

Universidade de São Paulo
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

CRITÉRIOS DE DESEMPENHO
de Sistemas de Controle

Prof. Mario Francisco Mucheroni

SÃO CARLOS - 1988
Publicação 052/88

CRITÉRIOS DE DESEMPENHO DE SISTEMAS DE CONTROLE

1 - INTRODUÇÃO

Assim como em qualquer projeto de engenharia, um projeto de sistema de controle com realimentação se inicia com o estabelecimento das especificações a serem alcançadas. Estas especificações podem ser apresentadas através de valores numéricos precisos ou então descrições qualitativas, dependendo do estágio de desenvolvimento da área do problema. Em geral as especificações sofrem alterações durante o desenvolvimento do projeto pois análises mais detalhadas podem revelar a impossibilidade de se atingir certas especificações. Por outro lado novos requisitos podem se tornar necessários devido a situações originalmente imprevistas. Portanto as especificações de desempenho não deverão ser tomadas como invariáveis mas como uma orientação sujeita a revisões. Apenas em problemas simples se consegue manter fixas as

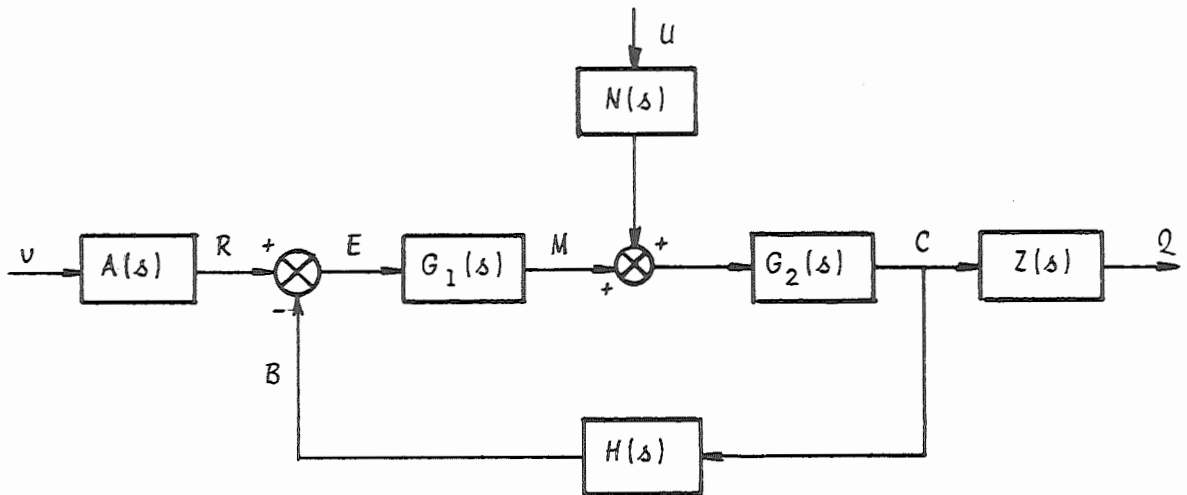
especificações iniciais.

Em projetos de engenharia as especificações usuais se referem a custos, peso, espaço disponível, facilidade de manutenção, segurança, viabilidade, etc. Em projetos de sistemas de controle a realimentação além desses requisitos, outros próprios ao controle com realimentação devem ser acrescentados. Trataremos aqui desses últimos, ou seja, das especificações próprias à área de controle a realimentação.

2 - CONSIDERAÇÕES BÁSICAS

Para a descrição da natureza das especificações dos sistemas de controle será utilizada uma nomenclatura já padronizada em outros países. Esta nomenclatura está ilustrada na Figura 1. A Figura 1 mostra o diagrama de blocos generalizado para qualquer sistema de controle. Um sistema pode ser mais ou menos complicado, mas em geral pode ser representado em termos da notação mostrada, estendida adequadamente em cada caso. Por exemplo, se há distúrbios em diversos pontos do sistema será necessário se definir distúrbios u_1 , u_2 , etc., e as correspondentes funções de transferência $N_1(s)$, $N_2(s)$, etc. Procedimento análogo pode ser feito com relação a outras variáveis ou blocos operacionais.

Para o estudo de determinado sistema físico em vez de um caso genérico como é mostrado na Figura 1, é desejável se usar os símbolos padronizados V , R , C , etc., como índice de outros símbolos que indiquem mais claramente a natureza da grandeza física envolvida. Assim num servomecanismo cuja entrada referência é posição angular a notação utili



- V* - valor desejado
- R* - entrada referência
- E* - sinal atuante, erro, desvio
- M* - variável manipulada
- U* - distúrbio, perturbação
- C* - variável controlada
- Q* - variável controlada indiretamente
- B* - sinal de realimentação, sinal da medida

Figura 1 - Simbologia utilizada para sistemas de controle a realimentação.

zada será θ_R enquanto que se a variável controlada for também uma posição angular, a notação será θ_C . Tal simbologia mostra a posição no diagrama de blocos funcionais, além de mostrar a natureza física das variáveis do problema.

O estabelecimento das especificações de um sistema de controle é uma resposta à seguinte questão: como fazer para que o sistema de controle execute bem a sua função?

Sabe-se que os sistemas de controle a realimentação são utilizados para: fazer com que a variável controlada siga os comandos ou alterações no valor desejado e reduzir os efeitos dos distúrbios sobre a variável controlada. As especificações devem portanto corresponder ao que é proposto através de valores numéricos ou curvas matemáticas. Para tornar o modelo matemático racional há necessidade de se conhecer os comandos e os distúrbios que realmente ocorrem. Entretanto frequentemente tais informações não são conhecidas. De fato, se a situação fosse completamente determinada não haveria necessidade de um sistema de controle e realimentação. O acaso e o imprevisto são as principais justificativas para a utilização de tais sistemas de controle. Assim surge a necessidade de desenvolver modelos matemáticos para especificar o desempenho desejado sob as condições reais de operação cujas características são desconhecidas em boa parte.

Uma solução para o problema discutido no parágrafo anterior é reconhecer a natureza estatística da questão e aplicar as teorias estatísticas matemáticas nas especificações de desempenho ótimo. Entretanto essa solução não satisfaz em princípio ao desejo prático de simplicidade nas especificações. Aqui não trataremos desse método.

Os modelos mais utilizados neste capítulo consideram a resposta do sistema a comandos e distúrbios do tipo degrau, rampa, etc., e ondas senoidais. Embora tais entradas matemáticas não reproduzam exatamente as entradas reais que atuam sobre o sistema, elas são muito utilizadas nas especificações de desempenho devido aos seguintes fatos:

- i) A experiência com o desempenho real de vários tipos de sistemas do controle estabeleceu para muitas áreas uma boa correlação entre a resposta do sistema às entradas matemáticas e a capacidade dos sistemas em realizar bem suas funções.

- ii) O sistema projetado é comparado com outros sistemas para se determinar o melhor. Essa comparação pode ser feita através das entradas matemáticas simples como se fossem as verdadeiras entradas.

- iii) A simplicidade de tais entradas matemáticas facilitam a análise e solução de equações diferenciais além de possibilitar ensaios experimentais simples.

- iv) Para sistemas lineares com coeficientes constantes a resposta a uma entrada pode ser utilizada para encontrar a resposta a uma outra entrada derivada.

Os critérios de desempenho situam-se em dois campos: os critérios de desempenho no domínio do tempo e os critérios de desempenho no domínio da frequência. Os primeiros estão relacionados com a resposta do sistema ao degrau, rampa, parábola, etc., enquanto que os últimos estão relacionados à resposta em frequência do sistema.

Especificações de ambos os tipos podem ser utilizadas simultaneamente. Nos parágrafos seguintes são descritos os critérios mais utilizados. A escolha de qual quer um destes ou de outros não descritos aqui depende da experiência do projetista no campo do problema.

Todos os critérios devem possuir características próprias para atender a situações de prováveis variações nos parâmetros físicos adotados constantes durante a análise. Por exemplo, a viscosidade do óleo escolhida durante o projeto possui um valor fixo mas pode variar significativamente durante a operação normal do sistema. Especificações para tais situações devem incluir as faixas aceitáveis de desempenho, correspondentes às variações esperadas nos parâmetros.

3 - CRITÉRIOS DE DESEMPENHO NO DOMÍNIO DO TEMPO

Antes que qualquer consideração sobre o desempenho possa ser discutida é necessário verificar se o sistema é estável. Essa importante questão é discutida e solucionada no capítulo seguinte. Neste capítulo admite-se que o sistema seja estável.

i) Critérios no Transitório da Resposta

Muitos critérios de desempenho são definidos aplicando-se uma entrada degrau no valor desejado V . Em geral a variável controlada C responderá como mostra a Figura 2. Os critérios mais utilizados estão ilustrados nesta figura e serão discutidos.

A porcentagem de overshoot, O_p , é uma in

dicação da estabilidade relativa do sistema. Pequenos valores O_p indicam boa estabilidade relativa. A quantidade de overshoot que pode ser tolerada depende da aplicação mas é usual de 20 a 30%. Em certos casos pode-se escolher uma resposta sem overshoot mas isto provocará uma velocidade de resposta menor.

O tempo de estabelecimento ou *settling-time*, indicado por T_s , é o tempo necessário para o valor controlado C se estabelecer entre mais ou menos uma certa porcentagem do valor desejado V , sendo a entrada degrau. A Figura 2 mostra um tempo de estabelecimento em 10%. Outros valores podem ser adotados, dependendo da precisão que é requerida no problema. O tempo de estabelecimento é um critério de desempenho relacionado à velocidade de resposta e à estabilidade relativa.

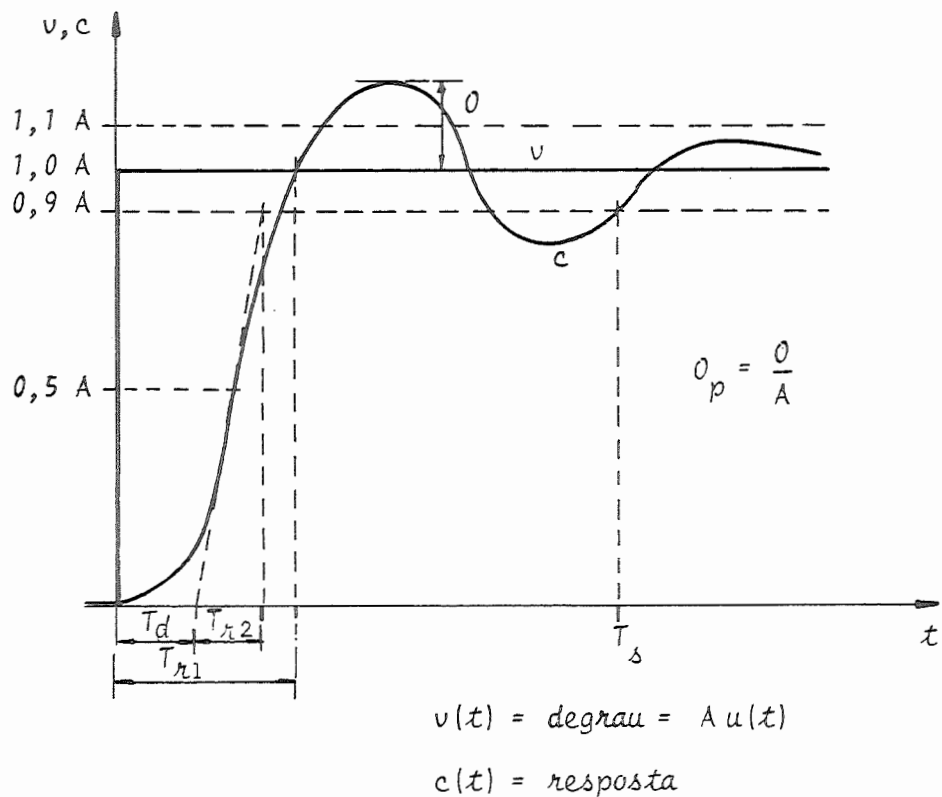


Figura 2 - Critérios de desempenho na resposta ao degrau.

Com relação à velocidade de resposta define-se o critério do tempo de elevação, indicado por T_r . Infelizmente não há uma definição única para tal valor. Na Figura 2 estão mostrados duas definições para o tempo de elevação, indicadas por T_{r_1} e T_{r_2} . Junto ao tempo de elevação T_{r_2} está mostrado o tempo de atraso T_d .

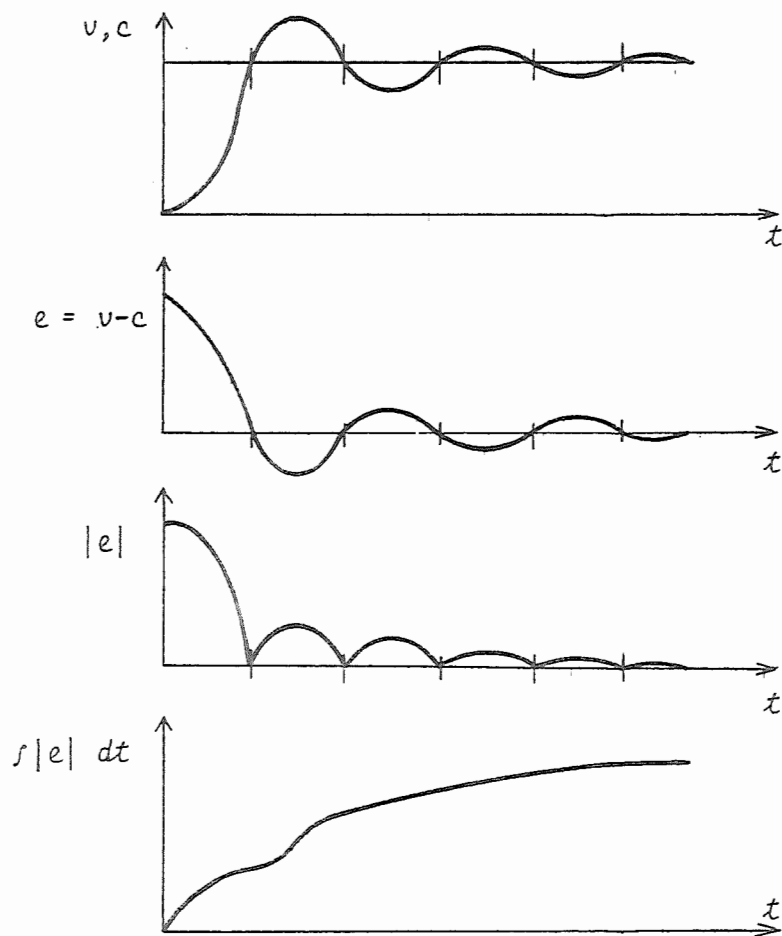


Figura 3 - Integral do erro absoluto.

Considerável esforço tem sido dispendido para o desenvolvimento de critérios mais completos com relação ao desempenho de sistemas. Tais critérios devem ser suficientemente gerais para a aplicação na otimização de sistemas. Esses critérios são propostos de tal maneira que o sistema ótimo exiba o valor mínimo. A maioria desses critérios envolve funções integradoras do erro $e(t) = v(t) - c(t)$.

A Figura 3 ilustra um desses critérios, correspondente à integral do erro absoluto, dado pela expressão (1).

$$IEA = \int_0^{\infty} |e| dt \quad (1)$$

Uma rápida análise mostrará que este critério estabelecerá igualmente como ruins os sistemas lentos, superamortecidos, e os rápidos, excessivamente subamortecidos. Assim, o valor mínimo da integral (1) ocorrerá para certos valores médios de amortecimento. Para sistemas que contêm erros de regime este critério tende a valores infinitos para qualquer valor de amortecimento e de velocidade de resposta. Resolve-se tal indeterminação limitando-se o intervalo de integração num valor finito arbitrário T . Assim:

$$IEA = \int_0^T |e| dt \quad (2)$$

Outro critério de otimização, o da integral do tempo multiplicado pelo erro absoluto, possui características melhores. É dado por:

$$ITEA = \int_0^{\infty} t |e| dt \quad (3)$$

Este critério possui as seguintes características:

- a) Erro inicial grande, o que é inevitável para entradas tipo degrau, não pesa excessivamente.
- b) Erros positivos e negativos possuem pesos iguais.

c) O erro possui peso maior à medida que o tempo passa, colocando assim uma penalidade nas respostas lentas e nos erros que permanecem no tempo.

Para sistemas com erro de regime o seu valor tende a infinito. Nestes casos, o critério é definido por:

$$ITEA = \int_0^T t |e| dt \quad (4)$$

Finalmente, um critério muito utilizado em estatística é o do erro médio quadrático, ou seja:

$$IEQ = \frac{1}{T} \int_0^T e^2 dt \quad (5)$$

A função quadrática faz erros maiores pesar mais do que os erros menores.

ii) Critérios no Regime Permanente da Resposta

Mesmo quando o regime permanente é alcançado, por exemplo para uma entrada degrau, os valores $v(t)$ e $c(t)$ podem ser diferentes. Há então erro de regime permanente, indicado por $e_{ss}(t)$. Deve-se observar que os erros de regime permanente não ocorrem devido aos erros prováveis dos elementos de medida ou de outros elementos de controle. Mesmo com elementos de medida ideais, sistemas de controle a realimentação podem apresentar erros de regime permanente.

A ocorrência ou não de erros de regime permanente depende do tipo de controle e do tipo do comando e do

distúrbio. Isto ficará claro no capítulo que trata do cálculo desses erros.

Para sistemas de controle que operam sob comandos variáveis no tempo, utiliza-se a função rampa como entrada desejada e define-se o desempenho pela resposta correspondente.

Um sistema que apresente erro de regime permanente nulo para uma entrada degrau, pode apresentar erro diferente de zero para a entrada rampa. Uma entrada ainda mais severa, do ponto de vista dos critérios aqui discutidos, é a entrada parabólica. Entradas mais severas podem ser geradas através de sucessivas integrações da função degrau. A rampa é a primeira integral do degrau, a parábola é a segunda, etc. A Figura 4 ilustra estes conceitos.

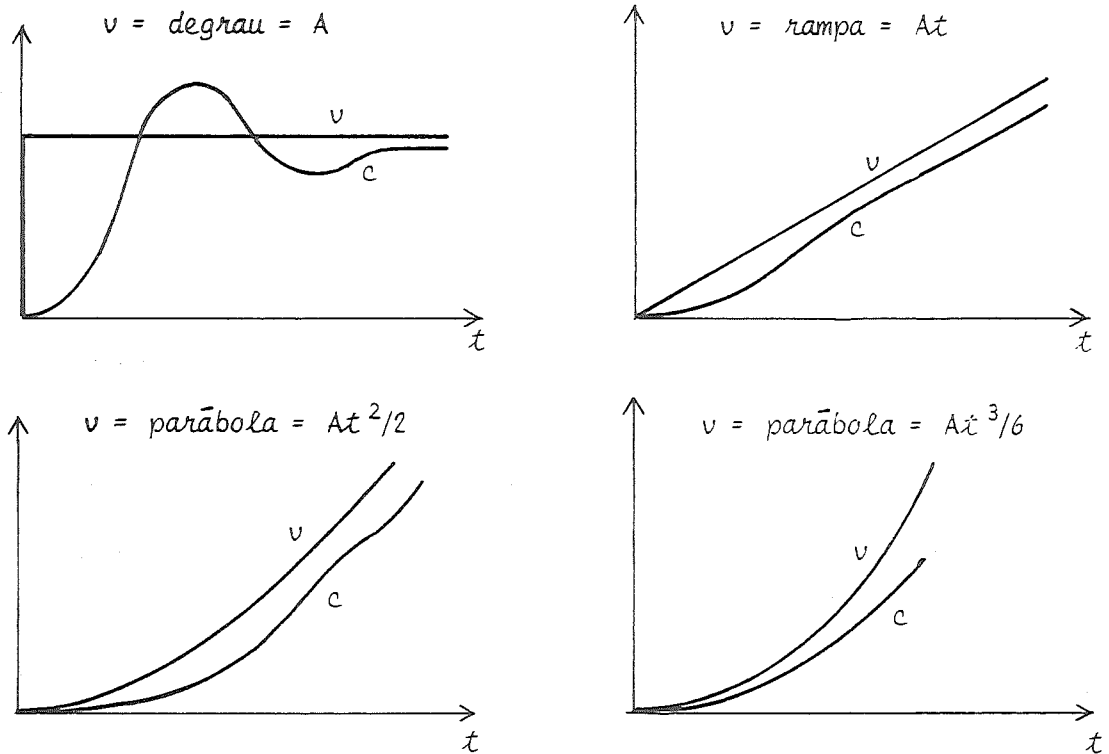


Figura 4 - Erro de regime para diferentes entradas.

Para se obter o erro de regime permanente, resolve-se a equação diferencial do sistema com o erro ou sinal atuante como variável dependente. O erro de regime permanente está na solução particular. Outra forma para se determinar estes erros utiliza o teorema do valor final no método das Transformadas de Laplace.

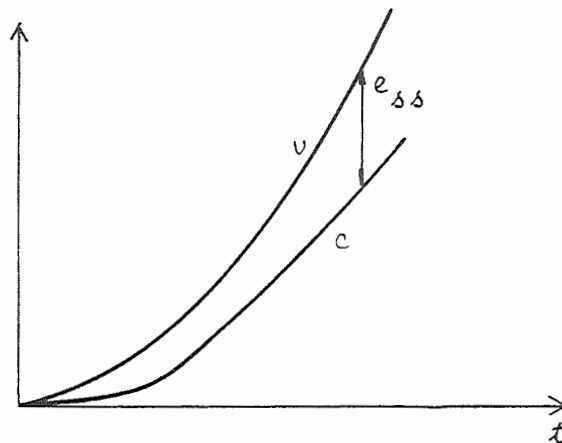


Figura 5 - Erro de regime permanente.

A Figura 5 mostra uma situação onde o erro de regime permanente é crescente. O erro de regime permanente não é necessariamente constante.

4 - CRITÉRIOS DE DESEMPENHO NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

Estes critérios estão baseados em curvas de resposta em frequência. Para isto faz-se a variável desejada v oscilar senoidalmente com amplitude constante enquanto faz-se $u = 0$. Desde que o sistema seja linear e estável, todos os valores R , E , B , M e C oscilarão senoidalmente em regime permanente, com frequência igual à da entrada v . Esta belece-se então critérios de desempenho com relação à relação

de amplitudes e ao ângulo de fase entre os vários pares de valores. Assim para os critérios de desempenho que serão definidos são necessárias determinadas curvas de resposta em frequência.

A relação de amplitudes entre $v(t)$ e $c(t)$, designada por M é:

$$M = \frac{A_c}{A_v} \quad (6)$$

A relação de amplitudes é uma função da frequência ω . A Figura 6 mostra um gráfico típico desta curva. Em geral há um pico mas podem ocorrer vários picos ou mesmo nenhum. As frequências para as quais ocorrem estes picos são chamadas frequência de ressonância e indicadas por ω_r . Este valor é um critério de desempenho no domínio da frequência, indicador da velocidade de resposta do sistema. Quanto mais alto for o valor da frequência de ressonância, melhor o sistema seguirá qualquer forma de entrada. É claro que há certas situações para as quais uma alta frequência de ressonância seria prejudicial. Por exemplo quando certos sinais de comando contém considerável ruído de alta frequência, o sistema deverá filtrar a faixa de frequência correspondente. Para isto a frequência de ressonância não deverá ser alta.

Um outro critério utilizado tal como a frequência de ressonância é identificado como largura de faixa, mostrado na Figura 6. Quando não há pico na curva de resposta em frequência a frequência de ressonância não existe, mas a largura de faixa pode ser definida.

O quociente entre as relações de amplitudes na frequência de ressonância e na frequência nula é a re

lação de pico, designada por M_p .

$$M_p = \frac{M_r}{M_0} \quad (7)$$

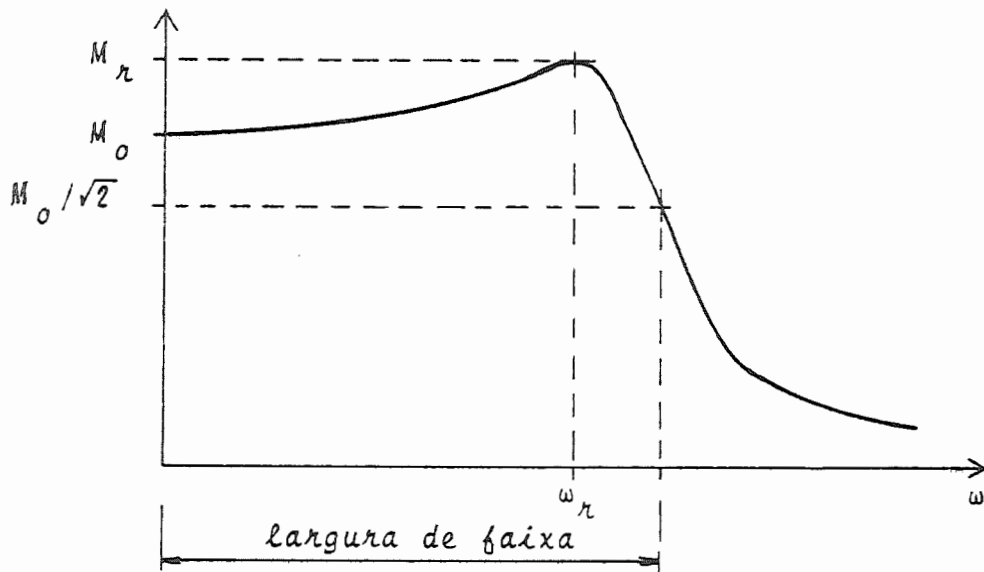


Figura 6 - Especificação de desempenho no domínio de frequência malha fechada.

Um sistema com baixo amortecimento e portanto pouca estabilidade, possuirá grande valor para M_p . Valores de M_p entre 1,2 e 1,4 mostram em geral um bom compromisso entre estabilidade relativa e velocidade de resposta.

Considere agora a relação entre as ondas senoidais correspondentes a E e a B através das curvas da relação de amplitudes e ângulo de fase. A relação desejada pode ser obtida a partir da malha aberta, isto é, sem a necessidade de se efetuar a realimentação, ver Figura 7. A habilidade em trabalhar com a malha aberta é importante em testes experimentais uma vez que tais configurações são quase sempre estáveis. Assim os dados experimentais podem ser obtidos sem os riscos de danificar partes do sistema, o que poderia ocorrer se os testes fossem realizados com a malha fechada e hou

vesse instabilidade.

A informação sobre a variação da relação de amplitudes e o ângulo de fase é dada em geral pelas duas curvas da resposta em frequência. A combinação destas duas curvas num único gráfico polar está mostrada na Figura 7. A frequência passa a ser um parâmetro e cada ponto deste gráfico polar correspondente a uma determinada frequência. O gráfico polar da função transferência senoidal da malha aberta é chamado gráfico de Nyquist.

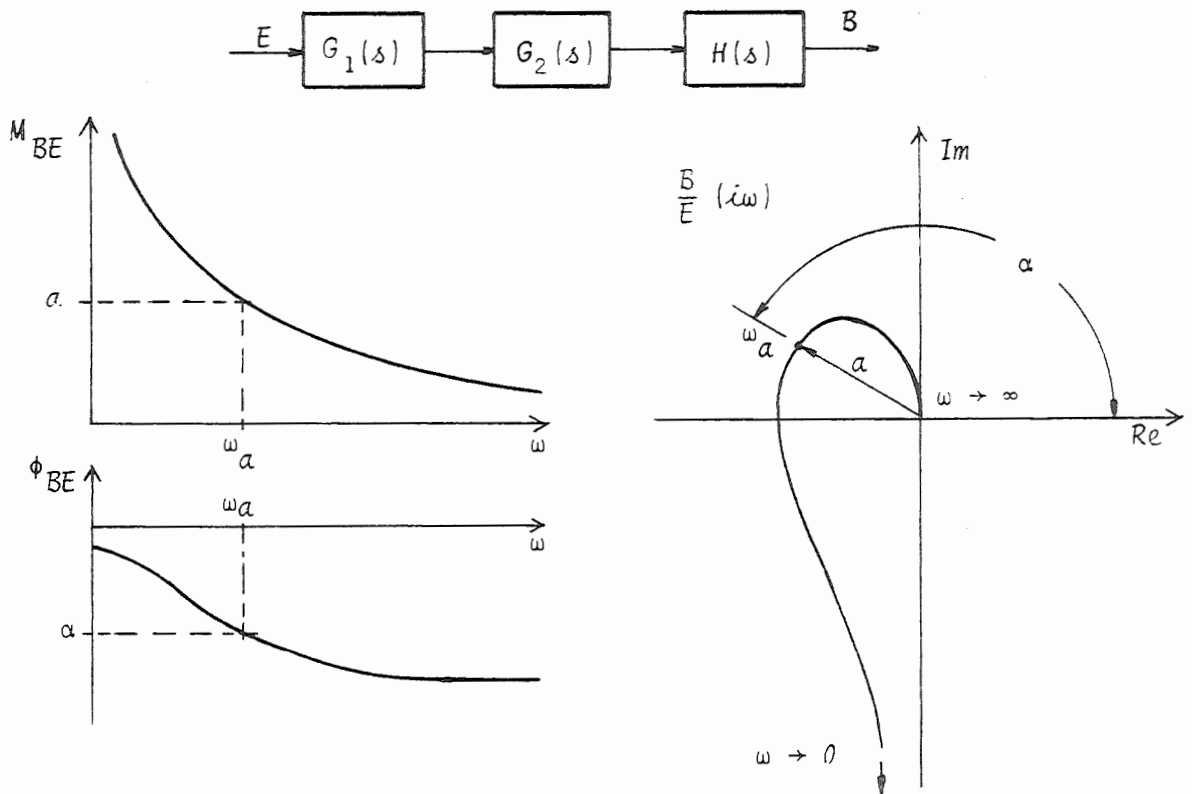


Figura 7 - Gráfico polar de Nyquist.

Dois critérios de desempenho, associados à resposta em frequência da malha aberta, estão ilustrados na Figura 8. Quando se estuda estabilidade é mostrado que quando a curva polar da malha aberta passa à esquerda do ponto

crítico (vetor unitário, fase 180°), o sistema será instável, se conectado em malha fechada.

Além disso, a proximidade da curva polar em relação ao ponto crítico é uma indicação da estabilidade relativa, quando o sistema for estável. Esta proximidade pode ser estabelecida através de dois valores denominados *margin de ganho* e *margin de fase*.

Quando o ganho da função de transferência da malha aberta $G_1G_2H(s)$ é aumentado todos os vetores que definem a curva polar são alongados diretamente proporcionais ao aumento do ganho. Portanto um determinado aumento no ganho da malha aberta expandirá a curva polar até ou além do ponto crítico, tornando o sistema de controle instável. Um aumento no ganho não afeta a fase de cada vetor.

A margem de ganho é definida como a relação entre o ganho para tornar o sistema instável e o ganho atual. Assim este critério indica quanto o ganho pode aumentar, mantidos os outros parâmetros constantes, até o sistema se tornar instável.

A margem de fase é definida como o valor do aumento de atraso em fase que tornaria o sistema instável, mantido o ganho constante.

A experiência de projetistas mostra que são usadas frequentemente para a margem de ganho 2,5 e para a margem de fase 30° , como valores mínimos.

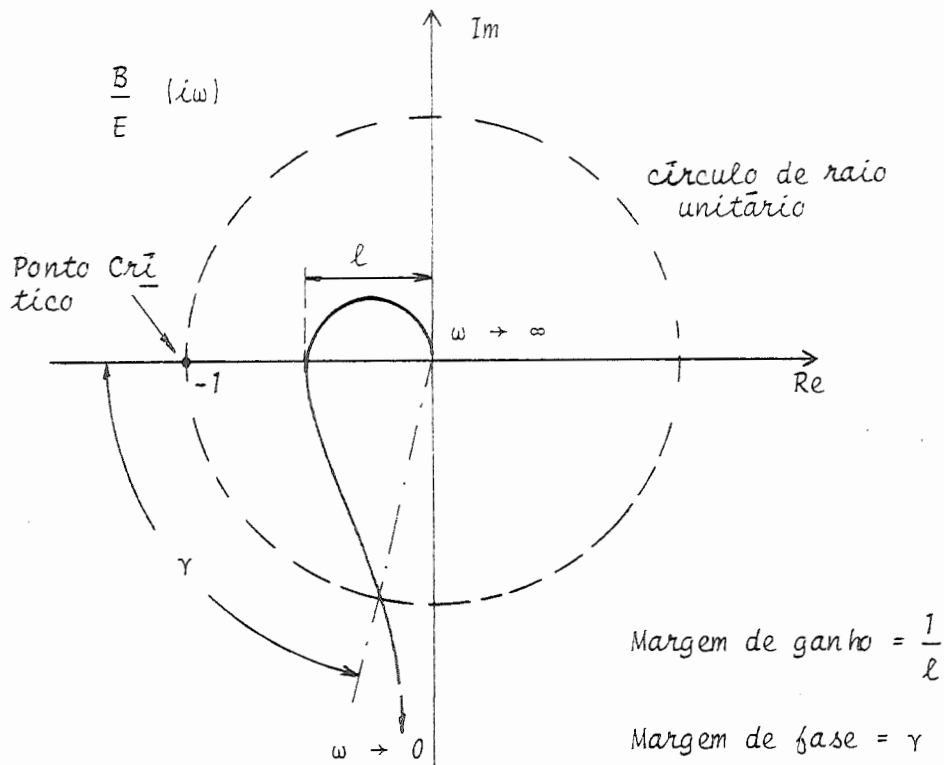


Figura 8 - Especificações de desempenho no domínio da frequência malha aberta.

5 - ESPECIFICAÇÕES COM RELAÇÃO AO DISTÚRBO

A discussão precedente ocupa-se totalmente com considerações relativas à habilidade do sistema em seguir comandos. A questão das qualidades de um sistema de controle que deva filtrar distúrbios pode ser vista sob o mesmo ponto de vista. Assim os mesmos critérios podem ser utilizados, adaptados adequadamente.

O projeto de um sistema de controle a realimentação segue o procedimento geral de qualquer projeto de engenharia. Baseado em especificações o projetista compõe um projeto preliminar, utilizando componentes que parecem apropriados ao caso. Em geral esta fase é muito dependente da experiência no campo, e da familiaridade com o uso de tais componentes. Projetos semelhantes podem ser distinguidos nesta fase.

O projeto preliminar ou anteprojeto consiste inicialmente do diagrama de blocos que mostra as funções que devem ser executadas e de especificações para os componentes. São poucos os valores numéricos que se tem nesta fase. Uma vez decidida a forma geral do sistema é possível se determinar alguns valores numéricos para os parâmetros dos componentes ainda não definitivos. Esses valores podem ser obtidos, não a partir das especificações de desempenho, mas a partir de considerações gerais sobre os limites de potência, velocidade, vazão, etc. Por exemplo, na escolha de uma válvula de controle de vazão a válvula escolhida deve possibilitar a máxima vazão exigida no projeto. Isto reduz imediatamente a faixa de escolha do componente permitindo uma estimativa numérica de certos parâmetros. Um projetista experiente consegue reduzir o número de parâmetros a determinar ao mínimo durante o anteprojeto. Assim os parâmetros ainda não determinados deverão ser calculados afim de satisfazer os critérios de desempenho do sistema.

Pode ocorrer, o que é frequente para principiantes, que o anteprojeto não consiga satisfazer as especi

ficações com valores razoáveis para os parâmetros. O antepro_{je}to deve ser então revisto. O procedimento usual de proje_{to} deve ser seguido. A Figura 9 mostra a natureza desse pro_{cedimento}.

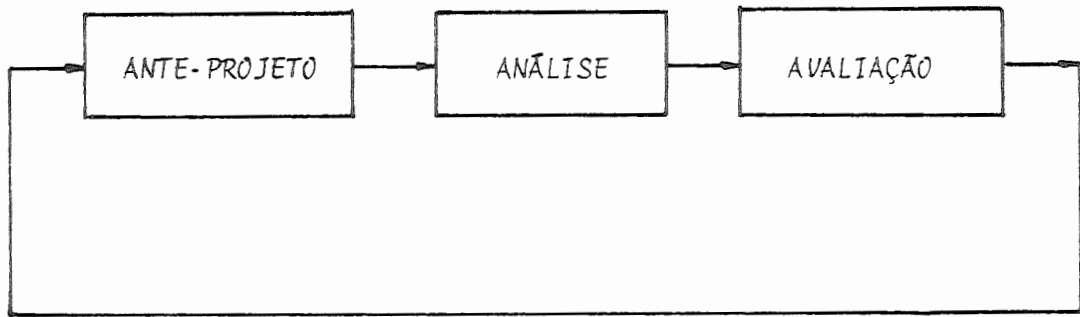


Figura 9 - Procedimento usual para a avaliação de um projeto.

A necessidade de experiência na área é cons_{tatada} através do grande tempo dispendido por um principiante durante a análise e a avaliação do projeto. O principiante deve entrar em contato com muitos projetos executados por pes_{soal} experiente e através de sucessivas avaliações e análises desenvolver a experiência necessária.

Uma vez que não há maneira de eliminar es_{te} período de acumulação de experiências e que este processo consome tempo, muitos estudantes de engenharia adquirem pouca experiência em projetos no período escolar. É comum a esco_{la} dar ênfase no estudo das técnicas de análises e deixar pa_{ra} a experiência industrial o desenvolvimento de projetos pro_{priamente} dito. Observa-se que a experiência em projetos adquirida numa certa indústria não serve totalmente para ou_{tra} senão os produtos seriam iguais.

Assim, o trabalho desenvolvido nos textos que tratam de sistemas de controle se referem principalm_{ente} a análises destes sistemas. São desenvolvidos alguns mé

todos matemáticos para a escolha de valores numéricos dos pa
râmetros afim de fornecer pontos de partida para os projetos.