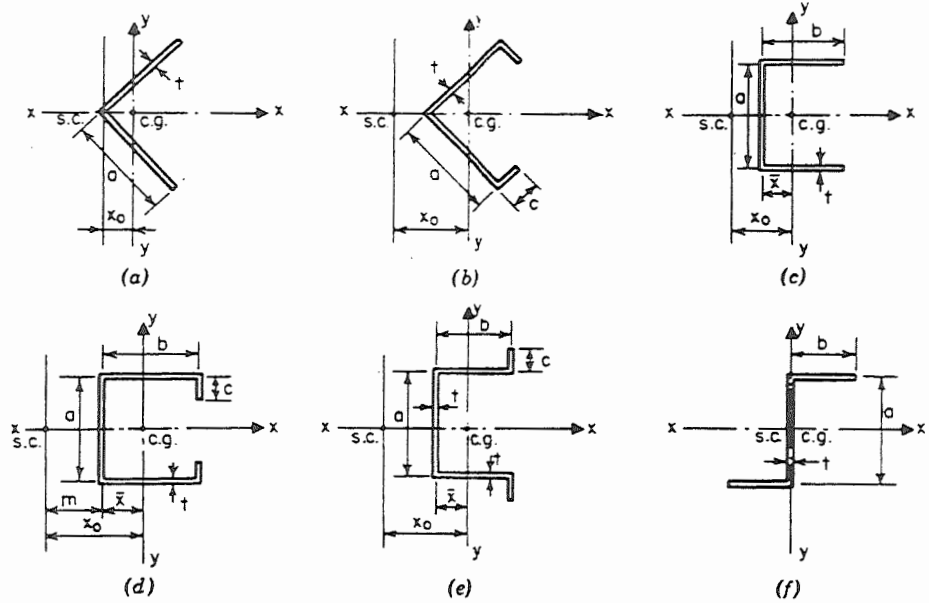
7 - BIBLIOGRAFIA

- 1 - AMERICAN IRON AND STEEL INSTITUTE. Cold-formed steel design manual. Washington, DC, 1980.
- 2 - AMERICAN IRON AND STEEL INSTITUTE: Cold-formed steel design manual. Washington, DC, 1986.
- 3 - ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NB-143/67: Cálculo de estruturas de aço, constituídas por perfis leves. Rio de Janeiro, 1967.
- 4 - BASLER, K. Strength of plate girders in shear. Journal of the Structural Division, ASCE, v.87, p.151-180, October, 1961.
- 5 - BLEICH, F. apud YU, W.W. Cold-formed steel design. New York: John Wiley & Sons, 1985. ref.3.2.
- 6 - CANADIAN STANDARDS ASSOCIATION (CSA). CAN3-S136-M84: Cold-formed steel structural members. Toronto, 1984.
- 7 - GALAMBOS, T.V. Inelastic lateral buckling of beams. Journal of the Structural Division, ASCE, v.89, October, 1963.
- 8 - GALAMBOS, T.V. Structural members and frames. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1968.
- 9 - KARRER, K.W., WINTER, G. Effects of cold-forming on light-gage steel members. Journal of the Structural Division, ASCE, v.93, February, 1967.

- 10 - LA BOUBE, R.A., YU, W.W. apud YU, W.W. Cold-formed steel design. New York: John Wiley & Sons, 1985. ref.4.29
- 11 - LA BOUBE, R.A., YU, W.W. apud YU, W.W. Cold-formed steel design. New York: John Wiley & Sons, 1985. ref.4.8
- 12 - MOLITERNO, A. Elementos para projetos em perfis leves de aço. São Paulo: Edgard Blücher, 1989.
- 13 - TIMOSHENKO, S.P., GERE, J.M. Theory of elastic stability. New York: McGraw-Hill, 1961.
- 14 - WINTER, G. apud YU, W.W. Cold-formed steel design. New York: John Wiley & Sons, 1985. ref.1.111
- 15 - WINTER, G. apud YU, W.W. Cold-formed steel design. New York: John Wiley & Sons, 1985. ref.3.10
- 16 - YU, W.W. Cold-formed steel design. New York: John Wiley & Sons, 1985.

APÊNDICE - POSIÇÃO DO CENTRO DE TORÇÃO (x_0, y_0) e CONSTANTE DE EMPENAMENTO C_w PARA ALGUMAS SEÇÕES

Fonte: YU [16]



Nota: a, b e c referem-se às linhas de centro da seção, ou seja, linha esqueleto.

cantoneira de abas iguais (figura a)

$$x_0 = \frac{a\sqrt{2}}{4}$$

$$y_0 = 0$$

$$C_w = 0$$

cantoneiras de abas iguais enrijecidas (figura b)

$$x_0 = \frac{a+c}{2\sqrt{2}} + \frac{tac^2}{3\sqrt{2} I_x} (3a - 2c)$$

$$y_0 = 0$$

$$C_w = \frac{t^2 a^4 c^3}{18 I_x} (4a + 3c)$$

$$\text{onde } I_x = \frac{t}{3} (a^3 + c^3 + 3a^2c - 3ac^2)$$

perfil U simples (figura c)

$$x_0 = \frac{b^2}{a+2b} + \frac{3b^2}{6b+a}$$

$$y_0 = 0$$

$$C_w = \frac{ta^2b^3}{12} \left(\frac{3b+2a}{6b+a} \right)$$

perfil U enrijecido (figura d)

$$x_0 = \frac{bt(b+2c)}{A} + \frac{bt}{12I_x} (6ca^2 + 3ba^2 - 8c^3)$$

$$y_0 = 0$$

$$C_w = \frac{t^2}{A} \left\{ \frac{\bar{x} A a^2}{t} \left(\frac{b^2}{3} + m^2 - mb \right) + \frac{A}{3t} \left[m^2 a^3 + b^2 c^2 (2c + 3a) \right] \right. \\ \left. - \frac{I_x m^2}{t} (2a + 4c) + \frac{m c^2}{3} \left[8b^2 c + 2m \left[2c(c-a) + b(2c-3a) \right] \right] \right. \\ \left. + \frac{b^2 a^2}{6} \left[(3c+b)(4c+a) - 6c^2 \right] - \frac{m^2 a^4}{4} \right\}$$

perfil cartola (figura e)

$$x_0 = \frac{bt(b + 2c)}{A} + \frac{bt}{12I_x} (6ca^2 + 3a^2b - 8c^3)$$

$$y_0 = 0$$

$$C_w = \frac{a^2}{4} \left[I_y + \bar{x}^2 A \left(1 - \frac{a^2 A}{4I_x} \right) \right] + \frac{2b^2 t c^3}{3} - ab^2 c^2 t \\ + \frac{a^2 b t c^3 \bar{x} A}{3I_x} - \frac{4b^2 t^2 c^6}{9I_x}$$

onde

$$A = (a + 2b + 2c)t$$

$$\bar{x} = \frac{bt(2c+b)}{A}$$

$$I_x = \left(\frac{t}{12} \right) (a^3 + 6ba^2 + 6ca^2 + 12ac^2 + 8c^3)$$

$$I_y = \frac{tb^2}{3(a+2b+2c)} (2ab + b^2 + 4bc + 6ca)$$

perfis Z (figura f)

$$x_0 = 0$$

$$y_0 = 0$$

$$C_w = \frac{(tb^3 a^2 / 12)(b+2a)}{2b+a}$$