



UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

# MATERIAL MONÓTROPO COMO MODELO DE SOLO

FREDERICO SCHIEL

SÃO CARLOS  
2021

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS  
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS

**MATERIAL MONÓTROPO  
COMO MODELO DE SOLO**

FREDERICO SCHIEL

SÃO CARLOS, 1973

Frederico Schiel - professor titular da Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

### Summary

For a material with an axis of elastic symmetry, proposed as soil model, a way of determination of the 5 elastical parameters is shown and also the limits of the two POISSON coefficients are indicated.

### 1 - Introdução

A relação entre tensão e deformação do solo é caracterizada em primeiro lugar por fenômenos de escoamento plástico e, por esta razão, não parece viável estabelecer, para tais relações, leis do tipo HOOKE. Há, entretanto, casos bem definidos, nos quais uma relação linear entre tensões e deformações, sem levar em conta o efeito do tempo, pode ajudar a esclarecer certos fenômenos como, por exemplo, no caso do segundo carregamento de argila ou no caso de areia com efeito plástico quase nulo.

Como o solo tem geralmente compressibilidade maior no sentido horizontal que no vertical, já foi tentado assimilar o solo a um material hookiano de certa anisotropia. Descreveremos aqui as propriedades elásticas deste material hipotético; indicaremos também um caminho experimental para determinar, com corpos de prova, os parâmetros do material.

### 2 - Generalidades sobre anisotropia

A forma geral da lei de HOOKE afirma a proporcionalidade entre tensões e deformações, a saber, as 6 componentes do estado de deformação  $\epsilon_x$ ,  $\epsilon_y$ ,  $\epsilon_z$ ,  $\gamma_{xy}$ ,  $\gamma_{yz}$ ,  $\gamma_{zx}$ , são funções lineares das 6 componentes do estado de tensão  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_z$ ,  $\tau_{xy}$ ,  $\tau_{yz}$ ,  $\tau_{zx}$ . Escrevendo estas funções em forma de 6 equações lineares,

---

1) O assunto tratado aqui foi desenvolvido durante um curso de pós-graduação dado pelo autor em São Carlos em 1970.

## Material Monótropro como modelo de solo

necessitaremos de 6x6 coeficientes que formam uma matriz que é simétrica como se prova p.ex. pelo cálculo da energia de deformação. Assim, o número de coeficientes diferentes entre si é reduzido de 36 para 21. No caso geral temos, portanto, 21 parâmetros de material que regulam o comportamento elástico. Fala-se neste caso de um material com anisotropia total.

O nome isotropia é usado quando o material mostra as mesmas propriedades em qualquer direção. Admitindo material isotrópico, muitos entre os 21 parâmetros devem ser nulos ou dependentes entre si, sendo assim reduzido o número de parâmetros independentes de 21 para 2 que são o módulo de elasticidade E e o coeficiente de POISSON  $\mu$ .

Procuramos um material que pode servir de modelo para solo e que tenha um número mínimo de parâmetros elásticos. Este número será, naturalmente, maior que 2 e menor que 21. Por causa da complexidade de uma demonstração rigorosa, nos contentaremos com um caminho semi-intuitivo, que levará ao resultado que está em acordo com a literatura\*) especializada.

3 - Material Monótropro

Os nomes "monotropia" ou "anisotropia cruzada" ou "anisotropia transversal", foram propostos para um material que possui um eixo de simetria total\*\*) elástica. O plano passado pelo ponto considerado, perpendicular ao eixo, é então plano de simetria elástica.

Seja z, admitido vertical, o eixo de simetria, x/y o plano de simetria elástica e o ponto considerado origem dos eixos. Podemos então concluir - intuitivamente - que um estado de tensão com direções principais nos eixos coordenados, tenha como consequência um estado de deformação com os mesmos eixos principais, ou,

$$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z \text{ com } \tau_{xy} = \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0 \text{ produz } \epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z \text{ com } \gamma_{xy} = \gamma_{yz} = \gamma_{zx} = 0.$$

\*) Veja p.ex. LEKHNITSKII, Theory of Elasticity of an anisotropic elastic body, Ed. Brandstatter, S.Francisco/1963 (Tradução do russo).

\*\*) Simetria total significa simetria de ordem  $n \geq 6$ . O número de ordem n é definido por um ângulo  $2\pi/n$  de rotação que leva a propriedades elásticas idênticas; em nosso caso este ângulo é arbitrário.

Schiel, F.

Material Monótropo como modelo de solo

Isto permite já escrever a lei de HOOKE para este estado de tensão, levando em conta a "monotropia":

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{1}{E} \sigma_x - \frac{\mu}{E} \sigma_y - \frac{\mu'}{E'} \sigma_z \\ \epsilon_y &= -\frac{\mu}{E} \sigma_x + \frac{1}{E} \sigma_y - \frac{\mu'}{E'} \sigma_z \\ \epsilon_z &= -\frac{\mu'}{E'} \sigma_x - \frac{\mu'}{E'} \sigma_y + \frac{1}{E'} \sigma_z \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

Na expressão de  $\epsilon_x$  as primeiras duas parcelas são as mesmas que no caso de isotropia, quer dizer, E e  $\mu$  são os parâmetros que valem para estados planos de tensão com  $\sigma_z = 0$ . O fator de  $\sigma_z$  na última parcela tem de ser diferente de  $\mu/E$ , porque a anisotropia causará uma influência diferente da tensão vertical sobre a deformação horizontal; o fator  $-\mu'\sigma_z/E'$  se repete na expressão de  $\epsilon_y$ , porque o efeito de  $\sigma_z$  sobre  $\epsilon_x$  e  $\epsilon_y$  deve ser o mesmo. Na expressão  $\epsilon_z$  os coeficientes de  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  são consequência da simetria da matriz das equações e na última parcela temos o módulo de elasticidade vertical  $E'$  diferente de E.

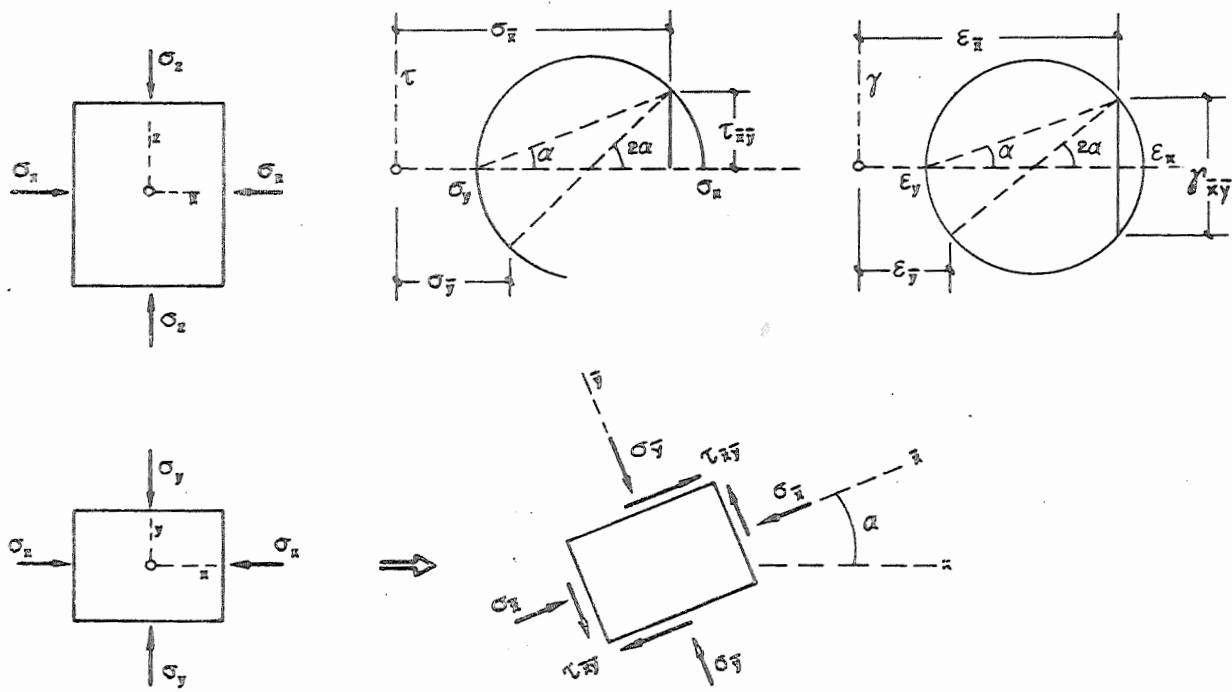


FIG. 1 - Transformação das tensões e das deformações por rotação dos eixos

## Material Monótopo como modelo de solo

Para obter a lei de HOOKE também para os casos nos quais apenas  $z$  é direção principal mas  $x$  e  $y$  tenham direções arbitrárias, faremos agora uma rotação do sistema de coordenadas em torno do eixo  $z$ , conforme figura 1 (compressões normais são consideradas positivas). Transformando para o novo sistema  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$ ,  $\bar{z}$ , tanto as tensões como as deformações, obteremos - p.ex. por círculos de MOHR - as seguintes expressões:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\bar{x}} &= \sigma_x \cos^2 \alpha + \sigma_y \sin^2 \alpha \\ \sigma_{\bar{y}} &= \sigma_x \sin^2 \alpha + \sigma_y \cos^2 \alpha \\ \tau_{\bar{x}\bar{y}} &= (\sigma_x - \sigma_y) \sin \alpha \cos \alpha \\ \sigma_{\bar{z}} &= \sigma_z \end{aligned} \right\} \cdot (2)$$

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_{\bar{x}} &= \epsilon_x \cos^2 \alpha + \epsilon_y \sin^2 \alpha \\ \epsilon_{\bar{y}} &= \epsilon_x \sin^2 \alpha + \epsilon_y \cos^2 \alpha \\ \gamma_{\bar{x}\bar{y}} &= 2(\epsilon_x - \epsilon_y) \sin \alpha \cos \alpha \\ \epsilon_{\bar{z}} &= \epsilon_z \end{aligned} \right\} \cdot (3)$$

Substituindo (1) em (2) e (3) resulta, naturalmente, nas expressões  $\epsilon_{\bar{x}}$ ,  $\epsilon_{\bar{y}}$ , a forma (1) da lei de HOOKE

$$\epsilon_{\bar{x}} = \frac{1}{E} \sigma_{\bar{x}} - \frac{\mu}{E} \sigma_{\bar{y}} - \frac{\mu'}{E'} \sigma_z$$

$$\epsilon_{\bar{y}} = -\frac{\mu}{E} \sigma_{\bar{x}} + \frac{1}{E} \sigma_{\bar{y}} - \frac{\mu'}{E'} \sigma_z$$

As substituições na expressão  $\gamma_{\bar{x}\bar{y}}$  que fornecem o valor do módulo de elasticidade transversal  $G$ , faremos detalhadamente, para esclarecer que este cálculo de  $G$  só é possível no caso de rotação dos eixos em torno do eixo de simetria elástica - contrário a afirmações às vezes encontradas na literatura. Temos conf.

(1)

$$\epsilon_x - \epsilon_y = \frac{1}{E} \sigma_x - \frac{\mu}{E} \sigma_y + \frac{\mu}{E} \sigma_x - \frac{1}{E} \sigma_y = \frac{1+\mu}{E} (\sigma_x - \sigma_y)$$

Se  $z$  não fosse eixo de simetria elástica, os denominadores  $E$  das parcelas não seriam iguais.

$$\gamma_{\bar{x}\bar{y}} = 2(\epsilon_x - \epsilon_y) \sin \alpha \cos \alpha = \frac{2(1+\mu)}{E} (\sigma_x - \sigma_y) \sin \alpha \cos \alpha = \frac{2(1+\mu)}{E} \tau_{\bar{x}\bar{y}}$$

$$\gamma_{\bar{x}\bar{y}} = \frac{1}{G} \tau_{\bar{x}\bar{y}} \quad \text{com} \quad G = \frac{E}{2(1+\mu)}$$

Schiel, F.

Material Monótropo como modelo de solo

Para dispor da lei de HOOKE completa do material monótropo falta ainda o efeito das tensões  $\tau_{yz}$ ,  $\tau_{zx}$ . Por ser  $z$  o eixo de simetria elástica, podemos fazer mais uma afirmação intuitiva: aplicando apenas  $\tau_{zx}$  conf. figura 2, resulta como deformação apenas  $\gamma_{zx}$  com  $\gamma_{yz} = 0$ . Com um novo parâmetro  $G'$  teremos, portanto,  $\gamma_{zx} = \tau_{zx}/G'$ . No caso de agir apenas  $\tau_{yz}$  vale, analogamente,  $\gamma_{yz} = \tau_{yz}/G'$ .

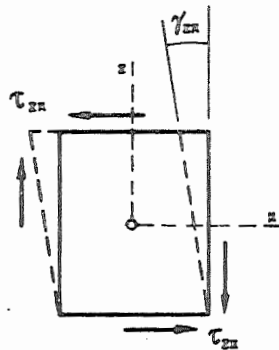
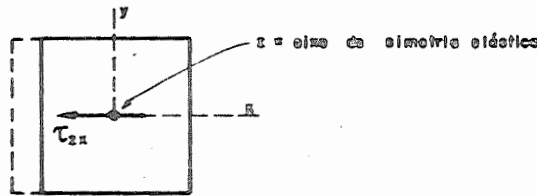


FIG.2 - Solicitação por  $\tau_{zx}$  apenas



Chegamos ao resultado que o comportamento elástico de um material monótropo é dado por 5 parâmetros independentes

$$E, E', \mu, \mu', G'$$

valendo a seguinte forma da lei de HOOKE

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{1}{E} \sigma_x - \frac{\mu}{E} \sigma_y - \frac{\mu'}{E'} \sigma_z + 0 & + 0 & + 0 \\ \epsilon_y &= -\frac{\mu}{E} \sigma_x + \frac{1}{E} \sigma_y - \frac{\mu'}{E'} \sigma_z + 0 & + 0 & + 0 \\ \epsilon_z &= -\frac{\mu'}{E'} \sigma_x - \frac{\mu'}{E'} \sigma_y + \frac{1}{E'} \sigma_z + 0 & + 0 & + 0 \\ \gamma_{xy} &= 0 + 0 + 0 + \frac{1}{G} \tau_{xy} + 0 & + 0 & + 0 \\ \gamma_{yz} &= 0 + 0 + 0 + 0 + \frac{1}{G'} \tau_{yz} + 0 & & \\ \gamma_{zx} &= 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + \frac{1}{G'} \tau_{zx} & & \end{aligned} \right\} (4)$$

com  $G = \frac{E}{2(1+\mu)}$

Schiel, F.

Material Monótrofo como modelo de solo

Os nulos no quarto esquerdo em baixo são consequências da afirmação intuitiva "tensões com as direções principais x, y, z provocam deformações com as mesmas direções principais". Os nulos no quarto à direita em cima resultam da simetria da matriz.

A forma (4) da lei de HOOKE vale para estados de tensão com orientação arbitrária mas apenas para uma orientação do eixo z na direção do eixo de simetria elástica. No caso de eixos arbitrariamente orientados teríamos todos os 21 coeficientes não nulos mas com 16 relações entre eles, o que reduziria os coeficientes a 5 parâmetros independentes. Para entender esta afirmação imaginemos como podiam ser calculadas as deformações partindo das tensões no caso geral. Precisaríamos transformar as tensões para um novo sistema de coordenadas, orientado no eixo de simetria elástica, calcular conf. (4) as deformações e retransformá-las ao sistema original de coordenadas. Desta maneira resultariam para as componentes de deformação expressões lineares nas componentes de tensão sendo os respectivos coeficientes funções dos 5 parâmetros elásticos e dos cosenos diretores determinantes da posição relativa dos dois sistemas de eixos.

4 - Intervalos dos coeficientes de POISSON do material monótrofo

No caso do material isótropo, o intervalo possível do coeficiente de POISSON é:

$$0 \leq \mu \leq 0,5$$

Procuraremos aqui os respectivos intervalos de  $\mu$  e  $\mu'$ , para material monótrofo, tomando como ponto de partida a expressão da energia específica u de deformação, que é por definição um valor positivo.

Por motivo de comodidade de cálculo, consideremos apenas um estado de tensão com  $\tau_{xy} = \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0$ , isto é, com as tensões principais  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ , sendo z o eixo da simetria elástica. A energia específica de deformação é

$$u = \frac{1}{2} (\sigma_x \epsilon_x + \sigma_y \epsilon_y + \sigma_z \epsilon_z)$$



Schiel, F.

Material Monótrofo como modelo de solo

Substituindo  $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$ , das equações (4), vem

$$u = \frac{1}{2E} \left[ \sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \frac{E}{E'} \sigma_z^2 - 2\mu' \frac{E}{E'} (\sigma_x + \sigma_y) \sigma_z - 2\mu \sigma_x \sigma_y \right] > 0$$

Como pretendemos considerar somente valores positivos de  $\sigma_x$  e  $\sigma_y$  (compressões) podemos escrever esta condição

$$\mu < \frac{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}{2\sigma_x \sigma_y} + \frac{E}{2E'} \frac{\sigma_z^2}{\sigma_x \sigma_y} - \mu' \frac{E}{E'} \cdot \frac{(\sigma_x + \sigma_y) \sigma_z}{\sigma_x \sigma_y} = \bar{\mu}$$

Temos de procurar aquelas tensões ou relações entre tensões que levam ao menor valor possível  $\bar{\mu}_{min} = \mu_{lim}$ ; ficando na realidade  $\mu < \mu_{lim}$ , sempre resultará uma energia de deformação positiva, qualquer que sejam as tensões.

Na região  $\bar{\mu} > 0$  a função  $\bar{\mu}$  forma mínimo para

$$\sigma_x = \sigma_y = \frac{\sigma_z}{2\mu'} \quad \text{sendo} \quad \bar{\mu}_{min} = 1 - \frac{2E}{E'} \mu'^2$$

Os limites dos coeficientes de POISSON que não podem ser ultrapassados num material monótrofo, são portanto:

$$\mu \leq \mu_{lim} = 1 - \frac{2E}{E'} \mu'^2, \text{ ou, } \mu' \leq \mu'_{lim} = \sqrt{\frac{E'}{2E} (1 - \mu)} \quad (5)$$

Completamos o estudo com o cálculo da variação específica do volume que é, conf. (4)

$$e = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z = \left( \frac{1 - \mu}{E} - \frac{\mu'}{E'} \right) (\sigma_x + \sigma_y) + \frac{1 - 2\mu'}{E'} \sigma_z$$

Percebemos que existem certos valores especiais  $\mu_0, \mu'_0$  para os quais a variação do volume é nula, qualquer que sejam as tensões; basta anular os coeficientes das tensões, obtendo-se

$$\mu'_0 = 0,5 \quad ; \quad \mu_0 = 1 - \frac{E}{2E'} \quad \dots \dots \dots (6)$$

A figura 3 representa graficamente a relação (5) e indica, por pequenos círculos, os valores conf. (6) (na escala horizontal da figura, foi usada a divisão  $1 - \sqrt{1-\mu}$ ; assim resultam linhas retas para cada valor de  $E'/E$ ). Nota-se que um material

## Material Monótropro como modelo de solo

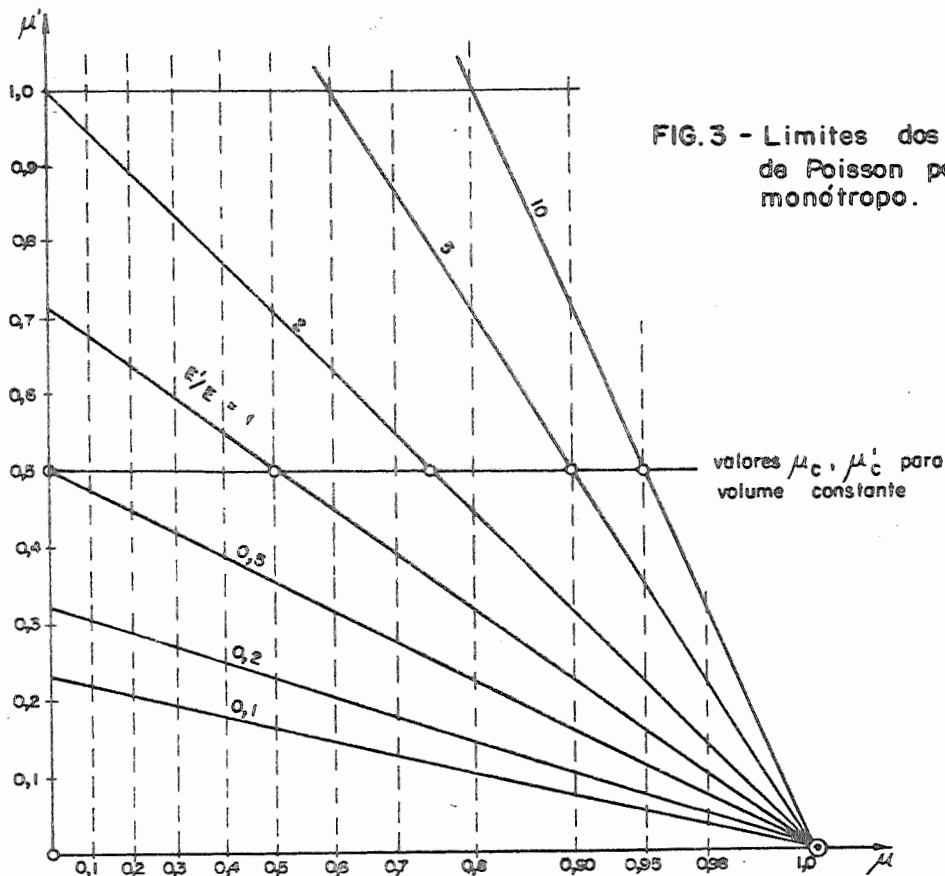


FIG.3 - Limites dos coeficientes de Poisson para material monótropro.

com  $E' < E/2$  não pode ser de volume constante para uma relação qualquer entre as tensões. No solo é geralmente  $E'/E > 1$ .

Para entender melhor o diagrama da fig. 3 discutiremos o caso  $E'/E = 2$ . Todo conjunto de dois valores  $\mu$ ,  $\mu'$  correspondendo a um ponto abaixo da reta 2 representa valores possíveis, quer dizer, tais que levam ao valor positivo da energia de deformação. É interessante perceber que em material monótropro pode ocorrer aumento de volume aplicando apenas compressões. Para exemplificar este fenômeno com números simples, adotamos um ponto  $(\mu; \mu') = (0,5; 0,7)$  que está abaixo da reta 2 do diagrama porque para  $\mu' = 0,7$  o valor limite situado na reta seria a conf. (5) igual  $\mu_{lim} = 1 - 0,7^2 = 0,51$ . Adotamos também  $E = 1$ ,  $E' = 2$ ,  $\sigma_x = \sigma_y = 1$ ,  $\sigma_z = 10$ . Das fórmulas (4) resulta

$$\epsilon_x^p = \epsilon_y^p = -3, \quad \epsilon_z^p = +4,3$$

A variação do volume é portanto  $e = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z = -1,7$  o que significa um aumento por ser convencionalizada a tensão de compressão como positiva. A energia de deformação continua sendo positiva:  $2u = \sigma_x \epsilon_x + \sigma_y \epsilon_y + \sigma_z \epsilon_z = -3 - 3 + 10 \cdot 4,3 = +37$

## Material Monótrofo como modelo de solo

5 - Determinação experimental dos parâmetros

Medir deformação num corpo de prova serve como ponto de partida da determinação de parâmetros elásticos. No caso de corpo de prova de solo convém escolher um caminho que forneça todos os 5 parâmetros apenas a base de ensaios triaxiais cuja técnica é bem desenvolvida e promete uma certa precisão.

Usaremos as seguintes notações dos valores que intervêm no ensaio triaxial de um corpo de prova cilíndrico:

$\sigma_a$  = tensão axial aplicada

$\sigma_t$  = tensão transversal aplicada

$\epsilon_a$  = deformação axial medida.

O resultado do ensaio é um gráfico que dá  $\epsilon_a$  em função de  $\sigma_a$ ,  $\sigma_t$ ; por interpolação linear adequada deste gráfico o resultado pode ser expresso por dois coeficientes A, B, que dão  $\epsilon_a$  na forma

$$\epsilon_a = A\sigma_a - B\sigma_t \quad \dots\dots\dots(7)$$

Admitimos agora 3 corpos de prova 1, 2, 3, recortados do material monótrofo com orientação indicada na figura 4. Sejam obtidos, por ensaios triaxiais, os coeficientes  $A_1, B_1, A_2, B_2, A_3, B_3$ , da equação (7), referentes aos corpos 1, 2, 3, e são procurados os 5 parâmetros do material. Procura-se também a relação que deve existir entre os 6 coeficientes  $A_1 \dots B_3$  por se tratar na realidade de apenas 5 valores independentes; esta relação serviria para verificar se o material é de fato monótrofo.

A interpretação dos ensaios dos corpos 1 e 3 é imediata:

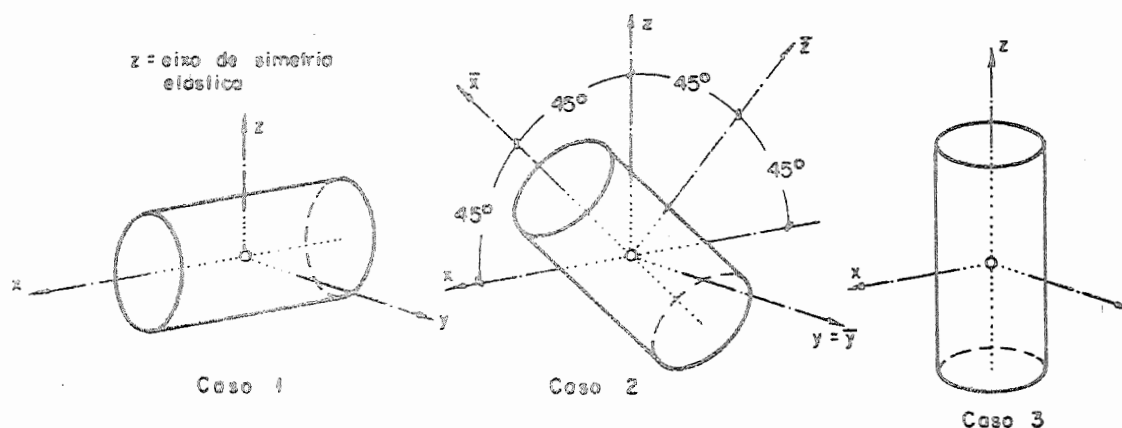


FIG.4 - Ensaios triaxiais

Schiel, F.

Material Monótrofo como modelo de solo

corpo 1  $\sigma_x = \sigma_a$  ;  $\sigma_y = \sigma_z = \sigma_t$

$$\epsilon_x = \epsilon_a = \frac{1}{E} \sigma_x - \frac{\mu}{E} \sigma_y - \frac{\mu'}{E'} \sigma_z = \frac{1}{E} \sigma_a - \left( \frac{\mu}{E} + \frac{\mu'}{E'} \right) \sigma_t$$

$$= A_1 \sigma_a - B_1 \sigma_t$$

corpo 3  $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_t$  ;  $\sigma_z = \sigma_a$

$$\epsilon_z = \epsilon_a = - \frac{\mu'}{E'} \sigma_x - \frac{\mu'}{E'} \sigma_y + \frac{1}{E'} \sigma_z = \frac{1}{E'} \sigma_a - \frac{2\mu'}{E'} \sigma_t$$

$$= A_3 \sigma_a - B_3 \sigma_t$$

Igualando os fatores de  $\sigma_a$  e  $\sigma_t$  vem

$$\left. \begin{aligned} E &= \frac{1}{A_1} & E' &= \frac{1}{A_3} \\ \mu &= \frac{2B_1 - B_3}{2A_1} & \mu' &= \frac{B_3}{2A_3} \\ G &= \frac{E}{2(1 + \mu)} = \frac{1}{2(A_1 + B_1) - B_3} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(8)$$

A interpretação do ensaio do corpo 2, que fornecerá o parâmetro restante  $G'$ , é mais demorada. Admitimos novos eixos  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$ ,  $\bar{z}$ , orientados conf. figura 4. No ensaio são aplicadas

$$\sigma_{\bar{x}} = \sigma_a \quad ; \quad \sigma_{\bar{y}} = \sigma_{\bar{z}} = \sigma_t$$

Este estado de tensão, transformado para os eixos x, y, z, fornece

$$\sigma_x = \sigma_z = \frac{1}{2} (\sigma_a + \sigma_t) \quad ; \quad \sigma_y = \sigma_t \quad ; \quad \tau_{zx} = \frac{1}{2} (\sigma_a - \sigma_t) \quad .(9)$$

As deformações calculadas com (4) no sistema x, y, z, deverão ser retransformadas para o sistema  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$ ,  $\bar{z}$ , interessando apenas  $\epsilon_{\bar{x}}$  que será o  $\epsilon_a$  do corpo 2; resulta na retransformação

$$\epsilon_{\bar{x}} = \frac{1}{2} (\epsilon_x + \epsilon_z + \gamma_{zx}) = \epsilon_a \quad \dots\dots\dots(10)$$

Schiel, F.

Material Monótropo como modelo de solo

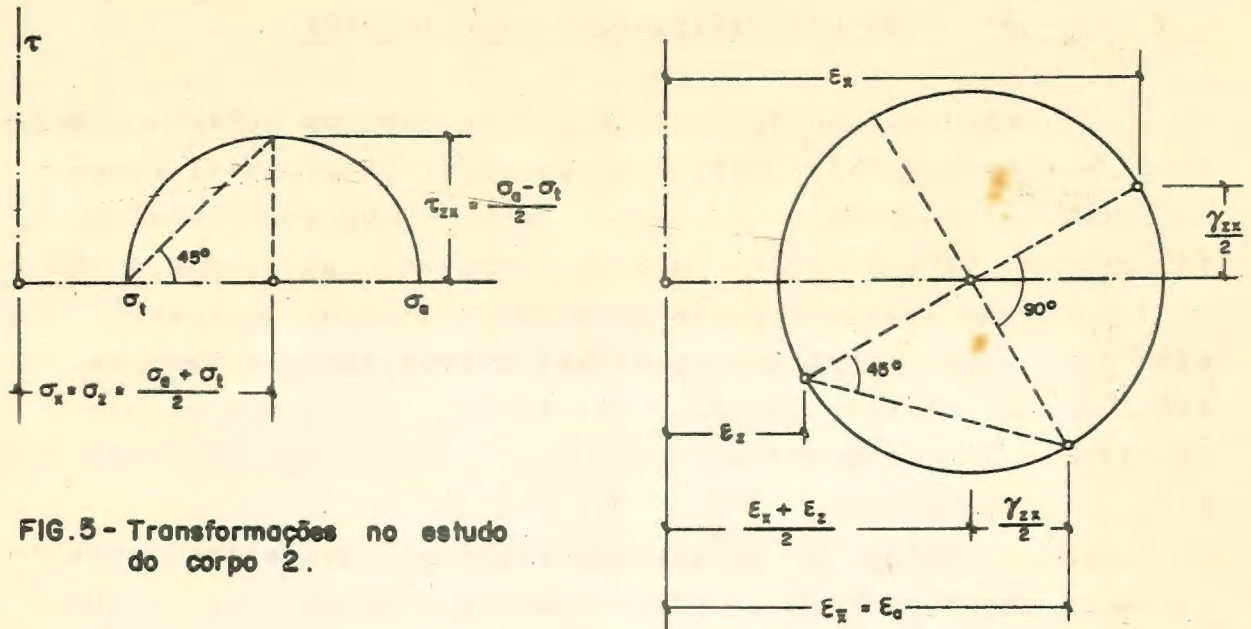


FIG.5 - Transformações no estudo do corpo 2.

As transformações mencionadas podiam ser baseadas, por exemplo nos círculos de MOHR desenhados na figura 5.

Substituindo (9) em (4), calculamos

$$\epsilon_x = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{E} - \frac{\mu'}{E'} \right) \sigma_a - \frac{1}{2} \left( \frac{2\mu - 1}{E} + \frac{\mu'}{E'} \right) \sigma_t$$

$$\epsilon_z = \frac{1 - \mu'}{2E'} \sigma_a - \frac{3\mu' - 1}{2E'} \sigma_t$$

$$\gamma_{zx} = \frac{1}{2G'} \sigma_a - \frac{1}{2G'} \sigma_t$$

De (10) resulta

$$\begin{aligned} \epsilon_a &= \frac{1}{4} \left( \frac{1}{G'} + \frac{1}{E} + \frac{1-2\mu}{E'} \right) \sigma_a - \frac{1}{4} \left( \frac{1}{G'} + \frac{2\mu-1}{E} + \frac{4\mu'-1}{E'} \right) \sigma_t \\ &= A_2 \sigma_a - B_2 \sigma_t \end{aligned}$$

Igualando os fatores de  $\sigma_a$ ,  $\sigma_t$ , obtemos duas equações que permitem calcular  $G'$  sobrando uma como relação entre os 6 coeficientes  $A_1 \dots B_3$ .

$$G' = \frac{1}{2(A_2 + B_2) - B_1} \dots\dots\dots(11)$$

$$A_1 - 2A_2 + A_3 = B_1 - 2B_2 + B_3 \dots\dots(12)$$



## Material Monótrofo como modelo de solo

6 - Sugestões para uma verificação experimental

A interpretação dos resultados de ensaios triaxiais mediante as fórmulas (8), (11), (12) pode servir de justificação do material monótrofo como modelo do solo. Os resultados de tais ensaios, já existentes em grande número, infelizmente não servem porque faltou o corpo de prova inclinado em relação ao eixo elástico. Talvez seja possível estabelecer, a base de ensaios novos, certos limites práticos para o segundo módulo  $G'$  de elasticidade transversal para depois renunciar ao corpo de prova inclinado.

Naturalmente são de esperar desvios consideráveis dos resultados experimentais do comportamento teórico. Uma pesquisa estatística deve esclarecer se se trata de variações devidas à técnica imperfeita dos ensaios ou de desvios sistemáticos. Não parece ser justificada a criação de um "modelo" de um material com mais de 5 parâmetros elásticos. Uma eventual melhor concordância entre ensaio e teoria obtida neste caminho estaria - visto a complicação teórica - fora do interesse prático.

A maior anisotropia, isto é, o maior valor  $E'/E$  será encontrada em materiais nitidamente estratificados ou em solos fortemente compactados. A respeito das propriedades de tais solos pode-se ouvir a opinião que parte da energia de compactação será restituída na deformação superando eventualmente a energia de deformação. Este fenômeno se manifestaria pela locação dos pontos ( $\mu, \mu'$ ) acima da respectiva reta  $E'/E$  no diagrama da figura 3 indicando uma "energia de deformação" negativa. Neste caso, aliás pouco provável, as bases do cálculo deveriam ser revistas criando-se como modelo um material com fonte interna de energia.