

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ELETRICIDADE

SISTEMAS DE COMUNICAÇÃO
(RUÍDO)

JOSE CARLOS SARTORI

SÃO CARLOS – 1984
Publicação 008/84

CONTEÚDO

- 1 - Introdução
 - 1.1. Ruído térmico
 - 1.1.1. Circuitos equivalentes para ruído térmico
 - 1.2. Ruído de disparo (shot Noise)
 - 1.2.1. Resistência equivalente de ruído
 - 1.2.2. Ruído de partição
 - 1.3. Ruído nos misturadores

2. Figura de Ruído
 - 2.1 Temperatura Equivalente de Ruído
 - 2.2 Figura de Ruído para uma associação em cascata
 - 2.3 Temperatura Equivalente de Ruído para uma associação em cascata.
 - 2.4 Figura de Ruído para atenuadores.

3. Representação matemática do ruído
 - 3.1. Demodulação de sinais analógicos na presença de ruído com faixa limitada.
 - 3.1.1. Detecção não coerente de sinais AM com portadora presente.
 - 3.1.2. Detecção de envoltória.
 - 3.1.3. Detecção Coerente de sinais AM DSB/SC
 - 3.1.4. Detecção coerente de sinais SSB
 - 3.1.5. Relação Sinal-Ruído para sinais FM

4. Níveis de limiar
 - 4.1 Limiar para AM com detecção não coerente
 - 4.2. Limiar para AM com detecção coerente
 - 4.3. Limiar para FM

5. Conclusões.

RUÍDO

1 - INTRODUÇÃO

Em sistemas de comunicação um fator que merece uma importância especial é o ruído. Qualquer processo imposto sobre algum sinal tende a introduzir perturbações indesejáveis que podemos chamar ruído. Portanto, o ruído pode ser conceituado como um sinal indesejável sem relação alguma com o sinal desejado, que interfere sobre este sinal, reduzindo sua boa reprodução no receptor. Como exemplo de ruído podemos citar aquele barulho produzido pelas máquinas em funcionamento no interior de uma indústria, interferindo na conversa entre duas pessoas. Para que as pessoas possam se entender é preciso que falem alto, ou seja, que o sinal desejado seja mais forte que o ruído do ambiente. Esse é um exemplo de ruído sonoro, mas o que trataremos aqui é do ruído elétrico provocado nas comunicações, o ruído aleatório, ou seja, aquele de natureza imprevisível cujas fontes são na maioria das vezes desconhecidas, sendo seu valor instantâneo impossível de ser previsto e distribuindo-se por todo o espectro do sinal útil, não podendo portanto, ser eliminado.

Em geral, podemos classificar as fontes de ruído, como:

- a) Ruído produzido pelo homem
- b) Perturbações naturais que ocorrem irregularmente
- c) Ruído de flutuação, que aparece no interior dos sistemas físicos.

O ruído produzido pelo homem se deve à recepção de sinais indesejáveis provenientes de outras fontes tais como, contatos defeituosos, motores elétricos, ignição de carros, iluminação fluorescentes, etc. ou a interferência de canais adjacentes que ocupam o mesmo meio de transmissão. Este último pode, em geral, ser minimizado assegurando-se que cada informação ocupe a sua largura de faixa previamente determinada, tendo irradiação de espúrios desprezível no restante do espectro de frequências. O ruído produzido pelas demais fontes, pode ser suprimido ou pelo menos evitado através de blindagens no receptor.

O zumbido provocado pela fonte de alimentação de um receptor de rádio ou de um amplificador, as oscilações produzidas por realimentação, etc., são também sinais de ruído, porém, não são aleatórias, uma vez que, podem ser eliminados através de um projeto mais aprimorado do circuito.

O ruído natural irregular pode proceder de relâmpagos (estáticas), tempestades elétricas na atmosfera, ruído intergalático ou distúrbios atmosféricos em geral. O ruído produzido por estáticas é mais acentuado e menos frequente, sua intensidade é aproximadamente inversamente proporcional à frequência de RF em que incide interferindo mais na faixa de frequências baixas que nas altas, sendo impulsos decompostos em harmônicos cuja amplitude diminui com o aumento da frequência do harmônico.

O ruído de flutuação aparece dentro de sistemas físicos devido à agitação térmica dos elétrons livres dentro de um resistor, na emissão (aleatória) de elétrons em válvulas a vácuo e na geração aleatória, recombinação e difusão de portadores (elétrons e lacunas) nos semicondutores.

Existem basicamente dois tipos de ruído de flutuação: o ruído térmico e o ruído de disparo, conhecido como "shot noise".

1.1 Ruído Térmico.

As primeiras investigações a respeito do ruído térmico se deram por volta de 1920 por Johnson e Nyquist ambos trabalhando independentemente.

O ruído térmico é causado pelo movimento aleatório dos elétrons livres nos condutores.

Devido a sua energia térmica, cada elétron livre dentro de um condutor está em movimento, onde a trajetória desse movimento é aleatória devido às colisões com a estrutura do material. O efeito desse movimento de elétrons é uma corrente de ruído que possui todas componentes de frequências do espectro, sendo por isso também chamado de Ruído Branco em comparação com a luz branca que é composta de várias cores.

O valor médio da corrente de ruído $\overline{i_n(t)}$ é zero, o que é algo intuitivo, considerando que nenhuma força eletromotriz é aplicada e que o fluxo de elétrons é igual nas duas direções.

Mas Nyquist estabeleceu, aplicando o princípio da mecânica estatística, que a corrente quadrática média $i_n^2(t)$ não é zero e é dada por

$$\overline{i_n^2(t)} = 4 KTGB$$

onde $K = \bar{e}$ a constante de Boltzman = $1,38 \cdot 10^{-23}$ J/°K

$T = \bar{e}$ a temperatura absoluta do condutor

$G = \bar{e}$ a condutância em siemens

$B = \bar{e}$ a faixa de frequências usada no cálculo da corrente quadrática. Na prática B é largura de faixa do dispositivo utilizado para a medida de $i_n^2(t)$.

Verificamos assim que, $\overline{i_n^2(t)}$ depende de B mas não depende de uma frequência em particular, isto é, não depende da posição da frequência no espectro.

A corrente de ruído produz nos terminais de condutor em circuito aberto a tensão $V_n(t)$ cujo valor médio é zero, mas o valor quadrático é dado por:

$$\overline{V_n^2(t)} = \overline{i_n^2(t)} \cdot R^2$$

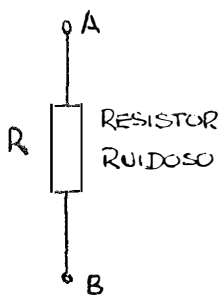
onde $R = 1/G$ (resistência entre os terminais)

Portanto:
$$\overline{V_n^2(t)} = 4KTBR$$

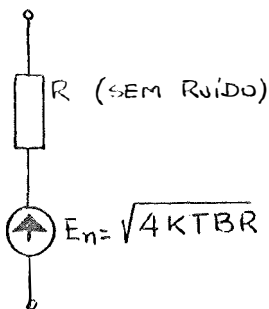
1.1.1. Circuitos Equivalentes para ruído térmico.

Para se fazer a análise do comportamento de um sistema eletrônico em termos de ruído, cada elemento que gera ruído térmico é representado por um circuito equivalente composto de um gerador de tensão ou de corrente de ruído associado a um resistor sem ruído.

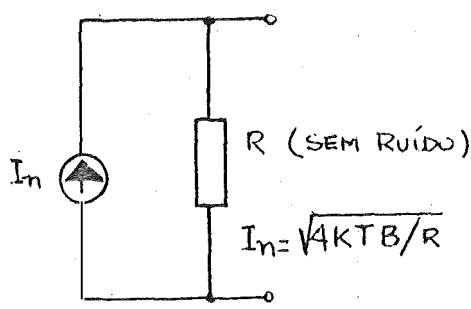
Consideremos um resistor R entre os terminais A e B . Para análise, substituiremos o resistor pelo circuito equivalente de Thévenin mostrado na figura seguinte onde temos um resistor sem ruído com o mesmo valor de R em série com um gerador de ruído com valor RMS E_n igual a $\sqrt{4KTBR}$.



(a)



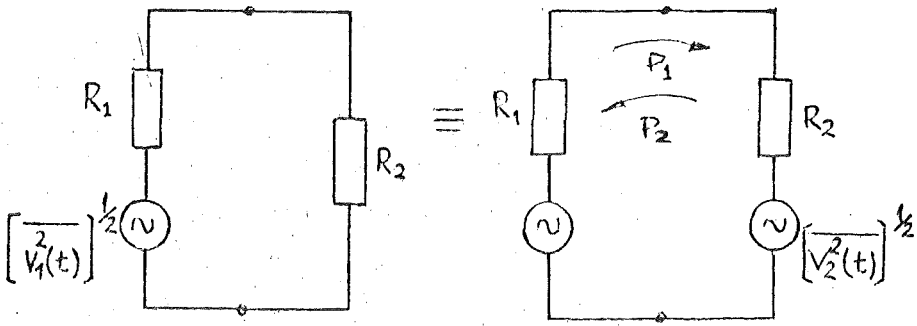
(b)



(c)

Na parte (c) da figura, temos o circuito equivalente de Norton, sendo um gerador de corrente em paralelo com a resistor R .

Consideremos o caso em que uma dessas fontes seja ligada a uma carga resistiva, portanto ruidosa. Esta carga resistiva deve ser representada por um resistor sem ruído e um gerador de ruído.



Quando os dois resistores estão à mesma temperatura o fluxo de potência total é zero, mas quando estão a temperatura diferentes, por exemplo, T_1 e T_2 , o fluxo de potência resultante é dado por.

$$P_1 - P_2 = \frac{4K R_1 R_2 B}{(R_1 + R_2)^2} (T_1 - T_2)$$

onde $P_1 = \frac{V_1^2(t)}{(R_1 + R_2)^2} R_2$

e $P_2 = \frac{V_2^2(t)}{(R_1 + R_2)^2} R_1$

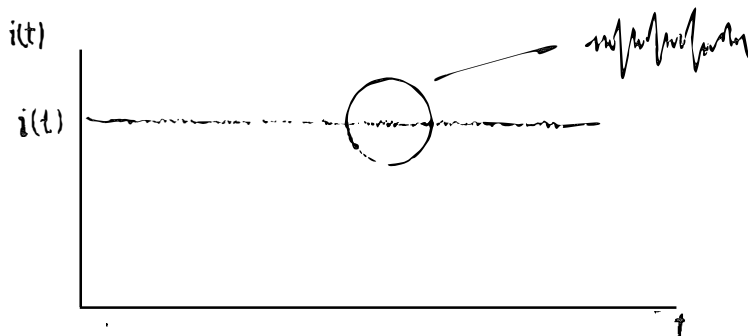
Quando $R_1 = R_2$, a transferência de potência de um lado para o outro é máxima, ou seja:

$$P_{1max} = KT_1 B$$

$$P_{2max} = KT_2 B$$

1.2 - Ruído de Disparo (Shot Noise)

O ruído shot é produzido em dispositivos ativos como válvulas a vácuo ou semicondutores. Em válvulas a vácuo este tipo de ruído é devido a emissão aleatória de elétrons do catodo. Em dispositivos semi-condutores, a sua causa está na difusão aleatória de portadores minoritários e na geração e recombinação aleatória dos pares eletrons-lacunas.



Variações aleatórias em torno de corrente média.

Para uma válvula diodo a vácuo, o valor RMS da corrente de ruído shot é dada por:

$$I_{sh} = \sqrt{2 e I_{DC} B}$$

(RMS)

onde $e =$ carga do elétron $= 1,6 \times 10^{-19} C$

$I_{DC} =$ corrente DC de placa

$B =$ largura de faixa

Para o diodo semiconductor a corrente de ruído shot é dada por:

$$I_{sh} = \sqrt{4 e I_0 B}$$

onde $I_0 =$ corrente reversa de saturação.

Para a válvula triodo o ruído shot é dado por:

$$I_{sh} = \sqrt{4K (\theta T_c) \frac{g_m B}{\sigma}}$$

(RMS)

onde: $\sigma = 0,88$

$\theta = 0,644$

$T_c =$ temperatura do catodo em Kelvin

$g_m =$ transcondutância

1.2.1 - Resistência Equivalente de ruído

Geralmente se define uma resistência equivalente de ruído (R_{eq}) na entrada, que precede o elemento considerado, sendo este elemento agora tomado como não ruidoso. O valor desse resistor é tal que a mesma potência de ruído é observada na saída do sistema.

O valor da resistência equivalente de ruído é fornecida juntamente com as características do elemento.

Para os diversos tipos de válvulas, a R_{eq} é dada por:

Válvula triodo, como amplificadora

A componente AC da corrente de placa da válvula é igual a $g_m \cdot e_g$ onde e_g é a tensão de grade (alternada).

Portanto, o valor RMS da corrente de ruído deve ser:

$$I_{sh} = g_m \cdot e_g$$

$$I_{sh}^2 = g_m^2 e_g^2$$

$$I_{sh}^2 = 4K (\theta T_c) \frac{g_m \cdot B}{\sigma}$$

$$I_{sh} = \sqrt{\frac{4K(\theta T_c) g_m B}{\sigma}}$$

Estamos interessados em substituir o ruído gerado pelo triodo por um resistor equivalente de ruído, portanto a tensão de grade será dada pela tensão de ruído do resistor equivalente.

$$e_g^2 = 4K \cdot TB \cdot R_{eq} \quad \longrightarrow \quad e_g^2 = \frac{I_{sh}^2}{g_m^2}$$

$$\frac{4K(\theta T_c) \frac{g_m}{\sigma} B}{g_m^2} = 4KTB R_{eq}$$

$$\frac{\theta T_c}{\sigma g_m} = T R_{eq}$$

Portanto

$$R_{eq} = \frac{\theta T_c}{T \sigma g_m}$$

Assumindo que o catodo esteja a 1000 k e $T_c = 290$ K
(Temperatura da sala), temos:

$$Req = \frac{0,644 \cdot 1000}{290} = 0,88 \text{ gm}$$

$$Req = \frac{2,5}{gm} \quad \text{Válvula triodo como amplificadora}$$

-Válvula triodo, como misturadora

$$Req = \frac{16}{gm}$$

-Válvula pentodo, como amplificadora

$$Req = \frac{I_p}{I_p + I_{ga}} \left(\begin{array}{cc} 2,5 & 20 I_{ga} \\ gm & gm \end{array} \right)$$

-Válvula pentodo, como misturadora

$$Req = \frac{I_p}{I_p + I_{ga}} \left[\begin{array}{cc} 16 & 20 I_{ga} \\ gm & (gm) \end{array} \right]$$

-Válvula misturadora multigrade

$$Req = 20 \frac{I_p (I_k - I_{ga})}{I_k (gm)^2 \cdot 4}$$

onde: I_p = corrente de placa (Dc) gm = transcondutância
 I_{ga} = corrente de grade auxiliar I_k = corrente de catodo

Para a tensão de ruído desenvolvida na válvula, calculamos como se a mesma fosse produzida por sua resistência equivalente

$$E_t = \sqrt{4KTB Req}$$

Exemplo:

Vamos calcular a tensão de ruído desenvolvida por uma válvula triodo, que em condições normais de trabalho apresenta uma transcondutância de 12mA/V. Sendo a largura de faixa envolvida igual a 4MHZ.

$$R_{eq} = \frac{2,5}{g_m} = \frac{2,5}{12 \cdot 10^{-3}} = 208 \Omega$$

$$E_t = \sqrt{4 K T B R_{eq}}$$

$$E_t = \sqrt{4 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} (273+20) \cdot 4 \cdot 10^6 \cdot 208}$$

$$E_t = 3,67 \mu V$$

A resistência equivalente de ruído é menor nos triodos que nos pentodos, sendo extremamente elevada nas válvulas de muitas grades, usadas geralmente nos estágios conversores.

Vejamos alguns exemplos:

			$g_m(\mu A/V)$	$R_{eq}(\Omega)$
12AT 7	-	Triodo	6600	380
6 BQ 7	-	"	6400	390
6 AV 6	-	Pentodo	5200	2660
6 BZ 6	-	"	6100	1460
6 AN 4	-	Triodo Misturador.....	2500	1600
6 AK 5	-	Pentodo Misturador.....	1280	7520
6 BA 7	-	Misturador Pentagrade..	950	61700

De maneira geral os valores típicos são:

	R_{eq}
Triodos	- 500 Ω
Pentodos	- 1500 Ω
Misturador	- 200K Ω

Para amplif. transistorizados da ordem de 200 Ω .

1.2.2. Ruído de Partição

Em uma válvula que possui mais do que um eletrodo positivo, a corrente de catodo se divide irregularmente entre esses elementos, isto é, um eletrodo em particular, poderá se dirigir à grade auxiliar (screen) ou à placa, embora a corrente média seja constante. Essa divisão ou participação de corrente de instante para instante causa uma flutuação aleatória na corrente de placa que é somada à corrente de ruído shot tornando o pentodo ou as válvulas multigrades consideravelmente mais ruidosas que o triodo.

1.3 Ruído nos misturadores

Os mesmos dispositivos, válvulas ou transistores são mais ruidosos quando utilizados como misturadores do que quando utilizados como amplificadores normais. Isto se deve pelos fatos seguintes:

A corrente de placa de um misturador é somente uma parcela da corrente total, de modo que o ruído de partição é grandemente aumentado.

A transcondutância de conversão de misturadores é muito menor do que a transcondutância de amplificadores.

A transcondutância de conversão é definida como:

$$g_c = \frac{\Delta i_p \text{ (Na frequência de FI)}}{\Delta e_g \text{ (Na frequência do sinal)}}$$

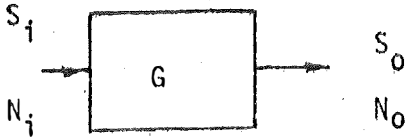
2. Figura de Ruído

Por definição é a razão entre a relação sinal-ruído na entrada, e a relação sinal-ruído na saída de um elemento, seja ele ativo ou passivo.

$$F = \frac{(S_i/N_i) \text{ entrada}}{(S_o/N_o) \text{ saída}} \quad \text{normalmente expressa em dB} \quad (2.1)$$

onde: S representa a potência de sinal e
 N representa a potência de ruído.

$$F = \frac{S_i N_o}{N_i S_o}$$



Se G é o ganho de potência do dispositivo temos: $S_o = GS_i$

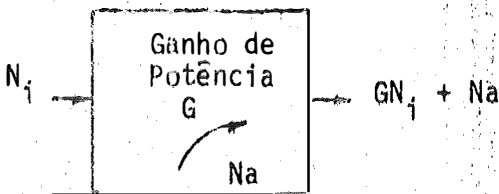
$$F = \frac{S_i N_o}{N_i GS_i} = \frac{N_o}{GN_i} \quad (2.2.)$$

Se o dispositivo não tivesse ruído, $N_o = GN_i$, a figura de ruído seria igual a 1. Esta situação não é fisicamente realizável e na prática

$N_o > GN_i$, isto é $F > 1$.

Vamos considerar como exemplo, um único estágio amplificador.

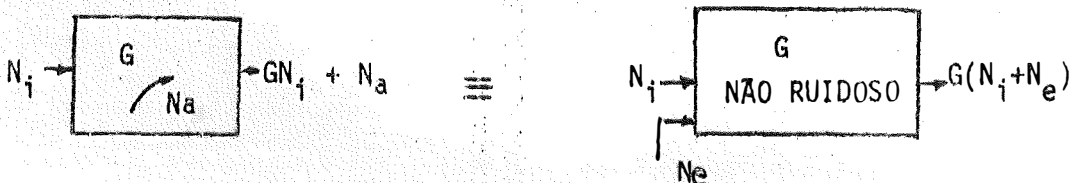
Todos os componentes contribuirão para que apareça na saída um ruído adicional.



N_a → Potência de ruído adicionada pelo amplificador.

Portanto, $F = \frac{GN_i + N_a}{GN_i} \quad (2.3)$

Para facilidade de análise, é conveniente supor que o ruído adicionado pelo amplificador (N_a), seja fornecido por uma fonte externa (N_e) e que o amplificador agora é não ruidoso.



$$F = \frac{GN_i + N_e}{G N_i} = \frac{G N_i + G N_e}{G N_i}$$

$$F = \frac{N_i + N_e}{N_i}$$

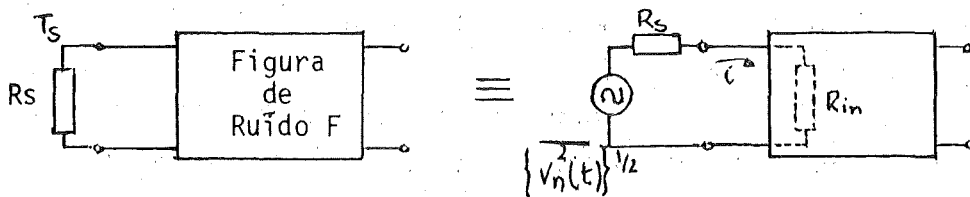
Depende do ruído na entrada (2.4)

Rearranjando, temos:

$$N_e = (F - 1) N_i \quad (2.5)$$

Notamos assim, que para um dado amplificador a potência de ruído efetiva na entrada (N_e) não somente é expressa em termos de figura de ruído F , mas também expressa em função do ruído da fonte que o precede.

Vamos supor o caso em que um resistor R_s é ligado aos terminais de entrada de um dispositivo com resistência de entrada R_{in}



A potência de ruído (N_{in}) nos terminais de entrada vale:

$$i = \frac{\{V_n^2(t)\}^{1/2}}{R_s + R_{in}} \quad N_{in} = \frac{V_n^2(t)}{(R_s + R_{in})^2} R_{in}$$

$$V_n^2(t) = 4KT_s R_s B \quad \text{onde } T_s \text{ é a temperatura em que se encontra } R_s$$

$$N_i = 4KT_s B \frac{R_s \cdot R_{in}}{(R_s + R_{in})^2} \quad (2.6)$$

$$N_i = 4KT_s B \times$$

$$\text{onde } X = \frac{R_s \cdot R_{in}}{(R_s + R_{in})^2}$$

Quando ocorre casamento de impedâncias, ou seja,

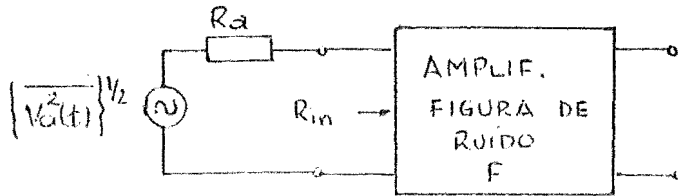
$$R_s = R_{in}$$

$$N_i = KT_s B \quad \text{e} \quad N_e = (F-1)KT_s B \quad (2.7)$$

O fluxo de potência da entrada do dispositivo para a fonte não foi considerado, uma vez que a potência de ruído devido a R_{in} é automaticamente incluída na fonte de ruído equivalente N_e .

Para um dado dispositivo, N_e é uma constante e portanto a figura de ruído fica dependente das condições de adaptação de impedância e da temperatura da fonte.

Vamos considerar o caso em que um amplificador é precedido por uma antena.



A antena pode ser representada como um gerador de ruído em série com sua resistência de irradiação

A resistência de irradiação é a resistência de uma carga capaz de absorver a mesma potência que aquela que a antena irradia.

A máxima potência de ruído fornecida pela antena é $\frac{V_a^2(t)}{4R}$

onde $R = R_a = R_{in}$

Se o ruído cósmico for semelhante ao ruído térmico, temos:

Sendo $\overline{V_a^2(t)} = 4KT_a R B$

a máxima potência de ruído vale: $Kt_a B$

Assim, pode-se dizer que a potência de ruído de uma antena é equivalente àquela de um resistor R_a à temperatura T_a que é conhecida como temperatura de ruído da antena.

Podemos assim, escrever:

$$T_a = \frac{N}{K B} \longrightarrow \text{Temperatura de ruído}$$

$[K] = J/K$ $[B] = 1/s$ $[N] = W$

Sendo N a máxima potência de ruído fornecida pela resistência (R_a) operando como fonte.

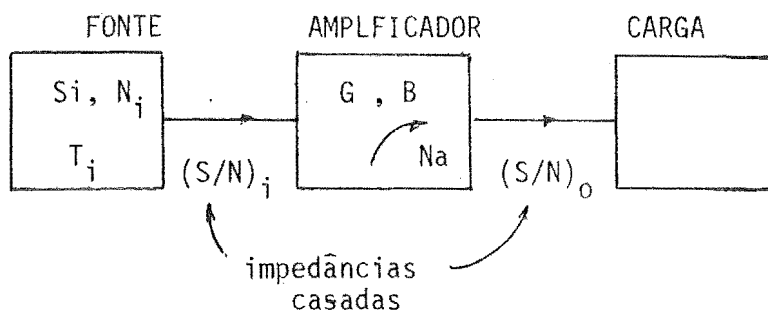
2.1 - Temperatura Equivalente de ruído

Um segundo método de definição de ruído de uma rede ou dispositivo se faz necessário devido às desvantagens apresentadas pela definição de figura de ruído.

Através da equação (2.4) verificamos que F é dependente do ruído presente na entrada (N_i). Na prática é comum se fazer a medida de F tendo o amplificador ou o dispositivo de interesse um resistor na entrada como fonte de ruído, estando este resistor a uma temperatura de 290K, isto é, $N_i = 290KB$. Isto deveria ser levado em conta sempre que F fosse utilizada.

A seguir vamos mostrar que temperatura equivalente de ruído tem a vantagem de ser independente da fonte de ruído.

Seja:



Para a fonte

S_i = potência de sinal

N_i = potência de ruído

T_i = temperatura equivalente de ruído

Para o Amplificador:

G = ganho de potência

B = largura de faixa

N_a = potência de ruído adicionado pelo amplificador.

Consideraremos aqui que as impedâncias de entrada e saída estejam casadas.

Potência de sinal na saída do amplificador:

$$S_o = GS_i$$

Potência de ruído na saída do amplificador:

$$N_o = GN_i + N_a$$

A relação sinal-ruído na saída vale:

$$\frac{S_o}{N_o} = \frac{G S_i}{GN_i + N_a} = \frac{S_i}{N_i + \frac{N_a}{G}}$$

Como as impedâncias estão casadas, a fonte transfere ao amplificador a máxima potência, ou seja, a potência de ruído na entrada do amplificador vale:

$$N_i = K T_i B$$

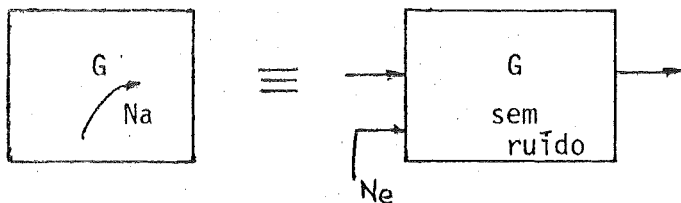
$$\frac{S_o}{N_o} = \frac{S_i/N_i}{1 + N_a/GN_i} = \frac{S_i/N_i}{1 + N_a/GKT_i B}$$

O termo N_a/GKB depende somente dos parâmetros do amplificador e tem dimensão de temperatura.

Portanto, vamos definir temperatura equivalente de ruído, como:

$$T_e = N_a/GKB$$

como $N_a = G N_e$



$$T_e = N_e/KB \rightarrow \underline{N_e = K T_e B} \tag{2.8}$$

Portanto,

$$\frac{S_o}{N_o} = \frac{S_i/N_i}{1 + \frac{T_e}{T_i}} \quad \frac{S_i/N_i}{S_o/N_o} = 1 + \frac{T_e}{T_i}$$

$$F = 1 + T_e/T_i \quad \text{ou} \quad \underline{T_e = (F - 1) T_i} \tag{2.9}$$

F , na equação 2.9 é a figura de ruído medida sob condições de casamento de impedâncias e com a fonte de ruído à temperatura T_i .

Por exemplo, quando $T_i = 290K$

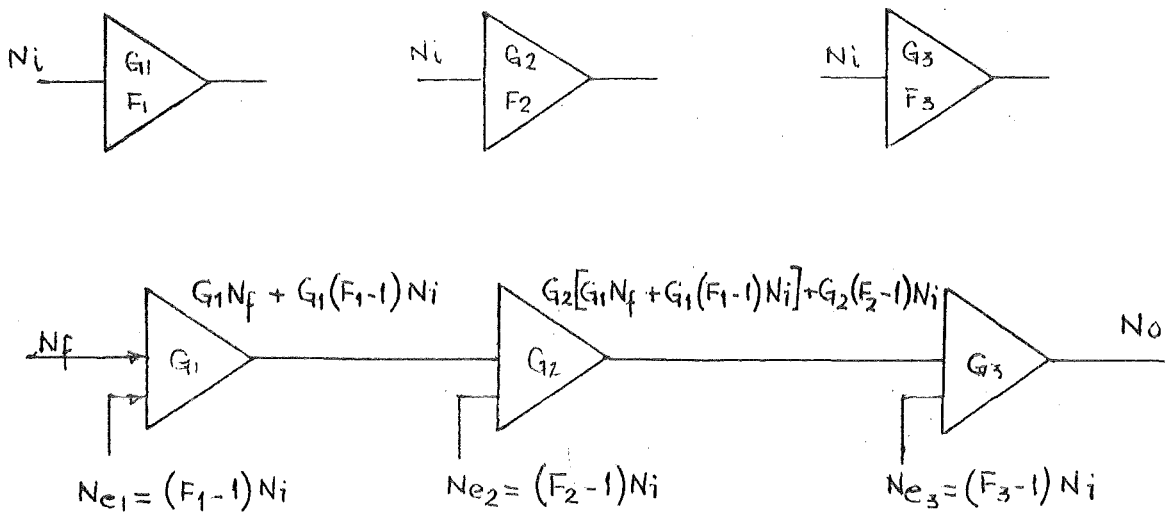
$$T_e = (F_{290} - 1) 290$$

2.2 - Figura de Ruído e Temperatura Equivalente de Ruído para uma associação em cascata.

Frequentemente é desejável estabelecer uma Figura de Ruído total ou uma Temperatura Equivalente para um sistema formado por vários estágios associados em cascata e definidos individualmente.

Suponhamos o caso de tres estágios, tendo ganhos de potência iguais a G_1 , G_2 e G_3 , respectivamente e figuras de ruídos F_1 , F_2 e F_3 todas medidas sob condições semelhantes de ruído na entrada, isto é, todos ligados a um resistor casando corretamente a entrada e a temperatura normal ambiente.

A associação em cascata é precedida por uma fonte de ruído N_f corretamente casada, que pode ser diferente de N_i



A potência de ruído na saída do sistema vale:

$$N_o = G_3 \left\{ G_2 \left[G_1 N_f + G_1 (F_1 - 1) N_i \right] + G_2 (F_2 - 1) N_i \right\} + G_3 (F_3 - 1) N_i$$

Substituindo na equação (2.2)

$$F = \frac{N_o}{G N_f} \quad \text{onde } G = G_1 G_2 G_3 \text{ é o ganho total.}$$

$$F_{\text{total}} = \frac{G_3 \left\{ G_2 \left[G_1 N_f + G_1 (F_1 - 1) N_i \right] + G_2 (F_2 - 1) N_i \right\} + G_3 (F_3 - 1) N_i}{G_1 G_2 G_3 N_f}$$

$$F_{total} = 1 + (F_1 - 1) \frac{N_i}{N_f} + \frac{(F_2 - 1)N_i}{G_1 N_f} + \frac{(F_3 - 1) N_i}{G_1 G_2 N_f} \quad (2.10)$$

Para o caso especial em que $N_f = N_i$

$$F_{total} = F_1 + \frac{(F_2 - 1)}{G_1} + \frac{F_3 - 1}{G_1 G_2}$$

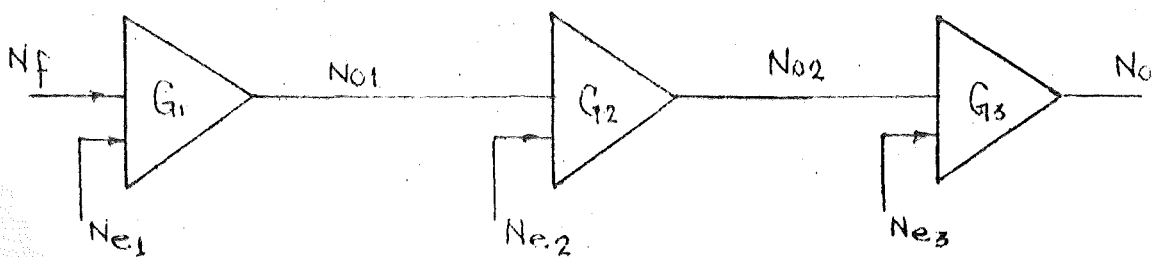


Neste caso as figuras de ruído dos 3 estágios foram medidas sob condições semelhantes à entrada da associação.

Verificamos assim, que quando o ganho do primeiro estágio é alto a figura do ruído é proxímadamente igual a F_1 .

Na prática o estágio de entrada de um receptor deve ser escolhido de forma a possuir alto ganho e baixa figura de ruído.

2.3 - Temperatura Equivalente de Ruído para a associação em cascata.



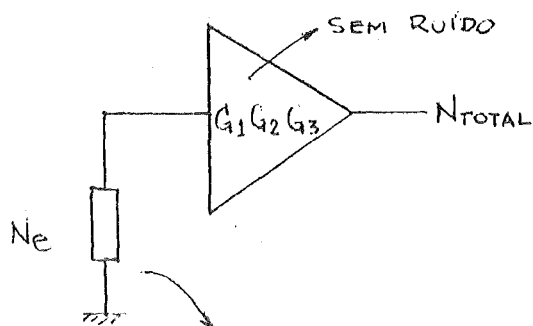
$$N_{01} = G_1 N_f + G_1 N_{e1}$$

$$N_{02} = G_2 \left[G_1 (N_f + N_{e1}) + N_{e2} \right]$$

$$N_{03} = G_3 \left\{ G_2 \left[G_1 (N_f + N_{e1}) + N_{e2} \right] + N_{e3} \right\}$$

$$N_{03} = N_{total} = G_1 G_2 G_3 N_f + G_1 G_2 G_3 N_{e1} + G_2 G_3 N_{e2} + G_3 N_{e3}$$

Se considerarmos:



inclui o ruído adicionado pelo sistema e o ruído externo.

$$N_{total} = N_e G_1 G_2 G_3$$

$$N_{total} = N_e G_1 G_2 G_3 = G_1 G_2 G_3 N_f + G_1 G_2 G_3 N_{e1} + G_2 G_3 N_{e2} + G_3 N_{e3}$$

$$N_e = N_f + N_{e1} + \frac{N_{e2}}{G_1} + \frac{N_{e3}}{G_1 G_2}$$

Sendo $N = KTB$

$$N_e = K T_e B$$

$$N_{e1} = K T_{e1} B$$

$$N_{e2} = K T_{e2} B$$

$$N_{e3} = K T_{e3} B$$

$$K T_e B = K T_f B + \frac{K T_{e1} B + K T_{e2} B}{G_1} + \frac{K T_{e3} B}{G_1 G_2}$$

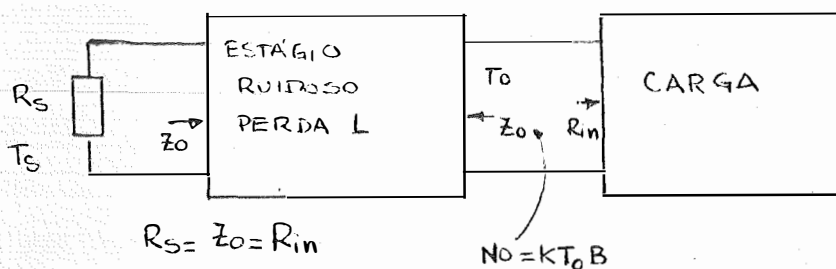
$$T_e = T_f + T_{e1} + \frac{T_{e2}}{G_1} + \frac{T_{e3}}{G_1 G_2}$$

2.4. Figura de Ruído para atenuadores

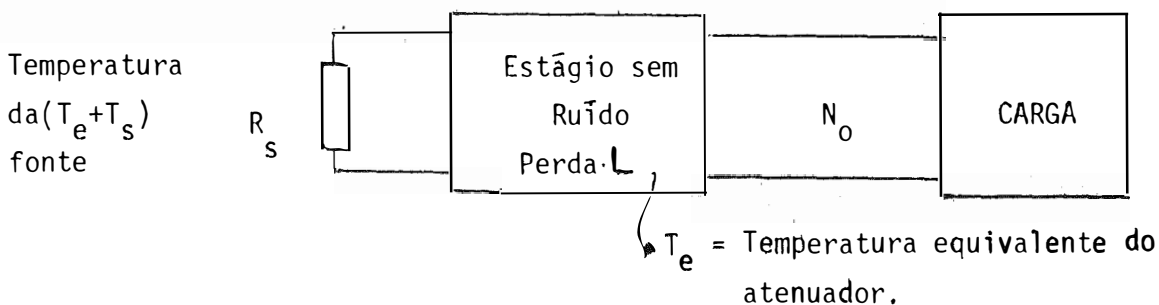
Atenuadores são circuitos que correspondem a ganhos menores do que 1. A atenuação ou perda é dada por:

$$L = 1/G$$

Suponhamos, um estágio com perdas, podendo ser um pedaço de cabo coaxial, guia de onda ou um atenuador resistivo, colocado entre a fonte e a carga. Vamos considerar que entrada e saída estão corretamente casadas.



O estágio atenuador pode ser substituído por um estágio sem ruído tendo na sua entrada uma fonte responsável pelo seu ruído e pelo ruído da fonte.



Assim $N_o = KG(T_e + T_s)B$

$$N_o = KT_o B$$

$$GK(T_e + T_s)B = KT_o B$$

$$G(T_e + T_s) = T_o$$

Se a entrada e saída estão à mesma temperatura, temos:

$$(T_s = T_o)$$

$$T_e = \frac{(1-G)T_s}{G}$$

$$T_e = \left(\frac{1}{G} - 1\right)T_s$$

$$1/G = L$$

$$T_e = (L-1)T_s$$

Comparando com a equação

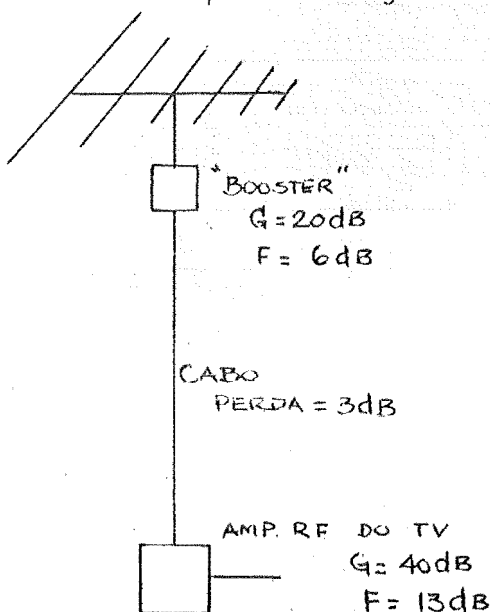
$$T_e = (F - 1)T_i$$

Concluimos que $L = F$

Assim para os atenuadores a figura de ruído é igual a sua perda.

1º Exemplo:

Um sistema de recepção de TV se apresenta ligado conforme a figura seguinte.



A antena se encontra a uma temperatura igual a 290K (a mesma temperatura em que as Figuras de ruído foram medidas)

O "Booster" apresenta ganho de 20dB e figura de ruído igual a 6dB .

O cabo que interliga o booster ao amplificador possui uma atenuação de 3dB .

O amplificador de RF tem ganho igual a 40dB e $F=13\text{dB}$.

Determinar a figura de ruído total do sistema.

$$F_{\text{total}} = 1 + (F_1 - 1) \frac{N_i}{N_f} + \frac{(F_2 - 1) N_i}{G_1 N_f} + \frac{(F_3 - 1) N_i}{G_1 G_2 N_f} + \dots$$

como $N_i = N_f$

$$F_{\text{total}} = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1} + \frac{F_3 - 1}{G_1 G_2}$$

$$F_1 = 6 \text{ dB ou } F_1 = 4$$

$$G_1 = 20 \text{ dB ou } G_1 = 100$$

$F_2 = L$ (no atenuador a figura de ruído é igual a perda)

$$L = 3 \text{ dB} \quad L = 2 \quad \text{ou } F_2 = 2$$

$$G_2 = -3 \text{ dB} \quad G_2 = 1/2$$

$$F_3 = 13 \text{ dB} \quad F_3 = 20$$

$$F_{\text{total}} = 4 + \frac{2 - 1}{100} + \frac{20 - 1}{100 - 1/2}$$

$$F_{\text{total}} = 4,39 \quad F_{\text{total}} = 6,4 \text{ dB.}$$

Vemos assim, que o ruído total é quase totalmente provocado pelo primeiro estágio.

Vamos considerar o mesmo sistema sem o "booster"

$$F_{\text{total}} = F_2 + \frac{F_3 - 1}{G_2}$$

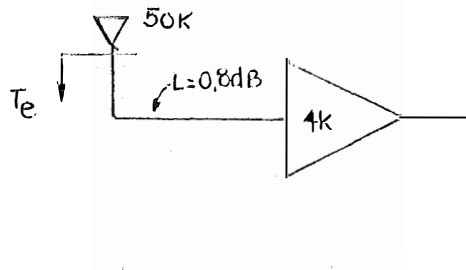
$$F_{\text{total}} = 2 + \frac{20 - 1}{1/2} = 40 \quad \text{ou } 61 \text{ dB}$$

Desta forma temos na saída do Sistema quase 10 vezes mais ruído.

2º Exemplo:

Uma antena com temperatura de ruído de 50 K é ligada por meio de um guia de onda com perda de $0,8\text{ dB}$ a um amplificador. A temperatura efetiva de ruído do amplificador é 40 K .

Calcular a temperatura de ruído total na entrada do guia de onda.



$$L = 0,8\text{ dB} \rightarrow 1,202$$

$$G = 1/L = 0,832$$

$$T_e = T_{e1} + \frac{T_{e2}}{G_1}$$

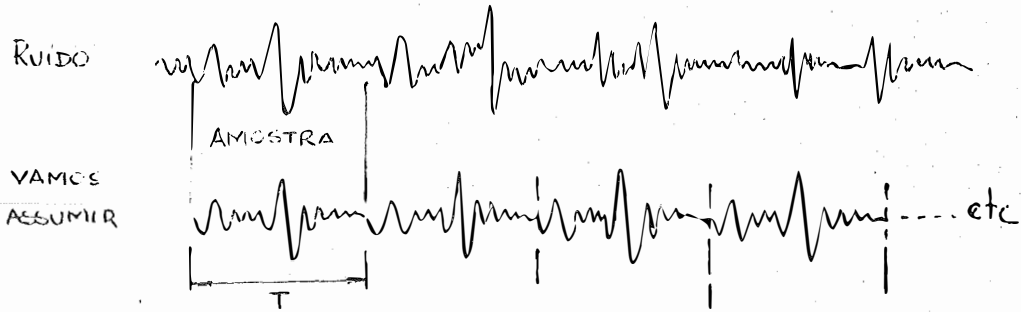
$$T_{e1} = (F_1 - 1)290 = (1,202 - 1) \cdot 290 = 58,58\text{ K}$$

$$T_e = 58,58 + 40/0,832 = 63,388$$

$$T_{\text{total}} = T_a + T_e = 50 + 63,388 = 113,388\text{ K}$$

3. Representação matemática do ruído.

Embora o ruído elétrico seja completamente aleatório, podemos representá-lo por um modo pseudo-determinístico, considerando um sinal de ruído típico em um intervalo de tempo limitado e assumindo que o sinal seja periódico, e daí aplicar a análise de Fourier.



$$\text{Assim: } V_n(t) = \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos w_k t + b_k \sen w_k t)$$

$$\text{onde: } W_k = kW_0 \quad \text{e } W_0 = \frac{2\pi}{T}$$

De outra forma:

$$V_n(t) = \sum_{k=1}^{\infty} C_k \cos(W_k T + \theta_k)$$

$$\text{onde } C_k^2 = a_k^2 + b_k^2 \quad \text{e } \theta_k = -\text{tg}^{-1} \frac{b_k}{a_k}$$

Em sistemas de comunicação devido a utilização de filtros devemos tratar os sinais de ruído como sendo de faixa limitada.

Suponhamos que estamos tratando com sinais de ruído que atravessam um filtro que tem frequência central de passagem igual a w_c .

Desta forma podemos transformar a expressão da tensão de ruído numa forma mais conveniente, conforme segue:

$$V_n(t) = \sum_{k=1}^{\infty} C_k \cos \left[(w_k - w_c)t + \theta_k + w_c t \right]$$

$$= \sum_{k=1}^{\infty} C_k \left\{ \cos \left[(w_k - w_c)t + \theta_k \right] \cos w_c t - \sen \left[(w_k - w_c)t + \theta_k \right] \sen w_c t \right\}$$

$$V(t) = x(t) \cos w_c t + y(t) \sen w_c t \quad (3.1)$$

onde $x(t)$ e $y(t)$ são definidas conforme as expressões acima,

Essa expressão mostra que o sinal de ruído aleatório pode ser considerado como uma frequência w_c consistindo de duas componentes em quadratura, moduladas pelas funções $x(t)$ e $y(t)$ que variam aleatoriamente e são formadas por um grande número de senoides e portanto tem uma distribuição Gaussiana.

Rescrevendo a equação (3.1) na forma polar teremos:

$$V_n(t) = r(t) \cos \left[w_c t + \phi(t) \right] \quad (3.2)$$

onde

$$r^2(t) = x^2(t) + y^2(t) \quad \begin{array}{l} x(t) = r(t) \cos \phi \\ y(t) = r(t) \sin \phi \end{array}$$

e

$$\phi(t) = \text{tg}^{-1} \frac{y(t)}{x(t)}$$

Desta forma o ruído fica representado por uma portadora de frequência w_c cujas amplitudes $r(t)$ e fase $\phi(t)$ variam aleatoriamente.

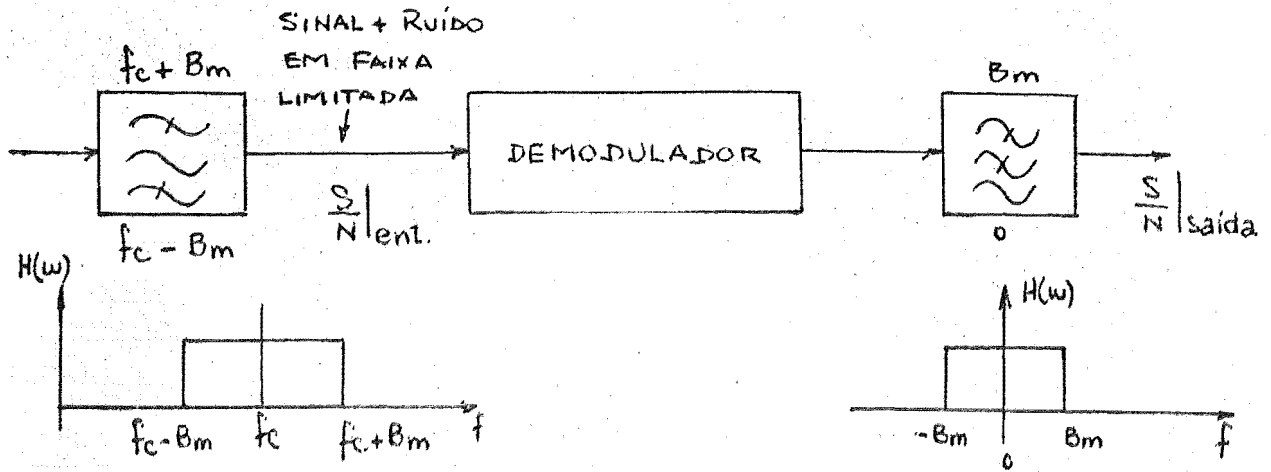
3.1 - Demodulação de sinais analógicos na presença de ruído com faixa limitada.

Questões a serem respondidas neste capítulo:

- Como o processo de demodulação afeta a relação sinal-ruído?
- Há alguma vantagem na utilização da detecção coerente em lugar da detecção não coerente na recepção em AM?
- Como AM se compara à FM?

3.1.1- Detecção não coerente de sinais AM com portadora presente.

Em um receptor a contribuição do ruído será limitada pela banda passante da mesma forma que o sinal. Se o sinal é centrado na frequência f_c e limitado em frequência até B_m , então o ruído que entra para o receptor estará na faixa $f_c - B_m$ a $f_c + B_m$ (considerando AMDSB)



3.1.2. Detecção de envoltória

Sinal na entrada do detetor na presença de ruído:

$$e_{ent}(t) = \underbrace{[E_c + m(t)]}_{\text{sinal}} \cos \omega_c t + \underbrace{r(t)}_{\text{ruído}} \cos [\omega_c t + \phi(t)] \quad (3.3)$$

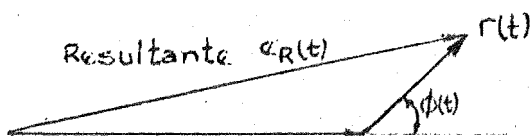


diagrama fasorial do sinal AM mais ruído.

A envoltória do sinal mais o ruído pode ser escrita como :

$$e_R(t) = \left(\left\{ [E_c + m(t)] + r(t) \cos \phi(t) \right\}^2 + \left\{ r(t) \sin \phi(t) \right\}^2 \right)^{1/2}$$

$$e_R(t) = \left\{ [E_c + m(t)]^2 + 2r(t) [E_c + m(t)] \cos \phi(t) + r^2(t) \right\}^{1/2} \quad (3.4)$$

Podemos considerar duas condições extremas de relação sinal-ruído.

1) Quando s/N é alta, isto é, $[E_c + m(t)] \gg r(t)$

$$e_R(t) = [E_c + m(t)] \left\{ 1 + \frac{2r(t) \cos \phi(t)}{E_c + m(t)} + \frac{r^2(t)}{[E_c + m(t)]^2} \right\}^{1/2}$$

$$e_R(t) = [E_c + m(t)] \left\{ 1 + \frac{2r(t) \cos \phi(t)}{E_c + m(t)} \right\}^{1/2} \quad (3.5)$$

Aplicando $\sqrt{1+x} \approx 1 + x/2$ para $x \ll 1$

$$e_R(t) \approx [E_c + m(t)] \left\{ 1 + \frac{r(t) \cos \phi(t)}{E_c + m(t)} \right\}$$

$$e_R(t) \approx \underbrace{[E_c + m(t)]}_{\text{signal}} + \underbrace{r(t) \cos \phi(t)}_{\text{ruído}} \quad (3.5)$$

Nesta situação o sinal e o ruído se combinam aditivamente.

2) Quando S/N é baixa, isto: $[E_c + m(t)] \ll r(t)$

$$e_R(t) = r(t) \left\{ 1 + \frac{2 [E_c + m(t)] \cos \phi(t)}{r(t)} + \frac{[E_c + m(t)]^2}{r^2(t)} \right\}^{1/2}$$

$$e_R(t) = r(t) \left\{ 1 + \frac{2 [E_c + m(t)] \cos \phi(t)}{r(t)} \right\}^{1/2} \quad (3.7)$$

$$e_R(t) \approx r(t) \left\{ 1 + \frac{[E_c + m(t)] \cos \phi(t)}{r(t)} \right\}$$

$$e_R(t) \approx \underbrace{r(t)}_{\text{ruído}} + \underbrace{E_c \cos \phi(t)}_{\text{ruído}} + \underbrace{m(t) \cos \phi(t)}_{\text{signal x ruído}} \quad (3.8)$$

Nesta situação, sinal e ruído se combinam multiplicativamente.

A transição entre combinação aditiva e multiplicativa do sinal e ruído na saída do detetor é chamada de nível de limiar (THRESHOLD LEVEL).

Nós desejamos determinar uma expressão relacionando a relação sinal-ruído da saída com a relação sinal-ruído da entrada.

Se a S/N na entrada é baixa, então o sinal e o ruído se misturam de uma maneira tão complexa que torna impraticável a determinação da S/N na saída. Portanto, uma degradação considerável do sinal ocorrerá.

No caso de S/N na entrada, alta, teremos:

$$S/N \Big|_{\text{ent.}} = \frac{\left[\frac{E_c^2 + \overline{m^2(t)}}{2} \right]}{\frac{\overline{r^2(t)}}{2}} = \frac{E_c^2 + \overline{m^2(t)}}{\overline{r^2(t)}} \quad (3.9)$$

Na saída do demodulador da equação (3.6), teremos:

$$S/N \Big|_{\substack{\text{saída} \\ \text{det. env.}}} = \frac{E_c^2 + \overline{m^2(t)}}{\overline{r^2(t)}/2} = \frac{2[E_c^2 + \overline{m^2(t)}]}{\overline{R^2(t)}} \quad (3.10)$$

Relacionando as equações (3.9) e (3.10), teremos:

$$S/N \Big|_{\substack{\text{saída} \\ \text{det. env.}}} = 2 S/N \Big|_{\text{ent}} \quad (3.11)$$

Isto aparenta que a demodulação produz uma melhoria de 3dB na relação sinal ruído. Na equação (3.10) o termo E_c^2 foi incluído, e este termo representa uma componente dc. que é o nível da portadora sem modulação retificado, e portanto, não deve ser considerado como um sinal de informação.

Uma relação S/N mais realista para a saída deveria conter somente termos devidos às variações do sinal (informação), isto é,

$$S/N \Big|_{\text{saída}} = \frac{\overline{m^2(t)}}{\overline{r^2(t)}/2} \quad (3.12)$$

Combinando as equações (3.9) e (3.12), teremos:

$$S/N \Big|_{\substack{\text{saída} \\ \text{det. env.}}} = \frac{\overline{m^2(t)}}{\left[E_c^2 + \overline{m^2(t)} \right] / 2} \cdot S/N \Big|_{\text{ent.}} \quad (3.13)$$

Assim é necessário conhecer o sinal modulante para se conhecer a relação sinal-ruído na saída.

Exemplo: seja $m(t) = E_m \cos \omega_m t$

Então $\overline{m^2(t)} = E_m^2/2$ e da equação (3.13),

Obtemos:

$$S/N \Big|_{\text{saída}}^{\text{det. env.}} = \frac{E_m^2/2}{[E_c^2 + E_m^2/2]/2} \cdot S/N \Big|_{\text{ent.}}$$

$$S/N \Big|_{\text{saída}} = \frac{\left(\frac{E_m}{E_c}\right)^2}{1 + 1/2(E_m/E_c)^2} \cdot S/N \Big|_{\text{ent}} \quad ; \quad \frac{E_m}{E_c} = m$$

$$S/N \Big|_{\text{saída}} = \frac{m^2}{1+m^2/2} S/N \Big|_{\text{ent}} \quad (3.14)$$

onde m é o índice de modulação.

Quando $m = 1$

$$S/N \Big|_{\text{saída}} = \frac{1}{1 + 1/2} \cdot S/N \Big|_{\text{ent}}$$

$$S/N \Big|_{\text{saída}} = \frac{2}{3} S/N \Big|_{\text{ent}}$$

ou seja a $S/N \Big|_{\text{saída}}$ é 1,76 dB menor que a $S/N \Big|_{\text{ent.}}$

Exemplo:

Consideremos $m(t)$ como sendo um sinal de voz, isto é, um sinal não determinístico.

Os testes com sinal de voz mostram que: a probabilidade da amplitude exceder 4 vezes o valor RMS é muito pequena, isto é,

$$P \left[m(t) > 4 \left\{ \overline{m^2(t)} \right\}^{1/2} \right] \cong 3 \cdot 10^{-4}$$

A faixa dinâmica para uma determinada pessoa é portanto, de

$$-4 \left\{ \overline{m^2(t)} \right\}^{1/2} \text{ a } + 4 \left\{ \overline{m^2(t)} \right\}^{1/2}$$

assumindo que $m(t) = 0$

Para evitar sobremodulação o valor de pico de $m(t)$ não deve exceder a amplitude da portadora, isto é:

$$E_c = 4 \left\{ \overline{m^2(t)} \right\}^{1/2}$$

$$\overline{m^2(t)} = \frac{E_c^2}{16}$$

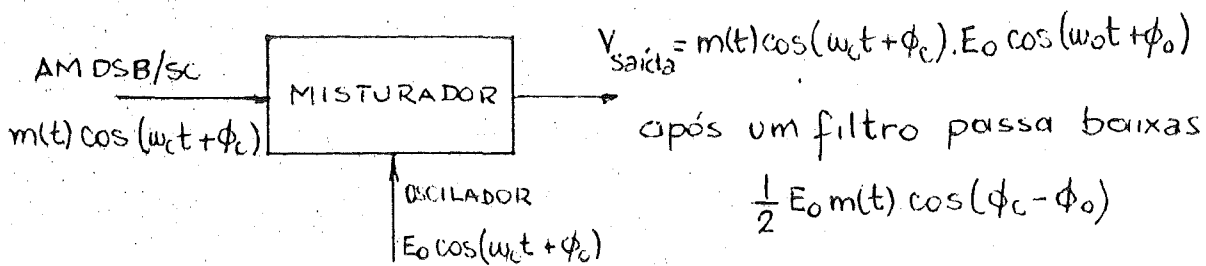
Substituindo este valor na eq.(3.13) teremos:

$$\left. \frac{S}{N} \right|_{\text{saída}} = \frac{2}{17} \left. \frac{S}{N} \right|_{\text{ent}}$$

det.env.

Isto significa que há uma redução de aproximadamente 9dB na relação sinal ruído, devido a demodulação. Na prática uma degradação dessa ordem, somente pode ser tolerada em um sistema tendo uma relação S/N muito alta, ou seja, 40dB ou mais.

3.1.3 Deteção Coerente de sinais AMDSB /SC



O oscilador local deverá ter frequência e fase coerentes.

Quando na entrada além do sinal tivermos também ruído de faixa estreita, a saída do demodulador será:

$$V_{\text{saída dem}} = \left\{ m(t) \cos(\omega_c t + \phi_c) + r(t) \cos[\omega_c t + \phi(t)] \right\} E_0 \cos(\omega_c t + \phi_0) \quad (3.15).$$

$$V_{\text{saída dem}} = \frac{m(t) E_0}{2} \cos(2\omega_c t + \phi_c + \phi_0) + \frac{m(t) E_0}{2} \cos(\phi_c - \phi_0) +$$

$$+ \frac{r(t) E_0}{2} \cos[2\omega_c t + \phi(t) + \phi_0] + \frac{r(t) E_0}{2} \cos[\phi(t) - \phi_0]$$

Na saída do filtro passa baixas, teremos:

$$\frac{m(t) E_0}{2} \cos(\phi_c - \phi_0) \rightarrow \text{sinal (banda básica)}$$

$$\frac{r(t)E_0}{2} \cos[\phi(t) - \phi_0] \rightarrow \text{ruído}$$

Potência média de ruído na saída

$$\overline{\cos^2[\phi(t) - \phi_0]} = \frac{1}{2} \quad \text{Todos os valores de } \phi \text{ são igualmente prováveis.}$$

$$N_{\text{saída}} = \frac{E_0^2}{4} \overline{r^2(t)} \cdot \frac{1}{2} = \frac{E_0^2 \overline{r^2(t)}}{8}$$

Potência média do sinal na saída do demodulador.

$$\overline{m^2(t)} \cdot \frac{E_0^2}{4} \cos^2(\phi_c - \phi_0)$$

Portanto:

$$S/N \Big|_{\substack{\text{saída} \\ \text{detetor} \\ \text{coerente}}} = \frac{\overline{m^2(t)} E_0^2 \cos^2(\phi_c - \phi_0) / 4}{\frac{E_0^2 \overline{r^2(t)}}{8}} = \frac{2 \overline{m^2(t)} \cos^2(\phi_c - \phi_0)}{\overline{r^2(t)}} \quad (3.16)$$

A relação sinal-ruído na entrada para AM DSB/SC vale:

$$S/N \Big|_{\substack{\text{ent.} \\ \text{AM DSB/SC}}} = \frac{\overline{m^2(t)}/2}{\overline{r^2(t)}/2} = \frac{\overline{m^2(t)}}{\overline{r^2(t)}} \quad (3.17)$$

Portanto:

$$S/N \Big|_{\substack{\text{saída} \\ \text{det. corrente}}} = 2 \cos^2(\phi_c - \phi_0) S/N \Big|_{\substack{\text{ent.} \\ \text{DSB/SC}}} \quad (3.18)$$

quando $\phi_c = \phi_0$, $S/N \Big|_{\text{saída}} = 2 S/N \Big|_{\text{ent.}}$

É possível uma melhoria na s/N de 3dB quando houver coerência de fase e frequência.

É importante notar que neste caso não há efeito de limiar e essa melhoria é possível até mesmo para S/N baixas.

3.1.4. Deteção Coerente de sinais SSB

Um sinal SSB pode ser representado como:

$$v(t) = \frac{E_m E_c}{2} \cos(\omega_c + \omega_m)t \quad \longrightarrow \text{Comp. lateral superior} \\ \text{quando } m(t) = E_m \cos \omega_m t$$

Ou de uma forma mais geral, usando transformada de Hilbert $H[m(t)]$

$$v(t) \Big|_{\text{SSB}} = m(t) \cos \omega_c t - H[m(t)] \sin \omega_c t \quad (3.19)$$

onde $H[m(t)]$ é simplesmente $m(t)$ com um deslocamento de fase constante de 90° sobre toda a banda básica.

Supondo $m(t) = E_m \cos \omega_m t$ e $E_c = 1$ então:

$$v(t) \Big|_{\text{SSB}} = E_m \cos \omega_m t \cos \omega_c t - E_m \sin \omega_m t \sin \omega_c t$$

$$v(t) \Big|_{\text{SSB}} = \frac{E_m}{2} \cos(\omega_c + \omega_m)t + \frac{E_m}{2} \cos(\omega_c - \omega_m)t - \\ \frac{E_m}{2} \cos(\omega_c - \omega_m)t + \frac{E_m}{2} \cos(\omega_c + \omega_m)t$$

$$v(t) \Big|_{\text{SSB}} = E_m \cos(\omega_c + \omega_m)t$$

Um sinal SSB na presença de uma faixa limitada de ruído pode ser representado conforme segue, para a saída de um detetor de produto.

$$\{m(t) \cos \omega_c t - H[m(t)] \sin \omega_c t + r(t) \cos[\omega_c t + \phi(t)]\} E_o \cos(\omega_c t + \theta)$$

onde θ é a diferença de fase entre a portadora e o oscilador local.

Na saída do filtro passa baixa, teremos:

$$\underbrace{\frac{1}{2} m(t) E_o \cos \theta}_{\text{banda básica}} + \underbrace{\frac{1}{2} H[m(t)] E_o \sin \theta}_{\text{distorção devido ao deslocamento de fase}} + \frac{r(t) E_o \cos[\phi(t) - \theta]}{2} \quad (3.20)$$

Com fase coerente a saída é: $\frac{1}{2} m(t) E_o$

Quando a fase não é coerente a distorção é tolerável para canais de voz, mas não para canais de TV.
Potência de sinal na saída.

$$\frac{\overline{m^2(t)E_0^2}}{4}$$

Potência de ruído na saída

$$\frac{\overline{r^2(t)E_0^2}}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\overline{r^2(t)E_0^2}}{8}$$

Portanto:

$$S/N \Big|_{\substack{\text{saída} \\ \text{det. SSB} \\ \text{coerente}}} = \frac{\frac{\overline{m^2(t)E_0^2}}{4}}{\frac{\overline{r^2(t)E_0^2}}{8}} = \frac{2\overline{m^2(t)}}{\overline{r^2(t)}} \quad (3.21)$$

Na entrada,

$$S/N \Big|_{\text{SSB ent.}} = \frac{\overline{m^2(t)/2} + \overline{m^2(t)/2}}{\overline{r^2(t)/2}} = \frac{2\overline{m^2(t)}}{\overline{r^2(t)}} \quad (3.22)$$

Portanto:

$$S/N \Big|_{\substack{\text{saída} \\ \text{det. coerente}}} = S/N \Big|_{\text{SSB ent.}} \quad (3.23)$$

Isto é, não há nenhuma mudança na relação sinal-ruído, como também não há efeito de limiar.

Devemos lembrar que um sinal em SSB requer metade da faixa de um sinal correspondente em DSB/SC.

Portanto, se a mesma potência de sinal é disponível para ambos os sistemas, então:

$$S/N \Big|_{\text{SSB ent.}} = 2 S/N \Big|_{\text{DSB/SC ent.}}$$

Vimos que:

$$S/N \Big|_{\substack{\text{saída} \\ \text{det. coerente} \\ \text{DSB/SC}}} = 2 S/N \Big|_{\substack{\text{ent} \\ \text{DSB/SC}}} \quad \text{para fase coerente} \\ (\phi_c = \phi_o)$$

como:

$$S/N \Big|_{\substack{\text{saída} \\ \text{det. coerente} \\ \text{SSB}}} = S/N \Big|_{\substack{\text{ent} \\ \text{SSB}}}$$

Concluimos que:

$$S/N \Big|_{\substack{\text{saída} \\ \text{det. coerente} \\ \text{SSB}}} = S/N \Big|_{\substack{\text{saída} \\ \text{det. coerente} \\ \text{DSB/SC}}} \quad (3.24)$$

A transmissão em SSB é preferida quando a coerência de fase não é tão importante uma vez que metade da largura de faixa é necessária.

3.1.5 - Relação Sinal-ruído para sinais FM

A relação sinal-ruído na saída do demodulador de um sistema FM é dada por:

$$\left. \frac{S}{N} \right|_{\text{saída FM}} = 3 \frac{k_f^2 \overline{m^2(t)}}{B_m^2} \frac{B_{FI}}{B_m} \left. \frac{S}{N} \right|_{\text{ent FM}} \quad (3.25)$$

onde $B_m \rightarrow$ faixa do sinal modulante para um sinal modulante senoidal

$$m(t) = E_m \cos \omega_m t$$

$$\Delta f = k_f E_m \quad ; \quad k_f = \frac{\Delta f}{E_m}$$

$$k_f^2 \overline{m^2(t)} = \left(\frac{\Delta f}{E_m} \right)^2 \frac{E_m^2}{2} = \frac{\Delta f^2}{2}$$

$$\left. \frac{S}{N} \right|_{\text{saída FM}} = 3 \frac{\Delta f^2 / 2}{B_m^2} \frac{B_{FI}}{B_m} \left. \frac{S}{N} \right|_{\text{ent FM}}$$

$$\left. \frac{S}{N} \right|_{\text{saída FM}} = 3 \left[\frac{\Delta f}{B_m} \right]^2 \frac{B_{FI}}{2 B_m} \left. \frac{S}{N} \right|_{\text{ent FM}} \quad (3.26)$$

A saída do demodulador de um sistema FM, pode ser comparada com o correspondente AM, através da expressão:

$$\left. \frac{S}{N} \right|_{\text{saída FM}} \cong 6 \left[\frac{k_f^2 \overline{m^2(t)}}{B_m^2} \right] \frac{[E_{cAM}^2 + \overline{m^2(t)}] / 2}{\overline{m^2(t)}} \left. \frac{S}{N} \right|_{\text{saída det. envoltória}} \quad (3.27)$$

Para modulação por um único tom, temos:

$$\left. \frac{S}{N} \right|_{\text{saída FM}} \cong 3 \left[\frac{\Delta f}{B_m} \right]^2 \left(\frac{2 + m^2}{2 m^2} \right) \left. \frac{S}{N} \right|_{\text{saída det. envoltória}} \quad (3.28)$$

Exemplo:

Consideremos um canal de som de alta qualidade ocupando uma faixa de $B_m = 15$ KHz sendo transmitido em AM e FM para comparação.

Seja $\Delta f = \pm 75$ KHz para FM

Inicialmente vamos considerar para AM um único tom com $m = 100\%$.

$$\left. \frac{S}{N} \right|_{\text{saída FM}} \cong 3 \left[\frac{75}{15} \right]^2 \frac{2+1}{2} \frac{S}{N} \Big|_{\text{saída AM}}$$

$$\left. \frac{S}{N} \right|_{\text{saída FM}} \cong 112,5 \frac{S}{N} \Big|_{\text{saída AM}}$$

Isso indica uma melhoria de aproximadamente de 20dB sobre um sistema AM usando detetor de envoltória.

Considerando, agora como sinal modulante, sinal de voz.

$$\text{Já vimos que para AM, } \overline{m^2(t)} = \frac{E_{CAM}^2}{16}$$

Se considerarmos a mesma coisa para FM teremos:

$$k_f^2 \overline{m^2(t)} = k_f^2 \left[\frac{E_{m \text{ pico}}}{4} \right]^2 = \frac{(\Delta f)^2}{16} \quad \text{pois } k_f E_m = \Delta f$$

Na equação (3.27),

$$\left. \frac{S}{N} \right|_{\text{saída FM}} \cong \frac{6}{16} \left[\frac{75}{15} \right]^2 \frac{[E_{CAM}^2 + E_{CAM}^2/16]/2}{E_{CAM}^2/16} \frac{S}{N} \Big|_{\text{saída AM}}$$

$$\left. \frac{S}{N} \right|_{\text{saída FM}} \cong \frac{6}{16} \left[\frac{75}{15} \right]^2 \frac{[1 + 1/16]/2}{1/16} \frac{S}{N} \Big|_{\text{saída AM}}$$

$$\left. \frac{S}{N} \right|_{\text{saída FM}} \cong 79,687 \frac{S}{N} \Big|_{\text{saída AM}}$$

Isto é, há uma melhoria de 19 dB.

4- Níveis de Limiar

4.1- AM - com detecção não coerente.

Não há uma transição óbvia ou distinta entre os processos aditivos e multiplicativo, mas tem sido tomada como base, que o sinal é dominante quando sua amplitude de pico excede em 4 vezes o valor R.M.S. da amplitude de ruído.

Desta forma o limiar para a detecção não coerente de um sinal AM é da ordem de:

$$S/N \Big|_{\substack{\text{LIMIAR} \\ \text{AM}}} \cong 8 \longrightarrow 9 \text{ dB}$$

4.2 - AM com detecção coerente

Neste caso não há limiar

4.3 - Limiar para FM.

Há dois níveis de limiar, ambos definidos como resultados de testes subjetivos.

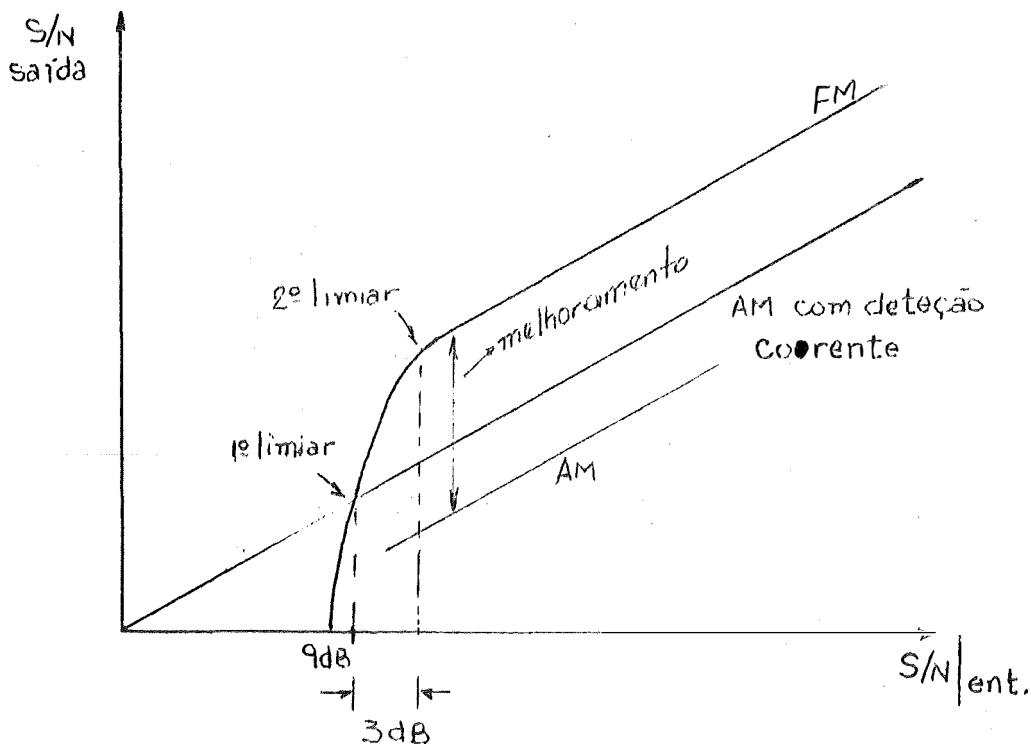
- O primeiro limiar é definido quando a relação sinal ruído na saída do sistema FM se iguala à relação sinal ruído na saída de um sistema AM usando detecção coerente, sendo que os dois sistemas transmitem a mesma informação.

Isto ocorre quando a amplitude de pico do sinal fica igual a 4 vezes o valor R.M.S. da amplitude ruído.

Portanto:

$$S/N \Big|_{\substack{\text{FM} \\ \text{LIMIAR}}} \cong 8 \longrightarrow 9 \text{ dB}$$

O segundo limiar é definido pela relação sinal-ruído que dá uma determinada melhoria do sistema FM sobre um sistema AM correspondente. Na prática isso é de 2 a 3 dB acima do 1º limiar



Exemplo: Um sistema em FM tem um desvio de $\Delta f = 3,6$ KHz e a largura de faixa igual a 12,5 KHz. Considerando sinal modulante um tom de 3KHz, determinar as relações entre sinal e ruído na entrada e saída e também compará-lo a um sistema AM com índice de modulação igual a 100%.

Da eq.2.26, temos:

$$\left. \frac{S}{N} \right|_{\text{saída FM}} = 3 \left[\frac{\Delta f}{B_m} \right]^2 \frac{B_{FI}}{2 B_m} \left. \frac{S}{N} \right|_{\text{ent. FM}}$$

$$\left. \frac{S}{N} \right|_{\text{saída FM}} = 3 \left[\frac{3,6}{3} \right]^2 \frac{12,5}{2,3} \left. \frac{S}{N} \right|_{\text{ent. FM}}$$

$$\left. \frac{S}{N} \right|_{\text{saída FM}} = 9 \left. \frac{S}{N} \right|_{\text{ent. FM}} \rightarrow 9,5 \text{ dB}$$

Comparação com o sistema AM.

Da eq.2.28, temos:

$$S/N \Big|_{\text{saída FM}} \approx 3 \left[\frac{\Delta f}{B_m} \right]^2 \frac{2 + m^2}{2 m^2} \frac{S}{N} \Big|_{\text{saída detetor envolt. AM}}$$

$$S/N \Big|_{\text{saída FM}} \approx 3 \left[\frac{3,6}{3} \right]^2 \frac{2 + 1}{2} \frac{S}{N} \Big|_{\text{saída AM}}$$

$$S/N \Big|_{\text{saída FM}} \approx 6,48 \frac{S}{N} \Big|_{\text{saída AM}} \rightarrow \text{equivale a um reforço de aproximadamente } 8\text{dB}$$

Exemplo: O mesmo problema agora com as seguintes características.

$$\begin{aligned} \Delta f &= 6 \text{ KHz} & B_m &= 3\text{KHz} \\ B_{FI} &= 25\text{KHz.} & m &= 1 \end{aligned}$$

$$S/N \Big|_{\text{saída FM}} \approx 3 \left[\frac{6}{3} \right]^2 \frac{25}{2 \cdot 3} \frac{S}{N} \Big|_{\text{ent. FM}} = 5 \frac{S}{N} \Big|_{\text{ent. FM}} \rightarrow 17\text{dB de melhoria}$$

$$S/N \Big|_{\text{saída FM}} \approx 3 \left[\frac{6}{3} \right]^2 \frac{2 + 1}{2 \cdot 1} \frac{S}{N} \Big|_{\text{saída AM}} = 18 \frac{S}{N} \Big|_{\text{saída AM}} \rightarrow 12,5\text{dB}$$

5 - Conclusões

Quando a relação sinal-ruído é alta é vantajosa a utilização do FM sobre o sistema AM.

Para relação sinal ruído baixa o sistema SSB é superior ao FM com detecção não coerente.

Referências

1. CARLSON, A. BRUCE, "Sistemas de Comunicação", McGraw-Hill do Brasil
2. KENNEDY, GEORGE, "Electronic Communications Systems"
McGraw-Hill Kogakusha, Ltda.
3. LATHI, B. P., "Sistemas de Comunicação", Guanabara Dois
4. FITCHEN, M. B., "Low Noise Electronic Design"
5. BETTS, J. A., "Signal Processing Modulation and Noise"
The English Universities Press Limited.

ELABORAÇÃO: José Carlos Sartori

DATILOGRAFIA: Antonio V. Carneiro